UNIVERSIDAD VERACRUZANA

FACULTAD DE INGENIERÍA DE LA CONSTRUCCIÓN Y EL HÁBITAT

REGIÓN VERACRUZ

P O S G R A D O

PROYECTO DE INTERVENCIÓN PROFESIONAL

RÉGIMEN DE FLUJO EN CILINDRO CONCÉNTRICOS DE FLUJO COUETTE

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

MAESTRO EN INGENIERÍA APLICADA

PRESENTA:

ING. LILIANA YANET LOZANO ROSAS

DIRECTOR DEL PROYECTO:

DR. ESLÍ VÁZQUEZ NAVA

CO-DIRECTOR DEL PROYECTO:

DR. ERNESTO FRANCISCO RUBIO CRUZ

BOCA DEL RÍO, VER **FEBRERO 2019**

Universidad Veracruzana
Dirección General de Administración Escolar
Oficialia Mayor

Dr. Agustín Leobardo Herrera May
Coordinador de la Maestría en Ingeniería Aplicada U.V.
Boca del Río, Veracruz

En contestación a su oficio s/n de fecha 8 de abril del año en curso, y con fundamento en la fracción XI del Articulo 183 del Estatuto General de esta Universidad, comunico a usted que, habiendo cumplido con los requisitos legales correspondientes *la* C. *Ingeniero Químico:* ***Liliana Yanet Lozano Rosas*** aspirante al grado de: ***Maestra en Ingeniería Aplicada*** se autoriza la celebración del Examen de Grado solicitado, que versará sobre el trabajo escrito intitulado ***"Régimen de flujo en cilindro. concéntricos de flujo couette".***

Pido a usted nos informe sobre los nombres de los sinodales que designe para integrar el Jurado del examen que se autoriza, así como el día, hora y resultado del mismo.

Atentamente
"Lis de Veracruz: Arte, Ciencia, Luz".
Abril 10 de 2019

Carlos Arturo Gómez Vignola
Oficial Mayor

C.c.p. Dr. Héctor Francisco Coronel Brizio.- Director General de Administración Escolar.- Para su conocimiento.

75 ANIVERSARIO
Universidad Veracruzana
1944-2019

CONTENIDO

LISTA DE FIGURAS vi

LISTA DE TABLAS viii

LISTA DE GRÁFICAS viii

ILUSTRACIÓN DE ANEXOS ix

NOMENCLATURA x

DEDICATORIA xi

AGRADECIMIENTOS xii

RESUMEN xiii

ABSTRACT xiv

CAPITULO 1. INTRODUCCIÓN 1

1.1 Objetivo 2

1.1.1 Objetivos particulares 2

1.2 Justificación 3

1.3 Factibilidad del proyecto 4

1.4 Hipótesis 5

CAPITULO 2. MARCO TEÓRICO 6

2.1 Antecedentes científicos 6

2.2 El Sistema (SI) de unidades fundamentales y otros sistemas de unidades usadas en este texto 7

2.3 Análisis dimensional de la transferencia de momento lineal 8

2.4 Naturaleza de los fluidos 10

2.5 Propiedades de importancia en dinámica de fluidos 11

2.6 Cinemática de fluidos 13
2.6.1 Líneas de corriente, trayectoria y traza 13
2.6.2 Líneas de sendo o trayectoria 14
2.6.3 Líneas de traza 15
2.6.4 Líneas de corriente 15
2.6.5 Concepto de línea fluida 17
2.7 Flujo con viscosidad dominante 17
2.7.1 Flujos independientes del tiempo 18
2.7.1.1 Flujo de Couette 18
2.8 Fluido Newtoniano 18
2.9 Relación entre el esfuerzo y la rapidez de deformación para fluidos Newtonianos 20
2.11 Análisis dimensional de la transferencia de momento lineal 23
2.11.1 Análisis dimensional de ecuaciones diferenciales 23
2.12 Principios de transferencia en las ecuaciones de momento 25
2.12.1 Viscosidad y mecanismo del transporte de cantidad de movimiento 25
2.12.1.1 Ley de Newton de la viscosidad 25
2.12.1.2 Viscosidad absoluta y dinámica 27
2.12.1.3 Viscosidad cinemática 29
2.12.1.4 Fluidos No Newtonianos 31
2.13.1 Tipos de flujo de fluidos 32
2.13.1.1 Flujo laminar 32
2.13.1.2 Flujo turbulento 33
2.13.1.3 Número de Reynolds 34
2.14 Aplicaciones de los principios de la transferencia en las ecuaciones de momento 35
2.14.1 Agitación y mezclado de fluidos y su relación con la potencia 35

2.14.1.1 Objetivos de la agitación 36
2.14.1.2 Trayectoria del flujo en la agitación 36
2.14.1.3 Potencia consumida en los recipientes de agitación 37
2.14.2 Aumento de escala en los agitadores y sus semejanzas geométricas, cinemáticas y dinámicas 38
2.14.2.1 Antecedentes en las industrias de procesos 38
2.14.2.2 Procedimiento de aumento de escala 39
2.14.3 Ecuaciones diferenciales de continuidad 41
2.14.3.1 Tipos de derivadas con respecto al tiempo 42
2.14.3.2 Ecuación de continuidad con coordenadas cilíndricas 43
2.14.4 Deducción de las ecuaciones de transferencia de momento lineal 43
2.14.4.1 Ecuaciones de movimiento para fluidos newtonianos con densidad y viscosidad constantes 43
2.14.4.2 Ecuación del movimiento en coordenadas cilíndricas 44
2.15 Distribuciones de velocidad en flujo laminar 44
2.15.1 Balances envolventes de cantidad de movimiento: condiciones limites 45
2.15.2 Flujo a través de un tubo circular 47
CAPITULO 3 METODOLOGÍA 53
3.1 Análisis general del equipo de agitación 53
3.1.1. Datos técnicos 54
3.1.2 Función torsión cero 55
3.2 Material y reactivos utilizados para las pruebas en cilindros concéntricos 56
3.3 Elaboración de cilindros concéntricos de PVC 57
3.4 Ecuaciones de variación para sistemas isotérmicos 59
3.4.1 Las ecuaciones de variación en coordenadas curvilíneas 59
3.5 Solución de ecuaciones de momento para una geometría de dos cilindros concéntricos o de flujo de Couette 59

3.5.1 Modelo matemático del perfil de velocidad 63
3.5.2 Modelo matemático del esfuerzo cortante 64
3.5.3 Modelo matemático del torque 64
3.6 Desarrollo experimental 65
3.6.1 Pruebas de flujo Newtoniano en cilindros concéntricos a 4 distintas velocidades en rpm, con diámetro 2 cm 65
3.6.2 Pruebas de flujo Newtoniano en cilindros concéntricos a 4 distintas velocidades en rpm, con diámetro 3.3 cm 68
3.6.3 Pruebas de flujo Newtoniano en cilindros concéntricos a 4 distintas velocidades en rpm, con diámetro 5 cm 71
3.6.4 Pruebas de flujo Newtoniano en cilindros concéntricos a 4 distintas velocidades en rpm, con diámetro 7.2 cm 75
CAPITULO 4. RESULTADOS 78
4.1 Resultados del esfuerzo cortante 78
4.2 Gráficas de velocidad lineal 79
4.2.1 Gráfica de pruebas en cilindros concéntricos con diámetro 2 cm 79
4.2.2 Gráfica de pruebas en cilindros concéntricos con diámetro 3.3 cm 81
4.2.3 Gráfica de pruebas en cilindros concéntricos con diámetro 5 cm 82
4.2.4 Gráfica de pruebas en cilindros concéntricas con diámetro 7.2 cm 82
4.3 Resultados del número de Reynolds 83
5. CONCLUSIONES 86
6. TRABAJOS FUTUROS 87
REFERENCIAS 88
ANEXOS Y APENDICES.
ANEXO 1. PROPIEDADES FÍSICAS DEL AGUA 90
A.1-1 Densidad del agua líquida 90

A.1-2 Viscosidad del agua líquida 90

ANEXO 2. DESGLOSE DE ECUACIONES DE MOMENTO PARA UNA GEOMETRÍA EN DOS CILINDROS CONCENTRICOS 91

APÉNDICE 1. CONCENTRADO FOTOGRAFICO DE LA ELABORACIÓN DE CILINDROS CONCÉNTRICOS 96

APÉNDICE 2. CONCENTRADO DE DATOS DE LAS PRUEBAS EXPERIMENTALES REALIZADAS EN EL LABORATORIO DE PROCESOS. UNIVERSIDAD VERACRUZANA. 98

APÉNDICE 3. REGISTRO DEL PROYECTO (SIVU) 100

APÉNDICE 4. CARTA CONVENIO POSGRADO-EMPRESA 101

APÉNDICE 5. CERTIFICADO DEL CONGRESO INTERNACIONAL ACADEMIA JOURNALS, CELAYA, GUANAJUATO, MÉXICO. 102

APÉNDICE 5.1. PUBLICACIÓN DE ARTÍCULOS 103

APÉNDICE 6. CARTA DE ASIGNACIÓN DE BECA CONACYT 109

APÉNDICE 6.1. CVU COMPLETO 110

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1. Diagrama de presión, temperatura para el agua. 12
Figura 2.2. Relación geométrica utilizada para la determinación de la ecuación diferencial de las líneas de corriente. 16
Figura 2.3. Algunos tipos de comportamiento reológicos. 19
Figura 2.4. Diagrama de un fluido en flujo cortante simple. 21
Figura 2.5. Formación del perfil de velocidad laminar en estado estacionario para un fluido contenido entre dos placas... 26
Figura 2.6. Gradiente de velocidad de un fluido en movimiento 28
Figura 2.7. Esfuerzo cortante frente a gradiente de velocidad para fluidos newtonianos y no newtonianos. 31
Figura 2.8. Corriente de tinta en un flujo laminar. 33
Figura 2.9. Corriente de tinta que se mezcla en un flujo turbulento. 33
Figura 2.10. Correlaciones de potencia para diversos impulsores y defectores. 41
Figura 2.11. Elemento de volumen $\Delta x\, \Delta y\, \Delta z$, en el que se señala con flechas la dirección en que se transporta el componente x de la cantidad de movimiento a través de todas las superficies. 46
Figura 2.12 Envoltura cilíndrica de un fluido sobre la cual se aplica el balance de cantidad de movimiento para obtener el perfil de velocidad. 49
Figura 2.13. Distribuciones de velocidad y densidad de flujo de cantidad de movimiento para el flujo en tubos de cilindros concentricos. 51
Figura 3.14. Equipo agitador “Caframo real torque digital stirres BDC1850”. 54
Figura 3.15. Materiales y reactivos. 57
Figura 3.16. Cilíndricos concéntricos de PVC (2 cm, 3.3 cm, 5 cm y 7.2 cm). 58
Figura 3.17. Flujo laminar tangencial de un fluido newtoniano en el espacio comprendido entre dos cilindros, de los cuales el interior gira con una velocidad angular Ω_θ. 60
Figura 3.18. Capas del fluido Newtoniano a una velocidad de 12 rpm con un tubo de 2 cm. 66

Figura 3.19. Capas del fluido Newtoniano a una velocidad de 125 rpm con un tubo de 2 $cm.$ 67
Figura 3.20. Capas del fluido Newtoniano a una velocidad de 237 rpm con un tubo de 2 $cm.$ 67
Figura 3.21. Capas del fluido Newtoniano a una velocidad de 350 rpm con un tubo de 2 $cm.$ 68
Figura 3.22. Capas del fluido Newtoniano a una velocidad de 12 rpm con un tubo de 3.3 $cm.$ 69
Figura 3.23. Capas del fluido Newtoniano a una velocidad de 125 rpm con un tubo de 3.3 $cm.$ 69
Figura 3.24. Capas del fluido Newtoniano a una velocidad de 237 rpm con un tubo de 3.3 $cm.$. 70
Figura 3.25. Capas del fluido Newtoniano a una velocidad de 350 rpm con un tubo de 3.3 $cm.$. 71
Figura 3.26. Capas del fluido Newtoniano a una velocidad de 12 rpm con un tubo de 5 $cm.$ 72
Figura 3.27. Capas del fluido Newtoniano a una velocidad de 125 rpm con un tubo de 5 cm 73
Figura 3.28. Capas del fluido Newtoniano a una velocidad de 237 rpm con un tubo de 5 $cm.$. 74
Figura 3.29. Capas del fluido Newtoniano a una velocidad de 350 rpm con un tubo de 5 $cm.$. 74
Figura 3.30. Capas del fluido Newtoniano a una velocidad de 12 rpm con un tubo de 7.2 $cm.$. 75
Figura 3.31. Capas del fluido Newtoniano a una velocidad de 125 rpm con un tubo de 7.2 $cm.$. 76
Figura 3.32. Capas del fluido Newtoniano a una velocidad de 237 rpm con un tubo de 7.2 $cm.$. 77

Figura 3.33. Capas del fluido Newtoniano a una velocidad de 350 rpm con un tubo de 7.2 cm.. 77

LISTA DE TABLAS

Tabla 2.1. Equivalencias para conversión de unidades para los tres sistemas..... 8
Tabla 2.2. Unidades de viscosidad dinámica en los tres sistemas 29
Tabla 2.3. Unidades de viscosidad cinemática en los tres sistemas. 30
Tabla 2.4. Viscosidades del agua a 1 atm de presión 30
Tabla 2.5. Características reológicas de los fluidos. 32
Tabla 2.6. Proporciones geométricas para un sistema de agitación "normal". 39
Tabla 3.7. Datos técnicos del agitador "Caframo real torque digital stirres BDC1850". 54
Tabla 3.8 Tabla 3.7. Capacidad de torque del agitador BDC.. 55
Tabla 3.9. Condiciones ambientales del agitador "Caframo real torque digital stirres BDC1850". 55
Tabla 4.10. Valores del torque para el fluido Newtoniano, con respecto a cada tubo..... 79
Tabla 4.11. Tubo 1. Cilindro de 2 cm, número de Reylnolds. 84
Tabla 4.12. Tubo 2. Cilindro de 3.3 cm, número de Reynolds. 84
Tabla 4.13. Tubo 3. Cilindro de 5 cm, número de Reynolds. 84
Tabla 4.14. Tubo 4. Cilindro de 7.2 cm, número de Reynolds. 84

LISTA DE GRÁFICAS

Gráfica 4.1. Tubo 1. Cilindro de 2 cm. 80
Gráfica 4.2. Tubo 2. Cilindro de 3.3 cm. 81
Gráfica 4.3. Tubo 3. Cilindro de 5 cm. 82
Gráfica 4.4. Tubo 4. Cilindro de 7.2 cm. 83
Gráfica 4.5. Tubo 4. Cilindro de 7.2 cm. 85

ILUSTRACIÓN DE ANEXOS

Ilustración A.I.1. Elaboración de bases con espuma de poliuretano para los cuatro distintos tubos PVC. 96
Ilustración A.I.2. Pasos de la colocación de tapas de plástico en la base y relleno de espuma de poliuretano de los cuatro tubos PVC. 97
Ilustración A.I.3. Retiro del excedente de la espuma de poliuretano y acabado con pintura azul de los cuatro tubos PVC. 97

NOMENCLATURA

ρ = densidad del fluido

D = diámetro

r = distancia radial en coordenadas cilíndricas, L

L = longitud de un tubo

Re = número de Reynolds

Re_{crit} = número de Reynolds crítico

p = presión del fluido

R = radio del cilindro, L

T = torque

τ = tensor de esfuerzo cortante

r = vector, componente en r

θ = vector, componente en θ

z = vector, componente en z

Ω_θ = velocidad angular

υ = velocidad lineal

μ = viscosidad dinámica del fluido

γ = viscosidad cinématica del fluido

DEDICATORIA

A Dios, por permitirme llegar a este momento de mi vida. Por poner en mi camino a personas valiosas que me han apoyado en las buenas y en las malas, que me han ayudado en la formación de este posgrado y en la elaboración de esta tesis y que hoy forman parte de mi vida, por todas las bendiciones que recibo día tras día.

A mis padres y hermanos, que gracias a su apoyo he podido concluir esta etapa. Gracias por todo.

AGRADECIMIENTOS

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, CONACYT por su apoyo económico para poder realizar esta formación y proyecto con la beca núm. 626345.

A la Universidad Veracruzana Facultad de Ingeniería de la Construcción y el Hábitat, Campus Boca del Río, Veracruz, por haberme permitido desarrollar mis estudios de posgrado en la Maestría en Ingeniería Aplicada.

Al Dr. Eslí Vázquez Nava por aceptarme y dirigirme en este proyecto de tesis como mi asesor, gracias por su apoyo incondicional, consejos y conocimientos, permitiendo mi desarrollo como profesionista.

A mi Co-Asesor Ernesto Francisco Rubio Cruz por su apoyo amable en la realización de este proyecto.

Agradezco a mis amigos de maestría por su apoyo y formar parte en mi formación académica en este posgrado.

Gracias a Andrés por su apoyo incondicional y por ser parte en mi desarrollo profesional en esta etapa.

RESUMEN

En el presente estudio se realizaron pruebas experimentales con el propósito de establecer las condiciones de operación que definen las diferentes condiciones del régimen de flujo laminar o turbulento para una geometría de dos cilindros concéntricos o de flujo Couette. El análisis toma en consideración el flujo de un fluido Newtoniano, tal como lo representa el agua. El espacio comprendido entre los dos cilindros concéntricos cambió durante las pruebas mediante el uso de cilindros de distintos diámetros, esto con el propósito de establecer con claridad la dependencia de las regiones laminar y turbulento con la geometría de Couette. Se encontró que las mediciones experimentales efectuadas del torque coinciden con las estimaciones teóricas a partir de las correspondientes ecuaciones desarrolladas para la estimación del torque dentro del régimen laminar.

ABSTRACT

In the present study, experimental tests were carried out with the purpose of establishing the operating conditions that define the different conditions of the laminar or turbulent flow regime for a geometry of two concentric cylinders or Couette flow. The analysis takes into account the flow of a Newtonian fluid, as represented by water. The space between the two concentric cylinders changed during the tests by using cylinders of different diameters, this with the purpose of establishing clearly the dependence of the laminar and turbulent regions with the geometry of Couette. It was found that the experimental measurements made of the torque coincide with the theoretical estimates from the corresponding equations developed for the estimation of the torque within the laminar regime.

CAPITULO 1. INTRODUCCIÓN

Conocer las propiedades de los fluidos son una clave para el estudio de su composición en los diferentes regímenes; flujo laminar, transitorio y turbulento, así como adentrarse al campo de la reología.

De acuerdo con base a investigaciones existentes y con datos experimentales desarrollados y obtenidos de perfil de velocidad, esfuerzo cortante, torque y análisis del flujo de Couette que presentan estos fluidos a diferentes condiciones de entorno son conocidas como técnicas que no resultan intrusivas y de gran utilidad para la medición del movimiento del fluido, que han desplegado, aplicándose en la actualidad a cualquier campo.

Los avances de la mecánica de fluidos han sido continuos, siendo la dinámica de fluidos uno de los campos que ha experimentado y seguirá desarrollando una especial proliferación. En el presente proyecto se desea realizar un sistema para caso del flujo laminar, esto con el fin de poder predecir el momento en que pasa un fluido de este régimen a uno turbulento.

Se propone desarrollarlo con cuatro diferentes tubos lisos de PVC de distintas medidas; 2 cm, 3.3 cm, 5 cm y 7.2 cm y un fluido del tipo Newtoniano, agua. Lo cual implicará un estudio teórico-experimental de la viscosidad dinámica, incluyendo los datos experimentales obtenidos; velocidad de esfuerzo cortante y torque mediante ecuaciones deducidas de momento y gráficas para lograr obtener diferentes patrones de flujo, así como también, predecir un modelo que defina el comportamiento del régimen laminar a través de un flujo de Couette, cilindros concéntricos giratorios, sometido a pruebas reales.

1.1 Objetivo

Realizar mediante un análisis experimental el comportamiento de flujo de un fluido Newtoniano, agua, bajo los fundamentos del flujo de Couette y en referencia a los estudios que se conocen actualmente de Navier-Stokes donde se originan las ecuaciones de movimiento las cuales definen el comportamiento de dicho fluido, con el fin de definir los regímenes laminar y turbulento.

1.1.1 Objetivos particulares

- Analizar el flujo entre dos cilindros concéntricos, uno giratorio y uno estático, empleando tubos de diferentes diámetros.

- Definir el perfil de velocidades, esfuerzo cortante y torque para el estudio del comportamiento del fluido Newtoniano, mediante los datos experimentales que se obtengan.

- Proponer para el análisis del flujo dos alternativas; primero resolver las ecuaciones obtenidas con los datos experimentales y en segundo lugar apreciar de forma visual con la inyección de un colorante vegetal el comportamiento de las capas del fluido.

- Definir el régimen laminar o turbulento buscando en el sistema el punto donde pasa de un estado a otro mediante las ecuaciones obtenidas.

- Obtener gráficas que permitan una mejor descripción entre la velocidad lineal y el radio de cada cilindro.

1.2 Justificación

Actualmente el conocer las diferentes propiedades de un flujo Newtoniano en un rango de comportamiento a través de las bases del flujo de Couette, permite ser útil para estudios de modelos dirigidos al diseño, evaluación de procesos y equipos, puesto que, esto ha sido una problemática al no extraer todas las condiciones de operación que conlleva tratar diferentes fluidos.

Otro distinto enfoque hoy en día es la industria farmacéutica y alimenticia, ya que conllevan a investigaciones reológicas que toman un papel importante en la parte activa de una sustancia basándose en la medida de la viscosidad, esfuerzo cortante del fluido, velocidad de corte y concentración polimérica, siendo esta la evolución de la reologia, el principal impulso para la realización de este proyecto.

Se ha adquirido información teórico-experimental de los artículos más sobresalientes de los estudios de régimen de flujos, los cuales se citan en el contenido, esto para explicar las condiciones de un fluido que existen en él y la oportunidad de generar más análisis de este tipo de investigación para temas futuros.

1.3 Factibilidad del proyecto

El presente proyecto es desarrollado en la Universidad Veracruzana por lo cual esto demuestra que este tema de investigación cuenta con los recursos al calce para su desarrollo al utilizar el equipo disponible “Caframo real torque digital stirrers BDC1850”.

El material que se necesitó obtener para lograr resultados más precisos, así como el apoyo económico fue adquirido completamente y sin contra tiempo con la beca otorgada por Conacyt.

El estudio desarrollado cuenta con previas investigaciones en el campo de fluidos y estudios de reologia, lo cual lo hace factible y permite la continuidad de los estudios de análisis de fluidos y procesos de mezclado, de modo que ayudan como base para la realización del propósito del proyecto.

Es de gran utilidad este tipo de investigaciones para continuar con el desarrollo en temas de características de fluidos en sus componentes y en diversas condiciones de flujo, generando gráficas de comportamiento y analizando a profundidad el tema de la reología, así como también, en la industria servir de forma enfocada a la operación de equipos industriales de acuerdo al fluido a tratar.

1.4 Hipótesis

A través de realizar una deducción de ecuaciones, sustituir los datos experimentales en ellas y generar gráficas de comportamiento con tubos de diferentes diámetros se espera obtener un sistema de flujo completamente laminar que nos permita saber en qué momento este comportamiento cambia a ser un régimen turbulento, basándose en los fundamentos de Flujo de Couette.

CAPITULO 2. MARCO TEÓRICO

2.1 Antecedentes científicos

La mecánica de fluidos tiene sus orígenes en la hidráulica, tanto en Mesopotamia como en Egipto alrededor del año 4000 antes de nuestra era proliferaron las obras hidráulicas que aseguraban el regadío de vastas zonas. Posteriormente, los imperios griegos, chino y especialmente, los romanos se caracterizan por una gran profusión de las construcciones hidráulicas (Barrero et. al., 2005).

A lo largo de la historia, aparecen inventos e investigadores que aportan mejoras sustanciales en el campo que hoy se denomina *mecánica de fluidos*, algunas de las cuáles son las realizadas por:

Pascal (1623-1662), en el estudio de la estática de fluidos define el principio que lleva su nombre. Newton (1642-1727), establece los principios de cálculo integral y diferencial, promulga la ley de viscosidad que lleva su nombre. Euler (1707- 1783), establece la base matemática para el estudio del flujo ideal, sin viscosidad. Henri Navier (1785-1836), basándose en los estudios de Euler, deriva las ecuaciones de Navier, que posteriormente Stokes modifica hasta obtener las ecuaciones que se conocen actualmente. Ludwig Hagen (1797-1884), estudiando el flujo en conductos cerrados, encuentra la zona de traspaso entre flujo laminar y turbulento, y observa que depende de la velocidad y la temperatura del fluido, así como del diámetro y la rugosidad del conducto. G. Stokes (1819-1903), logró derivar la ecuación de Navier-Stokes. Ernst Mach (1838-1916), que, en uno de sus más conocidos estudios sobre los flujos a alta velocidad, deduce el número de Mach. Reynolds (1842-1912), clarifica el fenómeno de cavitación; define los regímenes laminar y turbulento, y el número adimensional que los identifica. Theodor Von Karman (1881-1963) estudia los vórtices detrás de un cilindro, define las fuerzas de

arrastre y sustentación de cuerpos en el seno de un fluido en régimen turbulento (Batchelor, GK., 1997).

Durante el siglo XX, (Batchelor, GK., 1997) define los avances en la mecánica de fluidos como continuos, siendo la dinámica de gases, la aerodinámica y la aeronáutica los campos que han experimentado y seguirán experimentado en el futuro. En el presente proyecto, se introducen de una manera elemental diversos conceptos básicos de la mecánica de fluidos.

2.2 El Sistema (SI) de unidades fundamentales y otros sistemas de unidades usadas en este texto

Existen tres sistemas de unidades fundamentales empleados actualmente en la ciencia y la ingeniería.

El primero y más importante es el sistema SI (Systeme International d'unités), cuyas tres unidades básicas son el metro (m), el kilogramo (kg) y el segundo (s). Los *otros* son el *sistema inglés:* pie (ft) - libra (Ib) - segundo *(s) o sistemapls (fps); y el sistema* centímetro (cm) - gramo *(g)* - segundo *(s), o sistema cgs.*

En la actualidad se ha adoptado ya el sistema SI de manera oficial para usarse en ingeniería y las ciencias, aunque los sistemas inglés y cgs todavía tienen bastante aceptación. Muchos de los datos químicos y físicos, así como las ecuaciones empíricas, están expresados en estos dos sistemas (Christie J. Geankoplis. 1998).

Las unidades fundamentales del sistema SI son como sigue: la unidad de longitud es el metro (m); la de tiempo es el segundo (s); la de masa es el kilogramo (kg); la de temperatura es el Kelvin (K); y la de un elemento es el kilogramo mol (kg mol). Las

unidades restantes se derivan de estas cantidades. Las unidades fundamentales del SI son expresadas en la tabla 1.1.

El sistema de unidades SI			
Unidad	***Símbolo***	***Equivalencia***	***Sistema de Unidades***
Newton	(N)	1 kg · m/s^2	SI
Joule	(J)	1 kg · m^2/s^2	SI
Pascal	(Pa)	1 newton/m^2 (N/m^2)	SI
gramo	g	1 x 10^{-3} kg	CGS*
centímetro	cm	1 x 10^{-2} m	CGS*
dina	dina	1 g · cm/s^2 = 1 x 10^{-5} newton (N)	CGS*
erg	erg	1 dina · cm = 1 *x* 10^{-7} joule (J)	CGS*
gravedad	g	980.665 cm/ s^2	CGS*
masa	lb	1 lb masa (lb) = 0.45359 kg	Inglés
pie	ft	1 pie = 0.30480 m	Inglés
fuerza	lb_f	1 lb fuerza (lb_f) = 4.4482 newton (N)	Inglés
fuerza	lb_f	1 ft · lb_f = 1.35582 newton . m (N * m) = 1.35582 joules (J)	Inglés

Tabla 1. Equivalencias para conversión de unidades para los tres sistemas (Fuente: R. Byron Bird, et. al., 2002). *CGS* El sistema CGS se relaciona con el SI.*

2.3 Análisis dimensional de la transferencia de momento lineal

En el presente texto se deducirán y solucionarán ecuaciones diferencias que describen diferentes tipos de flujos. La homogeneidad dimensional requiere que cada término de una ecuación tenga las mismas unidades. De esta manera, la relación entre dos términos de una ecuación es una cantidad adimensional; entonces, conocido el significado físico de

cada término de la ecuación, puede obtenerse una interpretación física de todos los parámetros o números adimensionales que se forman. Estos números sin dimensiones, como el número de Reynolds y otros, son útiles para correlacionar y predecir los fenómenos de transporte en flujo laminar y turbulento

En algunas ocasiones resulta imposible integrar la ecuación diferencial que describe una situación de flujo. Sin embargo, es posible valerse de la ecuación para determinar qué números adimensionales pueden manejarse para correlacionar los datos experimentales de la situación física considerada. Un ejemplo importante de este tipo de casos implica el uso de la ecuación de Navier-Stokes, que casi nunca puede integrarse en una situación física real. Todos los términos de esta ecuación tienen como unidades longitud/tiempo^2 o $\left[\frac{L}{t^2}\right]$. Cada uno de los términos de esta ecuación tiene un significado físico. Primero usamos una sola velocidad característica v, y una sola longitud característica L para todos los términos. De esta manera la ecuación de Navier-Stokes puede escribirse entonces,

$$\left[\frac{v^2}{L}\right] = [g] - \left[\frac{p}{pL}\right] + \left[\frac{\mu v}{\rho L^2}\right] \tag{2.1}$$

Esto expresa una igualdad dimensional y no una igualdad numérica. Todos los términos tienen como dimensiones $\left[\frac{L}{t^2}\right]$.

El término del lado izquierdo de la ecuación (1.1) representa la fuerza de inercia y los términos del lado derecho representan, respectivamente, la fuerza de gravedad, la

fuerza de presión y la fuerza viscosa. Al dividir cada término de la ecuación entre la fuerza de inercia $\left[\frac{v^2}{L}\right]$, se obtienen el siguiente grupo adimensional.

$$\left[\frac{v^2/L}{\mu v/\rho L^2}\right] = \frac{\text{fuerza de inercia}}{\text{fuerza viscosa}} = \frac{Lv\rho}{\mu} = N_{\text{Re}} \text{ (número de Reynolds)} \qquad (2.2)$$

Obsérvese que este método no solo proporciona el grupo adimensional para una ecuación diferencial, sino que también indica el significado físico de dichos grupos. La longitud, la velocidad, etc., que se usarán en cada caso, serán los valores que resulten más significativos. Por ejemplo, la longitud puede ser el diámetro de una esfera, la longitud de una placa plana, etcétera.

Esta similitud dinámica es un requisito importante para obtener datos experimentales con un modelo pequeño y aplicarlo a un prototipo a escala mucho mayor. Puesto que los experimentos con prototipos de escala industrial suelen ser difíciles y costosos, se ha hecho costumbre estudiarlos con modelos pequeños. Éste es un método muy común en el diseño de equipo químico de proceso (Christie J. Geankoplis. 1998).

2.4 Naturaleza de los fluidos

El término mecánica de fluidos se refiere al estudio del comportamiento de los fluidos, ya sea en reposo o en movimiento. Los fluidos pueden ser líquidos (como agua, aceite, gasolina o glicerina) o gases (como aire, oxígeno, nitrógeno o helio). El comportamiento de los fluidos afecta nuestra vida cotidiana de muchas maneras (Robert L. Mott. 1996).

Al discutir la dinámica de fluidos, nos interesa el comportamiento de los fluidos en movimiento y la forma en que este comportamiento se relaciona con los momentos y las fuerzas aplicados. Tanto los líquidos como los gases y vapores tienen en común una forma distinta de reaccionar cuando están sometidos a esfuerzos tangenciales, lo cual explica su «fluidez» y proporciona la clave básica para desarrollar los principios de la dinámica de los fluidos. Este rasgo común y distintivo se establece como sigue (James W. Daily et. al., 1975):

Un fluido se deformará continuamente bajo esfuerzos (tangenciales) cortantes, no importa cuán pequeños sean éstos. Como discutiremos posteriormente, la magnitud del esfuerzo depende de la rapidez de deformación angular. Un sólido, por otra parte, se deformará proporcionalmente a la fuerza aplicada, después de lo cual se llegará al equilibrio estático; y en este caso, la magnitud del esfuerzo tangencial depende de la magnitud de la deformación angular.

2.5 Propiedades de importancia en dinámica de fluidos

Una propiedad es una característica de una sustancia, invariante cuando la sustancia está en un estado particular. En cada estado la condición de la sustancia es única y está descrita por sus propiedades. Debemos hacer una distinción en termodinámica entre propiedades extensivas, cuyos valores dependen de la cantidad de sustancia presente, y propiedades intensivas, las cuales tienen valores independientes de la cantidad existente. Sobre cualquier volumen o masa finitos en un sistema, los valores intensivos pueden cambiar de partícula a partícula. Por lo tanto, haremos la distinción entre el *estado de una sustancia y* el *estado de un sistema* (Milne-Thompson et. al., 1960).

Se utilizan dos clases de relaciones para determinar los estados de una sustancia. Primera, para cada sustancia, las ecuaciones de estado relacionan el número mínimo de

propiedades o condiciones necesarias para determinar, tanto el estado como las otras propiedades. Segunda, la variación de las condiciones y propiedades de una sustancia, al ir cambiando de un estado a otro, depende de cómo se controla dicho cambio, esto es, del proceso. Por ejemplo, el proceso puede ser a temperatura constante, volumen constante, presión constante, sin transferencia de calor, o alguna combinación de estos u otros casos especiales (James W. Daily et. al., 1975).

Desde el punto de vista termodinámico, la materia se define en tres estados posibles: líquido, sólido y gaseoso. Así, cuando se habla de fluido, es necesario considerar el estado termodinámico del mismo. A modo de recordatorio, se presenta en la figura 1.1 el diagrama P-T para el agua, donde se observan los tres estados de la materia, así como los puntos triple y crítico (Josep M. Bergadá Grañó. 2012).

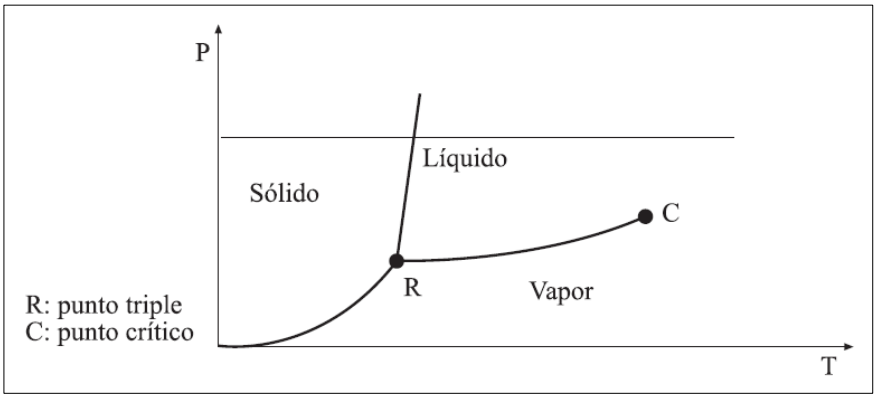


Figura 2.1. Diagrama de presión, temperatura para el agua (Fuente: Josep M. Bergadá Grañó. 2012).

En el punto crítico, se definen los parámetros críticos Pc, Tc, Vc, hc, etc. En dicho punto, en un instante todo el líquido puede transformarse en vapor y viceversa, sin aportación ni cesión de calor alguna, (el calor de vaporización es igual a cero).

Las propiedades de importancia en dinámica de fluidos se resumen en las siguientes definiciones y descripciones (James W. Daily et. al., 1975):

- **Presión, p**. Presión es fuerza/área. Si un volumen de materia es aislado como un cuerpo libre, el sistema de fuerzas que actúan sobre el volumen incluye fuerzas de superficie, actuando sobre cada elemento del área que encierra al volumen. En cualquier punto, la componente perpendicular por unidad de área es llamada esfuerzo normal. Si éste es un esfuerzo de compresión, es llamado intensidad de la presión o simplemente presión.
- **Temperatura, T**. Dos cuerpos en equilibrio térmico muestran el mismo valor para la propiedad que llamamos temperatura. Los cambios en la temperatura causan cambios en otras propiedades de la materia y nos proporcionan métodos de medida.
- **Densidad, ρ.** Densidad es masa/volumen. Se dice que una cantidad dada de materia tiene cierta masa la cual es tratada como invariante. Por tanto, la densidad será una constante mientras el volumen de una cantidad dada de materia permanezca inafectado (esto es, para un gas, siempre que las condiciones de presión y temperatura sean las mismas).
- **Peso específico, γ.** El peso específico es peso/volumen. El peso depende del campo gravitacional. (En el campo de la tierra, es la fuerza de la gravedad actuando sobre una masa dada, en una localidad determinada). Consecuentemente, el peso específico, en contraste con la densidad, depende del campo gravitacional.

2.6 Cinemática de fluidos

2.6.1 Líneas de corriente, trayectoria y traza

Dado un campo vectorial de velocidades que caracteriza un fluido en movimiento, se puede definir la evolución espacial de las partículas de fluido sabiendo que en el instante inicial se encuentran en una posición dada. Para ello, se utilizarán los conceptos de líneas de corriente, trayectorias o sendas, y líneas de traza (Josep M. Bergadá Grañó. 2012).

2.6.2 Líneas de sendo o trayectoria

Se define como el camino seguido realmente por una partícula fluida, conocida la posición de la partícula para un tiempo inicial. Las sendas o trayectorias, vienen dadas en función del campo de velocidades mediante el sistema de ecuaciones diferenciales.

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = \vec{v}(\vec{x}, t) \tag{2.3}$$

Donde se cumple que, para t=0; $\vec{x}(t_0) = \vec{x}_0$, es decir, para el tiempo inicial se conoce la posición de la partícula.

Desglosando la ecuación anterior para los diversos sistemas coordenados, se obtiene la ecuación diferencial de la trayectoria, donde para un sistema de referencia cartesiano.

$$\vec{x} = (x, y, z);\ \vec{v}=(v_X, v_Y, v_Z)$$

$$\frac{dx}{dt} = v_X(\vec{x}, t);\ \frac{dy}{dt} = v_Y(\vec{x}, t);\ \frac{dz}{dt} = v_Z(\vec{x}, t) \tag{2.4}$$

En coordenados cilíndricas se obtiene:

$$\vec{x} = (r, \theta, z);\ \vec{v}=(v_r, v_\theta, v_Z)$$

$$\frac{dr}{dt} = v_r(\vec{x}, t);\ r\frac{d\theta}{dt} = v_\theta(\vec{x}, t);\ \frac{dz}{dt} = v_Z(\vec{x}, t) \tag{2.5}$$

Las condiciones de contorno para la resolución de las ecuaciones diferenciales se resumen en que en el estado inicial la posición de la partícula es conocida:

Coordenadas cilíndricas: t=0; $r=r_0$; $\theta=\theta_0$; $z = z_0$

Estas expresiones representan en forma paramétrica, la senda o curva descrita por una partícula en su movimiento alrededor de su posición inicial.

2.6.3 Líneas de traza

Sería el lugar geométrico de las partículas que en instantes sucesivos pasaron por un punto dado. Sería la obtenida si se inyectase colorante en un punto dado del fluido.

Mediante las líneas de traza, se estudia el colectivo de partículas que pasan por un punto dado en tiempos sucesivos, $\vec{x} = \vec{x}(\vec{x}_0, t_0, t)$. Las ecuaciones diferenciales definitorias de las líneas de traza son las mismas que las que caracterizan las sendas o trayectorias; la diferencia reside en las condiciones de contorno, que para el sistema de coordenados cilíndricas, tomaran la forma:

Coordenadas cilíndricas: $t=\varepsilon$; $r=r_0$; $\theta=\theta_0$; $z=z_0$

Obsérvese que las condiciones de contorno utilizadas para el cálculo de las líneas de traza indican que es necesario calcular la ecuación de todas las trayectorias que pasan por el punto de referencia (x_0, y_0, z_0) en diferentes instantes $t_0 = \varepsilon$ y eliminar t_0 de las ecuaciones resultantes.

2.6.4 Líneas de corriente

Es aquella que en un instante dado es tangente a los vectores velocidad en todo punto. La línea de corriente tiene un profundo sustrato matemático, mientras que las otras dos son más esencialmente experimentales. No obstante, estas tres líneas están caracterizadas por

sendas ecuaciones diferenciales y, como se verá seguidamente, cada una de las ecuaciones diferenciales puede ser definida para los diferentes sistemas de coordenadas existentes.

Para la determinación de las líneas de corriente, se estudia el colectivo de partículas que en un instante dado son tangentes en cada punto al vector velocidad. Para determinar la ecuación diferencial de las líneas de corriente en coordenadas cartesianas, se utiliza la siguiente relación geométrica, ver figura 1.2.

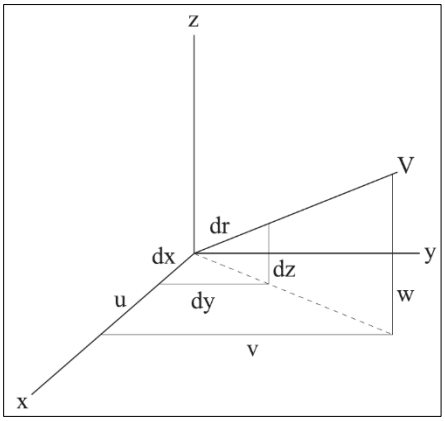


Figura 2.2. Relación geométrica utilizada para la determinación de la ecuación diferencial de las líneas de corriente (Fuente: Josep M. Bergadá Grañó. 2012).

El sistema de ecuaciones que las definen se obtienen estableciendo la proporcionalidad entre el vector tangente y el vector velocidad. Para el sistema de coordenadas cilíndricas, se tiene:

Coordenadas cilíndricas:

$$\vec{x} = (r, \theta, z); \quad \vec{v}=(v_r, v_\theta, v_Z)$$

$$\frac{dr}{v_r(\vec{x},t)} = \frac{rd\theta}{v_\theta(\vec{x},t)} = \frac{dz}{v_Z(\vec{x},t)} \tag{2.6}$$

Las condiciones de contorno necesarias para la resolución de las ecuaciones diferenciales son las mismas que las utilizadas para determinar las trayectorias, es decir:

Coordenadas cilíndricas: t=0; $r=r_0$; $\theta=\theta_0$; $z=z_0$.

2.6.5 Concepto de línea fluida

Se define como línea fluida, al conjunto de partículas fluidas que en un instante dado forman una línea. La línea fluida no dispone de ecuación diferencial característica. La línea de corriente y la fluida están definidas para un instante dado, mientras que la senda y la línea de traza se forman con el transcurso del tiempo. Si el campo vectorial de velocidades, que define el fluido en movimiento, caracteriza un fluido en régimen permanente, entonces las líneas de corriente trayectoria y traza, coinciden.

Si una serie de partículas forman inicialmente una línea, este conjunto de partículas seguirá formando, por continuidad, una línea que se denomina *línea fluida*. Si la línea primitiva es cerrada, se mantiene posteriormente cerrada.

Si se denomina $\vec{x}_0 = \vec{x}_0(\lambda)$ a la ecuación paramétrica de una línea fluida en el instante inicial, la ecuación de dicha línea en el instante t será $\vec{x} = \vec{x}_T(\vec{x}_0(\lambda), t)$.

2.7 Flujo con viscosidad dominante

Bajo viscosidad dominante, se entiende que las fuerzas de inercia asociadas a la partícula de fluido juegan un papel irrelevante, con lo que el movimiento del fluido viene dominado por las fuerzas viscosas. En este apartado se describirá un tipo de flujo independiente del tiempo, definiendo para cada caso, las ecuaciones características del flujo considerado (Josep M. Bergadá Grañó. 2012).

2.7.1 Flujos independientes del tiempo

2.7.1.1 Flujo de Couette

Para la determinación de dicho flujo, se considera que el gradiente de presión reducida es igual a cero:

$$\frac{\Delta p^*}{\Delta x} = 0 \tag{2.7}$$

Con lo que el movimiento del fluido entre las dos placas será únicamente debido al desplazamiento de la placa superior.

La distribución de velocidades resultante será:

$$u = \frac{Uy}{d} \tag{2.8}$$

La fuerza por unidad de superficie que se opone al movimiento se define:

$$\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y} = \mu \frac{U}{d} \tag{2.9}$$

de donde la potencia disipada por unidad de superficie de la placa será:

$$\dot{W} = \tau u = \mu \frac{U^2}{d} \tag{2.10}$$

2.8 Fluido Newtoniano

Un fluido se llama newtoniano (denominados según Sir Isaac Newton, quien estudió el movimiento de los fluidos con suposiciones que corresponden a la viscosidad absoluta constante) si el esfuerzo tangencial es directamente proporcional a la rapidez de deformación angular, partiendo de esfuerzo cero y deformación cero. En estos casos, la

constante de proporcionalidad es definida como la viscosidad absoluta o dinámica. Así, los fluidos newtonianos tienen la propiedad de poseer una viscosidad dinámica independiente del movimiento al que está sometido el fluido. Los fluidos más comunes, como el aire y el agua, son newtonianos. Hay una analogía entre los fluidos newtonianos que tienen una viscosidad constante la cual relaciona al esfuerzo con la rapidez de deformación y los sólidos que obedecen a la ley de Hooke, con un módulo de elasticidad constante, el cual relaciona al esfuerzo con la magnitud de la deformación.

Los fluidos que manifiestan una proporcionalidad variable entre esfuerzo y rapidez de deformación se conocen como no-newtonianos. En tales casos, la proporcionalidad puede depender del intervalo de tiempo durante el cual el fluido está sujeto al esfuerzo; así como de la magnitud del mismo. Un gran número de fluidos, de uso poco común, pero que son sumamente importantes, son no-newtonianos. Algunas sustancias, especialmente algunos de los plásticos, tienen un esfuerzo de fluencia, por debajo del cual se comportan como un sólido, pero más allá de éste se comportan como un fluido. La reología trata de los plásticos y de los fluidos no-newtonianos aplicados a la ingeniería. Recientemente, la importancia creciente de los fluidos no-newtonianos en aplicaciones técnicas ha dado por resultado su introducción a la literatura ingenieril (James W. Daily et. al., 1975).

En la figura 2.3 se muestran los comportamientos de fluidos y plásticos, en los llamados diagramas de rapidez de deformación, esfuerzo tangencial o en los diagramas esfuerzo-tiempo.

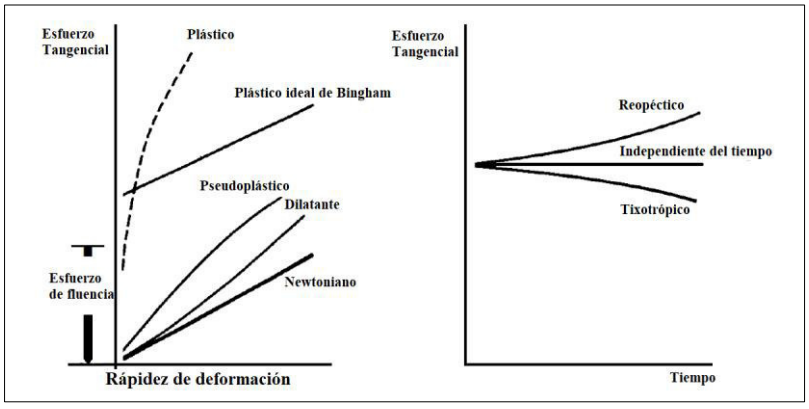


Figura 2.3. Algunos tipos de comportamiento reológicos (Fuente: James W. Daily et. al., 1975).

La figura anterior ejemplifica las curvas de flujo típicas que permiten mostrar algunas diferencias entre los fluidos newtonianos y los no newtonianos. Es de mencionar, que la pendiente de estas curvas representa el comportamiento viscoso en función de la rapidez de deformación. Por ejemplo, para el caso del fluido newtoniano es evidente que la viscosidad es constante e independiente de la rapidez de deformación. Sin embargo, para el fluido no newtoniano adelgazante (también conocido como pseudoplástico), la viscosidad (la pendiente de la curva) disminuye al incrementarse la rapidez de deformación. El caso contrario se presenta en el fluido dilatante (conocido como plástico), cuya viscosidad se incrementa al aumentar la rapidez de deformación. El fluido de Bingham, se considera no newtoniano por el hecho de necesitar un esfuerzo crítico para empezar a fluir, seguido de un comportamiento newtoniano.

(Méndez-Sánchez A. F., et. al., 2010) A la relación matemática que existe entre el esfuerzo de corte y la rapidez de deformación se le denomina ecuación constitutiva. Por lo tanto, la ecuación constitutiva para el fluido newtoniano está expresada por,

$$\tau = \mu\dot{\gamma} \tag{2.11}$$

Al sustituir esta ecuación constitutiva en la ecuación de viscosidad $\eta \equiv \frac{\tau}{\dot{\gamma}}$ se obtiene que la viscosidad η es una constante igual a μ, por lo que cuando se habla de la viscosidad μ (lo cual ocurre comúnmente en los textos de hidrodinámica) se está haciendo referencia a un fluido newtoniano.

2.9 Relación entre el esfuerzo y la rapidez de deformación para fluidos Newtonianos

Las evidencias experimentales sugieren que los esfuerzos en un fluido están relacionados a la rapidez de deformación, más bien que a la deformación en sí; como ocurre para los esfuerzos en el estado sólido. Entonces, en lugar de suponer que los esfuerzos varían linealmente con respecto a las deformaciones, supondremos que hay una relación lineal

entre esfuerzo y la rapidez de la deformación. Como indicamos en la sección anterior, los fluidos que satisfacen esta condición son llamados fluidos newtonianos, y la constante de proporcionalidad es la viscosidad dinámica, μ (James W. Daily et. al., 1975).

(Méndez-Sánchez A. F., et. al., 2010). Antes que todo, es importante conocer los conceptos de esfuerzo y deformación para los fluidos viscosos. Para ello considere la figura 2.4, que muestra una situación de flujo cortante simple. Aquí se tiene un líquido entre dos placas separadas una distancia L. La placa superior se mueve a una velocidad constante v debido a la acción de una fuerza F.

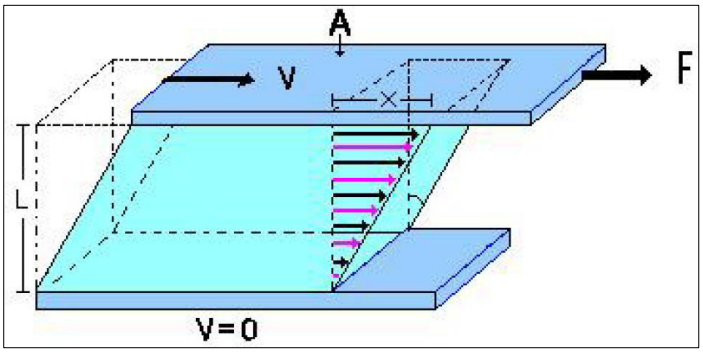


Figura 2.4. Diagrama de un fluido en flujo cortante simple (Fuente: Méndez-Sánchez A. F., et. al., 2010).

En este caso el esfuerzo de corte τ que ejerce la placa superior al líquido está definido por:

$$\tau = \frac{F}{A} \tag{2.12}$$

Donde A es el área de la placa superior en la cual se aplica la fuerza. Asimismo, la deformación que se genera en el fluido está expresada por:

$$\gamma = \frac{x}{L} \tag{2.13}$$

Donde x es el desplazamiento del material y L es el espaciamiento entre la placa superior y la inferior. Note que este caso es idéntico a la deformación elástica por corte que sufre un material sólido. Sin embargo, para los fluidos no ocurre así, ya que esta deformación se incrementa paulatinamente hasta que se remueve la fuerza. Por ello, es

que, en los fluidos, es más útil el concepto de rapidez de deformación, que representa a la variación de la deformación respecto del tiempo, esto es:

$$\dot{\gamma} = \frac{\partial \gamma}{\partial t} \tag{2.14}$$

Las unidades de la rapidez de deformación son s^{-1}. Si la distancia L se mantiene constante, se tiene:

$$\dot{\gamma} = \frac{1}{L}\frac{\partial x}{\partial t} = \frac{1}{L}v \tag{2.15}$$

Donde v es la velocidad de la placa superior. En los sólidos, el módulo de corte es una propiedad característica del material que representa la resistencia a ser deformado y se expresa como la razón entre el esfuerzo de corte y la deformación unitaria. Para los fluidos, de manera similar, existe una propiedad característica que representa la resistencia a fluir, esta propiedad es la viscosidad η y se define como la razón entre el esfuerzo de corte y la rapidez de deformación, es decir:

$$\eta \equiv \frac{\tau}{\dot{\gamma}} \tag{2.16}$$

Así, para conocer el comportamiento viscoso de un líquido es necesario determinar el esfuerzo de corte y la rapidez de deformación. Estas cantidades dependen del área de contacto, de la fuerza necesaria para mover la placa superior a una velocidad constante v y del espaciamiento entre las placas. En este análisis se considera que se mantienen las mismas condiciones termodinámicas de presión, volumen y temperatura. Al gráfico del esfuerzo de corte y la rapidez de deformación se le conoce como curva de flujo o reográma. La figura 2.3 ejemplifica las curvas de flujo típicas que permiten mostrar algunas diferencias entre los fluidos newtonianos y los no newtonianos.

2.11 Análisis dimensional de la transferencia de momento lineal

2.11.1 Análisis dimensional de ecuaciones diferenciales

En el presente capítulo se deducen diversas ecuaciones diferenciales que describen un tipo de flujo, flujo newtoniano en cilindros concéntricos. La homogeneidad dimensional requiere que cada término de una ecuación tenga las mismas unidades. De esta manera, la relación entre dos términos de una ecuación es una cantidad adimensional; entonces, conocido el significado físico de cada término de la ecuación, puede obtenerse una interpretación física de todos los parámetros o números adimensionales que se forman. Estos números sin dimensiones, como el número de Reynolds y otros, son útiles para correlacionar y predecir los fenómenos de transporte en flujo laminar y turbulento (Christie J. Geankoplis. 1998).

En algunas ocasiones resulta imposible integrar la ecuación diferencial que describe una situación de flujo. Sin embargo, es posible valerse de la ecuación para determinar qué números adimensionales pueden manejarse para correlacionar los datos experimentales de la situación física considerada.

Un ejemplo importante de este tipo de casos implica el uso de la ecuación de Navier-Stokes, que casi nunca puede integrarse en una situación física real.

La ecuación (2.17) equivale al sustituir la ecuación de movimiento en coordenadas rectangulares para el componente x en la ecuación de Navier-Stokes en estado estacionario. Todos los términos de esta ecuación tienen como unidades $longitud / tiempo^2$ o (L/t^2).

Cada uno de los términos de esta ecuación tiene un significado físico. Primero usamos una sola velocidad característica v , y una sola longitud característica L para todos los términos. Puede escribirse entonces:

$$\left[\frac{v^2}{L}\right] = [g] - \left[\frac{p}{pL}\right] + \left[\frac{\mu v}{\rho L^2}\right] \tag{2.17}$$

Esto expresa una igualdad dimensional y no una igualdad numérica. Todos los términos tienen como dimensiones L/t^2 .

El término del lado izquierdo de la ecuación (2.17) representa la fuerza de inercia y los términos del lado derecho representan, respectivamente, la fuerza de gravedad, la fuerza de presión y la fuerza viscosa. Al dividir cada término de la ecuación (2.17) entre la fuerza de inercia $\left[v^2 / L\right]$, se obtiene el siguiente grupo adimensional:

$$\frac{\left[v^2 / L\right]}{\left[\mu v / \rho L^2\right]} = \frac{\text{fuerza de inercia}}{\text{fuerza viscosa}} = \frac{Lv\rho}{\mu} = N_{RE} \qquad \text{(número de Reynolds)} \qquad (2.18)$$

Obsérvese que este método no solo proporciona un grupo adimensional para una ecuación diferencial, sino que también indica el significado físico de dichos grupos. La longitud, la velocidad, etc., que se usarán en cada caso, serán los valores que resulten más significativos.

De los sistemas con semejanzas geométricas *se* dice que son *dinámicamente similares* cuando los parámetros que representan a las relaciones de fuerzas pertinentes a la situación considerada son iguales. Esto significa que los números de Reynolds, deben ser iguales en estos dos sistemas.

Esta similitud dinámica es un requisito importante para obtener datos experimentales con un modelo pequeño y aplicarlo a un prototipo a escala mucho mayor.

Puesto que los experimentos con prototipos de escala industrial suelen ser difíciles y costosos, se ha hecho costumbre estudiarlos con modelos pequeños. Éste es un método muy común en el diseño de equipos químicos de proceso.

2.12 Principios de transferencia en las ecuaciones de momento

2.12.1 Viscosidad y mecanismo del transporte de cantidad de movimiento

La propiedad física que caracteriza la resistencia al flujo de los fluidos sencillos es la viscosidad y varia con la temperatura (véase Anexo 1). En este apartado se presenta información sobre la viscosidad únicamente de los líquidos desde un punto de vista cuantitativo y esta información será necesaria para la resolución de problemas con viscosidad constante (Fuente: R. Byron Bird, et. al., 2002).

Se comienza por establecer la ley de Newton de la viscosidad presentando algunos valores numéricos, para indicar como varía ésta con las condiciones y naturaleza del fluido. Se estudia brevemente los fluidos no-newtonianos, a los que no es aplicable la ley de la viscosidad de Newton.

2.12.1.1 Ley de Newton de la viscosidad

Considerando la sección 2.9 donde se explica los conceptos de esfuerzo y rapidez de deformación para los fluidos newtonianos y la figura 2.4 que muestra una situación de flujo cortante simple, la cual establece un líquido entre dos placas separadas por una distancia L.

Supongamos que, de la explicación del párrafo anterior, el sistema está inicialmente en reposo, pero que al cabo del tiempo $t = 0$ la lámina inferior se pone en movimiento en la dirección del eje x, con una velocidad constante V. A medida que

transcurre el tiempo el fluido gana cantidad de movimiento, y, finalmente se establece el perfil de velocidad en régimen estacionario, que se indica en la figura 2.5. Una vez alcanzado dicho estado estacionario de movimiento, es preciso aplicar una fuerza constante F para conservar el movimiento de la lámina inferior. Esta fuerza viene dada por la expresión de la ecuación 2.12, suponiendo que el flujo es laminar. (Fuente: R. Byron Bird, et. al., 2002).

Es decir, que la fuerza por unidad de área es proporcional a la disminución de la velocidad con la distancia Y. La constante de proporcionalidad μ se denomina viscosidad del fluido.

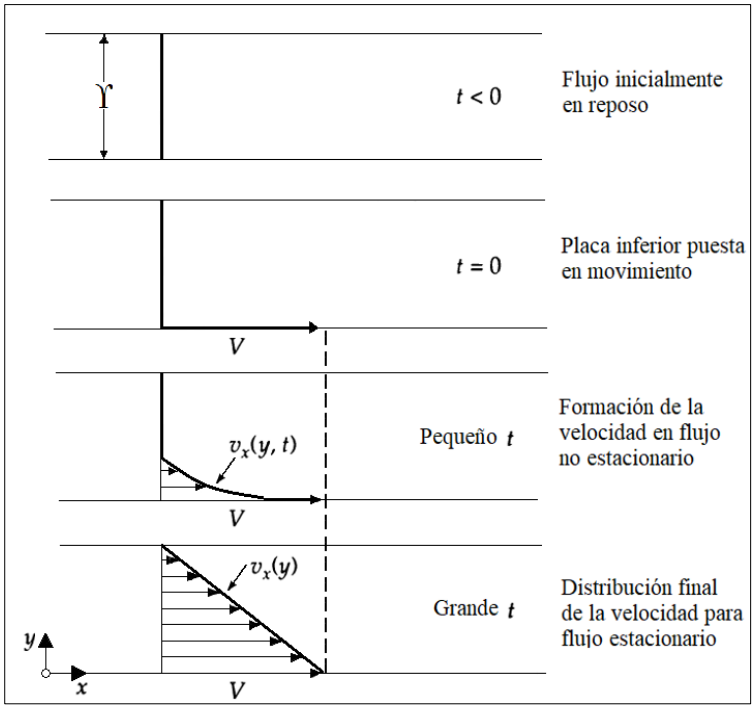


Figura 2.5. Formación del perfil de velocidad laminar en estado estacionario para un fluido contenido entre dos placas. El flujo se denomina "laminar" porque las capas adyacentes de fluido ("láminas") se deslizan unas sobre otras de manera ordenada (Fuente: R. Byron Bird, et. al., 2002).

El esfuerzo cortante que se ejerce en la dirección x sobre la superficie de un fluido, situada a una distancia constante y , por el fluido existente en la región donde y es menor,

se designa por τ_{yx}, y el componente x del vector de velocidad del fluido, por v_x se debe tener en cuenta que v_x no es igual a $\frac{dv}{\partial x}$; en este cao para las siguientes ecuaciones del presente capítulo y del capítulo tres no se utilizan los subíndices para expresar la diferenciación de los componentes de la velocidad. De acuerdo con estos símbolos la ecuación 2.12 queda de la siguiente forma:

$$\tau_{yx} = -\mu \frac{dv_x}{dy} \tag{2.19}$$

Es decir, que la fuerza de cizalla por unidad de área es proporcional al gradiente negativo de la velocidad local. Ésta es la ley de Newton de la viscosidad, y los fluidos que la cumplen se denominan fluidos newtonianos. Todos los gases y la mayor parte de los líquidos sencillos, se comportan de acuerdo con la ecuación (2.19). Los fluidos que no obedecen a esta ley sencilla (esencialmente pastas, suspensiones y polímeros de elevado peso molecular) se estudian brevemente en el apartado 2.12.1.4.

2.12.1.2 Viscosidad absoluta y dinámica

La viscosidad dinámica es conocida también como absoluta. La viscosidad absoluta es la relación del estrés de corte con la tasa de estrés. Es la resistencia interna de un líquido a fluir. La unidad común de la viscosidad absoluta es el poise (Robert L. Mott. 1996).

Cuando un fluido se mueve, se desarrolla en él una tensión de corte, cuya magnitud depende de la viscosidad del fluido, La tensión de corte, denotada con la letra griega τ (tao), puede definirse como la fuerza requerida para deslizar una capa de área unitaria de una sustancia sobre otra capa de la misma sustancia. Así pues, τ es una fuerza dividida entre un área y puede medirse en unidades de newton por metro cuadrado o en $lb / pies^2$. En un fluido como el agua, el aceite, el alcohol o cualquier otro líquido común,

encontramos que la magnitud de la tensión de corte es directamente proporcional al cambio de velocidad entre diferentes posiciones del fluido.

En la figura 2.6 se ilustra el concepto de cambio de velocidad en un fluido mediante la exhibición de una capa delgada del fluido situada entre dos superficies, una de las cuales está estacionaria, mientras que la otra esta en movimiento.

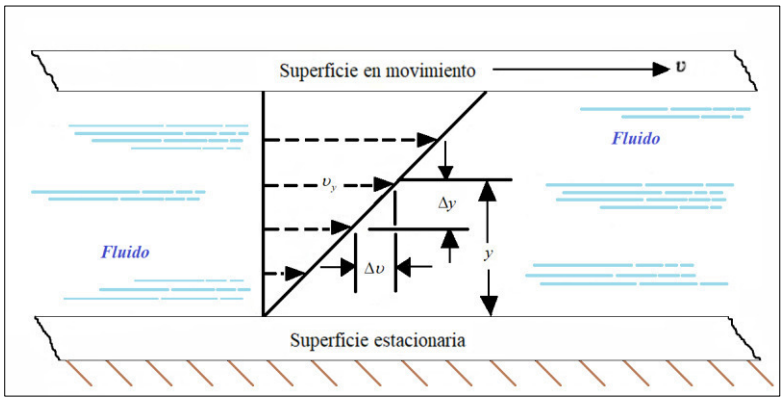


Figura 2.6. Gradiente de velocidad de un fluido en movimiento (Robert L. Mott. 1996).

Una condición fundamental que se presenta cuando un fluido real está en contacto con una superficie de frontera, es que el fluido tiene la misma velocidad que la frontera. En la figura 2.6, entonces, el fluido que está en contacto con la superficie inferior tiene velocidad cero y el que está en contacto con la superficie superior tiene velocidad de v. Si la distancia entre las dos superficies es pequeña, entonces la rapidez de cambio de velocidad con respecto de la posición y es lineal. Esto es, varía como una línea recta. El gradiente de velocidad es una medida del cambio de velocidad y se define como $\Delta v / \Delta y$. También se le conoce como rapidez de corte. El hecho que la tensión de corte del fluido es directamente proporcional al gradiente de velocidad puede establecerse matemáticamente como la ecuación (2.19) en la que la constante de proporcionalidad μ se conoce como viscosidad dinámica del fluido.

Se puede visualizar la interpretación física de la ecuación (2.19) al revolver un fluido con una varilla. La acción de revolver hace que se cree un gradiente de viscosidad

en el fluido. Se utilizan muchos sistemas de unidades diferentes para expresar la viscosidad, los sistemas que se utilizan con más frecuencia se describen la tabla 2.2.

La definición de viscosidad dinámica puede ser derivada de la ecuación (2.19), despejando μ, representada de la siguiente forma:

$$\mu = \frac{\tau}{\Delta v / \Delta y} = \tau(\frac{\Delta y}{\Delta v}) \tag{2.20}$$

Unidades de viscosidad dinámica	
Sistema de unidades	***Unidades de viscosidad dinámica***
Sistema Internacional (SI)	$N \cdot s/m^2$, $Pa \cdot s$, o $kg/m \cdot s$
Sistema Británico de Unidades	lb-s/pies^2 o slug/pie-s
Sistema CGS (obsoleto)	poise=dina $\cdot$ s/cm^2 = g/(cm $\cdot$ s)=0.1 Pa $\cdot$ s
	centipoise=poise/100=0.001 Pa $\cdot$ s=1.0 mPa $\cdot$ s

Tabla 2.2. Unidades de viscosidad dinámica en los tres sistemas ampliamente utilizados (Robert L. Mott. 1996).

2.12.1.3 Viscosidad cinemática

La viscosidad absoluta dividida por la densidad del fluido es igual a la viscosidad cinemática, se define como (Robert L. Mott. 1996):

$$v = \mu / \rho \tag{2.21}$$

Puesto que μ y ρ son propiedades del fluido, v también lo es.

En la tabla 2.3 se presentan las unidades de viscosidad cinemática en los tres sistemas utilizados con más frecuencia.

Unidades de viscosidad cinemática	
Sistema de unidades	***Unidades de viscosidad cinemática***
Sistema Internacional (SI)	m^2 / s
Sistema Británico de Unidades	$pies^2/s$
Sistema CGS (obsoleto)	$stoke=cm^2 / s=1 \times 10^{-4}\ m^2 / s$
	$centistoke=stoke/100=1 \times 10^{-6}\ m^2 / s$

Tabla 2.3. Unidades de viscosidad cinemática en los tres sistemas ampliamente utilizados (Robert L. Mott. 1996).

La viscosidad absoluta y la cinemática son expresadas en unidades fundamentales. En la tabla 2.4 se presentan algunos datos experimentales de viscosidad del agua (fluido puro) a 1 atm de presión.

*Viscosidades del agua a 1 atm de presión**		
Temperatura $T(°C)$	***Viscosidad absoluta o dinámica*** $\mu(cp)$	***Viscosidad cinemática*** $v \times 10^2 (cm^2\ seg^{-1})$
0	1.787	1.787
20	1.0019	1.0037
40	0.6530	0.6581
60	0.4665	0.4744
80	0.3548	0.3651
100	0.2821	0.2944

Tabla 2.4. Viscosidades del agua a 1 atm de presión (Fuente: R. Byron Bird, et. al., 2002). *Calculada a partir de los resultados de R. C. Hardy y R. L. Cottington, J. Reserch Nat, Bar, Standards, 42, 573-578 (1949), y J. F. Swindells, J. R. Coe, Jr. y T. B. Godfrey, J, Reserch Nat, Bar, Standards, 48, 1-31 (1952).

2.12.1.4 Fluidos No Newtonianos

Los materiales más extremadamente viscosos son no newtonianos y su viscosidad no es una función sencilla del gradiente de velocidad. Las relaciones entre el esfuerzo cortante y la velocidad de cizalladura en un fluido real constituyen una parte de la ciencia de la reologia. La figura 2.7 muestra diversos ejemplos del comportamiento reológico de fluidos (McCabe Warren L. et. al., 1991).

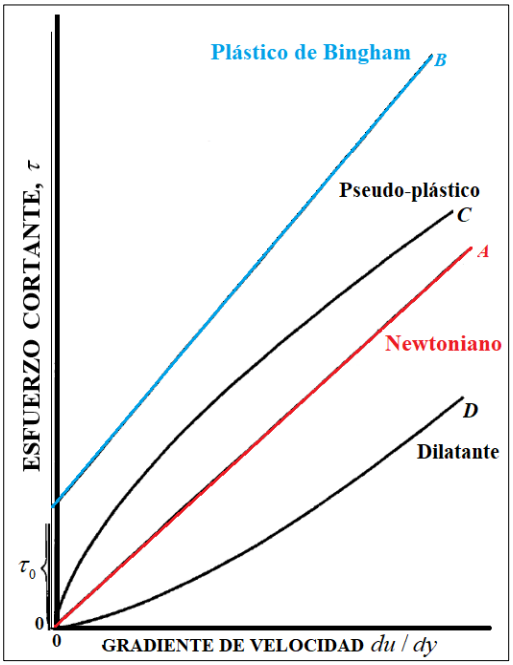


Figura 2.7. Esfuerzo cortante frente a gradiente de velocidad para fluidos newtonianos y no newtonianos (McCabe Warren L. et. al., 1991).

Las curvas son representaciones gráficas del esfuerzo cortante frente a la velocidad de cizalladura y corresponden a presión y temperatura constantes. El comportamiento más sencillo es el correspondiente a la curva A, que es una recta que pasa por el origen de coordenadas. Los fluidos que presentan esta sencilla linealidad reciben el nombre de fluidos newtonianos (ver sección 2.8). Las demás curvas de la figura 2.7 representan el comportamiento reológico de líquidos llamados no newtonianos (ver sección 2.8). Las

características reológicas de los fluidos se resumen en la tabla 2.5 (McCabe Warren L. et. al., 1991).

Características reológicas de los fluidos		
Designación	***Efecto del aumento del gradiente de velocidad***	***¿Dependiente del tiempo?***
Pseudoplástico	Enrarece	No
Tixotrópico	Enrarece	Sí
Newtoniano	Ninguno	No
Dilatante	Espesa	No
Reopéctico	Espesa	Sí

Tabla 2.5. Características reológicas de los fluidos (McCabe Warren L. et. al., 1991).

2.13.1 Tipos de flujo de fluidos

2.13.1.1 Flujo laminar

Al analizar un fluido en una corriente de flujo, es importante ser capaces de determinar el carácter del flujo. En algunas condiciones, el fluido parecerá que fluye en capas, de una manera lenta, uniforme y regular. A este tipo de flujo se le conoce como flujo laminar. En la figura 2.8 se puede visualizar un flujo laminar, en la que se muestra un fluido transparente, como el agua, que fluye en un tubo de vidrio transparente. Una partícula o una corriente de otro fluido inyectado en el flujo se desplazará en una línea recta y no se mezclará con el volumen del fluido (véase sección 6.1). La línea roja en la figura es un fluido coloreado, que puede ser tinta, que permanece intacto siempre que el flujo permanezca laminar (Robert L. Mott. 1996).

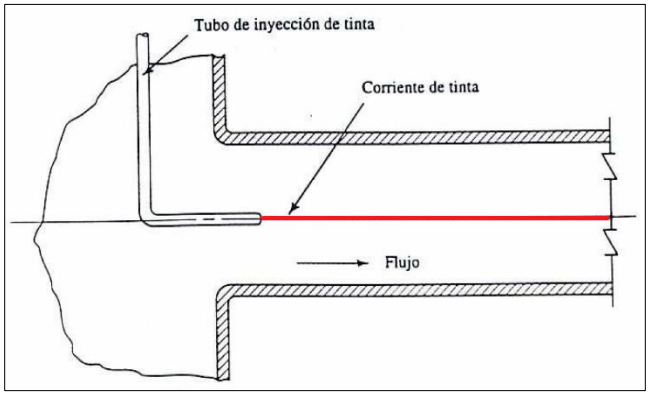


Figura 2.8. Corriente de tinta en un flujo laminar (Robert L. Mott. 1996).

2.13.1.2 Flujo turbulento

En contraste con el flujo laminar el flujo turbulento parece rápido, caótico y no uniforme, y existe bastante mezcla del fluido. Una corriente de tinta que fuera introducida en el flujo turbulento, inmediatamente se disiparía en el flujo principal del sistema (véase sección 6.1), como se muestra en la figura 2.9 (Robert L. Mott. 1996).

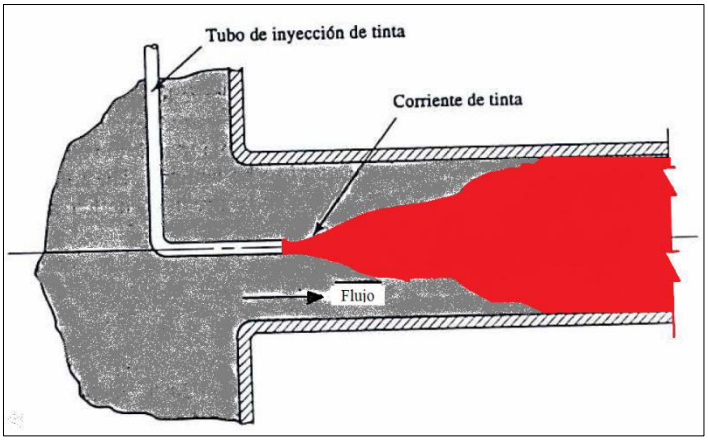


Figura 2.9. Corriente de tinta que se mezcla en un flujo turbulento (Robert L. Mott. 1996).

2.13.1.3 Número de Reynolds

El tipo de flujo puede predecirse mediante el cálculo de un número sin dimensiones (ver ecuación 2.2) es el número de Reynolds. Se puede mostrar experimentalmente y verificar analíticamente que el carácter del flujo en un conducto redondo depende de cuatro variables; velocidad promedio del flujo, υ, el diámetro del conducto, D, densidad del fluido, ρ, y la viscosidad del fluido, μ. Osborne Reynolds fue el primero en demostrar que un flujo laminar o turbulento puede ser predicho si se conoce el número de Reynolds. La ecuación 2.22 muestra la definición básica del número de Reynolds:

$$N_R = \frac{\upsilon D \rho}{\mu} = \frac{\upsilon D}{v} \tag{2.22}$$

Estas dos formas de la ecuación son equivalentes a la ecuación 2.21.

Debido a que todas las unidades se pueden cancelar, N_R es adimensional. Sin embargo, es esencial que todos los términos de la ecuación estén en unidades congruentes, con el fin de obtener el valor numérico correcto para N_R.

El número de Reynolds es uno de varios números sin dimensiones que son útiles en el estudio de la mecánica de fluidos y en la transferencia de calor. El proceso conocido como análisis dimensional se puede usar para determinar los números adimensionales (véase la sección 2.3). El número adimensional es el cociente de la fuerza de inercia sobre un elemento de fluido, entre la fuerza viscosa. La fuerza de inercia se deriva de la segunda ley de Newton del movimiento, $F = ma$ (véase sección 2.9).

Como se analizó en la sección 2.12.1.1 la fuerza viscosa está relacionada con el producto de la tensión de corte por el área.

Los flujos que tienen un número de Reynolds grande, típicamente debido a una alta velocidad o a una baja viscosidad, o ambas, tienden a ser turbulentos. Aquellos fluidos que poseen una alta viscosidad y/o que se mueven a bajas velocidades tendrán un

número de Reynolds pequeño y tenderán a ser laminares. En la siguiente sección se dan algunos datos cuantitativos con los cuales se puede predecir si un sistema de flujo dado será laminar o turbulento. Para aplicaciones prácticas en flujos de conducto, tenemos que, si el número de Reynolds para el flujo es menor que 2000, el flujo será laminar, si el número es mayor que 4000, se puede suponer que el flujo es turbulento. En el intervalo de número de Reynolds comprendido entre 2000 y 4000, es imposible predecir qué tipo de flujo existe; por consiguiente, este intervalo se conoce como región crítica. Es por esta razón que se supone lo siguiente:

$$\text{Si } N_R < 2000, \text{ el flujo es laminar.}$$

$$\text{Si } N_R > 4000, \text{ el flujo es turbulento.}$$

2.14 Aplicaciones de los principios de la transferencia en las ecuaciones de momento

2.14.1 Agitación y mezclado de fluidos y su relación con la potencia

El éxito de muchas operaciones industriales depende de la eficaz agitación y mezcla de fluidos. Aunque con frecuencia tienden a confundirse, agitación y mezcla no son sinónimos. La agitación se refiere al movimiento inducido de un material en una forma específica, generalmente con un modelo circulatorio dentro de algún tipo de contenedor. La mezcla es una distribución al azar de dos o más fases inicialmente separadas. Un único material homogéneo, tal como un tanque con agua fría, puede ser agitado, pero, en cambio, no puede mezclarse mientras no se le adicione otro material, tal como una cierta cantidad de agua caliente o algún sólido pulverulento (McCabe Warren L. et. al., 1991).

Esta sección trata de la agitación de líquidos de baja viscosidad.

2.14.1.1 Objetivos de la agitación

Existen varios objetivos en la agitación de fluidos y algunos de ellos son (Christie J. Geankoplis. 1998):

1. Mezclado de dos líquidos miscibles, tales como alcohol etílico y agua.
2. Disolución de sólidos en líquidos, tales como sal en agua.
3. Dispersión de un gas en un líquido en forma de burbujas pequeñas, como en el caso del oxígeno del aire en una suspensión de microorganismos para la fermentación, o para el proceso de activación de lodos en el tratamiento de aguas de desperdicio.
4. Suspensión de partículas sólidas finas en un líquido, tal como en la hidrogenación catalítica de un líquido, donde las partículas del catalizador sólido y las burbujas de hidrógeno se dispersan en un líquido.
5. Agitación de un fluido para aumentar la transferencia de calor entre dicho fluido y un serpentín una camisa en las paredes del recipiente.

2.14.1.2 Trayectoria del flujo en la agitación

La trayectoria del flujo en un tanque de agitación depende de las propiedades del fluido, de la geometría del tanque y del propio agitador. Si el propulsor u otro agitador va montado verticalmente en el centro del tanque sin deflectores, casi siempre se desarrolla una trayectoria de flujo tipo remolino. Esto suele ser indeseable debido a que se atrapa aire, se desarrolla un vórtice considerable y ocurren oleadas y otros efectos perjudiciales, en especial cuando se opera a velocidades altas. Para evitar esto, puede usarse una posición angular desplazada del centro cuando se trata de propulsores de baja potencia. Sin embargo, para agitación vigorosa a potencias altas, las fuerzas no equilibradas pueden ser severas y limitar el uso de esas potencias. El impulsor de la turbina fuerza al líquido en

dirección radial hasta las paredes donde se divide, en una porción que fluye hacia arriba, hasta tocar la superficie para regresar hacia el propulsor, mientras la otra porción fluye hacia abajo. Algunas veces, cuando se trata de tanques con grandes profundidades de líquido en comparación con el diámetro del tanque, se montan dos o tres propulsores en el mismo eje, y cada uno actúa como un mezclador individual. El propulsor inferior está cerca de 1.0 diámetro del propulsor por arriba del fondo del tanque.

En un sistema de agitación, el gasto volumétrico del fluido que mueve el impulsor (esto es, la velocidad de circulación), es un factor muy importante para asegurarse de agitar la totalidad del volumen del mezclador en tiempo razonable. Además, la turbulencia en la corriente de agitación es decisiva para el mezclado, puesto que arrastra al material hacia la corriente. Algunos sistemas de agitación requieren una alta turbulencia con velocidades de circulación bajas; otros se basan en turbulencias bajas con altas velocidades de circulación. Esto casi siempre depende de los tipos de fluidos que se mezclan y del grado de mezclado que se solicite (Christie J. Geankoplis. 1998).

2.14.1.3 Potencia consumida en los recipientes de agitación

Un factor trascendental en el diseño de un recipiente de agitación es la potencia necesaria para mover el impulsor. Puesto que la potencia requerida para un sistema dado no puede predecirse teóricamente, se tienen correlaciones empíricas para estimar los requerimientos de potencia. El consumo de potencia está presente por el esfuerzo del impulsor sobre el fluido a mezclar y es un criterio que se emplea en la comparación de diferentes agitadores, con respecto a la velocidad y eficiencia en el mezclado. El consumo de potencia es sin duda un indicador de la economía del proceso y el parámetro más estudiado, y su estrategia de estudio es de maneras como:

a) Análisis dimensional,
b) Analogías de flujo y

c) Determinación de los patrones de flujo por solución numérica de modelos hidrodinámicos.

La mayoría de los estudios sobre consumo de potencia están basados en el análisis dimensional, donde se considera la relación de las variables que intervienen en el mezclado. Este tipo de análisis proporciona información poco cuantitativa y es necesario recurrir a la investigación experimental (Medina, T. L., 1996).

2.14.2 Aumento de escala en los agitadores y sus semejanzas geométricas, cinemáticas y dinámicas

2.14.2.1 Antecedentes en las industrias de procesos

En las industrias de procesos los datos experimentales suelen estar disponibles a partir de un sistema de agitación de tamaño de laboratorio o de unidad piloto, y se desea aumentar la escala de los resultados para diseñar una unidad a escala completa. Como hay una gran diversidad en los procesos cuya escala se debe aumentar, no hay un solo método que pueda manejar todos los tipos de problema de aumento de escala, y hay muchas maneras de hacer esto. La semejanza geométrica es importante, por supuesto, y es la más fácil de lograr. La semejanza cinemática puede definirse en términos de razones de velocidades o de tiempos (Ruth, B. F., 1938).

La semejanza dinámica requiere proporciones fijas de fuerzas viscosas, inerciales o gravitatorias. Aun si se logra la semejanza geométrica, las semejanzas dinámica y cinemática no siempre se pueden obtener al mismo tiempo. Por consiguiente, a veces lo que el diseñador debe hacer es confiar en su buen juicio y experiencia para hacer el aumento de escala. En muchos casos, los objetivos principales que se presentan en un proceso de agitación son los siguientes: *igual movimiento de líquidos,* como en la mezcla de líquidos, donde el movimiento o velocidad correspondiente de los líquidos es

aproximadamente igual en ambos casos; *igual suspensión de sólidos,* donde los niveles de suspensión son iguales; *e iguales tasas de transferencia de masa,* donde la transferencia de masa ocurre entre una fase líquida y una sólida, entre dos fases líquidas, etc., y las tasas son iguales (Christie J. Geankoplis., 1998).

2.14.2.2 Procedimiento de aumento de escala

Como se mencionó en la sección anterior, en seguida se sugiere un procedimiento paso a paso para aumentar de escala desde las condiciones iniciales, donde los tamaños geométricos dados en la tabla 2.6 son D_{a1}, D_{T1}, H_1, W_1, y así sucesivamente, hasta las condiciones finales de $D_{a2}, D_{T2},$ y así sucesivamente (Christie J. Geankoplis., 1998).

Proporciones geométricas para un sistema de agitación "normal"		
$\frac{D_a}{4} = 0.3 \text{ a } 0.5$	$\frac{H}{D_t} = 1$	$\frac{C}{D_r} = \frac{1}{3}$
$\frac{w}{D_a} = \frac{1}{5}\frac{D_d}{D_a} - \frac{2}{3}$	$\frac{L}{D_a} = \frac{1}{4}$	$\frac{I}{D_r} = \frac{1}{12}$

Tabla 2.6. Proporciones geométricas para un sistema de agitación "normal" (Fuente: Christie J. Geankoplis., 1998).

1. Se calcula la razón de aumento de escala R. Suponiendo que el recipiente original es un cilindro estándar con $D_{T1} = H_1$, el volumen V_1 es:

$$V_1 = \left(\frac{\pi D_{T1}^2}{4}\right)\left(H_1\right) = \left(\frac{\pi D_{T1}^3}{4}\right) \tag{2.23}$$

Por tanto, la relación entre los volúmenes es:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\pi D_{T2}^3 / 4}{\pi D_{T1}^3 / 4} = \frac{D_{T2}^3}{D_{T1}^3} \tag{2.24}$$

Así la relación de aumento de escala es:

$$R = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{1/3} = \frac{D_{T2}}{D_{T1}} \tag{2.25}$$

2. Al usar este valor de R, aplíquelo a todas las dimensiones de la tabla 2.6 para calcular las nuevas dimensiones. Por ejemplo:

$$D_{a2} = RD_{a1},\ J_2 = RJ_1,\ \ldots \tag{2.25}$$

3. Después debe elegirse una regla de aumento de escala y aplicarse para determinar la rapidez del agitador N_2 que debe usarse para duplicar los resultados a pequeña escala que se obtuvieron empleando N_1. Esta ecuación es la siguiente:

$$n \quad N_2 = N_1 \left(\frac{1}{R} \right)^n = N_1 \left(\frac{D_{T1}}{D_{T2}} \right) \tag{2.26}$$

donde, $n = 1$ para igual movimiento de líquidos, $n = \frac{3}{4}$ para igual suspensión de sólidos, y $n = \frac{2}{3}$ para iguales tasas de transferencia de masa (lo que equivale a igual potencia por volumen unitario). Este valor de n se basa en consideraciones empíricas y teóricas.

4. Al conocer N_2 la potencia necesaria puede determinarse usando la ecuación (2.27) y la figura 2.29.

$$N_p = \frac{P}{pN^3 D_a^5} \tag{2.27}$$

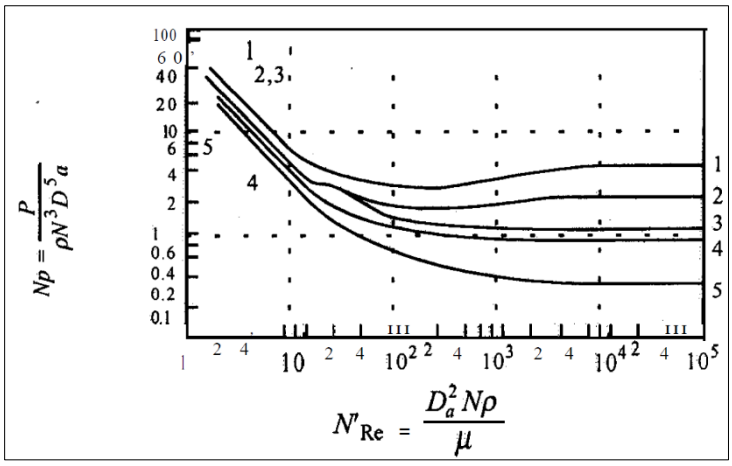


Figura 2.10. Correlaciones de potencia para diversos impulsores y defectores (Fuente: Christie J. Geankoplis., 1998).

2.14.3 Ecuaciones diferenciales de continuidad

Los balances totales de masa, energía y momentum nos permiten resolver muchos problemas elementales de flujo de fluidos. Estos balances se llevan a cabo con respecto a un volumen finito arbitrario llamado volumen de control. En estos balances totales de energía mecánica y momento lineal, solo es necesario conocer el estado de las corrientes de entrada y salida y los intercambios con los alrededores. Estos balances generales son muy útiles para resolver diversos problemas de flujo, debido a que no requieren un conocimiento de lo que sucede dentro de un volumen de control finito. Así mismo se obtiene expresiones para la distribución de velocidades y la caída de presión. Sin embargo, para profundizar en el estudio de estos sistemas de flujo, es necesario investigar con mayor detalle lo que sucede en el interior del volumen de control. Para lograr esto, se utiliza un elemento diferencial como volumen de control. Los balances diferenciales tienen ciertas similitudes con los balances totales y de recinto, pero la información presentada en las siguientes secciones muestra un balance en una sola fase e integrando hasta el límite de la fase empleando las condiciones de limite. Casi siempre es más fácil empezar con las ecuaciones diferenciales de la conservación de masa (ecuación de continuidad) y con la

conservación del momento lineal en su forma general. Después de esto, las ecuaciones se simplifican al descartar los términos innecesarios para cada problema considerado (Christie J. Geankoplis., 1998).

2.14.3.1 Tipos de derivadas con respecto al tiempo

a) Derivadas parciales con respecto al tiempo

En las deducciones que se considerarán intervienen varios tipos de derivadas, siendo la más conocida la derivada parcial con respecto al tiempo. Por ejemplo, suponiendo que interesa únicamente la concentración de masa o densidad ρ en $\mathrm{kg/m^3}$, en el flujo de una corriente, como función de la posición $x,\ y,\ \mathrm{z},$ y del tiempo t . La derivada parcial de ρ con respecto al tiempo es $\partial\rho / \partial t$. Esto corresponde a la variación local de la densidad con el tiempo en un punto fijo $x,\ y,\ \mathrm{z}.$

b) Derivada total con respecto al tiempo

Suponiendo que se desea medir la densidad en la corriente mientras nos desplazamos por dicha corriente con velocidades en las direcciones $x,\ y,\ \mathrm{z},$ iguales a $dx/dt, dy/dt$ y dz/dt , respectivamente. La derivada total $\partial\rho / \partial t$ es:

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\partial\rho}{\partial t} + \frac{\partial\rho}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial\rho}{\partial y}\frac{dy}{dt} + \frac{\partial\rho}{\partial z}\frac{dz}{dt} \tag{2.28}$$

Esto significa que la densidad es una función de t y de los compuestos de la velocidad $dx/dt, dy/dt$ y dz/dt , con el cual se desplaza el observador (Christie J. Geankoplis., 1998).

2.14.3.2 Ecuación de continuidad con coordenadas cilíndricas

Cuando un fluido fluye en un cilindro, resulta conveniente usar coordenadas cilíndricas para resolver la ecuación de continuidad, para esto, se basa en un sistema de coordenadas rectangulares. Las relaciones entre las coordenadas rectangulares x, y y z y las cilíndricas r, θ y z son (Christie J. Geankoplis., 1998):

$$x = r\ \cos\ \theta \qquad y = r\ sen\ \theta \qquad z = z$$

$$r = +\sqrt{x^2 + y^2} \qquad \theta = \tan^{-1}\frac{y}{x} \tag{2.29}$$

Al sustituir las relaciones de la ecuación 2.29 en $\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\left[\Delta + \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z}\right]$ la ecuación en coordenadas cilíndricas es:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r}\frac{\partial(\rho r v_r)}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial(\rho v_\theta)}{\partial \theta} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} = 0 \tag{2.30}$$

2.14.4 Deducción de las ecuaciones de transferencia de momento lineal

2.14.4.1 Ecuaciones de movimiento para fluidos newtonianos con densidad y viscosidad constantes

Para aplicar las ecuaciones de transferencia de momento lineal a la determinación de distribuciones de velocidad, se deben emplear expresiones de los diversos esfuerzos en términos de gradiente de velocidad y propiedades del fluido. Para fluidos newtonianos, las expresiones para los esfuerzos τ_{xx}, τ_{yx}, τ_{zx}, etc., se relacionan con los gradientes de velocidad y viscosidad del fluido μ.

Cuando la densidad ρ y la viscosidad μ son constantes la ecuación de continuidad se simplifica, $\nabla \cdot v = 0$, y las ecuaciones de movimiento se simplifican donde se obtienen

finalmente las expresiones para fluidos newtonianos que se conocen como las ecuaciones de Navier-Stokes (Christie J. Geankoplis., 1998).

2.14.4.2 Ecuación del movimiento en coordenadas cilíndricas

Son las que se indican a continuación para fluidos newtonianos con ρ y μ constantes para las componentes r, θ y z, respectivamente (Christie J. Geankoplis., 1998):

$$\rho\left(\frac{\partial v_r}{\partial t}+v_r\frac{\partial v_r}{\partial r}+\frac{v_\theta}{r}\frac{\partial v_r}{\partial \theta}-\frac{v_\theta}{r}+v_z\frac{\partial v_r}{\partial z}\right)=-\frac{\partial p}{\partial r}$$
$$+\mu\left[\frac{\partial v_r}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial(rv_r}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}-\frac{\partial^2 v_r}{\partial \theta^2}\frac{2}{r^2}-\frac{\partial v_\theta}{\partial \theta}+\partial z^2\right]+\rho g_r \qquad (2.32a)$$

2.15 Distribuciones de velocidad en flujo laminar

En esta sección se presenta información para poder calcular los perfiles de velocidad laminar para un sistema geométrico de cilindros concéntricos. Para estos cálculos se hace uso de la definición de viscosidad y del concepto de un balance de cantidad de movimiento. En realidad, para los problemas de ingeniería no se necesita generalmente un conocimiento completo de las distribuciones de velocidad. Por el contrario, es preciso conocer la velocidad máxima, la velocidad media, y el esfuerzo cortante en una superficie. Estas magnitudes pueden deducirse fácilmente una vez que se conocen los perfiles de velocidad (R. Byron Bird, et. al., 2002).

En la primera sección 2.15.1 se presenta información general acerca de los balances diferenciales de cantidad de movimiento. En la sección siguiente 2.15.2 se expone con detalle el flujo en un tubo circular, que ilustra sobre el papel de la presión y las fuerzas de gravedad, a la vez que se indica el uso de coordenadas cilíndricas.

2.15.1 Balances envolventes de cantidad de movimiento: condiciones limites

Para el flujo rectilíneo en estado estacionario, el balance de cantidad de movimiento es:

$$\left\{\begin{array}{c}\text{velocidad de entrada}\\ \text{de}\\ \text{cantidad de movimiento}\end{array}\right\}-\left\{\begin{array}{ccc}\text{velocidad de salida} & & \text{suma de las fuerzas}\\ \text{de} & + & \text{que}\\ \text{cantidad de movimiento} & & \text{actúan sobre el sistema}\end{array}\right\}=0 \quad (2.33)$$

Al sistema puede entrar cantidad de movimiento por transporte, de acuerdo con la expresión newtoniana (o no-newtoniana), de densidad de flujo de cantidad de movimiento. También puede entrar cantidad de movimiento debido al movimiento global del fluido. Las fuerzas que nos interesan son las fuerzas de presión (actuando sobre superficies) y las fuerzas de gravedad (que actúan sobre todo el volumen).

Además de tener en cuenta que el comportamiento es no estacionario, permitiremos al fluido que se mueva en una dirección arbitraria a través de las seis caras del elemento de volumen. Es preciso resaltar que la ecuación (2.33) es la ecuación de un vector, con componentes para cada una de las tres direcciones coordenadas, x, y y z. Para mayor sencillez, comenzamos considerando el componente x de cada uno de los términos de la ecuación (2.33); los componentes y y z se pueden obtener por analogía.

Se considera en primer lugar las velocidades del flujo del componente x de la cantidad de movimiento que entra y sale del elemento de volumen que se indica en la figura 2.10. La cantidad de movimiento que entra y sale del elemento de volumen en virtud de dos mecanismos: por convección (es decir, debido al flujo global del fluido) y pro transporte molecular (o sea, a causa de los gradientes de velocidad). La velocidad con la que entra y sale por convección el componente x y la cantidad de movimiento se puede escribir en expresiones similares para las demás caras, por tanto, es preciso considerar el flujo convectivo de la cantidad de movimiento x en las seis caras, y que el flujo

convectivo neto de la cantidad de movimiento x en el elemento de volumen es analizado en la ecuación (2.39).

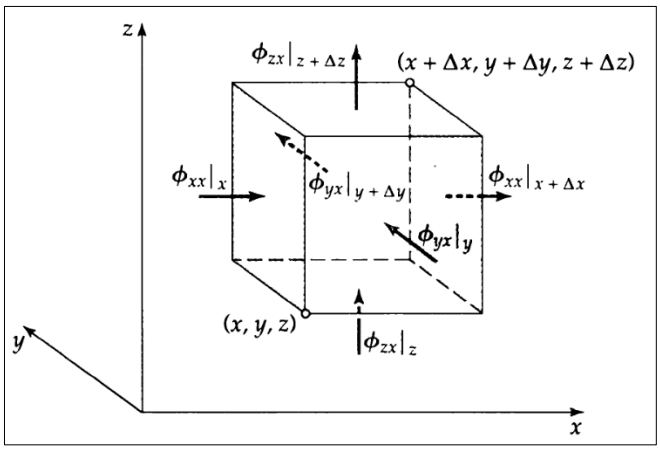


Figura 2.11. Elemento de volumen $\Delta x\,\Delta y\,\Delta z$, en el que se señala con flechas la dirección en que se transporta el componente x de la cantidad de movimiento a través de todas las superficies (Fuente: R. Byron Bird, et. al., 2002).

El balance de cantidad de movimiento de la ecuación (2.33) puede aplicarse solamente cuando las líneas de corriente del sistema son líneas rectas (es decir para el flujo rectilíneo). El método de operación para sistemas con líneas de corriente curvas se considera el objetivo del presente proyecto y explicado con más detalle en el capítulo 3. En realidad, el origen de la ecuación (2.33) no puede comprenderse hasta deducir las ecuaciones presentadas en el capítulo 3.

En general, el procedimiento a seguir para plantear y resolver problemas de flujo viscoso es el siguiente:

1. Se escribe un balance de cantidad de movimiento, de la forma de la ecuación 2.33 para una envoltura de espesor finito.
2. Después se hace tender hacia cero este espesor, utilizando la definición matemática de la primera derivada con el fin de. obtener la correspondiente ecuación diferencial que describe la distribución de la densidad de flujo de cantidad de movimiento.

3. Se introduce entonces la adecuada expresión newtoniana de la densidad de flujo de cantidad de movimiento, con et fin de obtener una ecuación diferencial para la distribución de velocidad.
4. Mediante la integración de estas dos ecuaciones diferenciales se obtienen, respectivamente, las distribuciones de densidad de flujo de cantidad de movimiento y de velocidad en el sistema. Esta información puede utilizarse después para calcular muchas otras magnitudes, tales como velocidad media, velocidad 9 máxima, velocidad volumétrica de flujo, perdida de presión, y fuerzas que actúan sobre las superficies límite.

En las integraciones que hemos mencionado aparecen varias constantes de integración que se evalúan utilizando las «condiciones límite», es decir, determinaciones de hechos físicos para valores concretos de la variable independiente (R. Byron Bird, et. al., 2002).

2.15.2 Flujo a través de un tubo circular

El flujo de fluidos en tubos circulares se encuentra frecuentemente en física, química, biología e ingeniería. El flujo laminar de fluidos en tubos circulares se puede analizar por medio del balance de momento descrito en la ecuación (2.33). La única característica nueva introducida aquí es el uso de coordenadas cilíndricas, que son las coordenadas naturales para describir las posiciones en un tubo de sección circular.

Consideremos el flujo laminar en estado estacionario de un fluido de densidad constante ρ en un tubo muy largo de longitud L y radio R . Especificamos que el tubo sea muy largo por que vamos a suponer que no existen efectos finales; es decir, que vamos a ignorar el hecho de que a la entrada y a la salida el flujo no será necesariamente paralelo a la superficie del tubo. Elegimos como sistema una envoltura cilíndrica de espesor Δr y

longitud L (véase figura 2.10), y comenzamos por enumerar las distintas contribuciones al balance de cantidad de movimiento en la dirección z (R. Byron Bird, et. al., 2002):

Velocidad de entrada de cantidad de movimiento a través de la superficie anular situada en $z = 0$.	$(2\pi r\Delta r)(\phi_{zz})\big\|_{z=0}$	(2.34)
Velocidad de salida de cantidad de movimiento a través de la superficie anular situada en $z = L$.	$(2\pi r\Delta r)(\phi_{zz})\big\|_{z=L}$	(2.35)
Velocidad de entrada de cantidad de movimiento a través de la superficie cilíndrica situada en r.	$(2\pi rL)(\phi_{rz})\big\|_{r} = (2\pi rL\phi_{rz})\big\|_{r}$	(2.36)
Velocidad de salida de cantidad de movimiento a través de la superficie cilíndrica situada en $r + \Delta r$.	$(2\pi(r+\Delta r)L)(\phi_{rz})\big\|_{r+\Delta r} = (2\pi rL\phi_{rz})\big\|_{r+\Delta r}$	(2.37)
Fuerza de gravedad que actúa sobre la envoltura cilíndrica.	$(2\pi r\Delta rL)\rho g \quad (2\pi r\Delta rL)\rho g$	(2.38)

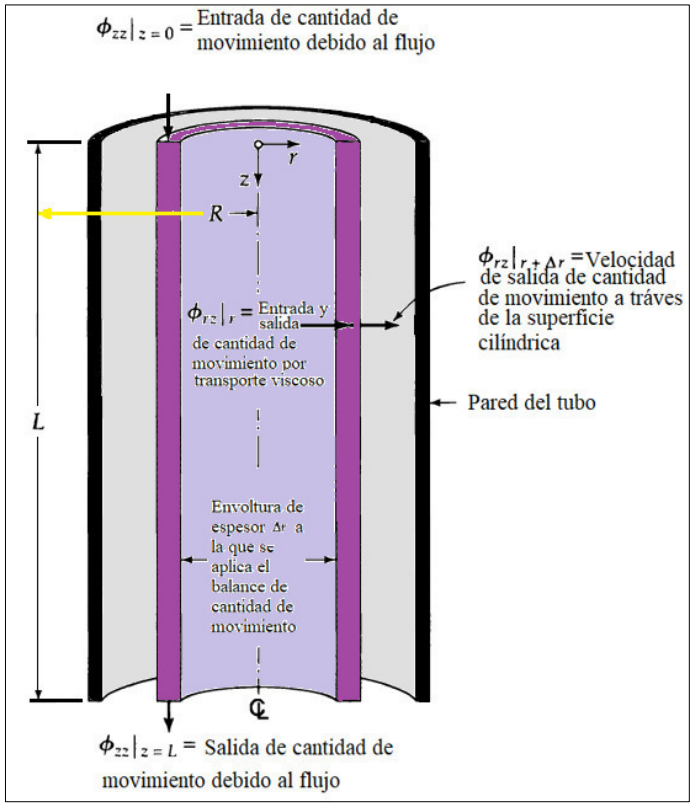


Figura 2.12 Envoltura cilíndrica de un fluido sobre la cual se aplica el balance de cantidad de movimiento para obtener el perfil de velocidad (Fuente: R. Byron Bird, et. al., 2002).

Las cantidades ϕ_{zz} y ϕ_{rz} explican el transporte de impulso por todos los mecanismos posible, convectivos y moleculares. En la ecuación (2.37) son dos formas de escribir lo mismo. Ahora sumamos las atribuciones al balance de momento:

$$(2\pi rL\phi_{rz})|_{r} -(2\pi rL\phi_{rz})|_{r+\Delta r} +(2\pi r\Delta r)(\phi_{zz})|_{z=0} -(2\pi r\Delta r)(\phi_{zz})|_{z=L} +(2\pi r\Delta rL)\rho g = 0 \quad (2.39)$$

Al dividir la ecuación (2.41) por $2\pi L\Delta r$ y se toma el limite como $\Delta r \to 0$ obtenemos:

$$\lim_{\Delta r\to 0}\left(\frac{(r\phi_{rz})|_{r+\Delta r} -(r\phi_{rz})|_{r}}{\Delta r}\right)=\left(\frac{\phi_{zz}|_{z=0} -\phi_{zz}|_{z=L}}{L}+\rho g\right)r \quad (2.40)$$

La expresión en el lado izquierdo es la definición de la primera derivada de $r\tau_{rz}$ con respecto a r . De ahí la ecuación (2.40) se puede escribir como:

$$\frac{\partial}{\partial r}(r\phi_{rz}) = \left(\frac{\phi_{zz}\,|_{z=0} - \phi_{zz}\,|_{z=L}}{L} + \rho g \right) r \tag{2.41}$$

A continuación, tomamos en cuenta los postulados realizados al comienzo de establecer las ecuaciones anteriores, es decir, que $\upsilon_z = \upsilon_z(r),\ \upsilon_r = 0,\ \upsilon_\theta = 0,$ y $p = p(z)$. En la que $\mathcal{P} = p - \rho g z$ es una abreviatura conveniente para la suma de presión y los términos gravitacionales. La ecuación (2.42) puede integrarse para dar la ecuación (2.43).

$$\frac{d}{dr}(r\tau_{rz}) = \left(\frac{\left(p_0 - \rho g_0\right) - (p_L - \rho g L}{L} \right) r \equiv \left(\frac{\mathcal{P}_0 - \mathcal{P}_L}{L} \right) r \tag{2.42}$$

$$\tau_{rz} = \left(\frac{\mathcal{P}_0 - \mathcal{P}_L}{2L} \right) r + \frac{C_1}{r} \tag{2.43}$$

La constante C_1 se evalúa utilizando la condición de contorno:

$$\text{at } r = 0, \quad \tau_{rz} = \text{finito} \tag{2.44}$$

En consecuencia C_1 debe ser cero, ya que de lo contrario el flujo de impulso sería infinito en el eje del tubo. Por lo tanto, la distribución del flujo de impulso es:

$$\tau_{rz} = \left(\frac{\mathcal{P}_0 - \mathcal{P}_L}{2L} \right) r \tag{2.45}$$

Esta distribución se muestra en la figura 2.11.

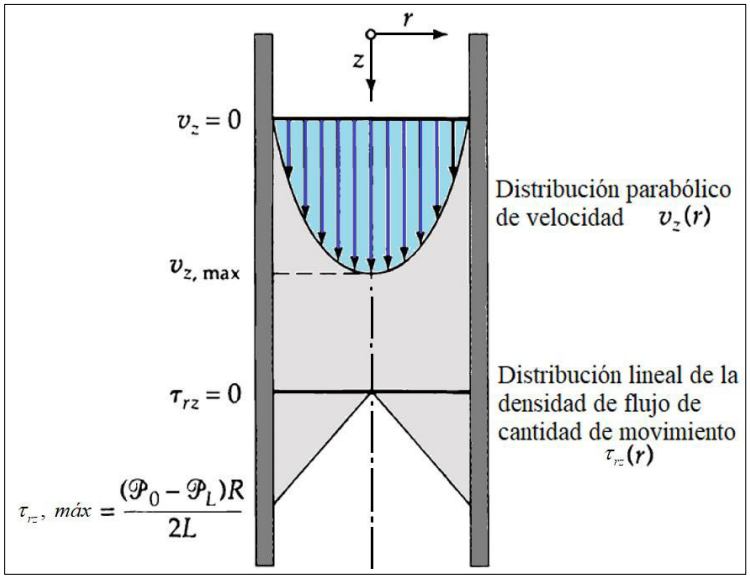


Figura 2.13. Distribuciones de velocidad y densidad de flujo de cantidad de movimiento para el flujo en tubos de cilindros concentricos (Fuente: R. Byron Bird, et. al., 2002).

La ley de la viscosidad de Newton para esta situación, se explica en la ecuación (2.19). La sustitución de esta expresión en la ecuación (2.45) da la siguiente ecuación diferencial para la velocidad:

$$\frac{d\upsilon_z}{dr} = -(\frac{\mathcal{P}_0 - \mathcal{P}_L}{2\mu L})r \tag{2.46}$$

Esta ecuación diferencial separable de primer orden se puede integrar para dar:

$$\upsilon_z = -\left(\frac{\mathcal{P}_0 - \mathcal{P}_L}{4\mu L}\right) r^2 + C_2 \tag{2.47a}$$

La constante C_2 se evalúa a partir de la condición de entorno:

$$\text{at } r = R, \qquad \upsilon_z = 0 \tag{2.47b}$$

A partir del valor obtenido de C_2 se encuentra que $(\mathcal{P}_0 - \mathcal{P}_L)R^2/4\mu L$. Por lo tanto el perfil de velocidad es:

$$\upsilon_z = \frac{(\mathcal{P}_0 - \mathcal{P}_L)R^2}{4\mu L}\left[1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right] \tag{2.48}$$

Una vez que se ha establecido la distribución de velocidad, se puede adquirir la velocidad máxima y la velocidad media:

a) La velocidad máxima $\upsilon_{z,\max}$ ocurre en $r = 0$ y es:

$$\upsilon_{z,\max} = \frac{(\mathcal{P}_0 - \mathcal{P}_L)R^2}{4\mu L} \tag{2.49}$$

b) La velocidad media υ_z se obtiene al dividir el caudal volumétrico total por el área transversal:

$$\upsilon_z = \frac{(\mathcal{P}_0 - \mathcal{P}_L)R^2}{8\mu L} = \frac{1}{2}\ \upsilon_{z,\max} \tag{2.50}$$

CAPITULO 3 METODOLOGÍA

3.1 Análisis general del equipo de agitación

El agitador Caframo Real Torque Digital Stirrers está específicamente diseñado para uso profesional en el laboratorio e industria para mezclar numerosos líquidos con diferentes propiedades y aplicaciones. La serie BDC de agitadores están disponibles en seis modelos, el modelo "BDC 1850" es el utilizado en el presente proyecto.

Los agitadores BDC usan un motor DC de alta eficiencia, sin escobillas, controlado digitalmente, que produce un alto torque a lo largo de un rango muy amplio de velocidades. La velocidad se mantiene constante mediante retroalimentación continua al motor. Los agitadores BDC están diseñados para proporcionar confiabilidad y durabilidad. No hay piezas de desgaste que requieran servicio por parte del usuario durante la vida normal del instrumento. Incorporan lógica inteligente para control automático de la transmisión. Esta lógica determina el rango apropiado de velocidad en el cual debe operar el agitador.

Con viscosidades muy altas o muy bajas, se requerirá mayor o menor torque para mezclar o agitar el fluido a la misma velocidad. Cuando el torque está por fuera del rango del instrumento, la lógica de control desacelera el agitador hasta que el torque esté dentro del rango del instrumento. Incluye motor agitador superior, portabrocas, llave de portabrocas, varilla de soporte y cable de alimentación.

El equipo mencionado anteriormente está ubicado en el "Laboratorio de procesos" de la facultad de ingeniería en la Universidad Veracruzana, región Boca del Río, Veracruz.

Figura 3.14. Equipo agitador "Caframo real torque digital stirres BDC1850".

3.1.1. Datos técnicos

Datos técnicos "Caframo real torque digital stirres BDC1850".	
Voltaje	120 voltios @ 60 Hz
Corriente máxima	3 Amps
Potencia máxima de salida	1/5 HP, 150 watts
Lectura de velocidad	Pantalla LCD de 4 dígitos
Precisión de la lectura de velocidad	+/-1 rpm o +/-1% de la lectura
Precisión de la lectura del torque	+/-12 N-cm (1 pda-lb) ó +/-5% de la lectura
Tipo de motor	C.C., sin escobillas
Accionamiento	Transmisión de 2 etapas
Eje hueco de impulsión	P .30 nitrado con orificio de diámetro 10 mm (0.39") para impulsores de mezclado Diámetro exterior de 13 mm (0.51") para mandril

Tabla 3.7. Datos técnicos del agitador "Caframo real torque digital stirres BDC1850" (Fuente: Manual Caframo, Warranty Validation Department).

Capacidad de torque del agitador BDC								
Agitador	*Baja velocidad*				*Alta velocidad*			
	Velocidad min.- r.p.m.	*Velocidad máx.- r.p.m.*	*Torque máx. *-N-cm-*	*Cont. Torque* Ncm*	*Velocidad min.- r.p.m.*	*Velocidad máx.- r.p.m.*	*Torque máx. *-N-cm-*	*Cont. Torque* Ncm*
BDC 1850	12	350	568	320	124	1800	114	75

Tabla 3.8 Tabla 3.7. Capacidad de torque del agitador BDC. **Para uso interrumpido* (Fuente: Manual Caframo, Warranty Validation Department).

Condiciones ambientales de operación	
En interiores:	
1.-	Altitudes inferiores a 2000 metros
2.-	Temperatura desde 5 EC hasta 40 EC
3.-	Humedad relativa máxima del 80% para temperaturas de hasta 31 EC disminuyendo linealmente hasta una humedad del 50% a 40 EC
4.-	Suministro eléctrico según se indica en las especificaciones técnicas

Tabla 3.9. Condiciones ambientales del agitador "Caframo real torque digital stirres BDC1850" (Fuente: Manual Caframo, Warranty Validation Department).

3.1.2 Función torsión cero

La torsión (fuerza de giro) es una medida de la fuerza sobre un objeto como un eje o impulsor. Por ejemplo, al empujar o jalar el mango de una llave colocada en una tuerca o perno se produce una torsión (fuerza de giro) que afloja o aprieta la tuerca o perno. Las unidades utilizadas para cuantificar la torsión son Newton-metro, Newton-centímetro o pies-libras.

En aplicaciones de mezclado, la magnitud de la torsión depende de tres cantidades: primero, la velocidad en revoluciones por minuto; segundo, el diámetro del impulsor; y

tercero la viscosidad del material mezclado. Adicionalmente, es necesaria una pequeña cantidad de la torsión para mover el impulsor de mezclado. En aplicaciones pequeñas de masa, esta torsión adicional o superior es insignificante y por lo general es independiente de la fuerza necesaria para mezclar el material.

La función torsión cero del equipo, permite al operador anular la torsión superior adicional del aparato de mezclado similar a la función de tara de una balanza. La función también se puede utilizar mediante el proceso de mezclado y permite al operador ver el cambio en la torsión causado por el cambio en la viscosidad del material.

3.2 Material y reactivos utilizados para las pruebas en cilindros concéntricos

Para poder llevar a cabo la experimentación con el fluido newtoniano, agua, en el presente proyecto se utilizaron los siguientes materiales y reactivos:

Materiales:

- Equipo Caframo BDC 1850.
- Un recipiente cilíndrico abierto, vaso precipitado.
- Tubo de acero inoxidable como eje rotatorio.
- Tubos de PVC:
    - 2 *cm* de diámetro
    - 3.3 *cm* de diámetro
    - 5 *cm* de diámetro
    - 7.2 *cm* de diámetro
- Jeringa para inyección del colorante.
- Pintura color azul para el acabado protector de los tubos PVC.

Reactivos:

- Espuma de poliuretano.
- Colorante vegetal color rojo.

La utilización de cada material y reactivo se describe posteriormente en cada etapa del desarrollo de experimentación.

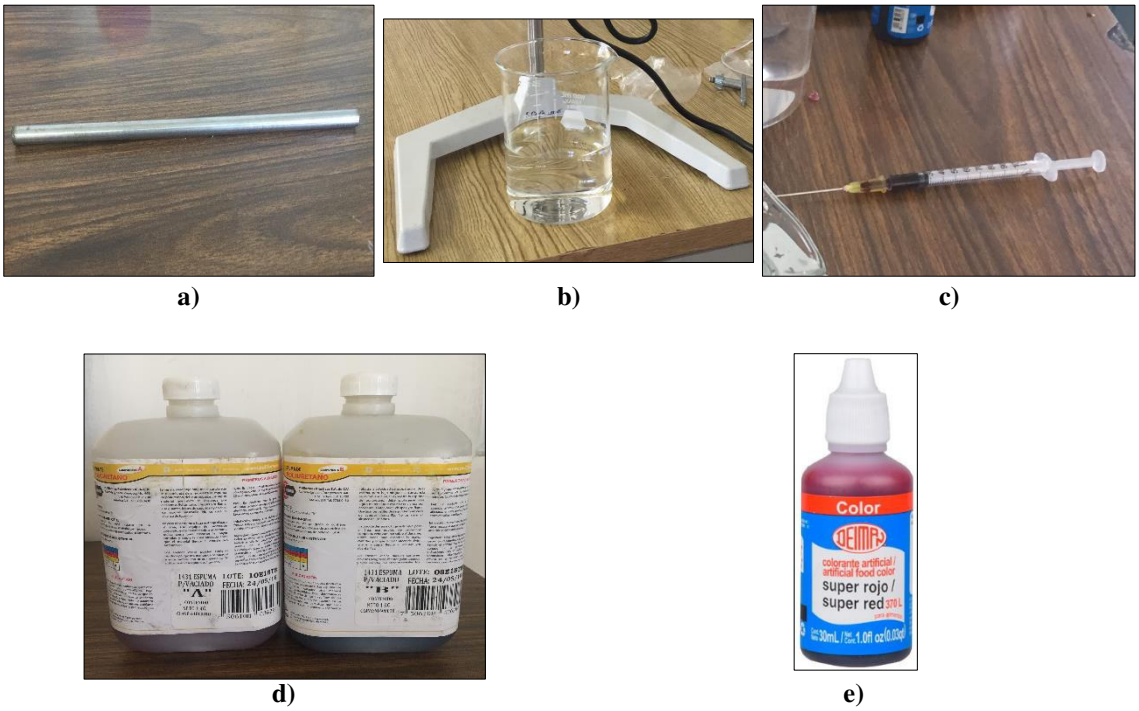


Figura 3.15. Materiales y reactivos; a) tubo de acero inoxidable como eje rotatorio, b) un recipiente cilíndrico abierto, vaso precipitado, c) jeringa para inyección del colorante vegetal, d) espuma de poliuretano, e) colorante vegetal color rojo.

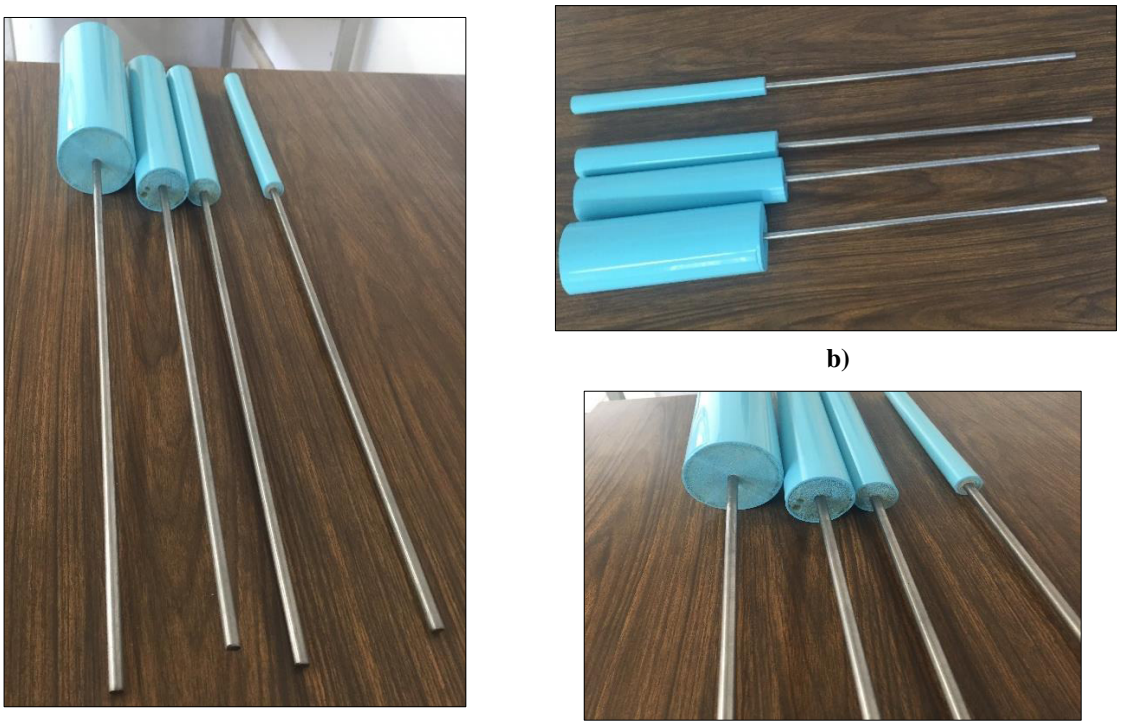
3.3 Elaboración de cilindros concéntricos de PVC

Se diseñaron cuatro diferentes tubos lisos de PVC de distintas medidas; 2 cm , 3.3 cm , 5 cm y 7.2 cm de diámetro y 30 cm aproximadamente de altura cada uno de ellos. Se colocó en el centro un tubo de acero inoxidable como el eje rotatorio y para adherirlos se rellenó con espuma de poliuretano, para examinar con más detalle el proceso de elaboración véase el Apéndice 1.

La finalidad de ocupar la espuma de poliuretano activo, además de ser económico, es de sellar toda la cavidad que existe entre el tubo de PVC y el tubo de acero inoxidable,

ya que al hacer reacción los activos de la espuma esta crece de forma uniforme hacia arriba rellenando todo el espacio y el excedente es solo recortado, lo cual no permite la permeabilidad del fluido newtoniano. La espuma es un material ligero el cual no genera un peso significante, excepto por el peso ya pertinente del tubo.

Las especificaciones principales de la espuma de poliuretano son presentadas en el Apéndice 1. Para darle un acabado protector y detallado a los tubos PVC son pintados de color azul y en una de las bases de los tubos (la base del fondo) es colocada una tapa de plástico adherida a las orillas del contorno del tubo con pegamento común en seco, para evitar con seguridad la permeabilidad del fluido. En la figura 3.15 podemos observar algunas imágenes en diferentes ángulos de los tubos concéntricos finalizados.



a) **b)** **c)**

Figura 3.16. Cilíndricos concéntricos de PVC (2 cm , 3.3 cm , 5 cm y 7.2 cm); a) vista frontal, b) vista superior, c) vista de la unión del tubo de acero inoxidable como el eje rotatorio en el poliuretano.

3.4 Ecuaciones de variación para sistemas isotérmicos

En el capítulo 2 se han determinado las distribuciones de velocidad para un sistema sencillo de flujo, aplicando balances de cantidad de movimiento a una envoltura. Estas distribuciones de velocidad muestran de manera teórica como se utilizaron después para calcular otras magnitudes, tales como la velocidad media y la fuerza resistente. Sin embargo, no es necesario formular un balance de cantidad de movimiento siempre que se comienza a trabajar con un problema de flujo diferente, en este caso, trata de un flujo entre cilíndricos concéntricos. Es más rápido, más fácil y más seguro, a partir de las ecuaciones, de conservación de la materia y la cantidad de movimiento, expresadas en la forma general y simplificarlas con el fin de adaptarlas al problema en cuestión (Byron Bird, et. al., 2002).

3.4.1 Las ecuaciones de variación en coordenadas curvilíneas

Como puede observarse, todas las anteriores deducciones de han efectuado para mayor sencillez, partiendo de las coordenadas rectangulares hasta las cilíndricas. En el capítulo 2 se ha visto que a veces resultan más adecuadas las coordenadas curvilíneas (Byron Bird, et. al., 2002).

3.5 Solución de ecuaciones de momento para una geometría de dos cilindros concéntricos o de flujo de Couette

Anteriormente mencionamos que la medición de la diferencia de presión en función de la tasa de flujo másico a través de un tubo cilíndrico es la base para la determinación de la viscosidad en los viscosímetros capilares comerciales. La viscosidad también puede determinarse midiendo el torque requerido para convertir un objeto sólido en contacto con un fluido. El precursor de todos los viscosímetros rotacionales es el instrumento Couette, que se representa teóricamente en la figura 2.13 y la información complementaria es presentada en la sección anterior 2.7.1 (Byron Bird, et. al., 2002 y Scottblair, G. W., 1969).

El fluido Newtoniano se coloca en el recipiente vaso precipitado fijo, se hace rotar por medio de un tubo concéntrico de diferente diámetro con una velocidad angular constante Ω_θ (el subíndice "θ" hace referencia al interior). El eje rotatorio provoca la agitación en el fluido Newtoniano haciendo que gire hasta que el torque producido en el eje por el momento de transferencia en el fluido iguale el producto de la torsión constante k. Las condiciones de medida son controladas y establecidas en el equipo para que haya un flujo laminar estable tangencial y posteriormente pase a ser un fluido turbulento en la región anular entre los dos cilindros coaxiales como se muestra en la figura 2.13. Mostrado en la figura debido al arreglo utilizado y los efectos sobre la región incluyendo la altura L es despreciable.

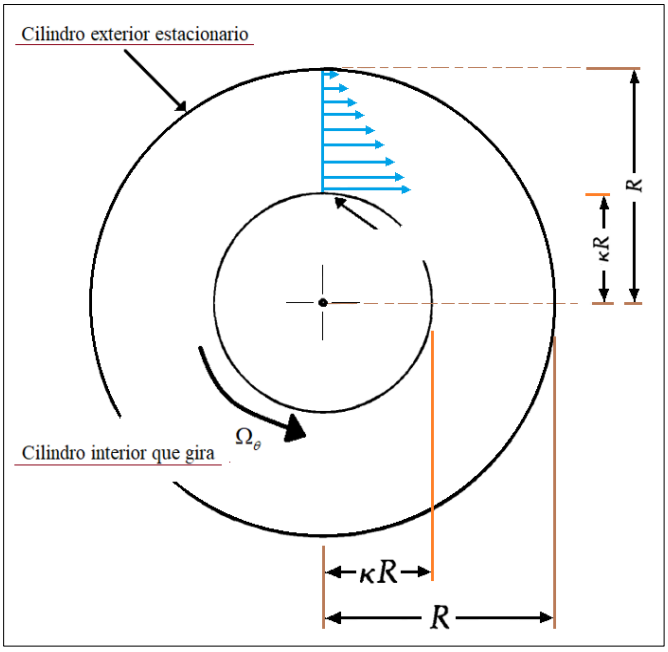


Figura 3.17. Flujo laminar tangencial de un fluido newtoniano en el espacio comprendido entre dos cilindros, de los cuales el interior gira con una velocidad angular Ω_θ (Fuente: R. Byron Bird, et. al., 2002).

Para analizar esta medida, aplicamos las ecuaciones de continuidad y movimiento para las constantes ρ y μ hacia el flujo tangencial en la región anular alrededor del cilindro interno. En última instancia, queremos una expresión de la

viscosidad en términos de (el componente z) el torque T_z generado por el cilindro interno con respecto al vaso precipitado que contiene el fluido newtoniano, la velocidad angular Ω_θ del cilindro rotatorio, la altura del cilindro L, y los radios kR y R del cilindro interno y el vaso precipitado, respectivamente.

En la parte del eje considerando que el fluido se mueve en un patrón circular, los postulados razonables para la velocidad y la presión son: $\upsilon_\theta = \upsilon_\theta(r),\ \upsilon_r = 0,\ \upsilon_z = 0$ y $p = p(r, z)$. Se espera que p dependa de z debido a la gravedad y de r debido a la fuerza centrífuga.

Para estos postulados, todos los términos en la ecuación de continuidad son cero, y los componentes de la ecuación de movimiento se simplifican para:

componente - r
$$-\rho \frac{\upsilon_\theta^2}{r} = -\frac{\partial p}{\partial r} \tag{3.51}$$

componente - θ
$$0 = \frac{d}{dr}\left(\frac{1}{r}\frac{d}{dr}(r\upsilon_\theta)\right) \tag{3.52}$$

componente - z
$$0 = -\frac{\partial p}{\partial z} - \rho g \tag{3.53}$$

La ecuación (3.52) da la distribución de velocidad, la ecuación (3.53) proporciona el efecto de gravedad en la presión (efecto hidrostático) y la ecuación (3.51) explica como la fuerza centrífuga afecta la presión. Para el presente estudio necesitamos solamente el componente-θ de la ecuación de movimiento.

Partiendo entonces de la ecuación diferencial (3.52), integrándola y resolverla correctamente desglosando una operación a la vez, queda de la siguiente manera:

$$\int 0\, dr = \int \frac{d}{dr}\left(\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\upsilon_\theta\right)\right) dr \tag{3.52a}$$

$$C_1 = \frac{1}{r}\frac{d}{dr}(r\upsilon_\theta) \tag{3.54}$$

$$\frac{d}{dr}(r\upsilon_\theta) = C_1 r \tag{3.55}$$

$$\int \frac{d}{dr}(r\upsilon_\theta) = \int C_1 r \tag{3.55a}$$

$$(r\upsilon_\theta) = \frac{C_1}{2} r^2 + C_2 \tag{3.55b}$$

$$r\upsilon_\theta = \frac{1}{2} C_1 r^2 + C_2 \tag{3.56}$$

$$\frac{r\upsilon_\theta}{r} = \frac{1}{2}\frac{C_1 r^2}{r} + C_2 \tag{3.56a}$$

$$\upsilon_\theta = \frac{1}{2} C_1 r + \frac{C_2}{r} \tag{3.57}$$

Dividiendo la ecuación (3.56) en r para cambiar las ecuaciones basadas en la ecuación de momento a coordenadas cilíndricas, da como resultado la expresión (3.57).

Estableciendo las condiciones de frontera donde el fluido está comprendido entre dos cilindros concéntricos, el cual el cilindro interno se encuentra en movimiento y el exterior estático (véase figura 2.13) son:

En $r = kR$, $\upsilon_\theta = \Omega_\theta RK$ (3.58) En $r = R$, $\upsilon_\theta = 0$ (3.59)

En la ecuación (3.58) representa el cilindro interior en movimiento y la ecuación (3.59) la velocidad lineal o periférica que se calcula multiplicando la velocidad angular por el radio.

Estas condiciones de frontera pueden ser usadas para obtener las constantes de integración. Una vez obtenidas estas constantes son después insertadas en la ecuación (3.57) y así obtener el perfil de velocidad, el desglose de las ecuaciones paso por paso es presentado en el Anexo 2.

i) Obteniendo C_1:

$$C_1 = \frac{2\Omega K}{\left[K - \frac{1}{K}\right]} \tag{3.60}$$

ii) Obteniendo C_2:

$$C_2 = -\frac{\Omega K R^2}{K - \frac{1}{K}} \tag{3.61}$$

iii) Manteniendo el cilindro externo fijo y haciendo girar el interno con una velocidad angular Ω_θ (el sub índice θ hace referencia al interno), entonces el perfil de velocidad es:

$$\upsilon_\theta = \Omega_\theta K R \frac{\left[\frac{R}{r} - \frac{r}{R}\right]}{\left[\frac{1}{K} - K\right]} \tag{3.62}$$

3.5.1 Modelo matemático del perfil de velocidad

Estableciendo el resultado de la forma de la ecuación (3.62), con términos similares en el numerador y en el denominador, está claro que ambas condiciones de frontera se

satisfacen y que la ecuación es dimensionalmente consistente. De la distribución de velocidad podemos obtener el flujo de impulso (el esfuerzo cortante) y posteriormente el torque como se presentará en las siguientes secciones.

3.5.2 Modelo matemático del esfuerzo cortante

Para obtener el esfuerzo cortante (véase Anexo 2), se parte de la ecuación (3.52) y a partir de la ecuación (3.62), donde el cilindro interior se encuentre girando, será sustituida en la ecuación del flujo de impulso, obtenida del Anexo. 2, queda entonces la siguiente expresión como el esfuerzo de corte:

$$2\mu\Omega\left(\frac{R}{r}\right)^2\left(\frac{K^2}{1-K^2}\right) \tag{3.63}$$

A partir de esta ecuación de puede obtener el torque.

3.5.3 Modelo matemático del torque

El torque actuando sobre el cilindro exterior es dado por el producto del flujo de impulso interior ($-\tau_{r\theta}$), la superficie del cilindro y el eje rotatorio queda expresado de la siguiente manera (véase Anexo 2):

$$T_z = -4\mu\Omega\pi LR^2\left(\frac{K^2}{1-K^2}\right) \tag{3.64}$$

Estos tres modelos definen las características que rigen un fluido Newtoniano de flujo de Couette.

Para la utilización de cualquier viscosímetro es esencial que la turbulencia se va a presentar, el sistema se tornará turbulento cuando sobrepase el número de Reynolds crítico

$(\Omega_\theta R^2 \rho / \mu)_{\text{crit}}$, lo cual es mostrado en la gráfica 4.5 número de Reynolds con relación de K.

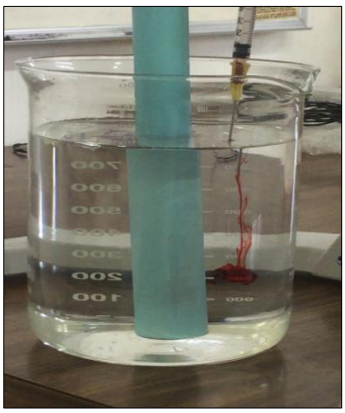
3.6 Desarrollo experimental

Con la elaboración de los diferentes tubos lisos de PVC de distintas medidas; 2 cm, 3.3 cm, 5 cm y 7.2 cm, los cuales se probaron utilizando agua como primera aproximación para conocer el equipo, y así diseñar un estudio teórico-práctico, obteniendo lecturas experimentales del torque y la velocidad de giro del cilindro interior para las pruebas a distintas geometrías, y comparándoseles con estimaciones a partir de las ecuaciones de momento obtenidas en la literatura anteriormente mencionada; el modelo matemático del perfil de velocidad, esfuerzo de corte y del torque (sección 3.5).

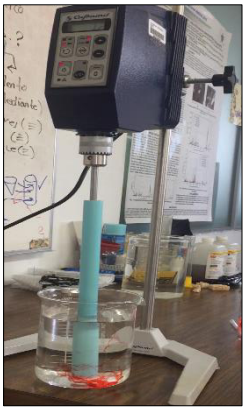
El flujo de un fluido de cilindros concéntricos es una situación de corte simple como se muestra en la figura 3.17 - 3.20. En este caso el cilindro interno, se mueve a una velocidad angular constante Ω, mientras que el cilindro externo, se encuentra en reposo, inmerso entre ellos se encuentra el fluido a caracterizar. Se le inyecta tinta vegetal color rojo al fluido para poder apreciar el movimiento de las capas que presenta.

3.6.1 Pruebas de flujo Newtoniano en cilindros concéntricos a 4 distintas velocidades en rpm, con diámetro 2 cm

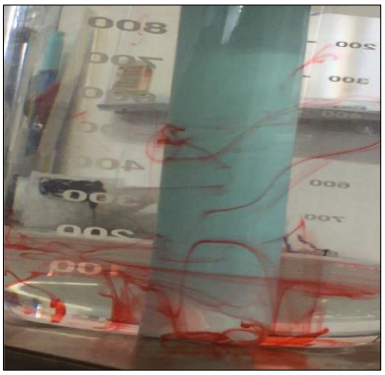
i) Velocidad a 12 rpm:



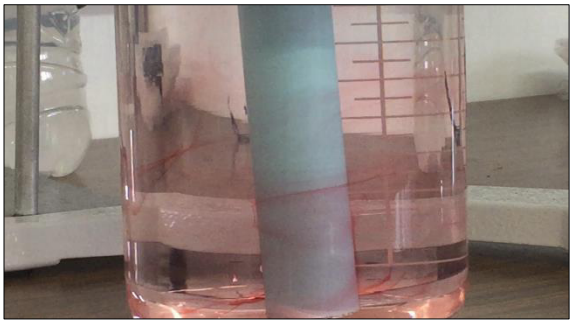
a)



b)



c)

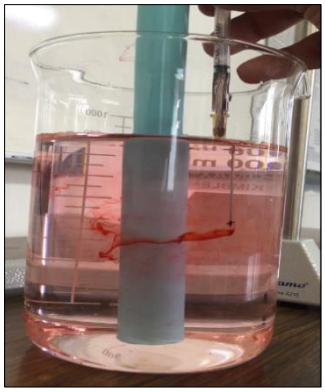


d)

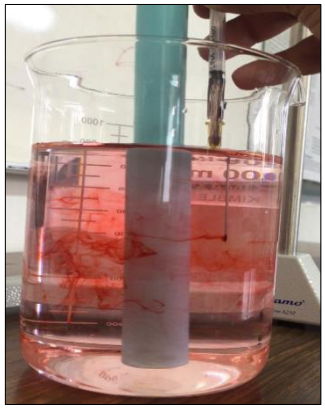
Figura 3.18. Capas del fluido Newtoniano a una velocidad de 12 rpm con un tubo de 2 $\boldsymbol{cm}$ a) inyección de tinta vegetal, b) equipo en agitación, c) y d) formación de capas debido a la agitación.

ii) Velocidad a 125 rpm:

a)



b)

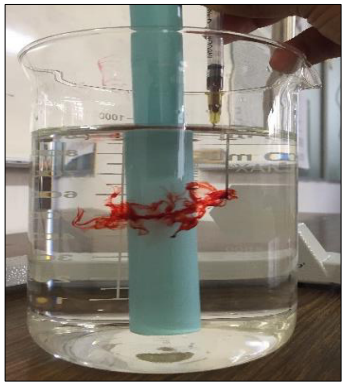


c)

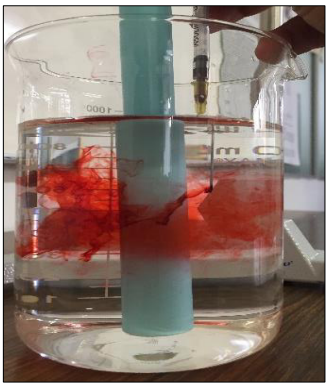
d)

Figura 3.19. Capas del fluido Newtoniano a una velocidad de 125 rpm con un tubo de 2 ***cm***. a) inyección de tinta vegetal, b) difusión de la tinta en el fluido, c) y d) formación de capas del fluido.

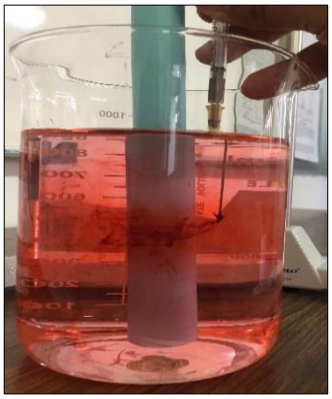
iii) Velocidad a 237 rpm



a)



b)

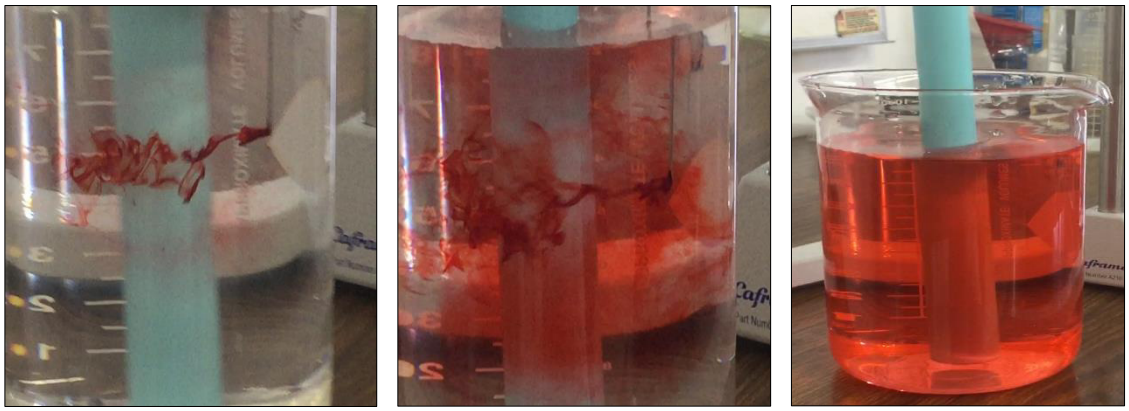


c)

d)

Figura 3.20. Capas del fluido Newtoniano a una velocidad de 237 rpm con un tubo de 2 ***cm***. a) inyección de tinta vegetal, b) difusión de tinta en el fluido, c) formación de capas en el fluido y d) estabilidad de la tinta en el fluido.

iv) Velocidad a 350 rpm



a) **b)** **c)**

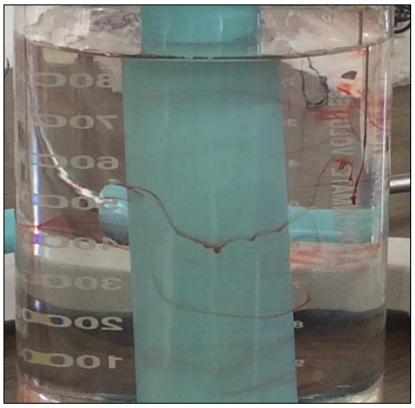
Figura 3.21. Capas del fluido Newtoniano a una velocidad de 350 rpm con un tubo de 2 ***cm***. a) inyección de tinta vegetal, b) difusión rápidamente de la tinta debido a la velocidad, c) no se aprecia capas de fluido debido a la velocidad.

3.6.2 Pruebas de flujo Newtoniano en cilindros concéntricos a 4 distintas velocidades en rpm, con diámetro 3.3 cm

Se muestra en las figuras 3.21 – 3.24 el movimiento del flujo a 12 rpm, 125 rpm, 237 rpm y a 350 rpm respectivamente, y mediante la inyección de tinta se puede apreciar las capas generadas por el fluido. Dando como resultado mayor movimiento de las capas a los 350 rpm.

i) Velocidad a 12 rpm:

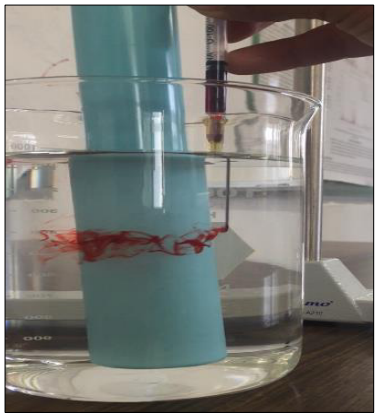
a) **b)**



c) **d)**

Figura 3.22. Capas del fluido Newtoniano a una velocidad de 12 rpm con un tubo de 3.3 ***cm***. a) inyección de tinta vegetal, b) difusión lenta de la tinta, c) y d) formación de capas del fluido.

ii) Velocidad a 125 rpm

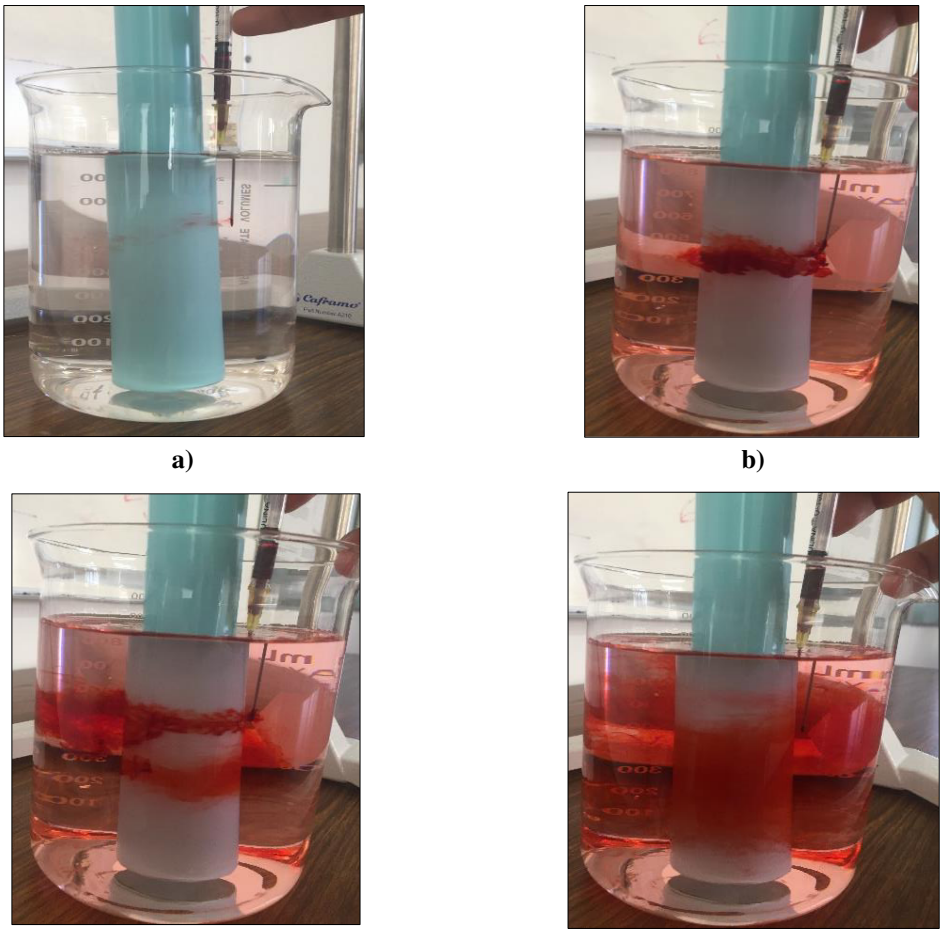


a) **b)**

c) **d)**

Figura 3.23. Capas del fluido Newtoniano a una velocidad de 125 rpm con un tubo de 3.3 ***cm***. a) inyección de tinta vegetal, b) y c) difusión rápidamente de la tinta, d) estabilidad de la tinta en el fluido.

iii) Velocidad a 237 rpm



a) **b)**

c) **d)**

Figura 3.24. Capas del fluido Newtoniano a una velocidad de 237 rpm con un tubo de 3.3 ***cm***. a) inyección de tinta vegetal, b) difusión rápida debido a la velocidad, c) y d) difusión de tinta y formación de capas en el fluido.

iv) Velocidad a 350 rpm:

a) **b)** **c)**

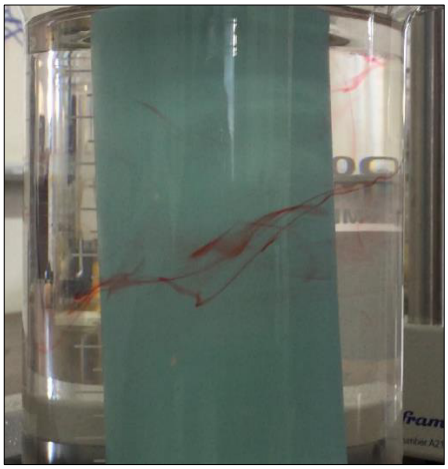
Figura 3.25. Capas del fluido Newtoniano a una velocidad de 350 rpm con un tubo de 3.3 ***cm***. a) inyección de tinta vegetal, b) difusión rápidamente de la tinta debido a la velocidad, c) no se aprecia capas de fluido debido a la velocidad.

3.6.3 Pruebas de flujo Newtoniano en cilindros concéntricos a 4 distintas velocidades en rpm, con diámetro 5 cm

Puede demostrarse mediante el movimiento circular como viajan las capas del fluido, en las figuras 3.25 – 3.28 se presenta una geometría con el tubo concéntrico de 5 *cm* de diámetro y como es que recorre la tinta en este fluido. La difusividad aumenta cuando se incrementan los rpm, teniendo como consecuencia un flujo turbulento en las figuras 3.27 y 3.28.

i) Velocidad a 12 rpm:

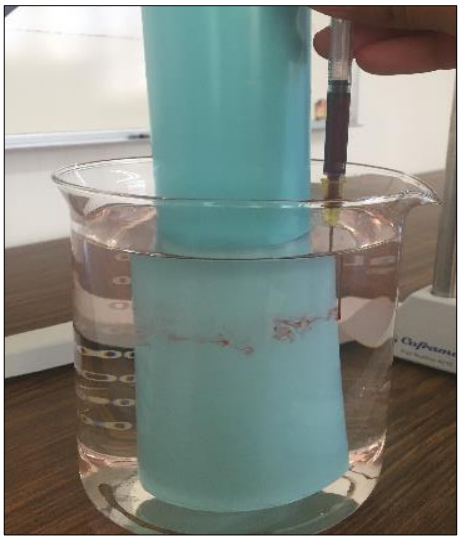
a) **b)**

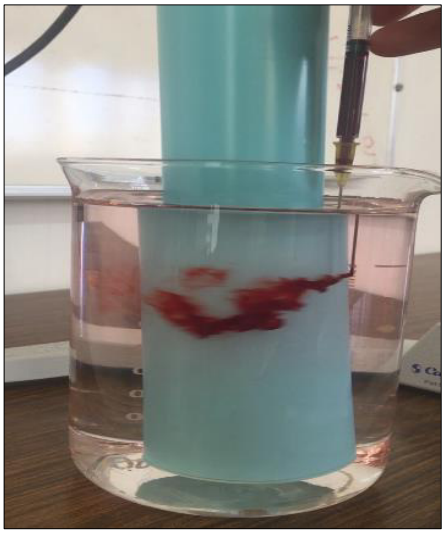


c) **d)**

Figura 3.26. Capas del fluido Newtoniano a una velocidad de 12 rpm con un tubo de 5 $\boldsymbol{cm}$. a) inyección de tinta vegetal, b) y c) formación de capas en el fluido, d) estabilidad de las capas en el fluido señaladas con el colerante.

ii) Velocidad a 125 rpm:





a) **b)**

c) **d)**

Figura 3.27. Capas del fluido Newtoniano a una velocidad de 125 rpm con un tubo de 5 $\boldsymbol{cm}$. a) inyección de tinta vegetal, b) difusión rápidamente de la tinta debido a la velocidad, c) y d) formación de capas del fluido.

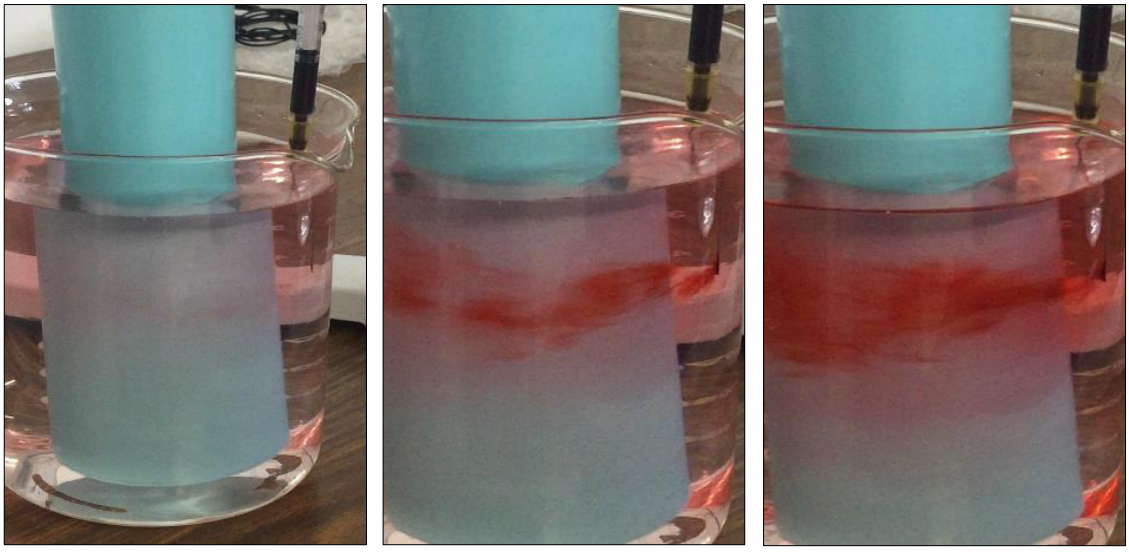
iii) Velocidad a 237 rpm:

a) **b)**

c) **d)**

Figura 3.28. Capas del fluido Newtoniano a una velocidad de 237 rpm con un tubo de 5 ***cm***. a) inyección de tinta vegetal, b) difusión rápidamente de la tinta debido a la velocidad, c) y d) no se aprecia capas de fluido debido a la velocidad.

iv) Velocidad a 350 rpm:



a) **b)** **c)**

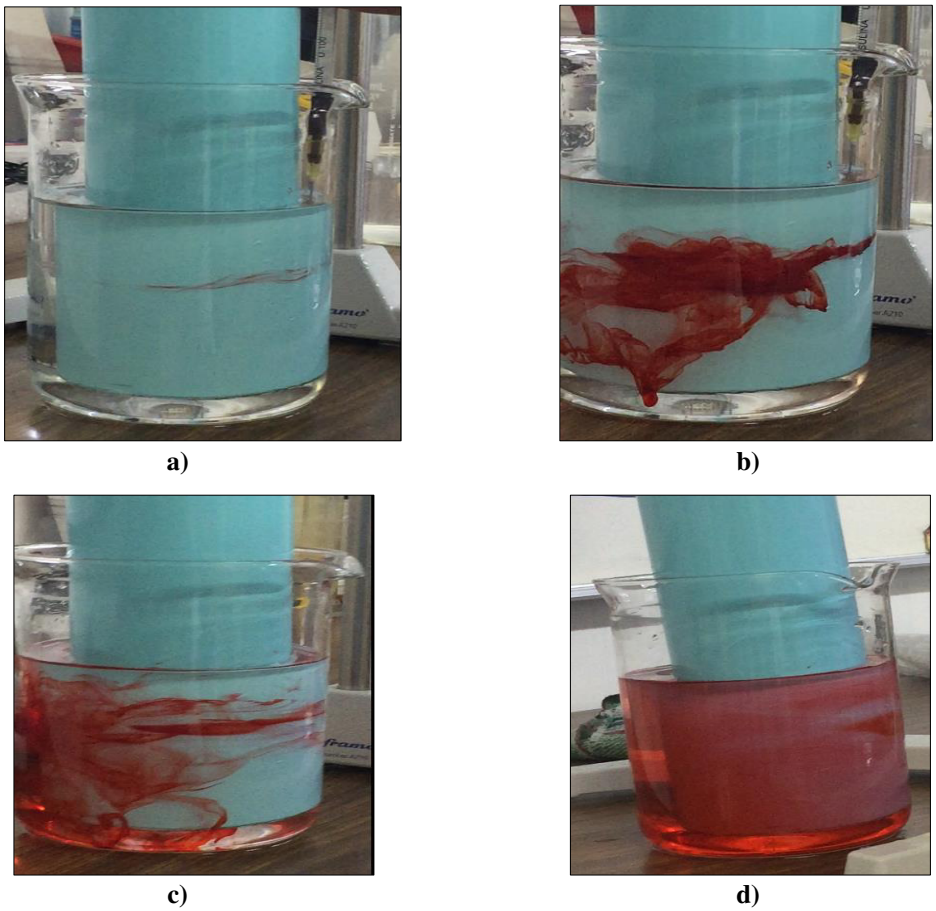
Figura 3.29. Capas del fluido Newtoniano a una velocidad de 350 rpm con un tubo de 5 ***cm***. a) inyección de tinta vegetal, b) y c) difusión rápidamente de la tinta debido a la velocidad.

3.6.4 Pruebas de flujo Newtoniano en cilindros concéntricos a 4 distintas velocidades en rpm, con diámetro 7.2 cm

Para el cilindro de mayor diámetro se puede observar un mayor movimiento en la superficie del fluido Newtoniano como se muestra en las figuras 3.29 – 3.32, esto debido a la poca distancia que existe entre ambos cilindros.

Al momento de inyectarse la tinta vegetal, está alcanza a difuminarse debido a la turbulencia que presenta el flujo quedando a simple vista una mayor difusión en el líquido.

i) Velocidad a 12 rpm:

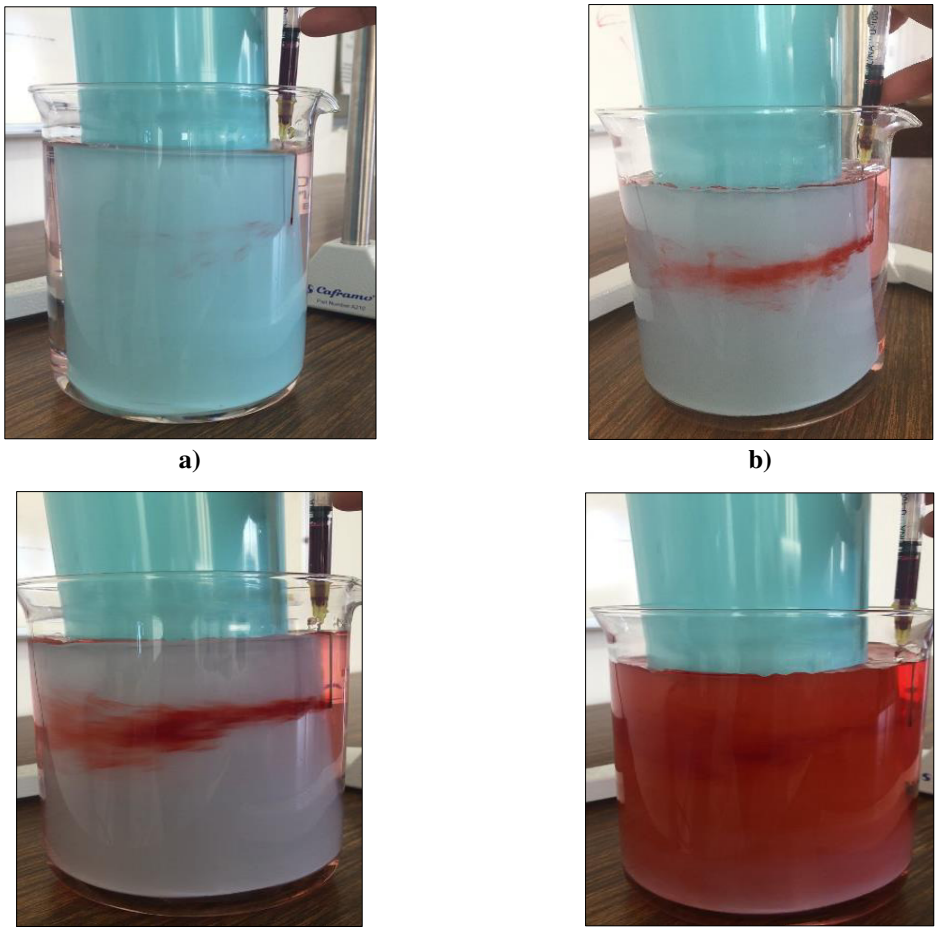


a) **b)**

c) **d)**

Figura 3.30. Capas del fluido Newtoniano a una velocidad de 12 rpm con un tubo de 7.2 ***cm***. a) inyección de tinta vegetal, b) y c) difusión del colorante formando capas en el fluido, d) difusión completa del colorante en el fluido.

ii) Velocidad a 125 rpm:



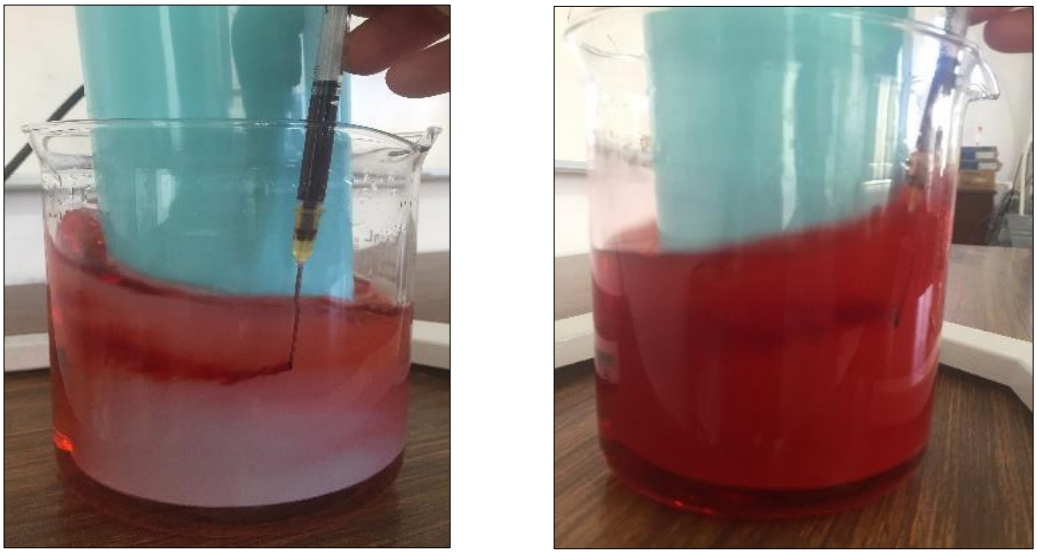
a) **b)**

c) **d)**

Figura 3.31. Capas del fluido Newtoniano a una velocidad de 125 rpm con un tubo de 7.2 $\boldsymbol{cm}$. a) inyección de tinta vegetal, b) y c) difusión rápida del colorante en el fluido, d) capas formadas con el colorante vegetal.

iii) Velocidad a 237 rpm:

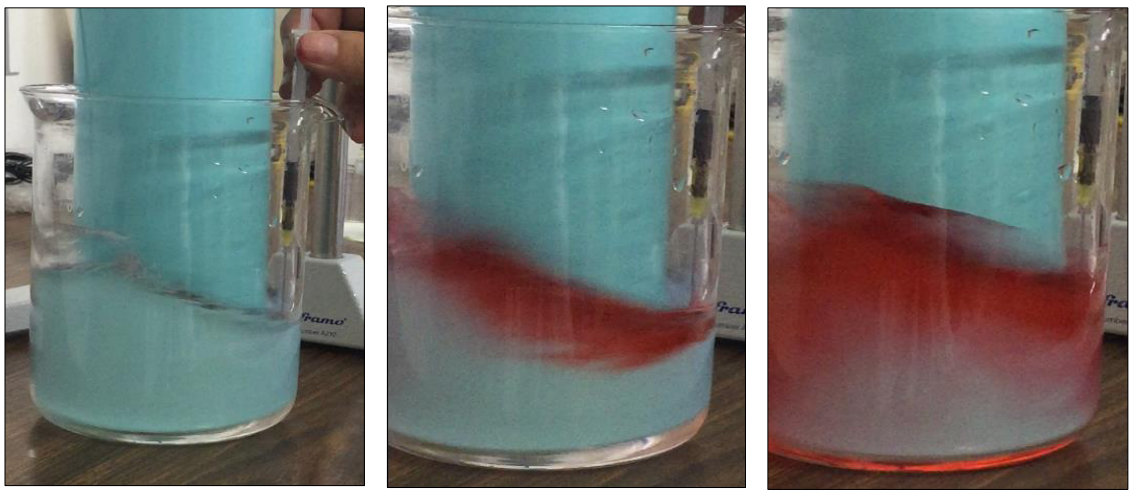
a) **b)**



c) **d)**

Figura 3.32. Capas del fluido Newtoniano a una velocidad de 237 rpm con un tubo de 7.2 $\boldsymbol{cm}$. a) inyección de tinta vegetal, b) y c) el colorante es llevado por la velocidad del fluido formando capas muy tenues, d) el colorante es completamente difuminado.

iv) Velocidad a 350 rpm:



a) **b)** **c)**

Figura 3.33. Capas del fluido Newtoniano a una velocidad de 350 rpm con un tubo de 7.2 $\boldsymbol{cm}$. a) inyección de tinta vegetal, b) el colorante es llevado con las capas del fluido rápidamente debido a la velocidad, y c) la difusión del colorante es completa en las capas de fluido.

CAPITULO 4. RESULTADOS

4.1 Resultados del esfuerzo cortante

Como primera prueba se realiza con el cilindro de menor diámetro 2 cm al de mayor diámetro 7.2 cm, con el fin de ir observando las diferentes características que presenta el flujo debido a estas condiciones. Se toman como parámetros distintos valores de torque τ respecto a la velocidad angular Ω, estos valores son sustituidos en la ecuación (3.64).

En el caso en que la relación entre el esfuerzo de corte y la rapidez de deformación es lineal, se dice que el fluido es newtoniano.

A la relación matemática que existe entre el esfuerzo de corte y la rapidez de deformación se le denomina ecuación constitutiva. Para el caso del fluido newtoniano es evidente que la viscosidad es constante e independiente de la rapidez de deformación.

El fluido que se caracteriza se pone en el espacio anular entre dos cilindros circulares concéntricos. Se hace girar un cilindro con respecto al otro.

Las mediciones del torque y velocidades de giro del cilindro interno se pueden correlacionar para calcular la viscosidad, sin embargo, para el caso particular del agua no fue posible dado que la magnitud del torque fue considerablemente muy pequeña como se puede apreciar en la Tabla 4.9.

Los efectos de los extremos superior e inferior del cilindro se deben tener en cuenta y reducirse, en el supuesto de que las lecturas de este dispositivo se utilizaran para determinaciones precisas de la viscosidad. Un instrumento particular de este tipo puede ser útil para mediciones de otros fluidos diferentes.

r	D_e	k	W_o	T_z
	cm		*rpm*	*N.cm*
1 < r < 5.9	2	0.169	12	0.000032517
			125	0.000338719
			257	0.000642211
			350	0.000948413
1.65 < r < 5.9	3.3	0.280	12	0.000093280
			125	0.000971665
			257	0.001842277
			350	0.002720662
2.5 < r < 5.9	5	0.424	12	0.000240590
			125	0.002506146
			257	0.004751653
			350	0.007017209
3.6 < r < 5.9	7.2	0.610	12	0.000652093
			125	0.006792632
			257	0.012878831
			350	0.019019370

Tabla 4.10. Valores del torque para el fluido Newtoniano, con respecto a cada tubo.

4.2 Gráficas de velocidad lineal

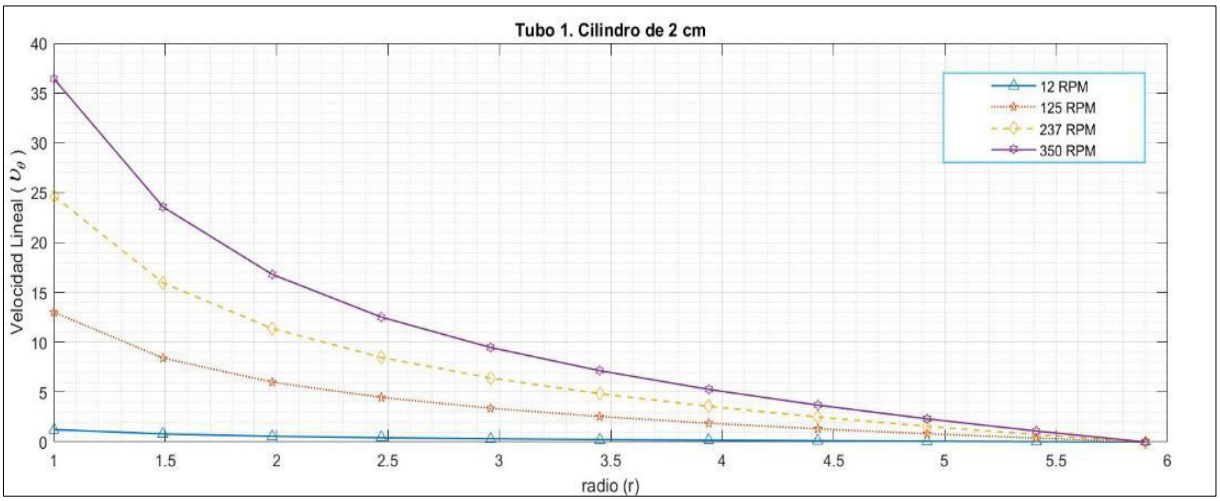
4.2.1 Gráfica de pruebas en cilindros concéntricos con diámetro 2 cm

Los datos obtenidos de las pruebas experimentales de la velocidad lineal (véase Apéndice 2) con respecto al tubo de 2 *cm* , sujeto a 12 rpm, son menores que los datos obtenidos con 350 rpm, siendo estas velocidades la mínima y máxima correspondientes a las cuales opera el equipo Caframo. Conforme estas 12 rpm incrementan a 125 rpm en rangos de valor de 113 hasta llegar a las 350 rpm la velocidad lineal va incrementando notariamente.

Como bien establece la teoría de las ecuaciones de condiciones de frontera (ecuación 3.58 y 3.59), el fluido que está cercano a las paredes del cilindro exterior tiene un avalor de 0, debido a que ese punto es donde está en contacto el fluido con el recipiente estático, mientras que el punto donde el fluido está en contacto con el cilindro interno el cual se encuentra en movimiento tendra un valor que aumentará al ir incrementando las rpm.

La gráfica 4.1 muestra mediante lineas la representación de la velocidad líneal con respecto al radio del cilindro de 2 cm , el cual parte del valor 1.0 hasta 5.9n a causa de que el radio del vaso precipitado es de 5.9 cm . Se puede observar que alcomenzar las 12 rpm se obtiene una $\upsilon_\theta = 1.257$ para $r = 1.0$, los valores obtenidos de la velocidad lineal con un radio de $r = 2.5$ es $\upsilon_\theta = 4.5$ siendo sometido a 125 rpm. Analizando cualquier línea de la gráfica con un valor de r distinto a diferentes rpm se consigue el incremento del valor de la veocidad lineal respecto a la líena anterior, tenemos estos valores de la siguiente manera tomandolos al azar; $r = 1.98$ su $\upsilon_\theta = 11.452$ a 237 rpm y para $r = 1.0$ su $\upsilon_\theta = 36.652$ para 350 rpm.

La finalidad de escoger aleatoriamente los datos de r en el análisis de esta gráfica es exclusivamente para hacer notorio el incremento de la velocidad.



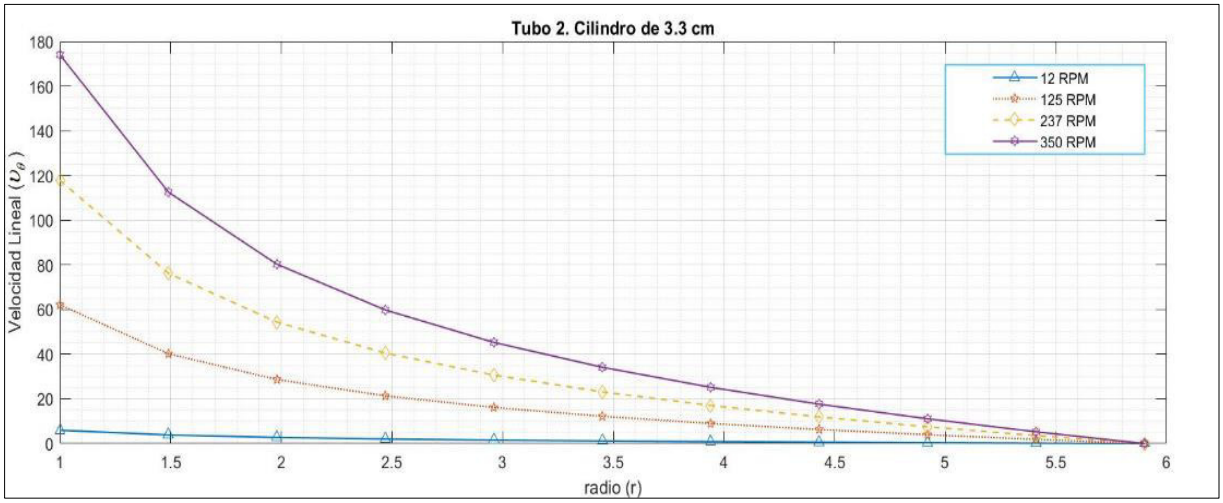
Gráfica 4.1. Tubo 1. Cilindro de 2 cm, representación de la velocidad angular con 12 rpm, 125 rpm, 237 rpm y 350 rpm.

4.2.2 Gráfica de pruebas en cilindros concéntricos con diámetro 3.3 cm

Con el análisis de la gráfica 4.1 podemos inferir que los valores para la velocidad lineal se incrementa conforme el cilindro es sometido a rpm mayores.

Los resultados analizados en la gráfica 4.2 con un solo valor de r en diferentes lineas con distintas rpm se podrá observar que la velocidad lineal seguirá teniendo el mismo crecimiento. Podemos establecer entonces que la geometría de dos cilindros concéntricos influye directamente en este incremento de la velocidad, es decir, que a mayor diametro que presente el tubo mayor será la velocidad del fluido que se encuentra comprendido entre los dos tubos. Llevando así, el flujo de un régimen laminar a un régimen turbulento como se explicará mas adelante en la gráfica 4.5 del número de Reynolds.

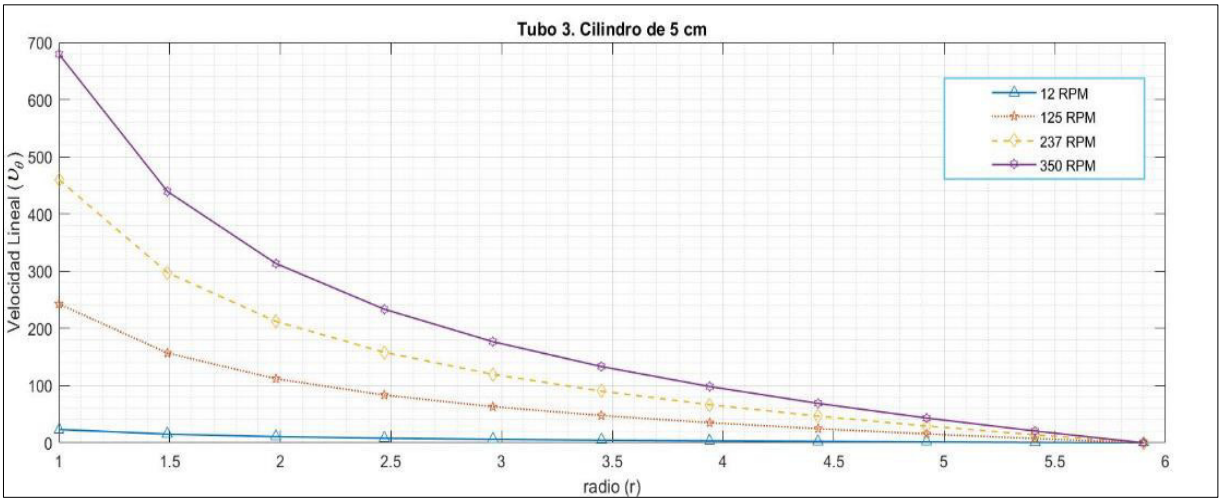
Los siguientes valores de velocidad lineal en el cilindro de 3.3 cm de diametro para $r = 1.0$ con 12 rpm, 125 rpm, 237 rpm y 350 rpm respectivamente son las siguientes; $\upsilon_\theta = 3.605,\ \upsilon_\theta = 37.551,\ \upsilon_\theta = 71.196,\ \upsilon_\theta = 105.142.$



Gráfica 4.2. Tubo 2. Cilindro de 3.3 cm, representación de la velocidad angular con 12 rpm, 125 rpm, 237 rpm y 350 rpm.

4.2.3 Gráfica de pruebas en cilindros concéntricos con diámetro 5 cm

A través estos resultados de la gráfica 4.3 podríamos interpretar mediante las líneas de velocidad lineal que el fluido a partir de las 125 rpm entra en un régimen turbulento, como se muestra en la imagen 3.26, ya que con 12 rpm se puede apreciar únicamente con la inyección de tinta que las capas se mueven como es representado un flujo laminar, considerablemente estas curvas de flujo pierden estabilidad deformándose en las 237 rpm y 350 rpm, se puede apreciar en las imágenes reportadas 3.27 y 3.28 que la tinta se difumina rápidamente y en relación con la gráfica puede verse esos rangos como se incrementan al estar en cercanía con el cilindro interior.

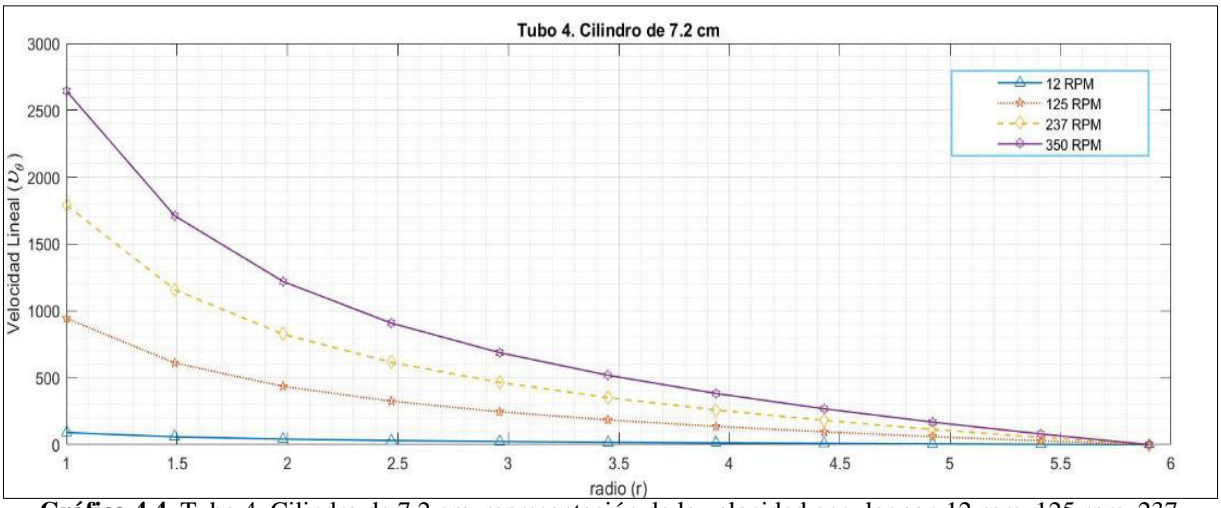


Gráfica 4.3. Tubo 3. Cilindro de 5 cm, representación de la velocidad angular con 12 rpm, 125 rpm, 237 rpm y 350 rpm.

4.2.4 Gráfica de pruebas en cilindros concéntricas con diámetro 7.2 cm

El comportamiento del fluido representado en la gráfica 4.4 demuestra un régimen totalmente turbulento, influenciado principalmente por el poco espacio que existe entre el cilindro exterior con el cilindro interior, los valores máximos de la velocidad lineal en

este caso cuando $r = 1.0$ a 12 rpm, 125 rpm, 237 rpm y 350 rpm, respectivamente son; $\upsilon_\theta = 25.201,\ \upsilon_\theta = 262.505,\ \upsilon_\theta = 497.710,$ y $\upsilon_\theta = 735.015$.



Gráfica 4.4. Tubo 4. Cilindro de 7.2 cm, representación de la velocidad angular con 12 rpm, 125 rpm, 237 rpm y 350 rpm.

4.3 Resultados del número de Reynolds

Datos experimentales obtenidos y gráfica del número de Reynolds

Por medio de la ecuación $(\Omega_\theta R^2 \rho / \mu)_{\text{crit}}$, podemos obtener el número de Reynolds para cada k con sus respectivas rpm. Los números de Reynolds de las tablas 4.10 – 4.13 son el promedio de todos los valores del número de Reynolds por cada una de las velocidades lineales que se calcularon de acuerdo a su valor de r (véase Apéndice 2).

Los resultados demuestran que los cuatro tubos siendo sometidos a 12 rpm presentan un régimen laminar en el fluido. Siendo a partir de las 125 rpm los valores incrementan saliéndose del rango del régimen del flujo, es decir, excede su valor del régimen laminar y del régimen de transición.

Tubo 1. Cilindro de 2 cm		
$(1-k)\cdot 10^2$	***Re***	***Regimen de Flujo***
83.05	76.22	Laminar
83.05	793.94	Turbulento
83.05	1505.30	Turbulento
83.05	2223.02	Turbulento

Tabla 4.11. Tubo 1. Cilindro de 2 cm, número de Reylnolds.

Tubo 2. Cilindro de 3.3 cm		
$(1-k)\cdot 10^2$	***Re***	***Regimen de Flujo***
72.03	97.57	Laminar
72.03	2277.53	Turbulento
72.03	4318.19	Turbulento
72.03	6377.07	Turbulento

Tabla 4.12. Tubo 2. Cilindro de 3.3 cm, número de Reynolds.

Tubo 3. Cilindro de 5 cm		
$(1-k)\cdot 10^2$	***Re***	***Regimen de Flujo***
57.63	563.93	Laminar
57.63	5874.26	Turbulento
57.63	11137.59	Turbulento
57.63	16447.92	Turbulento

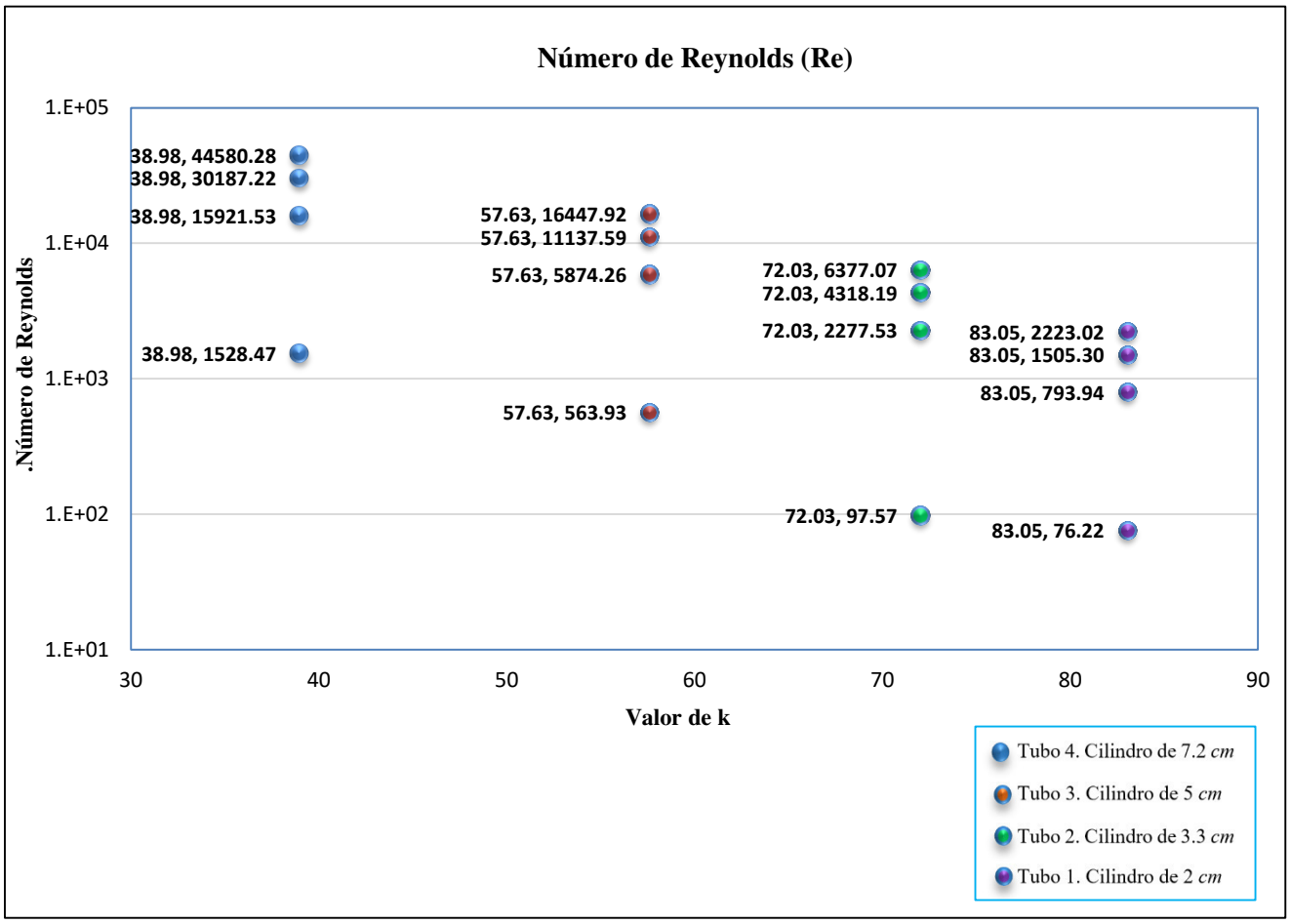
Tabla 4.13. Tubo 3. Cilindro de 5 cm, número de Reynolds.

Tubo 4. Cilindro de 7.2 cm		
$(1-k)\cdot 10^2$	***Re***	***Regimen de Flujo***
38.98	1528.47	Turbulento
38.98	15921.53	Turbulento
38.98	30187.22	Turbulento
38.98	44580.28	Turbulento

Tabla 4.14. Tubo 4. Cilindro de 7.2 cm, número de Reynolds.

Como es mencionado en la sección 3.4 para poder considerar emplear cualquier viscosímetro es esencial que la turbulencia se presente en el sistema, por lo tanto este se tornará turbulento cuando sobrepase el número de Reynolds crítico $(\Omega_\theta R^2 \rho / \mu)_{\text{crit}}$, lo cual es mostrado en la siguiente gráfica 4.5.

La representación del tubo de 7.2 cm muestra un valor de k mayor al valor del resto de los cuatro tubos, pero eso nos indica que el número de Reynolds aumenta debido al poco espacio que existe en el fluido que está comprendido entre los dos cilindros. Como se puede observar en los valores restantes de los tubos 2, 3 y 4 este número va disminuyendo considerablemente dentro de los regímenes de flujo que fueron presentados en las tablas anteriores.



Gráfica 4.5. Tubo 4. Cilindro de 7.2 cm, representación de la velocidad angular con 12 rpm, 125 rpm, 237 rpm y 350 rpm.

5. CONCLUSIONES

Los resultados teóricos de la caracterización de un fluido Newtoniano de flujo de Couette que fue sujeto a una geometría de dos cilindros concéntricos con diferentes diámetros, el interno girando y el externo estático, en este proyecto, están en completa concordancia con los resultados experimentales. El torque obtenido del cilindro de 2 cm es 0.000032517, siendo el del cilindro de 7.2 cm de 0.000652093 los cuales datos se salen del rango que el equipo es capaz de medir. Sin embardo con las deducciones a partir de las ecuaciones de movimiento se pudo predecir los valores de perfil de velocidad y el torque. Para poder lograr explicar el comportamiento de un fluido Newtoniano en una geometría de flujo de Couette se obtienen resultados del perfil de velocidad de cada tubo con sus rpm a las que fueron sujetos, incrementando el valor de la velocidad lineal desde el tubo de menor diámetro de 2 cm al de mayor diámetro de 7.2 cm, por lo que puede establecerse que influye el diámetro en este aumento de valor. Llevando así el flujo del fluido entre el espacio comprendido de un régimen laminar a un régimen turbulento. El método por el cual se llegó al análisis de este comportamiento fue por la resolución de las ecuaciones obtenidas a partir de las ecuaciones de movimiento, introduciendo en ellas los datos de todo el análisis experimental de los cuatro tubos distintos. No obstante, esta información está contenida en las ecuaciones de Navier-Stokes. Sin embargo, dado que los problemas que involucran la inestabilidad y las transiciones entre varios regímenes de flujo son extremadamente complejos, la presente investigación es enfocada a usar una combinación de teoría y experimento para describir el comportamiento de un fluido Newtoniano o flujo de Couette. La teoría por sí sola no puede darnos esas respuestas y es necesario experimentos cuidadosamente controlados.

Para lograr un análisis visual se utilizó la inyección de un colorante vegetal que permitió distinguir las características a partir de las curvas de flujo la cual determinó que el agua, un fluido Newtoniano, presenta condiciones constantes y no varían. Las gráficas obtenidas permitieron describir mejor la relación de la velocidad lineal con respecto al radio de cada cilindro sometidos a sus rpm correspondientes.

6. TRABAJOS FUTUROS

Analizar un flujo con propiedades diferentes, un fluido no Newtoniano, un gel a base de alcohol utilizando un recipiente abierto fijo para obtener datos más precisos.

Se propone una elaboración distinta de la geometría de cilindros concéntricos, con un punto de soldadura en la cavidad del cilindro para que el eje rotatorio en acero inoxidable tenga un mejor soporte.

Generar simulaciones utilizando un software que sea capaz de arrojar los valores numéricos de las distintas condiciones del régimen del flujo para poder comparar estos datos con los datos establecidos en la teoría y con los datos obtenidos experimentalmente del presente proyecto.

REFERENCIAS

Barrero, R. A., Pérez, S., y Sánchez, P. M., (2005). *"Fundamentos y Aplicaciones de Mecánica de Fluidos"*. McGraw Hill.

Batchelor, G. K. (1997). *"Introducción a la dinámica de fluidos"*. Ministerio de Medio Ambiente.

Geankoplis, C. J. (1998). *"Proceso de transporte y operaciones unitarias"*. 3ra edición, México: CECSA.

Bird, R. B., Warren, E. S. y Lightfoot, E. N. (2002). *"Fenómenos de transporte"*. 2da edición, Estados Unidos de América: John Wiley & Sons, Inc.

Mott, R. L. (1996). *"Mecánica de fluidos aplicada",* 4ta edición, México: PEARSON-PRENTICE-HALL.

James, D. W., Donald, R. F. y Harleman. (1975). *"Dinámica de los fluidos con aplicaciones en ingeniería"*. 1ra edición. Editorial Trillas.

Milne-Thompson, L. M. (1960). "*Theorerical Hydrodynumics"*. 4ta edición., New York: The Macmillan Company, Art. 6.22.

Bergadá, J. M. (2012). *"Mecánica de fluidos. Breve introducción teórica con problemas resueltos"*. 1ra edición. UPCGRAU.

Méndez-Sánchez A. F., Pérez-Trejo L. y Paniagua Mercado A. M. (2010). Determinación de la viscosidad de fluidos newtonianos y no newtonianos (una revisión del viscosímetro de Couette). *Lat. Am. J. Phys. Educ,* 4(1), 237-245.

McCabe W. L., Smith J. C. y Harriott P. (1991). *"Operaciones Unitarias en Ingeniería Química"*, 4ta edición, España: McGraw-Hill/Interamericana.

Perry R. H. y Chilton C. H., (1973). "*Chemical Engineers´ Handbook"*. 5ª ed. Nueva York: McGraw-Hill.

Bingham,. (1992). *"Fluidity and Plasticity"*. Nueva York: McGraw-Hill.

Medina, T. L., "Estudio de Mezclado en un Tanque Agitado y su Efecto en la Transferencia de Calor en Fluidos Newtonianos y No Newtonianos", Depto de Ing en Procesos e Hidráulica, pág.14-22., (1996).

Ruth, B. F. Ind. Eng. Chem., 25, 157 (1933).

Manual Caframo, Warranty Validation Department, Georgian Bluffs ON N0H 2T0 Canadá.

Scottblair, G. W. (1969). "*Elementary Rheology"*. Academic Press London and New York: 1a Edición, Gran Bretaña.

ANEXOS Y APENDICES. ANEXO 1. PROPIEDADES FÍSICAS DEL AGUA

A.1-1 Densidad del agua líquida

Temperatura		***Densidad***		***Temperatura***		***Densidad***	
°K	*°C*	*g/cm³*	*Kg/m³*	*°K*	*°C*	*g/cm³*	*Kg/m³*
273.15	0	0.99987	999.87	323.15	50	0.98807	988.07
277.15	4	1.00000	1000.00	333.15	60	0.98324	983.24
283.15	10	0.99973	999.73	343.15	70	0.97781	977.81
293.15	20	0.99823	998.23	353.15	80	0.97183	9.71.83
298.15	25	0.99708	997.08	363.15	90	0.96534	965.34
303.15	30	0.99568	995.68	373.15	100	0.95838	958.38
313.15	40	0.99225	992.25				

Referencia: R. H. Perry y C. H. Chilton, Chemical Engineers´ Handbook, 5ª ed. Nueva York: McGraw-Hill: Book Company, 1973. Con autorización.

A.1-2 Viscosidad del agua líquida

Temperatura		***Viscosidad***	***Temperatura***		***Viscosidad***
°K	*°C*	*[(Pa · s) 10³, (Kg/m · s) 10³, o cp]*	*°K*	*°C*	*[(Pa · s) 10³, (Kg/m · s) 10³, o cp]*
273.15	0	1.7921	323.15	50	0.5494
275.15	2	1.6728	325.15	52	0.5315
277.15	4	1.5674	327.15	54	0.5146
279.15	6	1.4728	329.15	56	0.4985
281.15	8	1.3860	331.15	58	0.4832
283.15	10	1.3077	333.15	60	0.4688
285.15	12	1.2363	335.15	62	0.4550
287.15	14	1.1709	337.15	64	0.4418
289.15	16	1.1111	339.15	66	0.4293
291.15	18	0.0559	341.15	68	0.4174
293.15	20	0.0050	343.15	70	0.4061
293.35	20.2	0.0000	345.15	72	0.3952
295.15	22	0.9579	347.15	74	0.3849
297.15	24	0.9142	349.15	76	0.3750
298.15	25	0.8937	351.15	78	0.3655
299.15	26	0.8737	353.15	80	0.3565
301.15	28	0.8360	355.15	82	0.3478
303.15	30	0.8007	357.15	84	0.3395
305.15	32	0.7679	359.15	86	0.3315
307.15	34	0.7371	361.15	88	0.3239
309.15	36	0.7085	363.15	90	0.3165
311.15	38	0.6814	365.15	92	0.3095
313.15	40	0.6540	367.15	94	0.3027
315.15	42	0.6321	369.15	96	0.2962
317.15	44	0.6087	371.15	98	0.2899
319.15	46	0.5883	373.15	100	0.2838
321.15	48	0.5683			

Referencia: Bingham, Fluidity and Plasticity. Nueva York. McGraw-Hill, Book Company, 1992. Con autorización.

ANEXO 2. DESGLOSE DE ECUACIONES DE MOMENTO PARA UNA GEOMETRÍA EN DOS CILINDROS CONCENTRICOS

Desglose matemático que definen las características que rigen a un fluido Newtoniano de flujo Couette.

a) Desglose del modelo matemático del perfil de velocidad:

Teniendo establecidas las condiciones de frontera, donde el fluido está comprendido entre dos cilindros concéntricos, el cual el cilindro interno se encuentra en movimiento y el exterior estático:

$$\text{En } r = kR, \qquad \upsilon_\theta = \Omega_\theta RK \tag{A.2.1}$$

$$\text{En } r = R, \qquad \upsilon_\theta = 0 \tag{A.2.2}$$

A partir de las condiciones de frontera se obtienen las constantes de integración, una vez obtenidas se sustituyen en la ecuación $\upsilon_\theta = \frac{1}{2} C_1 r + \frac{C_2}{r}$ y así obtener el perfil de velocidad:

Sustituyendo en condiciones de frontera (A.2.1):

$$\Omega KR = \frac{1}{2} C_1 KR + \frac{C_2}{KR} \tag{A.2.3}$$

Sustituyendo en condiciones de frontera (A.2.2):

$$0 = \frac{1}{2} C_1 R + \frac{C_2}{R} \tag{A.2.4}$$

$$\frac{C_2}{R} = -\frac{1}{2} C_1 R \tag{A.2.5}$$

$$C_2 = -\frac{1}{2} C_1 R^2 \tag{A.2.6}$$

Sustituyendo (A.2.6) en (A.2.3):

$$\Omega KR = \frac{1}{2} C_1 KR - \frac{1}{2} \frac{C_1 R^2}{KR} \tag{A.2.7}$$

Simplificando:

$$\Omega K\cancel{R} = \frac{1}{2} C_1 \cancel{R} \left[K - \frac{1}{K} \right] \tag{A.2.8}$$

Obteniendo C_1:

$$C_1 = \frac{2\Omega K}{\left[K - \frac{1}{K} \right]} \tag{A.2.9}$$

Sustituir C_1 en C_2:

$$C_2 = \frac{1}{\cancel{2}} \left[\frac{\cancel{2}\Omega K}{K - \frac{1}{K}} \right] \tag{A.2.10}$$

Obteniendo C_2:

$$C_2 = -\frac{\Omega K R^2}{K - \frac{1}{K}} \tag{A.2.11}$$

Sustituir C_1 y C_2 en $\upsilon_\theta = \frac{1}{2} C_1 r + \frac{C_2}{r}$:

$$\upsilon_\theta = \frac{1}{2} \left[\frac{2\Omega K}{-\left(K - \frac{L}{K} \right)} \right]^r - \frac{\Omega K R^2}{\left(K - \frac{1}{K} \right)^r} \tag{A.2.12}$$

Factorizando R:

$$\upsilon_\theta = \frac{\Omega K}{\left(K - \frac{1}{K}\right)}\left[r - \frac{R^2}{r}\right] \tag{A.2.13}$$

$$\upsilon_\theta = \Omega_\theta KR\frac{\left[\frac{r}{R} - \frac{R}{r}\right]}{\left[K - \frac{1}{K}\right]} \tag{A.2.14}$$

Obteniendo el perfil de velocidad:

$$\upsilon_\theta = \Omega KR\frac{\left[\frac{R}{r} - \frac{r}{R}\right]}{\left[\frac{1}{K} - K\right]} \tag{A.2.15}$$

b) Desglose del modelo matemático para encontrar el esfuerzo de corte (basándose en la ecuación (A.2.26) del presente anexo):

$$\tau_{r\theta} = -\mu_r \frac{d}{dr}\left(\frac{\upsilon_\theta}{r}\right) = -\mu\Omega KR\frac{d}{dr}\left(\frac{\left[\frac{R}{r} - \frac{r}{R}\right]}{\left[\frac{1}{K} - K\right]r}\right) \tag{A.2.16}$$

Efectuando la resta del denominador de la ecuación (A.2.16):

$$\tau_{r\theta} = -\frac{\mu r\Omega KR}{\left[\frac{1-K^2}{K}\right]}\frac{d}{dr}\left(\frac{\left[\frac{R}{r} - \frac{r}{R}\right]}{r}\right) \tag{A.2.17}$$

Efectuando la resta del numerador de la ecuación (A.2.17):

$$\tau_{r\theta} = -\frac{\mu r \Omega K^2 R}{1-K^2} \frac{d}{dr}\left[\frac{\frac{R^2-r^2}{rR}}{\frac{r}{1}}\right] \qquad \text{(A.2.18)}$$

Simplificando:

$$\tau_{r\theta} = -\frac{\mu r \Omega K^2 \cancel{R}}{1-K^2} \frac{d}{dr}\left[\frac{R^2-r^2}{r^{\cancel{2}}\cancel{R}}\right] \qquad \text{(A.2.19)}$$

Derivando el segundo término:

$$\frac{d}{dr}\left[\frac{R^2-r^2}{r^2}\right] = \frac{r^2(-2r)-(R^2-r^2)(2r)}{r^4} = \frac{(-2r)(\cancel{r^2}+R^2-\cancel{r^2})}{r^4} = \frac{(-2r)R^2}{r^4} \qquad \text{(A.2.20)}$$

Simplificando:

$$\tau_{r\theta} = -\frac{\mu \Omega K^2 r}{1-K^2}\left[-\frac{2R^2}{r^3}\right] \qquad \text{(A.2.21)}$$

Obteniendo el esfuerzo de corte:

$$\tau_{r\theta} = 2\mu\Omega\left(\frac{R}{r}\right)^2\left(\frac{K^2}{1-K^2}\right) \qquad \text{(A.2.22)}$$

c) Desglose del modelo matemático para la obtención del torque:

$$T_z = \left(-\tau_{r\theta}\right)\Big|_{r=KR} \cdot 2\pi\ KRL\ \cdot\ KR \qquad \text{(A.2.23)}$$

$$T_z = -\left(2\mu\Omega\left(\frac{R}{KR}\right)^2\left(\frac{K^2}{1-K^2}\right)\right)\ \cdot\ 2\pi K^2 R^2 L \qquad \text{(A.2.24)}$$

Obteniendo el torque:

$$T_z = -4\mu\Omega\pi LR^2\left(\frac{K^2}{1-K^2}\right) \tag{A.2.25}$$

d) Ley de Newton de la viscosidad. Ecuación del flujo de impulso (esfuerzo de corte):

$$\tau_{r\theta} = \tau_{\theta r} = -\mu\left[r\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\upsilon_\theta}{r}\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial \upsilon_r}{\partial \theta}\right] \tag{A.2.26}$$

Con una vista superior a la figura 3.16 se aprecia que únicamente el plano r_θ tiene importancia, en este caso la altura no influye en la velocidad del fluido. La ecuación (A.2.26) para que se parezca a la ecuación (A.2.22) el último término se convierte en 0, como se muestra en la ecuación (A.2.27), debido a que el fluido solo se mueve en dirección de θ, en z y r la velocidad es 0.

$$\tau_{r\theta} = \tau_{\theta r} = -\mu\left[r\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\upsilon_\theta}{r}\right) + \frac{1}{\cancel{r}}\frac{\partial \upsilon_r}{\partial \theta}\right] \tag{A.2.26a}$$

$$\tau_{r\theta} = \tau_{\theta r} = -\mu\left[r\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\upsilon_\theta}{r}\right)\right] \tag{A.2.27}$$

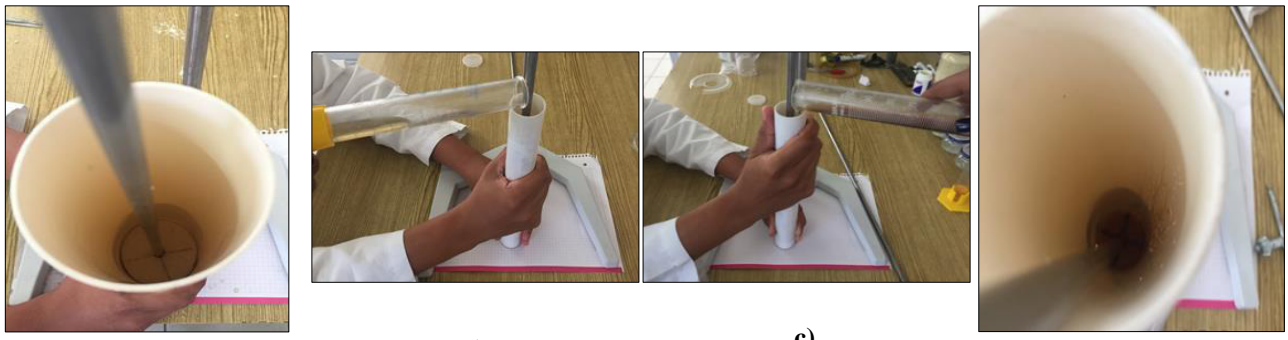
APÉNDICE 1. CONCENTRADO FOTOGRAFICO DE LA ELABORACIÓN DE CILINDROS CONCÉNTRICOS

a) Preparación de la base los cuatro tubos PVC con espuma de poliuretano a razón de 1:1.:

a) **b)** **c)** **d)**

Ilustración A.I.1. Elaboración de bases con espuma de poliuretano para los cuatro distintos tubos PVC.

b) Se coloca la base de espuma de poliuretano en la parte del fondo (sobre una tapa de plástico delgada adherida a las superficies del tubo) y otra en la parte de arriba del tubo, en el centro, el tubo de acero inoxidable sujetado por el equipo Caframo stirrer BDC1850. Una vez sujetado, es rellenado por la espuma de poliuretano.



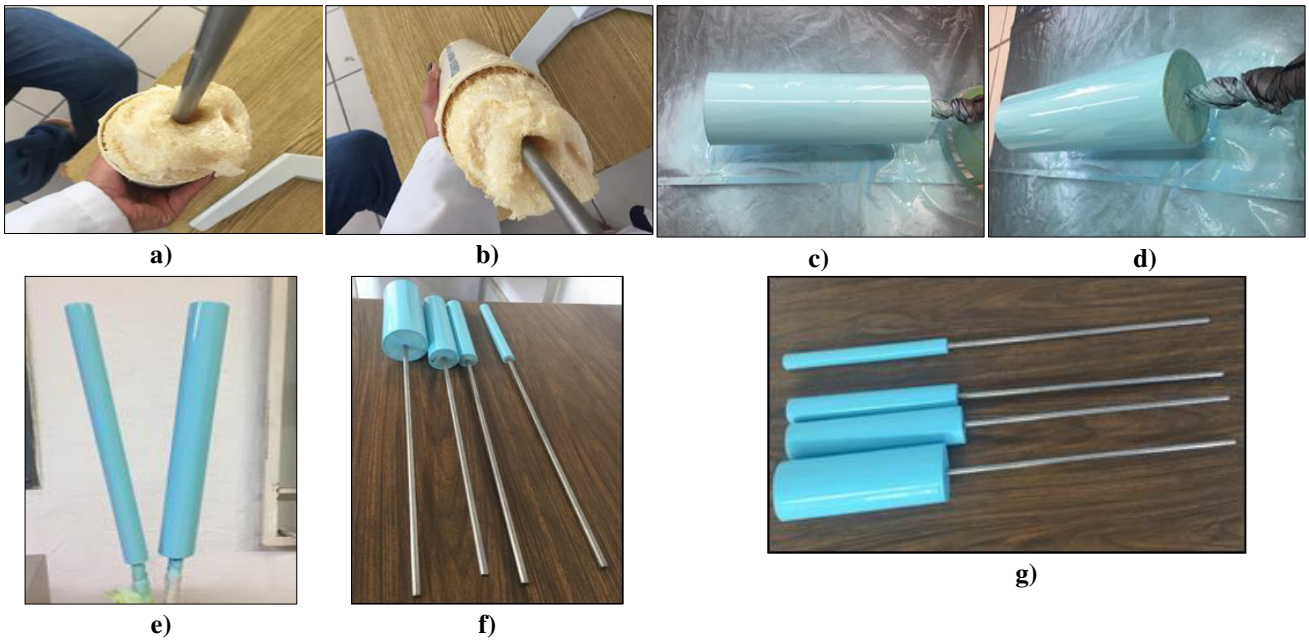
a) **b)** **c)** **d)**

e) **f)** **g)** **h)**

i) **j)**

Ilustración A.I.2. Pasos de la colocación de tapas de plástico en la base y relleno de espuma de poliuretano de los cuatro tubos PVC.

c) Se retira cortando el excedente de la espuma de poliuretano de la parte superior y se realiza limpieza al tubo. Posteriormente se aplica pintura color azul para un detallado de la superficie.



a) **b)** **c)** **d)**

e) **f)** **g)**

Ilustración A.I.3. Retiro del excedente de la espuma de poliuretano y acabado con pintura azul de los cuatro tubos PVC.

APÉNDICE 2. CONCENTRADO DE DATOS DE LAS PRUEBAS EXPERIMENTALES REALIZADAS EN EL LABORATORIO DE PROCESOS. UNIVERSIDAD VERACRUZANA.

Datos obtenidos de Velocidad Lineal (υ_θ) y número de Reynolds (Re):

a) Tubo 1. Cilindro de 2 *cm*. Datos de pruebas experimentales:

De = 2 cm																
Ω_o =	12	rpm		Ω_o =	125	rpm		Ω_o =	237	rpm		Ω_o =	350	rpm	
r	v_θ	$\tau_{r\theta}$	Re	r	v_θ	$\tau_{r\theta}$	Re	r	v_θ	$\tau_{r\theta}$	Re	r	v_θ	$\tau_{r\theta}$	Re
1.00	1.257	0.002588	125.66	1.00	13.09	0.026954	1309.00	1.00	24.819	0.051105	2481.86	1.00	36.652	0.075472	3665.20
1.49	0.813	0.001166	121.13	1.49	8.468	0.012141	1261.76	1.49	16.056	0.023019	2392.30	1.49	23.711	0.033995	3532.93
1.98	0.580	0.000660	114.81	1.98	6.040	0.006875	1195.93	1.98	11.452	0.013036	2267.49	1.98	16.912	0.019251	3348.61
2.47	0.432	0.000424	106.71	2.47	4.500	0.004418	1111.51	2.47	8.532	0.008377	2107.43	2.47	12.600	0.012371	3112.23
2.96	0.327	0.000295	96.82	2.96	3.407	0.003076	1008.50	2.96	6.460	0.005833	1912.11	2.96	9.540	0.008614	2823.80
3.45	0.247	0.000217	85.14	3.45	2.571	0.002265	886.89	3.45	4.874	0.004294	1681.55	3.45	7.198	0.006341	2483.31
3.94	0.182	0.000167	71.68	3.94	1.895	0.001736	746.70	3.94	3.593	0.003292	1415.74	3.94	5.306	0.004862	2090.76
4.43	0.127	0.000132	56.44	4.43	1.327	0.001373	587.91	4.43	2.516	0.002604	1114.68	4.43	3.716	0.003846	1646.15
4.92	0.080	0.000107	39.41	4.92	0.834	0.001114	410.53	4.92	1.582	0.002111	778.37	4.92	2.336	0.003118	1149.49
5.41	0.038	0.000088	20.60	5.41	0.397	0.000921	214.56	5.41	0.752	0.001746	406.81	5.41	1.110	0.002579	600.77
5.90	0.000	0.000074	0.00	5.90	0.000	0.000774	0.00	5.90	0.000	0.001468	0.00	5.90	0.000	0.002168	0.00
			76.22				793.94				1505.30				2223.02

b) Tubo 2. Cilindro de 3.3 *cm*. Datos de pruebas experimentales:

De = 3.3 cm															
Ω_o =	12	rpm		Ω_o =	125	rpm		Ω_o =	237	rpm		Ω_o =	350	rpm	
r	v_θ	$\tau_{r\theta}$	Re	r	v_θ	$\tau_{r\theta}$	Re	r	v_θ	$\tau_{r\theta}$	Re	r	v_θ	$\tau_{r\theta}$	Re
1.00	3.605	0.007423	360.49	1.00	37.551	0.077322	3755.06	1.00	71.196	0.146603	7119.59	1.00	105.142	0.216503	10514.17
1.49	0.813	0.003344	121.13	1.49	24.292	0.034828	3619.55	1.49	46.058	0.066035	6862.67	1.49	68.018	0.097519	10134.74
1.98	0.580	0.001893	114.81	1.98	17.327	0.019723	3430.71	1.98	32.852	0.037395	6504.63	1.98	48.515	0.055225	9605.99
2.47	0.432	0.001217	106.71	2.47	12.909	0.012674	3188.54	2.47	24.476	0.024030	6045.46	2.47	36.145	0.035487	8927.90
2.96	0.327	0.000847	96.82	2.96	9.774	0.008825	2893.03	2.96	18.531	0.016732	5485.18	2.96	27.366	0.024710	8100.48
3.45	0.247	0.000624	85.14	3.45	7.374	0.006496	2544.19	3.45	13.982	0.012317	4823.78	3.45	20.648	0.018190	7123.73
3.94	0.182	0.000478	71.68	3.94	5.437	0.004981	2142.02	3.94	10.308	0.009444	4061.26	3.94	15.222	0.013947	5997.65
4.43	0.127	0.000378	56.44	4.43	3.807	0.003940	1686.51	4.43	7.218	0.007470	3197.63	4.43	10.660	0.011032	4722.23
4.92	0.080	0.000307	39.41	4.92	2.394	0.003194	1177.67	4.92	4.538	0.006056	2232.87	4.92	6.702	0.008944	3297.49
5.41	0.038	0.000254	20.60	5.41	1.138	0.002642	615.50	5.41	2.157	0.005009	1166.99	5.41	3.186	0.007397	1723.41
5.90	0.000	0.000213	0.00	5.90	0.000	0.002221	0.00	5.90	0.000	0.004212	0.00	5.90	0.000	0.006220	0.00
			97.57				2277.53				4318.19				6377.07

c) Tubo 3. Cilindro de 5 *cm* . Datos de pruebas experimentales:

De = 5 cm																
Ω_o =	12	rpm		Ω_o =	125	rpm		Ω_o =	237	rpm		Ω_o =	350	rpm	
r	v_θ	$\tau_{r\theta}$	Re	r	v_θ	$\tau_{r\theta}$	Re	r	v_θ	$\tau_{r\theta}$	Re	r	v_θ	$\tau_{r\theta}$	Re
1.00	9.298	0.019146	929.78	1.00	96.852	0.199432	9685.16	1.00	183.631	0.378124	18363.06	1.00	271.184	0.558410	27118.44
1.49	6.015	0.008624	896.22	1.49	62.655	0.089830	9335.65	1.49	118.795	0.170318	17700.39	1.49	175.435	0.251525	26139.82
1.98	4.290	0.004884	849.46	1.98	44.690	0.050870	8848.58	1.98	84.732	0.096450	16776.91	1.98	125.131	0.142437	24776.03
2.47	3.196	0.003138	789.50	2.47	33.295	0.032689	8223.96	2.47	63.128	0.061978	15592.63	2.47	93.227	0.091529	23027.09
2.96	2.420	0.002185	716.33	2.96	25.209	0.022762	7461.78	2.96	47.796	0.043157	14147.54	2.96	70.584	0.063734	20892.99
3.45	1.826	0.001609	629.96	3.45	19.020	0.016755	6562.04	3.45	36.063	0.031768	12441.64	3.45	53.257	0.046915	18373.72
3.94	1.346	0.001233	530.38	3.94	14.022	0.012847	5524.75	3.94	26.586	0.024358	10474.93	3.94	39.262	0.035972	15469.30
4.43	0.943	0.000976	417.59	4.43	9.819	0.010162	4349.90	4.43	18.617	0.019268	8247.41	4.43	27.494	0.028454	12179.72
4.92	0.593	0.000791	291.60	4.92	6.174	0.008239	3037.49	4.92	11.705	0.015621	5759.08	4.92	17.287	0.023069	8504.97
5.41	0.282	0.000654	152.40	5.41	2.934	0.006814	1587.52	5.41	5.564	0.012919	3009.94	5.41	8.216	0.019079	4445.07
5.90	0.000	0.000550	0.00	5.90	0.000	0.005729	0.00	5.90	0.000	0.010863	0.00	5.90	0.000	0.016042	0.00
			563.93				5874.26				11137.59				16447.92

d) Tubo 4. Cilindro de 7.2 *cm* . Datos de pruebas experimentales:

De = 7.2 cm																
Ω_o =	12	rpm		Ω_o =	125	rpm		Ω_o =	237	rpm		Ω_o =	350	rpm	
r	v_θ	$\tau_{r\theta}$	Re	r	v_θ	$\tau_{r\theta}$	Re	r	v_θ	$\tau_{r\theta}$	Re	r	v_θ	$\tau_{r\theta}$	Re
1.00	25.201	0.051892	2520.05	1.00	262.505	0.540539	26250.55	1.00	497.710	1.024862	49771.04	1.00	735.015	1.513510	73501.53
1.49	16.303	0.023374	2429.11	1.49	169.820	0.243475	25303.25	1.49	321.980	0.461629	47974.95	1.49	475.497	0.681730	70849.09
1.98	11.628	0.013236	2302.38	1.98	121.127	0.137879	23983.11	1.98	229.656	0.261418	45471.98	1.98	339.155	0.386060	67152.71
2.47	8.663	0.008506	2139.85	2.47	90.243	0.088600	22290.14	2.47	171.102	0.167985	42262.10	2.47	252.682	0.248080	62412.39
2.96	6.559	0.005923	1941.54	2.96	68.325	0.061694	20224.34	2.96	129.545	0.116972	38345.34	2.96	191.311	0.172744	56628.14
3.45	4.949	0.004360	1707.43	3.45	51.553	0.045414	17785.70	3.45	97.744	0.086105	33721.68	3.45	144.348	0.127159	49799.95
3.94	3.649	0.003343	1437.53	3.94	38.006	0.034820	14974.23	3.94	72.059	0.066020	28391.13	3.94	106.416	0.097497	41927.83
4.43	2.555	0.002644	1131.83	4.43	26.614	0.027544	11789.92	4.43	50.460	0.052223	22353.69	4.43	74.519	0.077122	33011.78
4.92	1.606	0.002144	790.35	4.92	16.733	0.022330	8232.78	4.92	31.726	0.042338	15609.35	4.92	46.853	0.062525	23051.79
5.41	0.764	0.001773	413.07	5.41	7.953	0.018469	4302.81	5.41	15.080	0.035016	8158.12	5.41	22.270	0.051712	12047.86
5.90	0.000	0.001491	0.00	5.90	0.000	0.015528	0.00	5.90	0.000	0.029442	0.00	5.90	0.000	0.043479	0.00
			1528.47				15921.53				30187.22				44580.28

APÉNDICE 3. REGISTRO DEL PROYECTO (SIVU)

Universidad Veracruzana
Dirección General de Vinculación
Departamento de Fomento a la Vinculación
Sistema de Información para la Vinculación Universitaria

REPORTE DE PROYECTO 16/2/2019 11:50:09

CAMPUS: VERACRUZ
AREA ACADEMICA: TECNICA
FACULTAD DE CIENCIAS QUIMICAS

DATOS GENERALES DE LA ENTIDAD O DEPENDENCIA

TIPO DE ENTIDAD: AC
DIRECCION: CZDA RUIZ CORTINES ESQ FRAMB

1. DATOS GENERALES DEL PROYECTO

PROPOSITO ESENCIAL: LA IMPLEMENTACION SISTEMATICA DE ACCIONES PARA PROPONER ALTERNATIVAS DE SOLUCION A LOS PROBLEMAS DEL ENTORNO MEDIANTE LA INVESTIGACION, LA INNOVACION Y EL DESARROLLO TECNOLOGICO.

TIPO DE PROYECTO: INVESTIGACION BASICA (DIAGNOSTICOS)

NATURALEZA DEL PROYECTO: DISCIPLINARIO

CON LA PARTICIPACION DE: FACULTAD DE CIENCIAS QUIMICAS / REGION VERACRUZ

AMBITO: ESTATAL

TEMPORALIDAD: PERMANENTE
FECHA DE INICIO: 1/1/2018
FECHA DE TERMINO: INDEFINIDA

SECTORES BENEFICIADOS: EDUCACION
CIENCIA Y TECNOLOGIA

2. DATOS ESPECIFICOS DEL PROYECTO

PLANEACION

TITULO DEL PROYECTO: PROCESO DE MEZCLADO EN TANQUES AGITADOS
JUSTIFICACION: LA AGITACIÓN DE TANQUES TIENE AMPLIAS APLICACIONES EN UNA INFINIDAD DE PROCESOS DE LA INDUSTRIA QUÍMICA, MOTIVO POR EL CUAL, EL ESTUDIO DE LA EFICIENCIA DEL MEZCLADO EN DICHOS EQUIPOS ES IMPORTANTE DE ESTUDIAR Y ENTENDER, CON LO CUAL LOS ESTUDIANTES PONEN EN PRACTICAS SUS CONOCIMIENTOS Y CON LA POSIBILIDAD DE QUE ENFRENTEN SITUACIONES REALES PARECIDAS EN SU VIDA PROFESIONAL
OBJETIVO GENERAL: ESTUDIAR EL PROCESO DE MEZCLADO DESDE UNA DESCRIPCIÓN PROPIA DE UN INGENIERO EN TÉRMINOS DE MEDICIÓN DE PARÁMETROS QUE PERMITAN CARACTERIZAR LA EFICIENCIA DE LA HOMOGENEIDAD ALCANZADA POR EL PROCESO.

Proyecto 1

APÉNDICE 4. CARTA CONVENIO POSGRADO-EMPRESA

IEnova®
INFRAESTRUCTURA ENERGÉTICA
Una empresa de Sempra

Paseo de la Reforma No. 342, Piso 24
Col. Juárez, Delegación Cuauhtémoc
06600 Ciudad de México
Tel. (55) 9138-0100
www.ienova.com.mx

21 de enero de 2018

CARTA DE COLABORACIÓN CON LA MAESTRÍA EN INGENIERÍA APLICADA DE LA UNIVERSIDAD VERACRUZANA.

COORDINACIÓN DE LA MAESTRÍA EN INGENIERÍA APLICADA
UNIVERSIDAD VERACRUZANA

Por medio de la presente se hace constar que IEnova, Infraestructura Energética colabora con la siguiente tesis: Régimen de flujo en cilindro concéntricos de Flujo Couette, proyecto vinculado con la Maestría en Ingeniería Aplicada en la modalidad de profesionalizante por la alumna Ing. Liliana Yanet Lozano Rosas (con número de matrícula S16024827). Es importante mencionar que este trabajo no sería posible sin la asistencia técnica y asesoría del profesor-investigador Dr. Eslí Vázquez Nava quien dirige el proyecto.

Hacemos de su conocimiento que nuestra empresa sigue interesada en continuar con esta vinculación existente en su programa de estudios de posgrado, permitiendo el uso de sus instalaciones que ha beneficiado a nuestra empresa en sus distintos procesos.

ATENTAMENTE

ING. JULIO CESAR ALATORRE MENDEZ
Asesor de Seguridad y Salud
Nuevo sur, Monterrey, N.L.

APÉNDICE 5. CERTIFICADO DEL CONGRESO INTERNACIONAL ACADEMIA JOURNALS, CELAYA, GUANAJUATO, MÉXICO.

SEP
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA

TECNOLOGICO NACIONAL DE MEXICO

ACADEMIA JOURNALS

CONGRESO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN DE ACADEMIA JOURNALS.COM, CELAYA 2018

OTORGAN EL PRESENTE

CERTIFICADO

A

LILIANA YANET LOZANO ROSAS
ESLÍ VÁZQUEZ NAVA
ERNESTO FRANCISCO RUBIO CRUZ

POR SU PARTICIPACIÓN CON LA PONENCIA TITULADA

RÉGIMEN DE FLUJO EN CILINDRO CONCÉNTRICOS DE FLUJO COUETTE

PUBLICADA EN EL PORTAL DE INTERNET
CELAYA.ACADEMIAJOURNALS.COM
VOLUMEN ONLINE CON ISSN 1946-5351 VOL. 10, NO. 8, 2018
E INDIZACIÓN EN FUENTE ACADÉMICA PLUS (EBSCO) Y LIBRO DIGITAL
EBOOK CON IV ISBN 978-1-939982-42-1 Y CON CÓDIGO DE BARRAS.

LA CUAL FUE PRESENTADA EN EL
TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO EN CELAYA
LOS DÍAS 7, 8 Y 9 DE NOVIEMBRE DE 2018, CELAYA, GUANAJUATO, MÉXICO.

DR. RAFAEL MORAS
EDITOR, ACADEMIAJOURNALS.COM
PROFESOR DE INGENIERÍA INDUSTRIAL Y ADMINISTRATIVA
ST. MARY´S UNIVERSITY, SAN ANTONIO, TX. EEUU

M.C. MOISÉS TAPIA ESQUIVIAS
COORDINADOR GENERAL DEL
CONGRESO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN
ACADEMIA JOURNALS, CELAYA 2018

No. 1175

CY0448

APÉNDICE 5.1. PUBLICACIÓN DE ARTÍCULOS

Compendio Investigativo de
Academia Journals Celaya 2018
© Academia Journals 2018
Celaya, Guanajuato, México
Noviembre 7, 8 y 9, 2018

RÉGIMEN DE FLUJO EN CILINDRO CONCENTRICOS DE FLUJO DE COUETTE

Ing. Liliana Yanet Lozano Rosas[1], Dr. Esli Vázquez Nava[2],
Dr. Ernesto Francisco Rubio Cruz[3]

***Resumen*— En el presente estudio se realizaron pruebas experimentales con el propósito de establecer las condiciones de operación que definen las diferentes condiciones del régimen de flujo laminar o turbulento para una geometría de dos cilindros concéntricos o de flujo Couette. El análisis toma en consideración el flujo de un fluido Newtoniano, tal como lo representa el agua. El espacio comprendido entre los dos cilindros concéntricos cambió durante las pruebas mediante el uso de cilindros de distintos diámetros, esto con el propósito de establecer con claridad la dependencia de las regiones laminar y turbulento con la geometría de Couette. Se encontró que las mediciones experimentales efectuadas del torque coinciden con las estimaciones teóricas a partir de las correspondientes ecuaciones desarrolladas para la estimación del torque dentro del régimen laminar.**

***Palabras clave*—Fluido Newtoniano, flujo Couette, curva de flujo, cilindros concéntricos.**

Introducción

Las propiedades de los fluidos son una clave para el estudio de su composición en los diferentes regímenes; flujo laminar, flujo transitorio y flujo turbulento, así como adentrarse al campo de la reología. En base a trabajos de investigaciones existentes y con datos experimentales desarrollados en el laboratorio se obtiene el esfuerzo cortante, perfil de velocidades, torque y análisis del flujo de Couette, representando fluidos a diferentes condiciones de entorno, estas son conocidas como técnicas que no resultan intrusivas y de gran utilidad para la medición del movimiento del fluido, que han despegado, aplicándose en la actualidad a cualquier campo[1].

La viscosidad es una propiedad de un fluido que indica la fricción interna, podemos imaginar que el flujo está dividido en capas paralelas y la viscosidad actúa no sólo entre el fluido y la placa de arriba, sino entre todas sus capas y las adyacentes. Cuando más viscoso es un fluido, tanto mayor es la fuerza que se requiere para hacer que una capa del fluido se deslice por otra. La viscosidad es lo que evita que los objetos se muevan libremente a través de un fluido o que estos fluyan con libertad en un tubo. Cuando un fluido se mueve por un tubo horizontal, las paredes de éste ejercen una fuerza resistiva o arrastre sobre las capas de fluido adyacente. Éstas, a su vez, frenan a las siguientes capas adyacentes y así sucesivamente. En consecuencia, la velocidad de flujo es inferior cerca de las paredes del tubo y mayor en el centro del mismo[2].

Todas sustancias presentan oposición que sus partículas sean desplazadas, Newton encontró experimentalmente la Ley De Newton de la viscosidad, en donde su expresión matemática, manifiesta que el esfuerzo cortante es directamente proporcional a la deformación del fluido, siendo esa constante de proporcionalidad la propiedad física llamada La Viscosidad dinámica. El esfuerzo cortante o tangencial t, es la fuerza de corte o tangencial por unidad de área: Esfuerzo cortante = fuerza de corte / área de corte[3,4].

El modelo matemático para una geometría de dos cilindros concéntricos o de flujo de Couette donde el fluido se mueve en un patrón circular, los principios razonables son para la velocidad y la presión: $V_0 = V_0(r)$, $V_r = 0$, $V_z = 0$, p= $p(r,z)$. Es de esperarse que p dependan de z debido a la gravedad y de r debido a la fuerza centrífuga.

Para estos principios, todos los términos de la ecuación de continuidad son cero, y el componente de la ecuación de movimiento se simplifica para componente de θ:

$$0 = \frac{d}{dr}\left(\frac{1}{r}\frac{d}{dr}(rv_\theta)\right) \dots (1)$$

Para obtener el esfuerzo cortante, se parte de la ecuación (1), integrando dicha ecuación se obtiene:

---

[1] La Ing. Liliana Yanet Lozano Rosas es Estudiante de Maestría en Ingeniería Aplicada en la Universidad Veracruzana, México lili_m21@hotmail.com
[2] El Dr. Esli Váquez Nava es actualmente catedrático de tiempo completo en la Facultad de Ingeniería Química, campus Veracruz de la Universidad Veracruzana evazquezn@gmail.com
[3] El Dr. Ernesto Francisco Rubio Cruz es actualmente catedrático de tiempo completo de la Facultad de Ingeniería Química, campus Veracruz de la Universidad Veracruzana erubio@uv.mx

Elibro Online con ISBN
978-1-939982-42-1

ACADEMIA JOURNALS
OPUS PRO SCIENTIA ET STUDIUM

$$C_1 = \frac{1}{r}\frac{d}{dr}(rv_\theta) \ldots (2)$$

Resolviendo la ecuación (2):

$$(rv_\theta) = \frac{1}{2}C_1 r^2 + C_2 \ldots (3)$$

Dividiendo la ecuación (3) en r para cambiar las ecuaciones basadas en la ecuación de momento a coordenadas cilíndricas, se puede expresar como:

$$v_\theta = \frac{1}{2}C_1 r + \frac{C_2}{r} \ldots (4)$$

Estableciendo las condiciones de frontera donde el fluido no se desliza en las dos superficies cilíndricas son;

$$r = kR, \; v_\theta = \Omega_\theta RK \ldots (5)$$
$$r = R, \; v_\theta = 0 \ldots (6)$$

En la ecuación (5) representa el cilindro interior en movimiento y la ecuación (6) la velocidad lineal o periférica que se calcula multiplicando la velocidad angular por el radio. Estas condiciones de frontera se pueden usar para obtener las constantes de integración para después sustituirlas en la ecuación (4), obteniendo la siguiente expresión:

$$v_\theta = \Omega R \frac{\frac{r}{KR} - \frac{KR}{r}}{\frac{1-K^2}{K}} \ldots (7)$$

Efectuando la división de k en el numerador de la ecuación (7), queda simplificada de la siguiente manera:

$$v_\theta = \Omega R \frac{\frac{r}{KR} - \frac{KR}{r}}{\frac{1}{K}-K} \ldots (8)$$

Al escribir el resultado de la forma de la ecuación (8) con términos similares en el numerador y el denominador, es claro que se cumplen ambas condiciones de contorno y que la ecuación es dimensionalmente constante. A partir de la distribución de velocidad, podemos encontrar el flujo de momento, expresado de la siguiente manera:

$$\tau_{r\theta} = \mu_r \frac{d}{dr}\left(\frac{v_\theta}{r}\right) = -2\mu\Omega_\theta \left(\frac{R}{r}\right)^2 \left(\frac{K^2}{1-K^2}\right) \ldots (9)$$

A partir de la ecuación (9) se puede comenzar a deducir la ecuación de perfil de velocidad, donde el cilindro interior se encuentre girando, para posteriormente obtener las ecuaciones de esfuerzo cortante y el torque, siendo estas tres ecuaciones los modelos matemáticos de la geometría en dos cilindros concéntricos. De la ecuación (8) se sustituye en la ecuación (9), se obtiene:

$$\tau_{r\theta} = -\mu_r \frac{d}{dr}\left(\frac{v_\theta}{r}\right) = -\mu_r \frac{d}{dr}\left[\frac{\frac{r}{KR} - \frac{KR}{r}}{\frac{\frac{1}{K}-K}{r}}\right] \ldots (10)$$

Se efectúan las restas de las fracciones de la ecuación (10) y la factorización correspondiente de sus términos, obteniendo así las siguientes expresiones:

$$v_\theta = \Omega KR \left[\frac{\frac{R}{r} - \frac{r}{R}}{(\frac{1}{K}-K)}\right] \ldots (11)$$

$$\tau_{r\theta} = 2\mu\Omega \left(\frac{R}{r}\right)^2 \left(\frac{K^2}{1-K^2}\right) \ldots (12)$$

$$\tau_z = -4\mu\Omega\pi LR^2 \left(\frac{K^2}{1-K^2}\right) \ldots (13)$$

Elibro Online con ISBN
978-1-939982-42-1

Para encontrar el modelo matemático del torque se partió del perfil de velocidad, ecuación (10), la ecuación (12) es el esfuerzo de corte, y la ecuación (13) es el modelo matemático del torque. Estos tres modelos definen las características que rigen un fluido Newtoniano de flujo Couette.

Descripción del Método

En la práctica para un fluido que obedece la Ley de Newton la viscosidad no depende de la rapidez de deformación y su relación con el esfuerzo de corte es lineal.Resulta importante corroborar las estimaciones a partir de las ecuaciones obtenidas con mediciones experimentales dentro del sistema de cilindros concéntricos, ya que la fuerza que se aplica para deformar el fluido cambia con la geometría del equipo que se utiliza para estudiar el fluido[5].

Se diseñaron cuatro diferentes tubos lisos de PVC de distintas medidas; 0.78 in, 1.2 in, 1.9 in y 1.06 in, los cuales utilizaron agua como primera aproximación para conocer el equipo, por lo que se diseña un estudio teórico-práctico, obteniendo lecturas experimentales del torque y la velocidad de giro del cilindro interior para las pruebas a distintas geometrías, y comparándoseles con estimaciones a partir de las ecuaciones de momento obtenidas en la literatura mencionada anteriormente.

El flujo de un fluido de cilindros concéntricos es una situación de corte simple como se muestra en la Figura 1 y 2. En este caso el cilindro interno, se mueve a una velocidad angular constante Ω, mientras que el cilindro externo, se encuentra en reposo, inmerso entre ellos se encuentra el fluido a caracterizar[6]. Se le inyecta tinta vegetal al fluido para poder apreciar el movimiento de las capas que presenta.

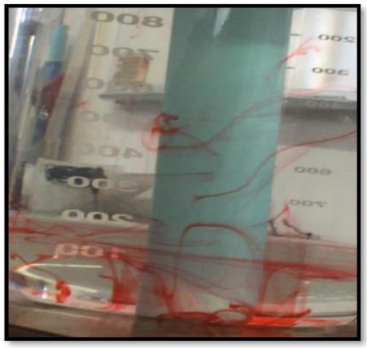


Figura 1 - Tubo concéntrico de 0.78 in, en un fluido Newtoniano a 12 rpm

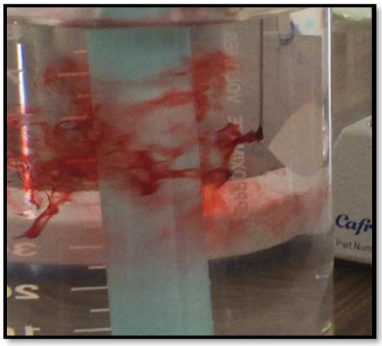


Figura 2 - Tubo concéntrico de 0.78 in, en un fluido Newtoniano a 350 rpm

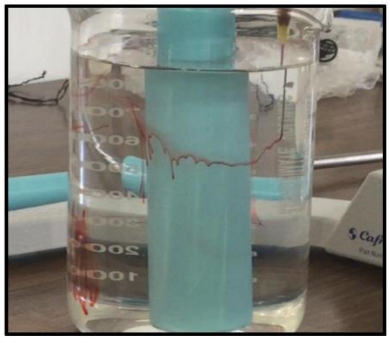


Figura 3 - Tubo concéntrico de 1.2 in, en un fluido Newtoniano a 12 rpm

Figura 4 - Tubo concéntrico de 1.2 in, en un fluido Newtoniano a 350 rpm

Elibro Online con ISBN
978-1-939982-42-1

Se muestra en las Figuras 3 y 4 el movimiento del flujo a 12 rpm y a 350 rpm respectivamente, y mediante la inyección de tinta se puede apreciar las capas generadas por el fluido. Dando como resultado mayor movimiento de las capas en los 350 rpm.

Figura 5 - Tubo concéntrico de 1.06 in, en un fluido Newtoniano a 12 rpm

Figura 6 - Tubo concéntrico de 1.06 in, en un fluido Newtoniano a 350 rpm

Puede demostrarse mediante el movimiento circular como viajan las capas del fluido, en las Figuras 5 y 6 se presenta la geometría con el tubo concéntrico de 1.06 in de diámetro y como es que recorre la tinta en este fluido.

La difusividad aumenta cuando se incrementan las rpm, teniendo como consecuencia un flujo turbulento en la Figura 6.

Figura 7 - Tubo concéntrico de 1.9 in, en un fluido Newtoniano a 12 rpm

Figura 8 - Tubo concéntrico de 1.9 in, en un fluido Newtoniano a 350 rpm

Para el cilindro de mayor diámetro puede observar un mayor movimiento en la superficie del fluido Newtoniano como se muestra en las Figuras 7 y 8, esto debido a la poca distancia que existe entre ambos cilindros.

Al momento de inyectarle la tinta vegetal, está alcanza a difuminarse debido a la turbulencia que presenta el flujo quedando a simple vista una mayor difusión en el líquido.

Resumen de resultados

Como primera prueba se realiza con el cilindro de menor diámetro 0.78 in al de mayor diámetro 1.9 in, con el fin de ir observando las diferentes características que presenta el flujo debido a estas condiciones.

Elibro Online con ISBN
978-1-939982-42-1

Se toman como parámetros distintos valores de torque (τ) respecto a la velocidad angular (Ω), estos valores son sustituidos en la ecuación (13).

En el caso en que la relación entre el esfuerzo de corte y la rapidez de deformación es lineal, se dice que el fluido es newtoniano.

A la relación matemática que existe entre el esfuerzo de corte y la rapidez de deformación se le denomina ecuación constitutiva. para el caso del fluido newtoniano es evidente que la viscosidad es constante e independiente de la rapidez de deformación.

El fluido que se caracteriza se pone en el espacio anular entre dos cilindros circulares concéntricos. Se hace girar un cilindro con respecto al otro.

Las mediciones del torque y velocidades de giro del cilindro interno se pueden correlacionar para calcular la viscosidad, sin embargo, para el caso particular del agua no fue posible dado que la magnitud del torque fue considerablemente muy pequeña como se puede apreciar en la Tabla 1.

Los efectos de los extremos superior e inferior del cilindro se deben tener en cuenta y reducirse, en el supuesto de que las lecturas de este dispositivo se utilizaran para determinaciones precisas de la viscosidad. Un instrumento particular de este tipo puede ser útil para mediciones de otros fluidos diferentes.

r	D_e	k	W_o	T_z
	cm		rpm	N.cm
1 < r < 5.9	2	0.169	12	0.000032517
			125	0.000338719
			257	0.000642211
			350	0.000948413
1.65 < r < 5.9	3.3	0.280	12	0.000093280
			125	0.000971665
			257	0.001842277
			350	0.002720662
2.5 < r < 5.9	5	0.424	12	0.000240590
			125	0.002506146
			257	0.004751653
			350	0.007017209
3.6 < r < 5.9	7.2	0.610	12	0.000652093
			125	0.006792632
			257	0.012878831
			350	0.019019370

Tabla 1 – Valores del torque para el fluido Newtoniano, con respecto a cada tubo.

Conclusiones

Las principales conclusiones de este trabajo son, se analizaron las características de un fluido Newtoniano y se explicó cómo distinguir estas características a partir de las curvas de flujo.

Se presentaron los detalles para la construcción de los cilindros concéntricos y se obtuvieron sus expresiones de esfuerzo y rapidez de deformación.

Se analizó el comportamiento de un fluido Newtoniano mediante los cilindros de PVC con sus rpm a los que fueron sujetos. A partir de la curva de flujo se determinó que el agua, un fluido Newtoniano, presenta condiciones constantes y no varían.

Recomendaciones

Un análisis detallado de cómo obtener expresiones mejor aproximadas, condiciones geométricas recomendables y las posibles fuentes de error pueden encontrarse en [5] y [7].

Aunque cabe aclarar que en esta bibliografía se supone conocida la velocidad angular y el torque. A diferencia de nuestro caso, en donde estas cantidades son explícitamente determinadas.

Elibro Online con ISBN
978-1-939982-42-1

Referencias

[1] Liñán Martínez, A; Rodríguez Fernández, *"Mecánica de Fluidos"*. (Segunda parte). 2000.

[2] A. F. Méndez-Sánchez, L. Pérez-Trejo, A. M. Paniagua Mercado. "Determinación de la viscosidad de fluidos newtonianos y no newtonianos (una revisión del viscosímetro de Couette) Latin-American Journal of Physics Education, ISSN-e 1870-9095, Vol. 4, Nº. 1, 2010

[3] Resnick, R., Halliday, D. y Krane K. S., *Física, Vol. 1*, (CECSA, 5ª edición, México, 2004)

[4] Sears, F. W., Zemansky, M. W., Young, H. D. y Freedman, R. A., *Física Universitaria Vol. 1*, (Pearson Educación, 11ª Edición, México, 2004).

[5] Bird, B. R., Armstrong, R. C., Hassager O., *Dynamics of Polymerics Liquids, vol 1*, (John Wiley & Sons, 2ª Edición, Estados Unidos de América, 1987).

[6] Scottblair, G. W., *Elementary Rheology*, (Academic Press London and New York, 1a Edición, Gran Bretaña, 1969).

[7] Macosko, C. W., *Rheology Principles, Measurements, and Applications*, (Wiley-VCH, 1a Edición, Estados Unidos de América, 1994).

Elibro Online con ISBN
978-1-939982-42-1

APÉNDICE 6. CARTA DE ASIGNACIÓN DE BECA CONACYT

CONACYT
Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología

CONSEJO NACIONAL DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DIRECCIÓN ADJUNTA DE POSGRADO Y BECAS
DIRECCIÓN DE BECAS

Ciudad de México, a 06 de septiembre de 2017

A QUIEN CORRESPONDA:

PRESENTE

Por medio de la presente hacemos constar que el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, CONACYT, ha otorgado una beca a el (la) C. **LILIANA YANET LOZANO ROSAS** con número (CVU/Becario): **809075/626345**, a partir de la fecha **01 de septiembre de 2017** hasta el **31 de enero de 2019** *, para realizar sus estudios de MAESTRIA en el programa MAESTRÍA EN INGENIERÍA APLICADA en UNIVERSIDAD VERACRUZANA.

La beca incluye:

Manutención Mensual	4.5 veces la Unidad de Medida y Actualización vigente, equivalente a $ 10,327.05

Servicio Médico proporcionado por el ISSSTE

* El monto en pesos correspondiente a manutención mensual estará vigente de febrero del presente año a enero del próximo. Si la beca cubre el mes de enero del presente año el monto a depositar corresponderá a: Doctorado $13,147.20; Maestría $9,860.40; Especialidad $8,764.80

Extendemos esta carta a petición de el(la) interesado(a) para los fines que considere pertinentes.

ATENTAMENTE

CONACYT

Mtro. Pablo Rojo Calzada
DIRECTOR.

APÉNDICE 6.1. CVU COMPLETO

gob.mx

CONACYT

Datos generales		
CURP: LORL900730MVZZSL06	**Fecha de nacimiento:** 30/jul/1990	**RFC:** LORL900730C78
Nombre: LILIANA YANET	**Primer apellido:** LOZANO	**Segundo apellido:** ROSAS
Sexo: Femenino	**Estado conyugal:** Soltero(a)	**País de nacimiento:** México
Entidad federativa: VERACRUZ DE IGNACIO DE LA LLAVE		**CVU:** 809075
Contacto principal: lili_m2l@hotmail.com		**Nacionalidad:** Mexicana

Identificadores de autor

Medios de contacto			
Medio de contacto	**Categoría de contacto**	**Correo / Teléfono**	**Principal**
Correo electrónico	Personal	lili_m2l@hotmail.com	SI

Domicilio de residencia	
Estado o distrito federal: VERACRUZ DE IGNACIO DE LA LLAVE	**Municipio o delegación:** VERACRUZ
Localidad: VERACRUZ	**Código postal:** 91740
Asentamiento: Colonia - Chapultepec	

Vialidad de domicilio
Nombre de vialidad: Vicente Suarez

Identificación del inmueble			
Número exterior:	**Parte numérica:** 424	**Parte alfanumérica:**	**Número exterior anterior:** 362
Número interior:	**Parte numérica:**	**Parte alfanumérica:**	

Entre que calles
Nombre de vialidad: CALLE Alvarado y CALLE Papantla

Calle posterior
Nombre: CALLE Veracruz
Descripción de la ubicación: Avenida Vicente Suarez, CP. 91740, No. 424 actual (no. anterior 362), entre Alvarado y Papantala. Colonia Chapultepec.

Grados académicos	
Título: TITULO	
Nivel de escolaridad: Licenciatura	**Estatus:** Grado obtenido
Cédula profesional: 8045571	**Opciones de titulación:** Tesis
Título de tesis: OPTIMIZACIÓN EN LA RECUPERACIÓN DE PROPANO DE LA PLANTA NO. 2 CRIOGÉNICA EN EL CPG MATAPIONCHE IMPLEMENTANDO VENTANAS	

MÉXICO
GOBIERNO DE LA REPÚBLICA

CONACYT

COMIMER

Contacto:
Avenida Insurgentes Sur, 1582,
Benito Juárez, Crédito Constructor, 03940
Ciudad de México, D.F. Tel: (55) 5322-7700

gob.mx

CONACYT

Fecha de obtención:	15/abr/2013
Institución de obtención de grado:	Universidad Veracruzana
País de obtención de grado:	México

Áreas de conocimiento			
Área:	Ingeniería y tecnología	**Campo:**	Ingeniería
Disciplina:	Ingeniería química	**Subdisciplina:**	Corrosión

Grados académicos			
Título:	RÉGIMEN DE FLUJO EN CILINDRO CONCENTRICOS DE FLUJO DE COUETTE		
Nivel de escolaridad:	Maestría	**Estatus:**	Título o grado en proceso
Institución de obtención de grado:	Universidad Veracruzana (UV)		
País de obtención de grado:	México		

Áreas de conocimiento			
Área:	Ingeniería y tecnología	**Campo:**	Ingeniería
Disciplina:	Ingeniería química	**Subdisciplina:**	Termo fluidos

Experiencia laboral	
Puesto laboral:	Otro
Institución:	.

Áreas de conocimiento			
Área:	Ingeniería y tecnología	**Campo:**	Ingeniería
Disciplina:	Ingeniería química	**Subdisciplina:**	Administración industrial

Nombre del puesto / Nombramiento:
Responsable de Seguridad, Salud y Protección Ambiental

Inicio:	20/mar/2014	**Fin:**	20/abr/2016

Publicación de artículos			
ISSN impreso:		**ISSN electrónico:**	01946535
Nombre:	Academia Journals		
País:			
Título del artículo:	RÉGIMEN DE FLUJO EN CILINDROS CONCÉNTRICOS DE FLUJO DE COUETTE		
Número de la revista:	978-1-939982-42-1	**Volúmen de la revista:**	10
Año de edición:		**Año de publicación:**	2018
Páginas de:	1	**a:**	6

MÉXICO
GOBIERNO DE LA REPÚBLICA
CONACYT
COFEMER

Contacto:
Avenida Insurgentes Sur, 1582,
Benito Juárez, Crédito Constructor, 03940
Ciudad de México, D.F. Tel: (55) 5322-7700

gob.mx

CONACYT

Palabra clave 1: Fluido Newtoniano	**Palabra clave 2:** Flujo Couette	**Palabra clave 3:** Curva de flujo

Áreas de conocimiento	
Área: Ingeniería y tecnología	**Campo:** Ingeniería
Disciplina: Ingeniería química	**Subdisciplina:** Termo fluidos

¿Recibió apoyo CONACYT?: Sí	**Fondo/Programa:** Fondo institucional

Coautores		
Coautor	Origen	Rol participación
Eslí Vázquez Nava	MANUAL	Autor
Ernesto Francisco Rubio Cruz	MANUAL	Autor

Publicación de artículos		
ISSN impreso:	**ISSN electrónico:** 01946535	
Nombre: Academia Journals		
País:		
Título del artículo: RÉGIMEN DE FLUJO EN CILINDRO CONCÉNTRICOS DE FLUJO DE COUETTE		
Número de la revista: 978-1-939982-42-1	**Volúmen de la revista:** 10	
Año de edición:	**Año de publicación:** 2018	
Páginas de: 6	**a:** 1	
Palabra clave 1: Fluido Newtoniano	**Palabra clave 2:** Flujo Couette	**Palabra clave 2:** Curva de flujo

Áreas de conocimiento	
Área: Ingeniería y tecnología	**Campo:** Ingeniería
Disciplina: Ingeniería química	**Subdisciplina:** Termo fluidos

¿Recibió apoyo CONACYT?: Sí	**Fondo/Programa:** Fondo institucional

Coautores		
Coautor	Origen	Rol participación
Eslí Vázquez Nava	MANUAL	Autor
Ernesto Francisco Rubio Cruz	MANUAL	Autor

Idioma
Idioma: English

Grado de dominio	
Grado de dominio: Intermedio	**Nivel de conversación:** Intermedio
Nivel de lectura: Intermedio	**Nivel de escritura:** Intermedio
	¿Cuenta con certificación? No
Documento probatorio: EXANI III	
Puntos / porcentaje: 50	**Nivel conferido:** Intermedio