



UNIVERSIDAD VERACRUZANA
DOCTORADO EN SISTEMAS Y AMBIENTES EDUCATIVOS

**Uso de recursos digitales para mejorar la comprensión
de fracciones equivalentes en 5° y 6° grado de primaria**

TESIS

Que para obtener el grado de

Doctor en Sistemas y Ambientes Educativos

Presenta

Rafael Córdoba Del Valle

MIEMBROS DEL COMITÉ TUTORAL

Dr. Ismael Esquivel Gámez
Facultad de Administración, U.V.
Director y Tutor

Dr. Jorge Arturo Balderrama Trápaga
Facultad de Psicología, U.V.
Codirector

Dr. Cesáreo Morales Velázquez
Coordinación de Educación Virtual, UAM-I
Asesor externo

Dra. Yadira Navarro Rangel
Facultad de Ciencias de la Electrónica, BUAP
Asesora externa

Veracruz, Ver; 2014

Contenido

Resumen.....	9
Abstract	10
INTRODUCCION	11
CAPITULO 1. ANTECEDENTES	16
1.1 Revisión de la literatura.....	16
1.1.1 Enseñanza y didáctica de las matemáticas	17
1.1.2. Aprendizaje, conocimiento y comprensión	19
1.1.3. Los números racionales.....	23
1.1.3.1 Aproximación al concepto de fracción.....	23
1.1.3.2 Significados del número racional en su representación fraccional.....	24
1.1.3.3 Representaciones del número racional	27
1.1.3.4. La evaluación de la comprensión de fracciones	32
1.1.4 El trabajo con fracciones en la escuela primaria	33
1.1.4.1 Algunas irregularidades en la enseñanza de fracciones y sus operaciones	33
1.1.4.2 Obstáculos en la construcción del concepto de fracción	34
1.1.4.3 Soporte didáctico sobre las fracciones	35
1.1.4.4 Herramientas que ayudan a la construcción del concepto de fracción	36
1.1.4.5 Modelo de enseñanza de fracciones en la primaria	37
1.1.5 Factores que influyen en el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas.....	40
1.1.6 Enseñanza de las matemáticas mediada con TIC	43
1.1.6.1.1 Los Recursos digitales.....	43
1.1.6.2 Actividades multimedia.....	43
1.1.6.2.1 El programa JClic.....	44
1.1.6.3 La influencia de las TIC en el proceso de enseñanza y aprendizaje.....	45
1.1.7 Fundamentación del uso de la tecnología en la educación.....	47

1.1.8 Políticas educativas sobre la inclusión de las TIC en la educación.....	49
1.1.8.1 El programa sectorial de Educación (2007 – 2012)	49
1.1.8.2 La Reforma Integral para la Educación Básica (RIEB)	52
1.1.8.3 Propósitos del estudio de las matemáticas para la Educación Básica	52
1.1.8.4 Propósito del estudio de las matemáticas para la Educación Primaria.....	53
1.1.8.5 Estándares curriculares de matemáticas para Educación Básica.....	53
1.1.8.6 Metodología didáctica	55
1.2 Estado del Arte	56
1.2.1 Problemas en la enseñanza de las matemáticas en México	56
1.2.2 Referentes del uso de TIC en la enseñanza de matemáticas	58
1.2.2.1 Uso de tecnología para el desarrollo del pensamiento proporcional cualitativo	63
1.2.2.2 Modelo de Diseño de Material Computacional Interactivo	64
1.2.3 Investigaciones realizadas sobre la enseñanza de fracciones	66
1.2.3.1 El significado cuantitativo que tienen las fracciones para estudiantes mexicanos de 6o. de primaria.....	66
1.2.3.2 Observación de procesos de aprendizaje de los niños en el aula: Una forma de aprender a enseñar fracciones.....	66
1.2.3.3 Caracterización del modelo de enseñanza de las fracciones equivalentes en el currículo nacional de la educación matemática en la primaria.....	69
1.2.3.4 Enseñanza experimental de las fracciones en cuarto grado.....	72
1.2.3.5 Análisis de indicadores para la construcción del concepto de fracción en los libros de texto de quinto y sexto grado de primaria	72
1.3 Problema de investigación	78
1.4 Objetivos	80
1.4.1 General	80
1.4.2 Específicos	80
1.5 Hipótesis.....	80

CAPITULO 2. MARCO TEÓRICO	81
2.1 Teorías en las que se fundamenta la investigación.....	81
2.1.1 Teoría del desarrollo del conocimiento	81
2.1.1.1 Etapa de las operaciones concretas según Piaget	82
2.1.2 Teoría del neoconductismo: condicionamiento operante	84
2.2 Articulación teórico-conceptual	86
2.3 Contribución de las teorías en el diseño de materiales didácticos informáticos	86
CAPITULO 3. DISEÑO METODOLÓGICO	89
3.1 Método	89
3.2 Población.....	90
3.2.1 Contexto	90
3.2.2 Participantes	90
3.2.3 Recolección de datos.....	92
3.2.3.1 Validez del instrumento.....	94
3.2.3.2 La confiabilidad del instrumento.....	95
3.3 Procedimiento	97
3.4 Procesamiento de datos	113
3.4.1 Pre-test y Post-test.....	113
3.4.2 El periodo de intervención	115
3.4.3 Tratamiento estadístico	116
3.4.3.1 Prueba de hipótesis.....	117
CAPITULO 4. RESULTADOS	119
4.1 Presentación de resultados	119
4.2 Discusión de resultados.....	131
4.3 Conclusiones	139
4.4 Prospectiva de la investigación	142

REFERENCIAS.....	144
Anexos y Apéndices.....	164
Anexo 1. Instrumento de recolección de datos (Examen Pre-test).....	164
Anexo 2. Instrumento de recolección de datos (Examen Post-test)	168
Anexo 3. Cuadro de operacionalización de variables	172
Anexo 4. Resultados de la prueba de confiabilidad alfa de Cronbach	175
Anexo 5. Medias y prueba T para los grupos control de quinto grado, experimental y control de sexto grado	180
Apéndice A. Niveles de desempeño en las escalas de PISA.....	192
Apéndice B. Niveles de desarrollo de comprensión de fracciones.	194
Apéndice C. Tiempos Potencial y Real en la utilización de las actividades multimedia.	197

Lista de Tablas

Tabla No. 1.1 Metas Educativas 2012. Fuente: (PSE, 2007)	50
Tabla No. 3.2. Población de alumnos de los grupos control y experimental de quinto y sexto grado..	90
Tabla No. 3.3. Indicadores por ítem en el examen Pre-test.....	93
Tabla No. 3.4. Indicadores por ítem en el examen Post-test.	94
Tabla No. 3.5. Prueba de fiabilidad <i>formas alternativas o paralelas</i> – Grupos de Control y Experimental de quinto y sexto grado.....	96
Tabla No. 3.6. Habilidad para el indicador <i>Identificar fracción en una representación pictórica</i>	104
Tabla No. 3.7. Organización de calificaciones por indicador en las evaluaciones pre-test, post-test y en el periodo de intervención.	114
Tabla No. 4.8. T-Student para muestras relacionadas aplicada a los grupos de intervención y de control de quinto y sexto grado.	120
Tabla No. 4.9. Media de los promedios general y de matemáticas del grupo de quinto grado.	124
Tabla No. 4.10. Media de los promedios general y de matemáticas del ciclo anterior del grupo de sexto grado.....	124
Tabla No. 4.11. Resultados de aciertos y errores por indicadores en la prueba pre-test al grupo de quinto grado.	125
Tabla No. 4.12. Resultados de aciertos y errores por indicadores en la prueba post-test al grupo de quinto grado.	125
Tabla No. 4.13. Resultados de aciertos y errores por indicadores en la prueba pre-test al grupo de sexto grado.....	126
Tabla No. 4.14. Resultados de aciertos y errores por indicadores en la prueba post-test al grupo de sexto grado.	126
Tabla No. 4.15. Estadísticos por indicadores del grupo experimental y control de quinto grado.....	127
Tabla No. 4.16. Tiempo de uso de computadora por indicador en el AVA para el grupo experimental de quinto grado.....	128
Tabla No. 4.17. Tiempo promedio en la solución de actividades multimedia por indicador para el grupo experimental de quinto grado.....	129
Tabla No. 4.18. Tiempo de uso de computadora por indicador en el AVA para el grupo experimental de sexto grado.	129
Tabla No. 4.19. Tiempo promedio en la solución de actividades multimedia por indicador para el grupo experimental de sexto grado.	130
Tabla No. 4.20. Cuadro de operacionalización de variables..	173

Tabla No. 4.21. Niveles de desempeño de las escalas de PISA..	193
Tabla No. 4.22. Niveles de desarrollo de comprensión de fracciones.	195
Tabla No. 4. 23. Tiempos potencial y real, en la utilización de las actividades multimedia.	198

Lista de figuras

Fig. No. 1.1. Ejemplo de elementos representacionales de la fracción un cuarto.	21
Fig. No. 1.2. Lección 33. Problemas con fracciones.	68
Fig. No. 1.3. Representación de fracción como razón en un contexto continuo.	73
Fig. No. 1.4. Identificación de fracciones en contextos continuos.	74
Fig. No. 1.5. Creación de figuras bajo el concepto de fracción como razón.	76
Fig. No. 1.6. Uso de fracción como proporción en tablas de frecuencia.	77
Fig. No. 1.7. Ejercicio que refiere a la fracción como razón.	78
Fig. No. 2.8. Teorías en las que se fundamenta la construcción del significado de fracción equivalente.	86
Fig. No. 3.9. Selección aleatoria de estudiantes para los grupos control y experimental	91
Fig. No. 3.10. Registro de actividades multimedia en la base de datos de Moodle.	92
Fig. No. 3.11. Conexión de diagrama rectangular con la recta numérica.	99
Fig. No. 3.12. Traslaciones entre las representaciones en la relación parte-todo.	100
Fig. No. 3.13. Representación pictórica de la fracción $\frac{1}{2}$	101
Fig. No. 3.14. Representación pictórica de la fracción $\frac{2}{4}$	102
Fig. No. 3.15. Representación pictórica de fracciones equivalentes.	103
Fig. No. 3.16. Acción computacional para el indicador identificar fracción en una representación pictórica.	105
Fig. No. 3.17. Acción computacional para el indicador <i>representar pictóricamente una fracción simbólica</i>	106
Fig. No. 3.18. Acción computacional para el indicador Comparar fracciones.	107
Fig. No. 3.19. Otra acción computacional para el indicador <i>comparar fracciones</i>	108
Fig. No. 3.20. Acción computacional para el indicador crear fracciones equivalentes.	109
Fig. No. 3.21. Acción computacional para el indicador ubicar fracciones en la recta numérica.	110
Fig. No. 3.22. Actividad multimedia JClic.	111
Fig. No. 3.23. Actividades multimedia sobre fracciones equivalentes en http://colpostt.com/moodle	112
Fig. No. 3.24. Módulo: <i>Las fracciones equivalentes</i> en Moodle.	116
Fig. No. 4.25. Resultados de la prueba T para el grupo de intervención de quinto grado.	120
Fig. No. 4.26 Prueba T-Student para muestras independientes por cada indicador para el grupo de quinto grado.	121
Fig. No. 4.27 Prueba T-Student para muestras independientes por cada indicador para el grupo de sexto grado.	122
Fig. No. 4.28 Prueba T-Student para muestras relacionadas por cada indicador para el grupo experimental de quinto grado.	123

Fig. No. 4.29 Prueba T-Student para muestras relacionadas por cada indicador para el grupo experimental de sexto grado.....	123
Fig. No. 4.30. Correlación de Pearson para otras variables no consideradas en el estudio.....	131
Fig. No. 4.31 Prueba de fiabilidad <i>alfa de Cronbach</i> – Grupo control quinto grado.....	176
Fig. No. 4.32 Prueba de fiabilidad <i>alfa de Cronbach</i> – Grupo experimental quinto grado.	177
Fig. No. 4.33 Prueba de fiabilidad <i>alfa de Cronbach</i> – Grupo control sexto grado.....	178
Fig. No. 4.34 Prueba de fiabilidad <i>alfa de Cronbach</i> – Grupo experimental sexto grado.....	179
Fig. No. 4.35 Media de los indicadores obtenidos en el pretest y posttest del grupo control de quinto grado.....	181
Fig. No. 4.36 Resultados de la prueba T para el grupo control de quinto grado.....	183
Fig. No. 4.37 Resultados de la prueba T – Student para muestras relacionadas para cada indicador del grupo control de quinto grado.	184
Fig. No. 4.38 Media de los indicadores obtenidos en el pretest y posttest del grupo experimental de sexto grado.	185
Fig. No. 4.39 Resultados de la prueba T para el grupo experimental de sexto grado.	187
Fig. No. 4.40 Media de los indicadores obtenidos en el pretest y posttest del grupo control de sexto grado.....	188
Fig. No. 4.41 Resultados de la prueba T- Student para el grupo control de sexto grado.	190
Fig. No. 4.42 Resultados de la prueba T- Student para muestras relacionadas con cada indicador del grupo control de sexto grado.....	191

Resumen

El objetivo de la presente investigación fue determinar en qué medida el uso de recursos digitales contribuye con la comprensión del concepto de fracción equivalente. El diseño fue de tipo experimental con dos grupos experimentales y dos grupos control. Los participantes fueron los alumnos de quinto y sexto grado de la escuela primaria Valentín Gómez Farías ubicada en la ciudad de Boca del Río, Veracruz, México. Los instrumentos utilizados tanto para el Pre-test como para el Post-test fueron elaborados con base en los indicadores tomados del test de evaluación *Assessment of Fraction Understanding (AFU)* (Wong y Evans, 2007), que evalúa la comprensión de fracciones, así como de las investigaciones sobre la construcción de su significado, llevadas a cabo por Hincapie (2011), NCTM (2000), Perera y Valdemoros (2007), Maldonado (2009) y Gallardo, González y Quispe (2008). Los resultados de las pruebas T-Student para datos relacionados, realizadas a los grupos control y experimental reflejan que no existe evidencia estadísticamente significativa para postular que existieron cambios en los resultados del Pre Test y el Post Test de los alumnos de los grupos: control de 5° grado, experimental de 5° grado y experimental de 6° grado, sin embargo, se identificó que hay evidencia estadística suficiente para afirmar que se presentaron cambios en los resultados del Pre-test y el Post-test de los alumnos del grupo control de 6° grado.

Palabras clave: Matemáticas, fracciones, fracciones equivalentes, ambiente virtual de aprendizaje, primaria.

Abstract

The objective of this research was to construct the meaning of fraction and improve understanding of equivalent fractions. The design of the research was experimental with two experimental groups and two control groups. Participants were students in fifth and sixth grade of primary school Valentin Gómez Farias located in the city of Boca del Río, Veracruz, México. The instruments used for both the pre-test and post-test were prepared based on the indicators from the assessment test Assessment of Fraction Understanding (AFU) (Wong & Evans, 2007), which assesses understanding of fractions, as well as research on the construction of meaning, carried out by (Hincapie, 2011), (NCTM, 2000), (Valdemoros & Perera, 2007), (Maldonado, 2009) and (Gallardo, González & Quispe, 2008) . The results of the T-Student tests for related data, performed to the control and experimental groups show that there is no statistically significant evidence to postulate that there were changes in the results of the Pre Test and Post Test student groups: control 5th grade, 5th grade experimental and experimental 6th grade, however, it was identified that there is enough statistical evidence to say that changes occurred in the results of the Pre Test and Post Test of students in the control group 6th grade.

Keywords: Math, fractions, equivalent fractions, virtual learning environment, primary.

-INTRODUCCION

La problemática sobre los bajos promedios obtenidos en matemáticas y ciencias en México, según PISA (2006), significa que los alumnos no pueden identificar consistentemente, explicar y aplicar el conocimiento científico en una serie de situaciones de vida compleja, los resultados de esta evaluación indican que México tiene una proporción elevada de alumnos por debajo del nivel 2 (alrededor del 50 %), lo que implica que muchos jóvenes no están siendo preparados para una vida fructífera en la sociedad actual.

Como consecuencia, el gobierno, y las instituciones educativas, se han replanteado actividades y acciones que resuelvan dicha situación, para alcanzar el nivel de hacer competentes a los estudiantes ante este mundo globalizado, resultando que se establezcan mejores condiciones para la enseñanza de una *matemática sana*. La lucha por mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas es una realidad dentro del sistema educativo, sin embargo, la voluntad de los nuevos profesionales encargados de realizar esta tarea parece disolverse por todos los factores y elementos que el sistema educativo implica en su práctica cotidiana.

El aprendizaje de las matemáticas resulta *ser difícil*, así lo expresa, Vergnaud (1998, párr. 8) quien dice “la dificultad de las matemáticas radica en que se necesita de un concepto para aprender otro. Otra razón, es que las matemáticas muchas veces no son bien enseñadas porque los docentes no cuentan con una buena formación para enseñar esta área”, propiciando que sea una de las asignaturas en la que la mayoría de los alumnos, obtengan bajas calificaciones y poco rendimiento académico. Lo anterior no sólo resulta ser una problemática en el ámbito educativo a nivel local, sino que es un problema que se agudiza de manera mundial.

Existen varios elementos que componen el problema, entre ellos se pueden citar la falta de preparación adecuada (y/o actualización) del profesor, la influencia de la sociedad y el entorno familiar; que reproducen estereotipos que desalientan a la gran mayoría de los estudiantes a dedicarse a esta ciencia, por lo cual antes de empezar el curso, el estudiante ya tiene la idea de que matemáticas es la materia más difícil. Así mismo la amplitud de los programas de los cursos, la rapidez con que éstos se imparten, la falta de ejemplos que muestren la relación de las materias con el resto del currículum y la escasa motivación con que los

emprenden, no permiten al alumno encontrarle un sentido de utilidad e importancia a las matemáticas.

Como consecuencia, el alumno no pone empeño en el aprendizaje de las matemáticas, conformándose con aprobar los cursos y olvidando sus contenidos tan pronto sucede lo primero. Basta con observar las noticias relacionadas con pruebas de desempeño académico realizadas a los estudiantes de nuestro país. México ha alcanzado los últimos lugares en comparación con otros países latinoamericanos.

Por otra parte, los resultados de la Evaluación Nacional del Logro Académico de los Centros Educativos ENLACE (2011) en la prueba de matemáticas aplicada a alumnos de tercero a sexto grado de primaria, muestran que un 60% de los alumnos obtuvieron el nivel de logro *insuficiente y elemental*, mientras que un 40% obtuvieron el nivel *bueno y excelente*.

Esta misma evaluación en el 2007, corroboró los resultados del 2006: más de las tres cuartas partes (77.7%) de los niños de primaria se hallan en un nivel insuficiente o elemental en el dominio de las matemáticas, el 22.3 por ciento en los niveles bueno o excelente. En 3° de secundaria se acentúan las deficiencias ya que de cada 100 estudiantes sólo 5 alcanzan satisfactoriamente los objetivos de matemáticas.

Se puede apreciar una mejoría en los resultados durante los años 2006 – 2011, sin embargo, también es evidente la necesidad de estrategias para mejorar la didáctica de las matemáticas.

Las deficiencias en los aprendizajes reveladas por las pruebas nacionales, se corroboran con los resultados de la aplicación de las pruebas del Programa para la Evaluación Internacional de Estudiantes (PISA por sus siglas en inglés), que es un estudio periódico y comparativo, promovido y organizado por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE), la más reciente aplicación de esta evaluación se realizó en el 2009, PISA (2009) en la que participaron 65 países: 34 miembros de la OCDE y 31 asociados y economías (Shangai y Hong Kong), con un total aproximado de 475,000 estudiantes seleccionados al azar; el enfoque de la evaluación se centra en los conocimientos y competencias de cada materia que los

estudiantes necesitan aplicar; los contextos en los cuales se encuentran los problemas, y las actitudes y disposición del alumno hacia el aprendizaje.

En esta evaluación, en lo que refiere al desempeño de México en matemáticas, sólo el 5% se ubica en los niveles altos, 44% en los niveles intermedios y 51% en los niveles inferiores, además por entidad federativa, ninguna alcanza el promedio OCDE de 496 puntos, (vea Niveles de desempeño de las escalas de PISA en el Apéndice A).

Los resultados alcanzados por México en PISA (2009), revelan que aún hay mucho por hacer para asegurar que nuestros jóvenes sean capaces de analizar, razonar y comunicarse de manera satisfactoria al plantear, resolver e interpretar problemas en diversas situaciones del mundo real.

Más aún, si nos remontamos a la evaluación PISA 2003, dicha prueba puso su énfasis en la evaluación de las competencias de los jóvenes de 15 años en el área de matemáticas, y sus resultados no fueron alentadores para México pues el desempeño de los estudiantes mexicanos se ubicó entre los últimos 4 lugares de un total de 40 países. Además, mientras que sólo el 8.2% de los jóvenes que fueron evaluados en los demás países que forman parte de la OCDE se encontraban en el “nivel 0” de la escala de matemáticas, el 38.1% de los mexicanos se ubicaron en ese nivel; al tiempo que el 4% de los jóvenes de la OCDE se ubicaron en el nivel 6 y en México el porcentaje fue 0.

En relación con la importancia que implica mejorar la enseñanza de las matemáticas, Silva (2008, p. 4) menciona que “el mejoramiento de la enseñanza de las matemáticas es un problema central para el sistema educativo mexicano y por ello la búsqueda de alternativas dirigidas a sacar adelante esta tarea cobra relevancia”. A su vez Briceño (2011) también expone una necesidad de afrontar el problema que existe con la ineficiencia en la enseñanza de las matemáticas, y argumenta que hay mucha apatía con esta materia por parte del estudiante.

Una problemática real, es que el alumno no siente agrado por las matemáticas, y en parte se debe a la forma cómo se enseña esta materia al interior del aula. Al respecto, para Ruiz (2008) existen factores que están afectando el proceso de enseñanza aprendizaje de esta materia y que son:

- Una falta generalizada de profesores de ciencias en todos los niveles de los sistemas educativos (UNESCO, 2011).
- Falta de dominio por parte del profesor, del contenido de matemáticas que imparte.
- Existencia de profesores de ciencias que, aunque con un adecuado dominio del contenido matemático, carecen de una formación didáctica sólida.
- Poca vinculación de su contenido con la realidad (descontextualización)

Sin embargo, es conocido que, aun teniendo el mejor profesor de matemáticas, con un amplio dominio del tema y con una excelente formación didáctica y pedagógica, no se obtendrán los mismos resultados evaluativos, debido a que no todos los estudiantes tienen los mismos intereses, motivaciones, aspiraciones, incluso las condiciones personales y el medio familiar influirán en los resultados que se obtengan del proceso de enseñanza aprendizaje.

Con respecto a los intereses que comparten los estudiantes de hoy en día, es sabido, que actualmente, demuestran gran interés y facilidad en el uso de las TIC. Además, actualmente el uso de las tecnologías de información y comunicación se hace cada vez más evidente en el sector educativo. Observamos por ejemplo el uso de videos, audios y videoconferencias para reforzar una cátedra, la gran cantidad de software y aplicaciones informáticas existente en la red como apoyo educativo, un gran número de cursos online que se ofrecen para el uso de tecnologías aplicadas a la educación, etc., por tanto es necesario replantear estrategias didácticas apoyadas con las TIC, que permitan dar apoyo y mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

En este orden de ideas, Flores (2012) menciona que hay investigaciones en las que se refleja que los alumnos experimentan un aprendizaje significativo a través de un uso apropiado de las TIC y cita como ejemplos a Dunham y Dick (1994), Boers-van Oosterum (1990) y Rojano (2006), sin embargo, para este autor, la incorporación sistemática y oficial de las TIC a los sistemas escolares, es reciente y por tanto es un área en la que aún falta mucho por trabajar.

Otros estudios realizados sobre el uso de las TIC en la enseñanza, son los de Organista-Sandoval (2010, Párr. 9) quien expresa que, “las TIC son vistas como una herramienta poderosa y con funciones interesantes para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas”.

Ahora bien, con este claro precedente de que la incorporación de las TIC en la enseñanza aporta una serie de ventajas en el aprendizaje de los alumnos, se llevó a cabo esta investigación con el fin de lograr un mejoramiento en la comprensión de las matemáticas (de manera específica en el tema de fracciones equivalentes) mediante el uso de recursos digitales.

La relevancia de acuerdo con la problemática presentada, se deriva de los beneficios que se desea obtener y que se mencionan a continuación:

1. A través de la mejora de la comprensión del significado de fracción y fracción equivalente, se pretende mejorar el rendimiento académico del alumno en matemáticas a través del uso de recursos digitales.
2. Derivado del punto anterior, se espera reducir el índice de reprobación en matemáticas, en la primaria donde se llevó a cabo la investigación y por ende,
3. Disminuir el índice de deserción en las escuelas, fenómeno causado principalmente por el alto porcentaje de reprobación.
4. El mejoramiento del rendimiento académico y la reducción del índice de reprobación en matemáticas, nos permiten suponer un mejor desempeño del alumno en los niveles educativos superiores.
5. Se pretende que la presente investigación aporte evidencia suficiente para propiciar un mayor uso de las TIC como herramienta de apoyo a la enseñanza de las matemáticas en la educación básica.

Es importante resaltar que la institución de educación primaria en donde se llevó a cabo este estudio, a través de los profesores de matemáticas de quinto y sexto grado, dio cuenta de la importancia del uso de los recursos digitales y los beneficios que pueden aportar en el rendimiento académico de los alumnos en matemáticas.

Finalmente se mencionan los capítulos en que se divide esta tesis: Antecedentes, Marco Teórico, Diseño Metodológico y Resultados, mismos que revelan la necesidad de incorporar el uso de las TIC en las actividades pedagógicas, de manera que sean vistas y utilizadas como un apoyo en la búsqueda por mejorar la enseñanza de las matemáticas.

CAPITULO 1. ANTECEDENTES

1.1 Revisión de la literatura

En este capítulo se presenta el marco teórico de este estudio, algunos referentes conceptuales, así como el estado del arte. En primer lugar, se definen algunas ideas clave de enseñanza y didáctica de las matemáticas, aprendizaje, conocimiento y comprensión. Posteriormente, se aborda un acercamiento del concepto de fracción, así como los diversos significados del número racional y sus distintas representaciones, que convierten este tema en uno de los más difíciles en la enseñanza de las matemáticas en la primaria. También se menciona de manera breve, aspectos relevantes en la evaluación de la comprensión de fracciones, así como el trabajo con fracciones que se realiza en la primaria que incluye las irregularidades comunes que se han presentado en su enseñanza, los obstáculos para lograr la construcción del concepto de fracción, el soporte didáctico sobre las fracciones, herramientas de utilidad para la construcción de su significado o concepto y el modelo de enseñanza de fracciones en la primaria. Luego se abordan los conceptos de recursos digitales y multimedia así como la influencia que han tenido las TIC en la enseñanza y su importancia en el ámbito educativo. Enseguida se da una breve fundamentación sobre el uso de la tecnología en la educación y finalmente se mencionan algunas políticas educativas referentes a la inclusión de las TIC en la educación.

Posteriormente se aborda el estado del arte, mismo que ofrece un panorama sobre los problemas en la enseñanza de las matemáticas en México, algunos referentes importantes sobre el uso de las TIC en la enseñanza de las matemáticas y finalmente y de manera más precisa se presentan algunas investigaciones que se han realizado sobre la enseñanza de las fracciones en México.

Finalmente se presenta el problema de investigación, los objetivos y la hipótesis de la presente investigación.

1.1.1 Enseñanza y didáctica de las matemáticas

La *enseñanza* como concepto inescindible del aprendizaje, es una actividad realizada de manera conjunta tan antigua como el hombre mismo, para que ésta se lleve a cabo, tiene que darse la conjunción de cuando menos tres elementos: un profesor o docente, uno o varios alumnos o discentes y el objeto de conocimiento.

En el acto de enseñar y de aprender se ponen en juego diferentes procesos de interacción matizadas por la historia de vida del binomio humano constituido éste por el profesor y el estudiante (Alves, 1973), estas características de personalidad de cada uno de estos actores, junto con otras capacidades, van a constituirse en detonantes positivos o negativos en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Le corresponde al profesor por ser el responsable de la educación formal del estudiante, manejar de manera eficiente y pertinente, las diferentes herramientas derivadas de la didáctica y la pedagogía.

De la enseñanza impartida por un individuo con miras a proyectar sus efectos en otro, resulta el aprendizaje de éste, que se traduce en un mejoramiento de su naturaleza personal. Por esta razón, dichas acciones humanas, para Villalpando (1970, p. 15) “han llegado a ser y de hecho constituyen, el objeto de una específica reflexión, que las explique y comprenda, a la vez que encauce sus realizaciones de manera fácil y con resultados efectivos”. De esta manera la reflexión didáctica, enfrenta los cuestionamientos planteados por la enseñanza y el aprendizaje abordándola más allá de su realización práctica.

“Etimológicamente la palabra didáctica se deriva del griego *didaskhein*: enseñar y *tékne*: arte, por tanto, se puede decir que la didáctica es el arte de enseñar” (Torres y Girón, 2009, p. 11). Así, todas las palabras con la misma raíz, tienen que ver con el término *enseñanza*, por lo que para algunos autores ambos términos son usados como sinónimos, aunque no lo sean, (Brousseau, 1990).

La palabra didáctica fue empleada por primera vez, con el sentido de enseñar, en 1629, por Ratke, en su libro *Principales Aforismos Didácticos*. El término, sin embargo, fue consagrado por Juan Amos Comenio, en su obra *Didáctica Magna*, publicada en 1657.

Así, pues, didáctica significó, principalmente, arte de enseñar. Y como arte, la didáctica dependía mucho de la habilidad para enseñar, de la intuición del maestro o maestra. Más tarde, la didáctica pasó a ser conceptualizada como ciencia y arte de enseñar, prestándose, por consiguiente, a investigaciones referentes a cómo enseñar mejor.

La didáctica, en palabras de Freudenthal (1991, p.45) “es la organización de los procesos de enseñanza y aprendizaje relevantes para una materia”. Por otra parte, Kieran (1998, p. 596) afirma que “la didáctica es la ciencia que se interesa por la producción y comunicación del conocimiento”, aquí resulta de gran interés saber qué es lo que se está produciendo en una situación de enseñanza. Es decir, “la didáctica se construye con la teoría y la práctica, inmersa en ambientes organizados de relación y comunicación intencional, en el que se desarrollan procesos de enseñanza y aprendizaje para la formación del alumno”, (Benedito 1987, p. 11).

Dado que la didáctica hace referencia a los procedimientos y técnicas de enseñar aplicables en todas las disciplinas o en materias específicas, se le ha diferenciado en didáctica general y didáctica específica o especial.

Didáctica general y didáctica específica

La didáctica general, según Torres y Girón (2009) está destinada al estudio de todos los principios generales y técnicas válidas para la enseñanza de cualquier materia o disciplina. Estudia el problema de la enseñanza de modo general, sin las especificaciones que varían de una disciplina a otra. Procura ver la enseñanza como un todo, estudiándola en sus condiciones más generales, con el fin de iniciar procedimientos aplicables en todas las disciplinas y que den mayor eficiencia a lo que se enseña. Está constituida por la metodología abordada mediante una serie de procedimientos, técnicas y demás recursos, por medio de los cuales se da el proceso de enseñanza-aprendizaje.

La didáctica en su carácter especial estudia los mismos métodos y procedimientos que la didáctica general, sólo que los aplica de manera particular en las disciplinas o asignaturas, especiales para poder abordarlas desde su naturaleza epistemológica, psicológica y pedagógica, tal es el caso de las matemáticas, objeto de estudio de la presente investigación.

Hoy en día, el objetivo de toda enseñanza es lograr en el estudiante un *aprendizaje significativo*. Este aprendizaje significativo es un conocimiento adquirido a largo plazo, y se le

llama así porque le da sentido y significado a lo aprendido, de manera que puede ser asociado con conocimientos previos y usado para generar nuevos conocimientos. “La esencia está en utilizar los conocimientos del estudiante para aplicarlos en situaciones de aprendizaje nuevas, de manera que se apropie del conocimiento y lo encuentre significativo o sea importante y relevante en su vida diaria” (ALME25, 2000, p. 529).

Al respecto, para Streefland (1991), la enseñanza debe apegarse a la realidad para que el conocimiento sea significativo para el niño. Así, la enseñanza de las matemáticas debe estar basada en la solución de problemas del mundo real. Se entiende aquí que el rol del maestro es el de un guía, a la luz de los conocimientos previos que reutilizan y el nuevo que construyen los estudiantes sobre algún contenido, en el caso de la presente investigación nos referimos al contenido matemático.

De acuerdo con el párrafo anterior, aunado a las dificultades que se han detectado en la enseñanza y aprendizaje de esta materia, la didáctica de las matemáticas cobra gran importancia en la actualidad.

En el entendido que, la Didáctica estudia los procesos de enseñanza y aprendizaje, la Didáctica de las Matemáticas es la disciplina cuyo objeto de estudio son los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (Sotos, s.f.).

1.1.2. Aprendizaje, conocimiento y comprensión

El aprendizaje para Greeno, Coollins y Resnick (1996, p. 16) “es un proceso constructivo de crecimiento conceptual, muchas veces involucrando reorganización de conceptos en la comprensión del aprendiz, y crecimiento en habilidades cognitivas generales tales como, estrategias de solución de problemas y procesos metacognitivos”. Por su parte Tudge y Doucet (2004), consideran que los niños inicialmente aprenden de una variedad de experiencias cotidianas que incluyen el juego, conversación y participación en actividades caseras.

De forma similar National Research Council NRC (2001b), señala que el aprendizaje es un proceso recursivo que se construye sobre la base de conocimientos previos. Por su parte Booker (1996); Dochy, Segers y Buehl (1999), afirman que la comprensión de conceptos en un niño, guían su interpretación, comprensión e incorporación de nueva información. “Es difícil

discernir el significado de conocimiento o de saber e información, especialmente cuando los términos son usados dentro de proximidades, como por ejemplo la sentencia conocer significa más que la acumulación de información de hechos y procesos rutinarios” (NRC, 2001a, p. 62).

Solo cuando la información es *asimilada* con estructuras de conocimiento existentes o *acomodada* alterando los esquemas existentes o creando nuevos, llega a ser conocimiento como lo define Piaget en la teoría del desarrollo cognitivo. En relación a esto, Hiebert y Lefevre (1986) mencionan que el nuevo conocimiento se mantiene aislado si el estudiante no puede identificar una relación con los sistemas de conocimiento existentes.

La conexión del conocimiento es importante, de manera que el desarrollo de la comprensión de fracción mejora cuando un estudiante adquiere y hace conexiones con estructuras de conocimiento en otras áreas de matemáticas, por ejemplo los conocimientos de fracciones en un niño de primaria le servirán para comprender de manera más sencilla los conceptos de proporción y razón, al respecto, algunas investigaciones como las de Thompson y Saldanha (2003) y Moss (2005) han mostrado que la multiplicación y división de números enteros impactan de manera positiva el aprendizaje de fracciones.

En este mismo orden de ideas, para NRC (2001b) los estudiantes que han adquirido una profunda comprensión de sus disciplinas, poseen un vasto conocimiento organizado de manera significativa, no simplemente como una lista de hechos y formulas. Los estudiantes con una comprensión conceptual, organizan su conocimiento de una manera coherente con hechos, conceptos y procedimientos relacionados.

La comprensión conceptual

La comprensión desde una perspectiva matemática, es “ser capaz de integrar conocimientos, habilidades y procedimientos de manera que sean útiles para interpretar situaciones y resolver problemas” (NRC, 2001b, p. 62).

Por su parte, Skemp (1976) distingue entre dos clases de comprensión: La primera, *comprensión instrumental*, es conocer los pasos de una tarea, que son usualmente específicos para un dominio en particular. La segunda, *comprensión conceptual*, tiene como premisa saber qué hacer y las razones para hacerlo.

La comprensión conceptual, que es el enfoque de este estudio, según NRC (2001a) ocurre cuando los estudiantes ven las conexiones entre conceptos y procedimientos, y por qué algunos hechos son consecuencia de otros, es decir el estudiante con una comprensión conceptual, comprende la razón del por qué implementar uno u otro procedimiento para resolver un problema. Así, para Mislevy y Riconscente (2006), estos estudiantes son capaces de representar conocimiento matemático de varias maneras, y saben cómo y cuándo estas representaciones alternativas pueden ser utilizadas para diferentes propósitos. Tales representaciones, según Heritage y Niemi (2006), comprenden algunos o los cinco elementos interrelacionados del lenguaje hablado, lenguaje escrito, manipulativos, imágenes y situaciones del mundo real; y expresan que estos cinco elementos son usados por maestros y estudiantes para transmitir, clarificar, demostrar y discutir ideas matemáticas.

Algunos ejemplos de diferentes representaciones elementales para la fracción un cuarto se representan en la siguiente figura.

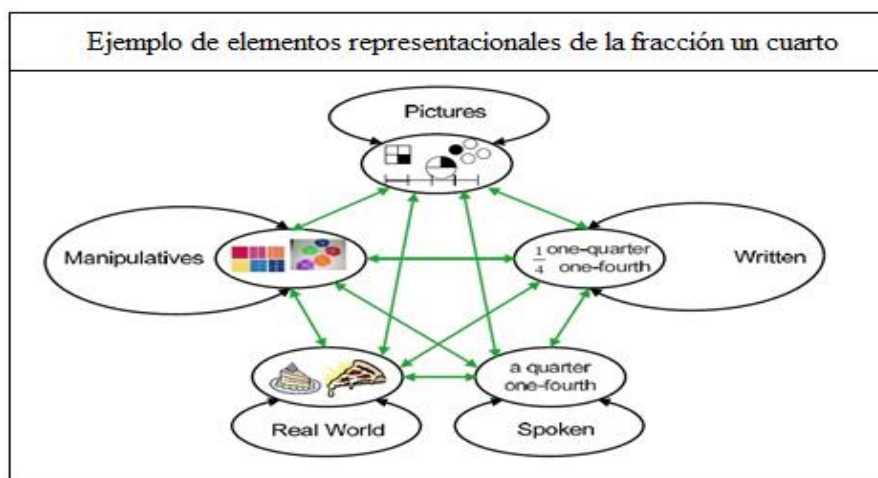


Fig. No. 1.1. Ejemplo de elementos representacionales de la fracción un cuarto.

Fuente: Heritage y Niemi (2006).

En la figura 1.1, se puede observar que el lenguaje hablado es usado como intermediario por maestros y estudiantes para discutir y explicar ideas representadas por el lenguaje escrito, manipulativos o imágenes en un contexto matemático o escenarios del mundo real. Incluye el uso de palabras que tienen un significado diario y un significado matemático preciso. El

lenguaje escrito incorpora notaciones matemáticas formales (ejemplo $+$, $-$, $=$, $\frac{1}{2}$, $\frac{6}{10}$, x^2 , $\int xdx$), junto con formas escritas de lenguaje hablado incluyendo palabras matemáticas y palabras cotidianas.

Con respecto al uso de material manipulativo, Moyer (2001) indica que es usado para proveer una manera concreta de representar ideas matemáticas abstractas. Por ejemplo los maestros suelen utilizar pedazos de pastel, pays y frutas para introducir la noción de la parte de un todo.

Las imágenes visuales son usadas para demostrar ideas sin la necesidad de objetos manipulativos, por ejemplo, un círculo puede representar un pay o pizza para ser compartida.

Los elementos representacionales deben ser relacionados o enlazados con otros, como se muestra en la figura 1.1. No sólo es necesario para los estudiantes comprender las asociaciones entre los elementos enlazados, es igualmente importante entender las asociaciones entre cada elemento. Por ejemplo, las representaciones pictóricas de un cuarto incluyen, modelos circulares, modelos de área rectangular, modelos de colección de objetos y recta numérica.

Al respecto Cathcart, Pothier, Vance y Bezuk (2006) mencionan que los estudiantes necesitan construir su comprensión a través de varios modelos. Así, un estudiante que es capaz de representar una fracción tanto en una representación pictórica, con modelos circulares, de área, rectangulares, en la recta numérica y con modelos discretos y continuos, seguramente tendrá una buena comprensión del concepto de fracción.

Otro aspecto crucial expuesto por Mislevy y Risconscente (2006), es que para el desarrollo de la competencia en cualquier dominio de matemáticas es necesario aprender cómo y qué representaciones y modelos utilizar para caracterizar situaciones, resolver problemas, transformar datos, y comunicar a otros. Por otra parte, cuando se le presenta un problema desconocido, los estudiantes con la comprensión conceptual son capaces de aplicar sus conocimientos para generar métodos para resolver el problema.

Es conocido que la comprensión de los niños proporciona una base para el aprendizaje futuro, sin embargo, también pueden imponer graves limitaciones cuando los aprendizajes no

son suficientes o son erróneos. Al respecto, Donovan y Bransford (2005) expresan que cuando los estudiantes se apropian de concepciones erróneas y estas permanecen sin aclararse, a menudo adquieren conocimiento sin comprensión.

1.1.3. Los números racionales

1.1.3.1 Aproximación al concepto de fracción

Las definiciones de fracción que tienen relación con las matemáticas, según la Real Academia Española son:

1. “División de algo en partes”
2. “Cada una de las partes separadas de un todo o consideradas como separadas”.
3. “Expresión que indica una división”.
4. “Número quebrado”.

Las acepciones anteriores de fracción hacen referencia a la correspondencia de división de un todo con el término fracción, sin embargo, llama la atención que cada uno descuida un aspecto de relevancia capital: la división del todo en partes iguales.

Barcia (2010, p. 160) precisa que la fracción es artificial “supone cierta división estudiada, una operación hecha por nosotros; un algo que el objeto no tenía y que nosotros se lo hemos dado”.

Según Freudenthal (2001) una fracción es una representación de un número racional. Así varias expresiones fraccionarias $(\frac{1}{2}, \frac{2}{6}, \frac{10}{20}, \frac{2+3}{5+5})$ representan al número racional. El término fracción evoca la fractura o quebramiento que hay.

Para Freudenthal, las fracciones en el lenguaje cotidiano se presentan como:

- a. Fracción como fracturador. Se entiende la acción de dividir, fracturar en forma irreversible o reversible o meramente simbólico y que la igualdad de partes como requisito sea estimada al ojo o por tacto. Dentro de la tarea de dividir en partes iguales es relevante observar la comparación entre las porciones.

- b. Fracción como comparador. Las fracciones sirven para comparar objetos que se separan uno de otro. La comparación se realiza de acuerdo con ciertos criterios directos e indirectos. Dentro de los modelos de comparación se pueden distinguir: modelo de la relación razón y modelo del operador razón.

1.1.3.2 Significados del número racional en su representación fraccional

De acuerdo con Hincapie (2011) para que el niño pueda conseguir una comprensión amplia y operativa de todas las ideas relacionadas con el concepto de fracción, se le debe plantear secuencias de enseñanza, de tal forma que proporcione a los niños la adecuada experiencia con la mayoría de sus interpretaciones, así como con sus diferentes representaciones.

Por su parte, Quispe (2011) menciona que este aprendizaje se logra en largos periodos de escolaridad, así se tiene su presencia desde el segundo ciclo de educación primaria (9 años), hasta el primer grado de educación secundaria (12 años), en forma explícita como contenido a ser tratado en el aula; pero, eso no implica que luego se deje de estudiar, más aún, se sigue utilizando la noción de fracción durante la educación secundaria, en el estudio de otros contenidos.

La identificación y caracterización de los contextos que hacen significativa la noción de fracción, así como las interpretaciones principales de los significados del número racional en base a los trabajos de Kieren (1976), Behr, et al. (1992), Dickson, et al. (1984), son significado parte-todo, la fracción como cociente, la fracción como medida, la fracción como razón y la fracción como operador. A continuación se explica cada uno de ellos.

Significado parte-todo

Este significado se da cuando existe la división de una unidad en partes iguales de las que se destacan algunas. Las partes en que se ha dividido la unidad lo indica el denominador de la fracción, mientras que las partes que se destacan están indicadas por el numerador. La relación *parte-todo* se presenta cuando un *todo*, continuo o discreto, se divide en partes *congruentes*. De acuerdo con Gairín y Sancho (2002), la fracción indica la relación que existe entre un número de partes y el número total de partes; el todo recibe el nombre de unidad. En

esta interpretación la expresión a/b representa la situación en que un todo o unidad se ha dividido en ' b ' partes iguales, de las que se consideran ' a ' de dichas partes.

Cuando se ubica fracciones en la recta numérica, a la fracción a/b se le asocia un punto situado sobre ella, aquí implícitamente se realiza la asociación de un punto con una fracción, donde cada segmento unidad se divide en ' b ' partes (o en un múltiplo de b) congruentes, de las que se toma ' a '. También se puede considerar como un caso particular de la relación parte-todo.

La fracción como cociente

El siguiente significado que adopta la fracción, es como *cociente* según Gairín y Sancho, donde a/b representa una situación de reparto, en la que se trata de conocer el tamaño de cada una de las partes que resulta de distribuir ' a ' unidades en ' b ' partes iguales.

Bajo esta interpretación, se asocia la fracción a la operación de dividir un número natural por otro distinto de cero (división indicada a/b), o bien, dividir una cantidad en un número de partes dadas en un contexto de reparto. Por otra parte, Kieren (1980) señala la diferencia entre la interpretación parte-todo con la de cociente; indica que, para el alumno que está aprendiendo a trabajar con fracciones, el dividir una unidad en cinco partes y tomar tres ($3/5$) resulta muy distinto del hecho de dividir tres unidades entre cinco personas, aunque el resultado sea el mismo.

En esta interpretación se considera que las fracciones tienen un doble aspecto; primero, se distingue la fracción como una división indicada; y segundo, como elemento de un cuerpo cociente. Se considera las fracciones como los elementos de una estructura algebraica, es decir, como elementos de un conjunto numérico $Q = \{\frac{a}{b}, a \in Z, b \in Z - \{0\}\}$ que representa la solución de la ecuación $b.x=a$. Según Kieren (1976) esta interpretación de las fracciones (números racionales) como elemento de un cuerpo (estructura algebraica), no está estrechamente vinculado al pensamiento natural del niño al desarrollarse de forma deductiva las operaciones y propiedades.

La fracción como medida

Este significado surge cuando al medir una longitud, la unidad no cabe un número entero de veces en ella, esta puede fraccionarse para obtener una medida más precisa. La necesidad

de fraccionar la unidad de medida permitió la emergencia natural del significado parte-todo; la unidad de medida debía ser dividida en sub unidades de medida para garantizar la realización. Esta acepción es consecuencia de la necesidad de medir longitud, superficie, cardinalidad, peso y comunicar las medidas. La fracción a/b indica fraccionar la unidad de medida en b sub-unidades iguales y que es necesario colocar a sub-unidades, reiteradas veces, para completar la cantidad de magnitud del objeto a medir.

En esta situación el todo, sea continuo o discreto, se divide en partes “congruentes”. La fracción indica la relación que existe entre un número de partes y el número total de partes. La relación parte-todo es intrínseca a la interpretación de la fracción como medida. De los contextos continuo y discreto de la fracción como parte-todo, la que presenta mayor dificultad es la del contexto discreto.

El número racional como “medida” plantea la necesidad de medir la longitud de un segmento AB , tomando como unidad de medida la longitud de un segmento CD , que no está incluido un número entero de veces en el segmento AB . En términos generales, se puede decir que la fracción como medida responde a la necesidad de medir una magnitud, tomando como unidad de medida otra magnitud de la misma naturaleza que la anterior, que no está incluido un número entero de veces en ella. El objeto a medir según Gairín y Sancho (2002), no siempre será una longitud, puede ser un área, el tiempo, masa, etc.

La fracción como razón

El número racional como “razón” a/b no representa la partición de ningún objeto o cantidad de magnitud, sino la relación que existe entre dos cantidades de magnitud, la comparación entre los cardinales de dos conjuntos, o la comparación entre una cantidad de magnitud y el cardinal de un conjunto. La comparación se establece entre las cantidades que expresan el numerador y el denominador y, por tanto, el orden en que se citan las magnitudes que se están comparando es esencial. La comparación entre cantidades que indica la fracción ha de entenderse como el tanto por uno, es decir, como la cantidad de la magnitud a que se refiere el numerador que corresponde a cada unidad de la magnitud considerada en el denominador (Gairín y Sancho, 2002).

La fracción tiene significado de razón cuando lo que se simboliza con ella es la relación entre dos cantidades o conjuntos de unidades. En esa interpretación, la noción de par ordenado de números naturales toma mucha importancia. En una razón el primer elemento, o sea, el dividendo o numerador, se llama antecedente, y al segundo elemento, divisor o denominador, se llama consecuente.

La fracción como índice comparativo entre dos cantidades de una magnitud es una relación parte-parte o todo-todo, y se denota a/b . En esta interpretación es importante fijarse en la bidireccionalidad de la comparación, de manera que se puede leer: *A es a/b respecto a B o B es b/a con relación a A*. Luego, podemos concluir que en la interpretación de la fracción como razón está implícito la relación todo-todo o parte-parte y en la frontera de la diferencia se puede comparar el todo con la parte o la parte con el todo como una razón.

La fracción como operador

El significado de operador de la fracción permite que actúe sobre una situación, o estado inicial, para modificarla y conseguir un estado final. Por tanto, se puede interpretar a la fracción como una función de cambio. El trabajo con operadores conecta las fracciones con las propiedades algebraicas de multiplicación inversa y de identidad de elementos, y con propiedades del análisis como son los de composición de funciones, (Gairín y Sancho, 2002).

En esta interpretación la fracción actúa como un transformador, número que provoca cambios a través de una sucesión de multiplicaciones y divisiones, o a la inversa. Esta interpretación puede ser relacionada a la noción de función, por ejemplo $f(x) = \frac{2}{3}x$.

La fracción como porcentaje, es un caso particular de la fracción como operador, así la relación que se establece entre un número y 100 recibe el nombre particular de porcentaje. Por regla general, los porcentajes tienen asignado un aspecto de ‘operador’, es decir, al interpretar ‘el 40% de 25’ se concibe ‘actuando la fracción 40/100 sobre 25’.

1.1.3.3 Representaciones del número racional

Una característica del número racional es que puede ser representado de diversas maneras. Así el número 0.25 puede representarse como $1/4$, o como 25% de algo, también puede expresarse de manera gráfica, pictórica, con modelos continuos o discretos, entre otras.

Lo anterior, puede considerarse una ventaja, ya que el profesor tiene una amplia variedad de *formas* para explicar un mismo concepto, y da la posibilidad al alumno, de poder establecer relaciones y conexiones entre las mismas, lo que favorecerá la comprensión conceptual de las fracciones. Sin embargo, esta característica también ha propiciado una mayor dificultad en la enseñanza del concepto por parte del profesor, así como la correcta comprensión del alumno, cuyo principal problema al que se enfrenta, es la confusión debido a la variedad de representaciones que tiene un mismo número, ocasionando en el peor de los casos, que no logre tener un dominio de ninguna de estas representaciones.

Entre las aportaciones de Quispe (2011, p. 87) sobre las representaciones del número racional, señala que:

Usualmente, en la enseñanza de los números racionales, se tiene en cuenta las actividades cognitivas de formación y transformación, y se considera obvia la traducción entre los sistemas de representación; esto es un error, un sistema no siempre es el adecuado para representar ciertos aspectos de un concepto que solo pueden ser expresados mediante otro, a esta característica se le denomina la *irreductibilidad entre sistemas de representación*. Así, en la enseñanza del número racional se enfatiza las representaciones simbólicas, en desmedro de la riqueza de otras, como las representaciones gráficas.

Se asume el supuesto que la comprensión del número racional está caracterizado por el dominio de sus sistemas de representación, y la coordinación entre ellos. Asimismo los sistemas de representación se complementan, toda representación es cognitivamente parcial en referencia a lo que ella representa, pues de un sistema a otro no son los mismos aspectos de un contenido los que se representan.

La comprensión reposa sobre la necesaria coordinación de, al menos, dos sistemas de representación; esta coordinación se manifiesta por la rapidez y la naturalidad de la actividad cognitiva de traducción, pero eso no quiere decir que no se produzca comprensión en un solo sistema si se comprende en forma aislada y parcial.

Quispe (2011) expresa que para comprender el número racional se requiere un adecuado uso de sus representaciones, siendo necesario no confundir el representante con el representado.

Según Duval (1993) el representante y representado son importantes para comprender el objeto matemático; por ejemplo, será importante distinguir '1/2' como representante canónico de una clase de equivalencia, y lo que dicho símbolo representa. Las representaciones se organizan en sistemas, así, el sistema de símbolos tiene un conjunto de relaciones semánticas y sintácticas que adquieren utilidad en la práctica. Las representaciones: $1/2$; 0.5 ; 5×10^{-1} y 50% , cada uno de ellos destaca u oscurece algunos aspectos del objeto matemático, luego no existe una representación universal. Lo que se puede observar es que algunos son más *expresivos*, más comunicativos que otros.

Para Gairín y Sancho (2002) la comprensión del número racional, será cada vez más completa en la medida que se construyen sistemas de representación y se realizan las transformaciones al interior de los sistemas de representación y las conversiones de un sistema a otro.

Los sistemas de representación simbólica y gráfica desempeñan un papel fundamental para expresar las ideas y las relaciones constitutivas (Castro y Rico, 1995). Los sistemas de representación del número racional que se utilizan en la enseñanza elemental son las notaciones simbólicas: par ordenado, número decimal, fracción decimal, o verbal, etc.; y con menor frecuencia, las representaciones gráficas (pictóricas, en la recta numérica y en sistema de ejes coordenado), a través de los cuales se organiza el pensamiento y se transmite significados, propiedades y algoritmos operacionales.

Representaciones simbólicas del número racional

Los sistemas de representación simbólica son las representaciones digitales y discretas. Es la utilización en forma exclusiva de un lenguaje abstracto usualmente numérico alfabético, es decir, un lenguaje aritmético y algebraico, cuya sintaxis viene descrita mediante una serie de reglas de procedimiento que destacan aspectos operacionales.

Las representaciones simbólicas de los números racionales son los pares ordenados de números enteros, con la restricción que el segundo componente es diferente de cero, dispuesto en las formas: (a, b) o a/b , juntamente con la representación decimal. Los números racionales pueden estar representados en forma verbal y hasta algebraica conjuntista v. gr. $S = \{(a,b) / a,b \in \mathbb{Z} \wedge b \neq 0\}$.

Las representaciones simbólicas del número racional pueden ser aritméticas y algebraicas y representaciones verbales.

Las representaciones aritméticas y algebraicas incluyen:

- La *notación fraccional*, sintácticamente se denotan así; a/b o $\frac{a}{b}$.
- La *notación decimal*, sintácticamente, cumple las normas del sistema de numeración decimal incorporando una coma decimal para separar los dígitos de la parte entera de los de la parte fraccional decimal.
- La *notación como par ordenado*, su sintaxis es (a, b) o (2, 3).
- La *notación porcentual*, su sintaxis es a% que equivale a $\frac{a}{100}$. Esta notación se evalúa semánticamente como un operador que actúa sobre un número o una cantidad de magnitud.

Mientras que las representaciones verbales, se refieren a la forma en que la fracción puede ser expresada verbalmente, como lectura de la representación simbólica, gráfica o enunciado de una situación fenomenológica, problema o situación de la vida real.

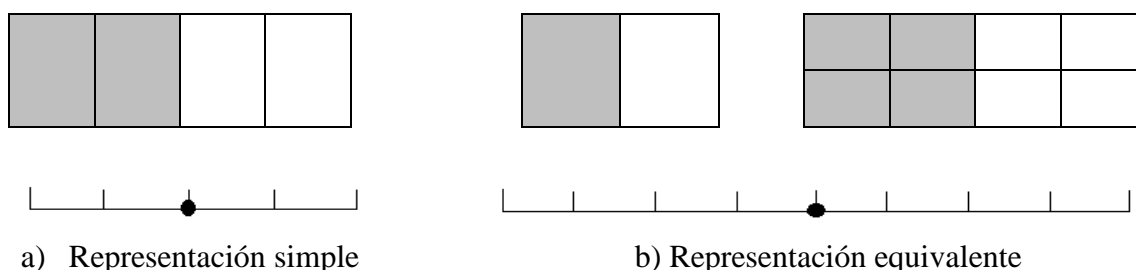
Representaciones gráficas del número racional

Para este tipo de representaciones, Quispe (2011) afirma que su sintaxis viene dada por reglas de composición y convenios de interpretación, que permite discernir propiedades de los números racionales. Dentro de las representaciones gráficas se considera las representaciones pictóricas, el modelo de la recta numérica y en el sistema de ejes ortogonales para representar el número como par ordenado.

Las representaciones pictóricas son un soporte visual (representación icónica, geométrica o diagramática), es decir, es un código gráfico para plantear las relaciones entre los elementos de una fracción.

Según Niemi (1996) las representaciones pictóricas son clasificadas como simples y equivalentes. Las representaciones simples se utilizan en interpretaciones de medida o parte-todo, donde el número de particiones lo indica el denominador en una representación simbólica o verbal. De forma alternativa, las representaciones equivalentes ocurren cuando el número de

particiones de la representación de medida o parte-todo es un factor multiplicativo, menor o mayor que el número de particiones usadas en la descripción simbólica o verbal.



Las representaciones en la recta numérica son un sistema de signos, imágenes, reglas y convenios con los que se representan gráficamente los números racionales, y sus propiedades y operaciones se interpretan sobre una recta numérica. En la recta numérica, la fracción como representante de un número racional se asocia a un punto en la recta. Si bien, se usa el concepto de parte-todo para ubicar el punto, no se debe entender como el significado en cuestión. Esta representación tiene la ventaja de conducir al estudiante a entender que las fracciones no solo se ubican entre cero y uno, sino que también, pueden existir más allá del uno, como es el caso de las fracciones impropias y las representaciones mixtas. Esta representación es vital para entender el significado de medida, y debe utilizarse como recurso didáctico para estudiar las unidades y subunidades de medidas de longitud. Además, logra que el estudiante comprenda que al igual que los números naturales, los racionales pueden ser parte de la *recta numérica* reclamando su categoría de *número*. De esta manera Quispe considera que también resulta interesante esta representación porque transmite la idea de orden de los números, creciente de magnitud, comenzando en cero y aumentando continuamente a medida que se avanza en la recta.

Con respecto a las diferentes tipos de representaciones Saxe, Taylor, McIntosh y Gearhart (2005) afirman que estas son utilizadas para promover en el estudiante la comprensión conceptual de las fracciones.

1.1.3.4. La evaluación de la comprensión de fracciones

Es importante para el profesor, conocer en todo momento el nivel de dominio y comprensión que tienen sus estudiantes sobre las fracciones, para poder replantear oportunamente, las estrategias de enseñanza-aprendizaje que considere necesarias, por lo que una evaluación de la comprensión de fracciones es de suma importancia para el logro de los objetivos educativos establecidos.

Para Wong (2009) una evaluación confiable del conocimiento del estudiante, es crucial para el profesor, pues le permite conocer el nivel de habilidad y comprensión que tiene y así poder establecer rutas de acción correctivas.

Una evaluación efectiva e informativa requiere una variedad de estrategias de evaluación que le brinden al estudiante oportunidades de demostrar lo que saben, comprenden y pueden hacer, en contextos variados (Department of Education and Training [DET], 2006).

La evaluación debe tomar en cuenta, por ejemplo el tiempo de respuesta, su exactitud, así como la soltura o facilidad en la solución, que son aspectos que definen los logros del estudiante.

Wong (2009) menciona, que no existe un instrumento que evalúe específicamente la comprensión conceptual de fracciones equivalentes, y que en investigaciones recientes se han utilizado en Australia un gran número de test de fracciones. En sus investigaciones Wong utilizó un instrumento para medir la comprensión conceptual de fracciones equivalentes. El instrumento fue diseñado para uso del maestro en la clase y las preguntas de evaluación contienen sólo representaciones pictóricas, simbólicas y problemas sobre situaciones del mundo real, además se orientó hacia las interpretaciones parte-todo, colección y medida. El banco de ítems fue adaptado de estudios previos como los de Callingham y Watson (2004) y Pearn et al. (2003) así como de reactivos de estudios internacionales tales como el 3er. Estudio Internacional de Matemáticas y Ciencia (TIMSS), y la Evaluación Nacional de Progreso Educativo (NAEP). Además, se le agregaron nuevos reactivos para cumplir con las expectativas del Currículo para los estudios de 3° a 5° año, (Board of Studies NSW, 2002).

Por su parte Callingham y Watson (2004) encontraron un banco de 122 reactivos que fueron utilizados para medir la competencia en el cálculo mental de fracciones en estudiantes

de 3 a 10 años. Mientras que Gould (2005) utilizó un número de ítems de fracciones y decimales, que resaltaban los patrones de errores en estudiantes de diferentes edades. Sin embargo, estos instrumentos no parecen haber sido adaptados en otros estudios y no reportan datos técnicos.

1.1.4 El trabajo con fracciones en la escuela primaria

La resistencia a la materia, el rechazo, el aburrimiento y la frustración según Retama (2010), tiene que ver entre otras causas con una enseñanza poco adecuada, detrás del desconocimiento de los procesos cognitivos de los alumnos, la forma de organizar las secuencias didácticas y la falta de dominio de los contenidos disciplinarios a enseñar. El mismo autor señala, que la causa de ello puede ser que el maestro al no entender lo que ha de enseñar, desconoce todos estos aportes de la matemática para la formación del niño, el maestro generalmente olvida el aspecto más fundamental en la escuela al desarrollar su labor cotidiana, el formativo, para interesarse preferentemente por el aspecto informativo.

Otra situación común es, por ejemplo, el memorizar reglas y procedimientos matemáticos, sin que el estudiante le dé sentido a lo que está resolviendo, lo conduce a una falta de comprensión y a un empobrecimiento conceptual.

No es que en el aprendizaje de las matemáticas no deba existir la memorización, pero después de la comprensión, la mecanización se lleva a cabo por una serie de ejercicios repetitivos que conducen al alumno a la memorización, aunque lo rescatable de esto, es que se desarrolla cierta habilidad, más que mental, motriz, al realizar la ejecución.

1.1.4.1 Algunas irregularidades en la enseñanza de fracciones y sus operaciones

Las irregularidades en la enseñanza de las fracciones y sus operaciones, pueden ocasionar un empobrecimiento de su aprendizaje por parte del estudiante. Algunas de las más comunes son:

- En la escuela primaria, los alumnos aprenden temporalmente fracciones; es decir, sólo cuando se les prepara para una evaluación de bimestre, pero después de que ha pasado el tiempo, se les olvida lo aprendido.
- Los docentes no enseñan los diferentes significados de las fracciones y sus interpretaciones, sino sólo el algoritmo de las fracciones, dejando de lado la base para iniciar con las diferentes operaciones.
- También, los alumnos al dividir un entero en partes, lo hacen sin tomar en cuenta si sus partes son iguales o no, y lo representan en figuras desproporcionadas.
- En la escuela primaria, la mayoría de los docentes enseñan fracciones equivalentes sobre modelos que incluyen rectángulos, cuadrados y círculos, porque les es más fácil, sin tomar en consideración que los alumnos no siempre encontrarán estos patrones en la vida real.

1.1.4.2 Obstáculos en la construcción del concepto de fracción

Se han hecho numerosos estudios sobre la relación de equivalencia entre fracciones, pero para comprenderla, se supone necesariamente cierto manejo de la noción de fracción. A continuación, se muestran algunos obstáculos que dificultan al estudiante poder construir el concepto de fracción, según el estudio realizado por Figueras, Filloy y Valdemoros (1987).

El predominio de la cardinalidad de la parte. Se refiere al tratamiento que el niño otorga a la fracción, por el que tan solo se toma en consideración al numerador de aquella, e identifican tres modalidades diversas al respecto:

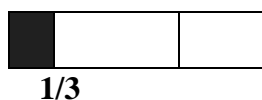
- a. El numerador de la fracción se impone pero, desplazando al denominador.
- b. El numerador de la fracción es tomado en cuenta, aun cuando el denominador es sustituido por otro.
- c. El numerador de la fracción dada es desvinculado del denominador y, en esta ausencia de la relación constituyente de la fracción, el primero es tratado como entero.

Predominio de la cardinalidad del denominador. Este fenómeno revela la exclusiva consideración del denominador de la fracción dada, al que se le otorga el significado de *parte*. Por ejemplo: $9/16$, lo toma como que hay 9 partes y faltan 16, haciendo un total de 25.

La no consideración del todo. Consideración del todo como la suma del numerador y denominador.



La desigualdad de las partes. La interpretación de este problema es que, se identifican como partes desiguales a aquellas en las que no hay conservación del área.



En suma, como indica Retama (2010), sabemos que en relación con las fracciones y la noción de equivalencia, los niños pueden establecer la equivalencia cuando las fracciones surgen de dividir en mitades, así como también reconocen que las mitades deben ser iguales.

Algo muy importante reflejado en estos estudios es la necesidad de que el alumno deje de percibir al numerador y al denominador como dos elementos aislados sin considerar la relación que existe entre ellos.

1.1.4.3 Soporte didáctico sobre las fracciones

Streefland (1991), destaca la importancia que tiene partir de la realidad como fuente y dominio de aplicación para la enseñanza de las fracciones.

La experiencia de Streefland (1991) con situaciones de partición, reparto equitativo y la división con residuo, lo llevan a plantear que en la escuela primaria la enseñanza de las fracciones la trabajan con algunos ejemplos concretos de subdivisión de cantidades discretas o continuas en partes iguales, e inmediatamente después se enseña la representación numérica convencional. De este modo, considera que el abandono prematuro del trabajo concreto y el acceso súbito a la representación convencional, no permite al alumno ver a la fracción como un nuevo objeto matemático y lo incorporan como dos números naturales sin ninguna relación,

separados por una línea y sujetos a las mismas reglas y propiedades algorítmicas que rigen a los números naturales.

Por su parte, Retama (2010) coincide con Piaget en el sentido de plantear que conforme los alumnos se enfrentan a situaciones de partición, desarrollarán habilidades para realizar subdivisiones y repartos equitativos y exhaustivos. Mediante ese proceso y con el uso de material concreto y la interacción grupal se lleva a los alumnos a ser constructores y productores de sus propias matemáticas.

Analizando la importancia de considerar el contenido matemático sobre fracciones dentro del currículo de educación elemental a pesar de que causa tantos problemas debido a su complejidad, surge la pregunta ¿vale la pena abordarlo?. Al respecto Kieren (1992) señala que el conocimiento de los números racionales es una parte rica de las matemáticas que hace que la persona lleve su idea de número más allá de los números enteros y es un vehículo que sirve para relacionar ese conocimiento con muchos aspectos de las matemáticas y sus aplicaciones, lo cual justifica plena y ampliamente la permanencia del contenido dentro del currículo de la educación básica.

1.1.4.4 Herramientas que ayudan a la construcción del concepto de fracción

El manejo de la fracción en términos conceptuales, implica el haber logrado un cierto nivel de abstracción, pues se tiene la necesidad de enfrentar un sistema formal: el símbolo a/b , el cual puede fungir como base de otros subsistemas. En este mismo sentido, este conocimiento de la fracción se da en cuatro subsistemas: medida, cociente, relación parte-todo, razón y operador; los cuales permiten exponer al sujeto con experiencias particulares en torno al manejo de la fracción.

Debido a esta complejidad Kieren (1992) establece, que para acercarse al concepto de fracción es necesario que el individuo desarrolle determinadas herramientas o mecanismos mentales, los cuales son diferenciados en dos tipos principales: constructivas y de desarrollo.

Las de desarrollo están relacionadas con la madurez mental del sujeto, mientras que las constructivas se vinculan más con la experiencia del sujeto.

Al reflexionar el papel que juegan al construir el concepto de fracción, Kieren encontró la partición, la equivalencia y la identificación de unidades divisibles; las cuales son consideradas parte de la matemática intuitiva debido a su vinculación con la experiencia.

La *partición* la define Kieren (1992), como una división de una cantidad en un número dado de partes y es fundamental para el conocimiento de las fracciones, la cual se vincula a cuatro aspectos fundamentales de la misma:

- Clasificación o asignación basada en criterios como suficiencia o igualdad.
- Sistemática porque genera la partición en contextos discretos o continuos.
- Vinculación al lenguaje de los niños, al expresar el acto mismo de partir o repartir o al expresar el resultado de estos actos.
- Conexión de las partes con la medida o el número.

Respecto a la *equivalencia*, en el plano intuitivo consiste en la habilidad de identificar en pares de fracciones esa relación, es necesario desarrollar estas herramientas en los subconstructos de la fracción mediante experiencias diversas; para que cuando la equivalencia esté en un estado de mayor madurez adquiera una naturaleza multiplicativa y de razonamiento proporcional.

El tercer mecanismo denominado *Identificación de unidades divisibles*, consiste en la habilidad de identificar una unidad como divisible y aceptar a las partes como nuevas totalidades a ser divididas. Por su complejidad, este concepto debe ser construido mediante experiencias diferentes, pues en ocasiones, cuando los niños pretenden repartir 2 pasteles entre 3 niños, dirán que no es posible, de manera que deben propiciarse diversas situaciones para que se comprenda esta posibilidad.

1.1.4.5 Modelo de enseñanza de fracciones en la primaria

El concepto de fracción como una parte del conocimiento matemático que nace del quehacer humano, se puede asociar a contextos como los de medición y reparto (Maldonado, 2009). Sin embargo, a pesar de que en la enseñanza básica se pretende introducir dicho concepto mediante la resolución de problemas, la poca claridad que el docente tenga para comprender los

constructos sobre los que se basa el concepto de fracción hace surgir dificultades que obstaculizan el aprendizaje.

Cuando el alumno no ha comprendido el concepto de fracción o el significado del símbolo fraccionario, nada le dirán los algoritmos que mecanice e incluso los resultados que de ello obtenga durante su paso por la escuela.

Los contenidos de tercer grado respecto a los números fraccionarios pertenecen al eje de los números, sus relaciones y sus operaciones. El programa de tercer grado SEP (1993) propone:

- Introducción de la noción de fracción en casos sencillos (por ejemplo, medios, cuartos y octavos) mediante actividades de reparto y medición de longitudes;
- Comparación de fracciones sencillas representadas con material concreto, para observar la equivalencia entre fracciones;
- Representación convencional de las fracciones, y
- Planteamiento y resolución de problemas que impliquen suma de fracciones sencillas, mediante manipulación de material.

Según el programa, el aprendizaje de fracciones debe aplazarse hasta tercer grado debido a la complejidad del contenido, y a la necesidad de contar con mecanismos mentales que solo se adquieren con la madurez al paso de los años: "... Se aplaza la introducción de fracciones hasta tercer grado. Basado en la dificultad para comprender las fracciones y sus operaciones. Se propone un trabajo más intenso sobre el significado de las fracciones en situaciones de reparto y medición..." (SEP, 1993, p. 54).

En el libro del maestro SEP (1994), existe un apartado especial en el eje de los números sus relaciones y sus operaciones, en el que se hace mención sobre las dificultades de enseñanza de los números racionales denominado explícitamente Fracciones, en el que se puntualiza lo siguiente como consejos para el docente:

- Propiciar trabajo en diferentes contextos enfatizando el uso verbal, medios cuartos y octavos;
- La división de uno o más enteros, divididos en partes iguales, superposición de elementos para observar las igualdades; ligadas a situaciones escolares como forrar libros o cajas, confeccionar bandera o moños.

- La necesidad de que las particiones de fracciones sean decididas y analizadas por los alumnos;
- Experiencias sistemáticas haciendo énfasis en las diferentes formas de nombrar y representar fracciones; antes de utilizar la escritura numérica se necesita una amplia experiencia sobre particiones.
- Hacer notar a los alumnos sobre las diferentes formas de equivalencia y diversos contextos sobre las fracciones, confrontar sus ideas sobre aspectos como superficies iguales que tienen distinta forma de partir y
- Reconocer que los niños no adquieren los conocimientos mediante exposición, sino en prácticas que pongan a prueba hipótesis y la oportunidad de comprobar y/o revocar.

El modelo propuesto en el libro del maestro no hace mayor énfasis en la constitución de mecanismos de partición, equidivisión y exhaustividad de la unidad, los cuales constituyen un valioso aporte a la idea de fraccionar. Consideradas estas acciones como un conjunto de experiencias en las que el alumno pueda asociar significativamente el concepto. En conclusión, Maldonado (2009) indica que la información no es del todo suficiente para los docentes, quienes requieren profundizar en el tema y conocer más sobre la construcción del significado de fracción.

El libro del maestro hace énfasis en la necesidad de existencia de material concreto, requisito indispensable para enriquecer las experiencias con fracciones y en particular con conjuntos discretos. Sin embargo, los ejemplos en el libro del alumno sólo son visuales, siendo una necesidad la utilización de material manipulable.

En éste sentido, se considera importante que las lecciones del libro de texto cuenten con elementos de representación gráfica, ya sea con la utilización de material extra, o con alguna imagen que facilite la tarea de dar significado a las problemáticas.

Con base en el análisis de contenidos matemáticos en el tercer grado de educación primaria, en lo referente al significado atribuido a las fracciones, Maldonado (2009) considera que no existe la estructura metodológica que apoye suficientemente la enseñanza de la fracción en relación al lenguaje. En referencia al conjunto discreto, aprecia que no existen suficientes lecciones en el libro de texto, siendo sólo catorce lecciones las que abordan contenidos sobre

las fracciones, y en sólo tres se trabaja con el modelo discreto (colecciones de objetos); mismas lecciones que carecen de material concreto y que contradicen a lo planteado en el libro del maestro donde sigue la utilización de material que apoye en la representación de fracciones durante el proceso de aprendizaje.

1.1.5 Factores que influyen en el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas

Actualmente la Reforma Integral de Educación Básica (RIEB), persigue la tendencia a pasar de un aprendizaje centrado en el docente (concepto tradicional del proceso de enseñanza aprendizaje), hacia uno centrado en el estudiante, lo cual implica un cambio en los roles de estudiantes y docentes. “Así pues el rol del docente dejará de ser únicamente el de transmisor de conocimientos para convertirse en un facilitador y orientador del conocimiento y en un participante del proceso de aprendizaje junto con el estudiante” (Ruíz, 2008, p.1).

Según Ruíz (2008, p. 2), este nuevo rol requiere del docente de nuevos conocimientos y habilidades, sin embargo:

Existen factores relacionados con los docentes de matemáticas que afectan el proceso de enseñanza aprendizaje de esta materia, entre los que se pueden plantear los siguientes:

1. Falta generalizada de profesores de ciencias en todos los niveles de los sistemas educativos.
2. Existencia de profesores de ciencias que, aunque con un adecuado dominio del contenido matemático, carecen de una formación didáctica sólida.

Algunos otros factores que influyen en los resultados del proceso de enseñanza-aprendizaje son los intereses, motivaciones, aspiraciones, condiciones personales, medio familiar, etc. de cada alumno, dando como resultado que no todos obtengan iguales resultados en sus evaluaciones.

La contextualización matemática

Otro factor importante en la enseñanza aprendizaje de las matemáticas, es sin duda la *contextualización matemática*; los estudiantes han tildado a esta materia como difícil y carente de un uso posterior en la vida, por lo que un mayor acercamiento o vinculación del contenido matemático a la realidad, a través de la utilización de métodos de enseñanza aprendizaje que la

vinculen a la resolución de problemas de la vida, ayuda a eliminar tal rechazo a las matemáticas, al tiempo que contribuye a satisfacer las demandas que la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO) plantea al aprendizaje de las ciencias.

Según Silva (2008), las situaciones didácticas resultan de mayor interés cuando recuperan la cotidianidad, mientras que Alsina (2007), hace énfasis en la importancia de darle sentido a las actividades matemáticas de la escuela y advierte que gran parte del tiempo dedicado a la enseñanza de la matemática se dedica a la resolución de ejercicios rutinarios alejados de la vida cotidiana y que no permiten acercar el interés de los estudiantes hacia la disciplina.

En el mismo orden de ideas, algunas sugerencias aportadas por Ministerio (1992, p. 92):

Los problemas originados en la escuela deberán sacarse de situaciones que partan de la realidad de los alumnos, situaciones de la vida cotidiana del colegio, de la economía familiar, con juegos y juguetes, con deportes, etc., que provoquen su interés y que mantengan su atención, y de situaciones imaginadas que sean sugerentes y atractivas para el niño. Es interesante proponer problemas abiertos, con dificultades crecientes, de manera que sea posible hacer conjeturas, buscar analogías y referirlos a situaciones más generales, para que puedan encontrar respuesta a las nuevas situaciones problema que se le plantean.

En este mismo sentido, en UNESCO (2004, p. 24) se menciona que “los alumnos aprenden mejor en colaboración con sus pares, profesores, padres y otros, cuando se encuentran involucrados en tareas significativas e interesantes”.

La actitud hacia las matemáticas

Otro aspecto interesante y que influye en el aprovechamiento matemático es la actitud hacia las matemáticas por parte del estudiante. Existe documentación sobre el impacto de las matemáticas en el ámbito escolar, es visto como un problema derivado de situaciones como mayor índice de reprobación, considerablemente más alto que en las demás asignaturas.

Un gran porcentaje de estudiantes muestran una gran apatía y rechazo por las matemáticas, para Sánchez y Ursini (2003), la razón por la cual los estudiantes muestran este

rechazo, se finca en las actitudes que adquieren y que dirigen su conducta en una dirección de acercamiento o alejamiento a las matemáticas, misma que reúne tres componentes:

1. Cognitivo, definido como un conjunto organizado de conocimientos, información y creencias acerca de las matemáticas.

Este componente es por el que el individuo reconoce el grado de utilidad, importancia, facilidad y comprensión de las matemáticas.

2. Afectivo, que está constituido por elementos emocionales y de sentimientos hacia las matemáticas, vinculado al gusto, agrado y evaluación de lo divertido o aburrido de las matemáticas.
3. Conductual, que consiste en la inclinación de la persona hacia la aceptación o rechazo de las matemáticas.

Al respecto, Estrada y Díez (2011, p. 117) afirman que:

En el caso de las personas adultas, las emociones juegan un papel clave en su respuesta a la enseñanza de las matemáticas. Sentimientos de negatividad y falta de autoestima pueden convertirse en barreras difícilmente superables que condicionan tanto la participación como el aprendizaje resultante.

En México, son escasos los estudios sobre las actitudes hacia las matemáticas, y menos aún sobre actitudes hacia las matemáticas apoyadas con tecnología según lo expresa Navarro y Pérez (1997), Eudave (1994) entre otros, uno de ellos se realizó dentro del proyecto Enseñanza de las Matemáticas Apoyadas con Tecnología (EMAT) en el que se elaboró y utilizó la escala denominada Actitudes hacia las Matemáticas y las Matemáticas Enseñadas con Computadora (AMMEC), los resultados recientes revelan que casi el 60% de la muestra de 1056 estudiantes de escuelas secundarias públicas donde está vigente el proyecto EMAC, es decir que usan tecnología, tiene una actitud neutral o de indecisión hacia las matemáticas, mientras que el otro 40% restante exhibe una actitud ligeramente negativa. También se aprecian diferencias actitudinales según el sexo de los estudiantes, siendo significativamente más negativa en el sexo femenino que en el masculino.

1.1.6 Enseñanza de las matemáticas mediada con TIC

La enseñanza de las matemáticas mediada con TIC, es un tema de gran polémica en todos los niveles educativos. Hay una gran diversidad de estudios que reflejan el éxito o el fracaso de determinados experimentos, en los que se ha intentado establecer estrategias para un mejor uso de las TIC con el fin de mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje.

En la presente investigación se utilizaron recursos digitales, particularmente actividades multimedia referentes a ejercicios sobre fracciones, para estudiantes de 5° y 6° de primaria. Estas actividades fueron desarrolladas con la aplicación JClic, resultando ser un experimento más al que se le apuesta a las TIC como herramientas poderosas en el apoyo a la enseñanza.

1.1.6.1.1 Los Recursos digitales

Se entiende como recurso digital, a aquel material cuyo formato está representado en un lenguaje compuesto por dígitos 0's y 1's. De esta manera, García (2010) expresa que un recurso digital educativo es aquel cuyo diseño tiene una intencionalidad educativa y cuando apuntan al logro de un objetivo de aprendizaje.

En el ámbito educativo, los recursos digitales multimedia son de gran aceptación debido a sus características, ya que favorecen el aprendizaje a una audiencia mayor al combinar diversos medios (texto, imágenes, audio y vídeo).

1.1.6.2 Actividades multimedia

Existen diversas definiciones del concepto multimedia, sin embargo, todas coinciden en que el término hace alusión al uso de diversos medios para transmitir datos. Sobre este concepto Salaverría (2001) menciona que multimedia es aquello que se expresa, trasmite o percibe a través de varios medios. De forma sencilla podemos entender que multimedia se refiere a aquellos recursos que combinan diversos medios, como imágenes, audio y vídeo, para presentar datos e información.

1.1.6.2.1 El programa JClic

Hay una gran variedad de programas para desarrollar material multimedia, siendo JClic una aplicación utilizada en el ámbito educativo para la creación de este tipo de actividades. El antecesor del programa JClic surgió desde 1992, cuando se implementó la primera versión, llamada Clic, para el sistema operativo *Windows* y ha sido utilizado por profesores de diversos países como herramienta de creación de actividades educativas para sus alumnos. El programa ha sido traducido a siete idiomas y dispone de más de 100,000 actividades recopiladas en la Web.

Para Busquets (2008), el programa JClic es una herramienta de autor que permite crear con facilidad recursos educativos digitales. Es una plataforma que permite desarrollar ejercicios, con posibilidades de incluir audio, video e imágenes y una retroalimentación inmediata sobre las respuestas dadas por el alumno. Puede aplicarse para comprobar si los conocimientos adquiridos son correctos o bien, descubrir respuestas a las dudas que se presentan sin un encuadre previo.

JClic permite crear cinco tipos básicos de actividades con una gran riqueza de medios: rompecabezas, asociaciones, identificación, Exploración, Respuesta escrita y Pantalla de información.

Rompecabezas. Tiene como objetivo recomponer una imagen o un texto. El software JClic maneja cuatro tipos de rompecabezas: intercambio sencillo, intercambio doble, agujero y memoria.

Asociaciones. Esta actividad maneja dos ventanas que permiten asociar elementos entre ellas. Las ventanas pueden tener igual o diferente número de elementos. Los tipos de asociaciones que maneja son: normal y compleja.

Identificación. En esta actividad debe seleccionarse directamente los elementos que cumplan la cuestión planteada en la caja de mensajes de la actividad.

Exploración. Esta es una actividad que, haciendo clic en los distintos elementos de la ventana principal, se puede observar la información que tiene asociada. Cuando se haya

explorado el contenido de la ventana, se puede hacer clic en los botones de paso de actividad o cargar del disco otra actividad o paquete.

Respuesta escrita. En este tipo de actividad, para cada una de las preguntas planteadas en las casillas de la ventana principal, hay que escribir la respuesta correcta, utilizando el teclado. Las casillas pueden resolverse en cualquier orden, y para seleccionar el elemento que se desea resolver, puede señalarse con el mouse en la ventana principal.

Pantalla de información. Esta actividad sólo se utiliza para presentar información, es común utilizarla para dar a conocer las actividades que continúan.

En resumen, JClic es una de las aplicaciones libres, de fácil uso para el desarrollo de material educativo y que ha sido utilizado ampliamente en el nivel de educación preescolar y primaria.

Los objetivos que este programa persigue según Vidal y otros (2006), son:

- El uso de aplicaciones educativas multimedia directamente desde Internet.
- La utilización de un formato estándar y abierto para el manejo de datos y su exportación e importación a otras herramientas.
- La cooperación e intercambio de materiales entre escuelas y educadores de diferentes países y culturas, facilitando la incorporación de recursos al proceso de enseñanza, aprendizaje y evaluación.
- El desarrollo de un entorno gráfico y de fácil uso en la creación de actividades.

1.1.6.3 La influencia de las TIC en el proceso de enseñanza y aprendizaje

Respecto a la influencia que tienen las TIC en la educación, Pinto (2000, p. 2) expresa que “ante el uso de recursos digitales como apoyo a la educación, se hace necesaria la renovación de la didáctica de la matemática y de los métodos pedagógicos en la que se incorpore un uso adecuado de las TIC”.

Esta renovación de los métodos pedagógicos debe asumir la individualización del aprendizaje y la responsabilidad del estudiante ante su propio aprendizaje (Pinto, 2000). Lo

anterior supone el paso de una educación centrada en la enseñanza a una educación centrada en el aprendizaje y a la vez potencia el aprendizaje en ambientes virtuales.

Los recursos digitales educativos aportan el valor de la motivación al generar ambientes de aprendizaje más agradables y dinámicos así como posibilitar un mayor acercamiento con la realidad (Pinto y Sales, 2009).

Hacer frente a la problemática de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas no es una tarea sencilla, sin embargo, en la última década se han llevado a cabo muchos intentos por mejorar las competencias de los alumnos con el apoyo de las tecnologías de información y comunicación debido a que estas cobran cada día más importancia en el mundo globalizado en el que vivimos.

Pizarro (2009) considera que la inclusión de las diferentes herramientas tecnológicas han modificado y seguirán modificando la enseñanza de la Matemática, además refiere que el uso de software educativo desarrollados para matemáticas tienden a evitar el trabajo rutinario que los alumnos deberían realizar. Se produce así un ahorro de tiempo que podrá ser utilizado para el análisis y comprensión de los contenidos abordados. Este mismo autor considera que:

La educación científica debe tratar de desarrollar en los alumnos una forma de pensar que combine la comprensión y la profundización teórica con las actividades prácticas, a lo que puede contribuir en gran medida la inclusión de tecnologías, tales como la computadora. (Pizarro, 2009, p. 32).

Por su parte Vílchez (2005) coincide al expresar que la inclusión de las computadoras en la enseñanza de la Matemática debería ser un motivo de reformulación de la didáctica de esta ciencia y de las prácticas docentes.

Las ventajas que se han atribuido a las TIC como instrumentos de mejora de los aprendizajes de los alumnos son numerosas. La primera es su capacidad para crear contextos de aprendizaje que abren nuevas posibilidades de información y de comunicación y que conectan con alguna de las competencias que son necesarias para desenvolverse en el siglo XXI. La segunda es su interactividad. Los estudiantes pueden adentrarse con más facilidad en experiencias de aprendizaje en las que reciben nueva información, están en contacto con otros aprendices, comprueban sus avances y dificultades y pueden ensayar estrategias diferentes para

construir sus conocimientos. En tercer lugar, según De la Torre, Oliver y Sevillano (2008, p. 227):

Los programas informáticos pueden transformar nociones abstractas en modelos figurativos, lo que facilita su comprensión y su aprendizaje. La utilización de los ordenadores en la escuela aproxima el entorno escolar a otros entornos del alumno (familia, amigos), lo que facilita la transferencia de los aprendizajes de unos contextos a otros.

1.1.7 Fundamentación del uso de la tecnología en la educación

Ante el uso de recursos digitales como apoyo a la educación, se hace necesaria la renovación de la didáctica de la matemática y de los métodos pedagógicos en la que se incorpore un uso adecuado de las TIC.

Esta renovación de los métodos pedagógicos debe asumir la individualización del aprendizaje y la responsabilidad del estudiante ante su propio aprendizaje. Lo anterior supone el paso de una educación centrada en la enseñanza a una educación centrada en el aprendizaje y a la vez potencia el aprendizaje en ambientes virtuales. Al respecto, Pinto (2000, p. 2) considera:

Estos nuevos entornos de enseñanza-aprendizaje virtuales son concebidos como espacios abiertos, flexibles, interactivos y dinámicos, donde se integran de manera coherente todos los elementos y actores que intervienen en los procesos educativos y conforman las llamadas plataformas virtuales de aprendizaje.

Otro beneficio que aportan los recursos digitales educativos, son el valor de la motivación al generar ambientes de aprendizaje más agradables y dinámicos así como posibilitar un mayor acercamiento con la realidad (Pinto y Sales, 2009).

Es innegable que en la última década las tecnologías de información y comunicación han cobrado gran importancia en ambientes educativos, en relación con esto Camarena (2010, p. 25-26) considera:

En el siglo en que vivimos la tecnología no puede estar fuera de nuestra actividad profesional. Para el caso de la docencia es necesario que se incorpore como una herramienta de apoyo al aprendizaje, como el propio ambiente de aprendizaje o como mediadora en el aprendizaje de estudiante...el uso de la tecnología electrónica permite que el estudiante vaya a sus ritmos vitales, porque los tiempos cognitivos son diferentes a los tiempos didácticos. Además, le permiten retroceder o avanzar cuando quiera, repasando y reforzando los conocimientos.

Continuando con los aportes de la tecnología en la educación, Pizarro (2009, p. 25) expresa que:

Con el surgimiento de las TIC la educación a distancia ha cobrado gran relevancia. El software educativo se convertirá sin dudas en una herramienta fundamental que contribuirá con esta modalidad de educación, ya que su incorporación les permitirá tanto a profesores como alumnos contar con una herramienta didáctica fundamental para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje, así como lograr nuevas formas de aprender. Estas nuevas formas de aprender han sido definidas en el informe del (IPE-UNESCO,2006) como aprendizaje distribuido que apunta al logro de habilidades como creación y selección de la información, autonomía, capacidad para tomar decisiones, flexibilidad y capacidad para resolver problemas, trabajo en equipo y habilidades comunicativas.

Al respecto, Cuevas (2006, p. 3) afirma sobre el uso de la tecnología en la educación:

Este desarrollo ha permeado en el sector educativo produciendo hasta el día de hoy cambios insospechables en materias como, álgebra, trigonometría, geometría, geometría analítica y estadística y cálculo, por mencionar algunas, se han modificado sustancialmente con la introducción y masificación de las calculadoras y computadoras.

Riveros y Mendoza (2005) también refieren los beneficios del uso de la tecnología en la educación, pero desde un punto de vista más instructivo, y mencionan que las experiencias de enseñanza desarrolladas con las TIC han demostrado ser altamente motivantes para los alumnos y eficaces en el logro de ciertos aprendizajes comparada con los procesos tradicionales de enseñanza, basados en la tecnología impresa. Los alumnos están llamados a utilizar la tecnología como un medio y no como un fin, de tal forma que las computadoras, las redes como la Internet, los multimedios, los hipermedios, la realidad virtual y otros, sean medios con los cuales puedan aprender y pensar. Medios que cuando son usados con estrategias y metodologías apropiadas, facilitan y flexibilizan

el pensamiento del aprendiz, permitiéndole que procese inteligentemente la información y que además utilice fluidamente símbolos e imágenes para potenciar la construcción del aprender (Sánchez, 2001). Asimismo, precisar las bondades del uso de la computadora en la educación, significa incorporarlo como medio de apoyo a la enseñanza y el aprendizaje, propiciando los siguientes beneficios:

- a) Como herramienta intelectual, la computadora, permite incorporar activamente estrategias pedagógicas para mejorar el proceso instruccional tales como: la interacción, la atención individual, la amplificación de experiencias de los alumnos y autocontrol del aprendizaje (Sánchez, 1995).
- b) El alumno puede ser atendido individualmente por el docente, la individualización favorece la humanización de la educación.
- c) El uso de la computadora también favorece la capacidad de ampliar las experiencias de los alumnos.
- d) Apoya las evaluaciones; los alumnos pueden recibir un reforzamiento inmediato.
- e) Permite que el alumno controle su ritmo de aprendizaje.

1.1.8 Políticas educativas sobre la inclusión de las TIC en la educación

1.1.8.1 El programa sectorial de Educación (2007 – 2012)

Es un programa creado por la Secretaría de Educación Pública que tiene como finalidad consolidar y fortalecer el Sistema Educativo Nacional, y se elaboró tomando como punto de partida la Visión México 2030 y el Plan Nacional de Desarrollo.

Este programa, PSE (2007, p. 11), establece en su objetivo 3, lo siguiente:

“Impulsar el desarrollo y utilización de tecnologías de la información y la comunicación en el sistema educativo para apoyar el aprendizaje de los estudiantes, ampliar sus competencias para la vida y favorecer su inserción en la sociedad del conocimiento”.

Con respecto a este objetivo, se tiene además la información de la siguiente tabla.

Tabla No. 1.1 Metas Educativas 2012. Fuente: PSE (2007)

Metas educativas 2012			
Nombre del indicador	Unidad de medida	Situación 2006	Meta 2012
Aulas de medios con nuevo equipamiento de telemática educativa para primarias y secundarias generales y técnicas.	Aulas de medios con nuevo equipamiento de telemática educativa	156,596	301,593
Alumnos por computadora con acceso a Internet para uso educativo en planteles federales de educación media superior	Número de alumnos de educación media superior por computadora con acceso a Internet	18.2	10
Porcentaje de instituciones públicas de educación superior con conectividad a Internet en bibliotecas	Porcentaje de instituciones con conectividad	85%	100%
Porcentaje de docentes de primaria y secundaria capacitados en el uso educativo de tecnologías de la información y la comunicación en el aula	Porcentaje de docentes de primaria y secundaria capacitados	24.2% (220,000 docentes)	75% (682,125 docentes)

Nota. Se presentan los indicadores para el logro de las metas educativas 2012, la situación en el año 2006 y la meta a lograr en el 2012.

Estrategias y líneas de acción para lograr las metas educativas en el 2012

1. Diseñar un modelo de uso de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) que incluya estándares, conectividad y definición de competencias a alcanzar.

2. Definir un nuevo modelo de uso de esas tecnologías como apoyo a la educación que incluya contenidos, infraestructura, capacitación y herramientas de administración, mediante estudios piloto en diferentes entidades federativas, que midan sus efectos sobre la calidad de la educación. Este modelo tendrá un enfoque para primaria (de 1° a 4° grado), telesecundaria y la actualización de Enciclomedia en 5° y 6°, tanto para alumnos como para docentes.
3. Experimentar la interacción de contenidos educativos incorporados a las tecnologías de la información y la comunicación que estimulen nuevas prácticas pedagógicas en el aula.
4. Revisar y desarrollar modelos pedagógicos para el uso de esas tecnologías en la educación.
5. Realizar el programa de transformación de Enciclomedia.
6. Proporcionar la conectividad necesaria para construir una red educativa multipropósito para la educación básica.
7. Consolidar programas de investigación e innovación para el desarrollo y aplicación de las tecnologías de la información y la comunicación, que faciliten el aprendizaje y dominio de alumnos y maestros de competencias de lecto-escritura, razonamiento lógico matemático y de los principios básicos de las ciencias exactas, naturales y sociales, en la vida diaria.
8. Crear el Centro Virtual para la Educación Básica (CIVEB) Aula de Telemática Educativa.
9. Desarrollar aplicaciones de las tecnologías de la información y la comunicación, para mejorar la gestión y el control escolar y articularlos con los instrumentos de planeación, estadística y los indicadores de desempeño en todos los ámbitos del sistema educativo, desde las escuelas hasta las instancias de coordinación en las entidades federativas y en el nivel central.
10. Implementar un programa específico para articular y complementar todos los programas que promueven actividades asociadas con la aplicación de las tecnologías de la información y la comunicación, en el ámbito de la educación básica.
11. Establecer un centro nacional para el desarrollo de la informática educativa en el ámbito de la educación básica.
12. Diseñar una página electrónica para difundir los programas.

13. Realizar actividades específicas para promover la cooperación, el apoyo mutuo y la complementación de esfuerzos, en beneficio de la educación básica, por parte de todas las entidades que desarrollan programas relacionados a la radiodifusión pública y que son coordinadas por la Secretaría de Educación Pública. (Mota, 2007)

Como podemos apreciar en las estrategias y líneas de acción se hace énfasis en el uso de las Tecnologías de Información y comunicación en el quehacer docente, asimismo podemos observar que se tiene especial interés en el desarrollo de competencias lógico-matemáticas.

1.1.8.2 La Reforma Integral para la Educación Básica (RIEB)

Otro referente importante que menciona la importancia de las TIC como apoyo en la enseñanza y aprendizaje en las escuelas, se encuentra en la Reforma Integral de la Educación Básica (RIEB), que afirma “Los retos de la primaria se centran en elevar su calidad e incorporar al currículo y a las actividades cotidianas: la renovación de los contenidos de aprendizaje y nuevas estrategias didácticas, el enfoque intercultural, el uso de las tecnologías de la información y la comunicación como apoyo para la enseñanza y el aprendizaje; el aprendizaje de una lengua materna, sea lengua indígena o español, y una lengua adicional (indígena, español o inglés) como asignatura de orden estatal; la renovación de la asignatura Educación Cívica por Formación Cívica y Ética, y la innovación de la gestión educativa (SEP, 2010).

Los medios y materiales de apoyo: Conformados por los recursos didácticos que facilitan la enseñanza en el aula, los cuales deberán ser adecuados a las condiciones del entorno social, cultural y lingüístico. Es deseable que a los medios existentes se agreguen los nuevos recursos, resultado del avance en las tecnologías de la información y la comunicación. Lo importante es garantizar una relación congruente entre el desarrollo de los campos formativos, la enseñanza de los contenidos y el manejo de las nuevas tecnologías; así como asegurar en los maestros las competencias necesarias para su aprovechamiento pedagógico (SEP, 2010).

1.1.8.3 Propósitos del estudio de las matemáticas para la Educación Básica

De acuerdo a lo que establece SEP (2011, p. 61), mediante el estudio de las Matemáticas en la Educación Básica se pretende que los niños y adolescentes:

- Desarrollen formas de pensar que les permitan formular conjeturas y procedimientos para resolver problemas, así como elaborar explicaciones para ciertos hechos numéricos o geométricos.
- Utilicen diferentes técnicas o recursos para hacer más eficientes los procedimientos de resolución.
- Muestren disposición hacia el estudio de la matemática, así como al trabajo autónomo y colaborativo.

1.1.8.4 Propósito del estudio de las matemáticas para la Educación Primaria

Por otra parte, los propósitos del estudio de las matemáticas para la Educación primaria que tienen relación con el tema de fracciones y que contempla el programa SEP (2011, p. 62) son:

Que utilicen el cálculo mental, la estimación de resultados o las operaciones escritas con números naturales, así como la suma y resta con números fraccionarios y decimales para resolver problemas aditivos y multiplicativos. Además, identifiquen conjuntos de cantidades que varían o no proporcionalmente, calculen valores faltantes y porcentajes, y apliquen el factor constante de proporcionalidad (con números naturales) en casos sencillos.

1.1.8.5 Estándares curriculares de matemáticas para Educación Básica

Los estándares curriculares de matemáticas comprenden un conjunto de aprendizajes que se espera de los alumnos para conducirlos a altos niveles de alfabetización matemática. (SEP, 2011)

Para primaria y secundaria se organizan en los ejes:

1. Sentido numérico y pensamiento algebraico. Alude a los fines más relevantes del estudio de la aritmética y el álgebra:

- a) La modelización de situaciones mediante el uso del lenguaje aritmético.
- b) La exploración de propiedades aritméticas que en la secundaria podrán generalizarse con el álgebra.
- c) La puesta en juego de diferentes formas de representar y efectuar cálculos.

2. Forma, espacio y medida. Integra los tres aspectos esenciales alrededor de los cuáles gira el estudio de la geometría y la medición en la educación primaria:

- a) La exploración de las características y propiedades de las figuras y cuerpos geométricos.
- b) La generación de condiciones para el tránsito a un trabajo con características deductivas.
- c) El conocimiento de los principios básicos de la ubicación espacial y el cálculo geométrico.

3. Manejo de la información. Incluye aspectos relacionados con el análisis de la información que proviene de distintas fuentes y su uso para la toma de decisiones informadas, de manera que se orienta hacia:

- a) La búsqueda, organización y análisis de información para responder preguntas.
- b) El uso eficiente de la herramienta aritmética que se vincula de manera directa con el manejo de la información.
- c) La vinculación con el estudio de otras asignaturas.

En este eje se incluye la proporcionalidad porque provee de nociones y técnicas que constituyen herramientas útiles para interpretar y comunicar información, como el porcentaje y la razón.

De cada uno de los ejes se desprenden varios temas, y para cada uno de éstos hay una secuencia de contenidos que van de menor a mayor dificultad. En el caso de la educación primaria se consideran ocho temas, con la salvedad de que no todos se inician en primer grado y la mayoría continúa en el nivel de secundaria. Dichos temas son números y sistemas de numeración, problemas aditivos, problemas multiplicativos, figuras y cuerpos, ubicación espacial, medida, proporcionalidad y funciones, y análisis y representación de datos.

Así al cabo del tercer periodo, los estudiantes saben comunicar e interpretar cantidades con números naturales, fraccionarios o decimales, así como resolver problemas aditivos y

multiplicativos mediante los algoritmos convencionales. Calculan perímetros y áreas, y saben describir y construir figuras y cuerpos geométricos. Utilizan sistemas de referencia para ubicar puntos en el plano o interpretar mapas. Asimismo, llevan a cabo procesos de recopilación, organización, análisis y presentación de datos.

Con base en la metodología didáctica propuesta para su estudio en esta asignatura, se espera que los alumnos, además de adquirir conocimientos y habilidades matemáticas, desarrollen actitudes y valores que son esenciales en la construcción de la competencia matemática, (Educa, 2011).

1.1.8.6 Metodología didáctica

En el programa de estudio 2011 de quinto y sexto grado de primaria, SEP (2011, p. 67) se afirma que “La formación matemática que permite a los individuos enfrentar con éxito los problemas de la vida cotidiana depende en gran parte de los conocimientos adquiridos y de las habilidades y actitudes desarrolladas durante la educación básica”. A la vez hace mención que las experiencias que tengan los alumnos con las matemáticas, puede traer como consecuencia el gusto o rechazo hacia la materia, la creatividad para buscar soluciones o la pasividad para escucharlas y tratar de reproducirlas, la búsqueda de argumentos para validar resultados o dejarlos a criterio del maestro.

El planteamiento central en cuanto a la metodología didáctica que se sugiere para el estudio de las Matemáticas consiste en utilizar secuencias de situaciones problemáticas que despierten el interés de los alumnos y los inviten a reflexionar, a encontrar diferentes formas de resolver los problemas y a formular argumentos que validen los resultados. Al mismo tiempo, las situaciones planteadas deberán implicar justamente los conocimientos y habilidades que se quieren desarrollar, (SEP, 2011, p. 67).

El alumno para dar solución a una situación, debe usar sus conocimientos previos, siendo el mayor desafío reestructurar algo que ya sabe, sea para modificarlo, ampliarlo, rechazarlo o volver a aplicarlo en una nueva situación. Lo anterior se fundamenta en la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel.

Al respecto, Maldonado (2009, p. 11) indica:

...La enseñanza de las matemáticas basada en la resolución de problemas se apoya en la idea de que los niños tienen, además de los conocimientos aprendidos en la escuela, conocimientos construidos en la calle, en la casa, en los juegos, etcétera, que les permiten solucionar problemas diversos. Al resolver las situaciones que el maestro les presenta, los niños utilizan como punto de partida los conocimientos y concepciones construidos previamente. Por ello, la enseñanza de las matemáticas se entiende como la promoción de la evolución y enriquecimiento de las concepciones iniciales del alumno, mediante la resolución de situaciones que lo llevan a abandonar, modificar o enriquecer dichas concepciones, y a acercarse paulatinamente al lenguaje y los procedimientos propios de las matemáticas...

El conocimiento de reglas, algoritmos, fórmulas y definiciones sólo es importante en la medida en que los alumnos lo puedan usar hábilmente para solucionar problemas y que lo puedan reconstruir en caso de olvido. La actividad intelectual fundamental en estos procesos de estudio se apoya más en el razonamiento que en la memorización.

Con el enfoque didáctico que se sugiere se logra que los alumnos construyan conocimientos y habilidades con sentido y significado, como saber calcular el área de triángulos o resolver problemas que implican el uso de números fraccionarios; asimismo, un ambiente de trabajo que brinda a los alumnos, por ejemplo, la oportunidad de aprender a enfrentar diferentes tipos de problemas, a formular argumentos, a emplear distintas técnicas en función del problema que se trata de resolver, y a aprovechar el lenguaje matemático para comunicar o interpretar ideas, (SEP, 2011).

1.2 Estado del Arte

1.2.1 Problemas en la enseñanza de las matemáticas en México

El tema de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas ha ocupado un lugar clave en la esfera educativa y actualmente se revitaliza al tener en cuenta que las habilidades en este campo forman parte de las competencias clave para una vida exitosa y un buen funcionamiento en la sociedad (OCDE, 2003).

Las distintas evaluaciones que se aplican en México para medir los logros académicos alcanzados por los niños de primaria y de secundaria en habilidades matemáticas, muestran

sistemáticamente resultados insatisfactorios que indican que la educación básica enfrenta limitaciones para formar las competencias que los jóvenes requieren para desenvolverse plenamente en la sociedad. En tal sentido, los Exámenes de la Calidad y el Logro Educativos (EXCALE) aplicados por el Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE) en el año 2005 para explorar los niveles de logro de alumnos de 6° de primaria y 3° de secundaria arrojaron resultados que son preocupantes:

- En 6° de primaria, el 17.4 por ciento de los estudiantes se encuentra por debajo del nivel de dominio básico, mientras que más de la mitad (52.3%) alcanza apenas el básico, del otro lado, el 23.5 por ciento alcanza el medio y sólo un 6.9 por ciento se ubica en el nivel avanzado.
- En el eje temático de Números, sus relaciones y sus operaciones, los estudiantes muestran un mejor desempeño; dentro de este eje, el tema de mayor dificultad es el de fracciones. Por otra parte, en el eje de Medición, los estudiantes tienen un desempeño adecuado en el cálculo de perímetros, áreas y volúmenes, pero evidencian dificultades en la conversión de unidades de medición.
- Se observó un desempeño muy deficiente de los estudiantes relacionado con: el seguimiento de instrucciones para la construcción de Figuras y elementos geométricos; la identificación de los cambios de longitud, área y volumen de una Figura o cuerpo geométrico, al reducirlo o aumentarlo a escala; la solución de problemas donde se requieren utilizar equivalencias entre unidades de medida; y, con el uso de fracciones (INEE, 2006:22-23, 25).

Por su parte, la Dirección General de Evaluación de la SEP aplica la prueba de Evaluación Nacional de Logro Académico de los Centros Educativos (ENLACE) para las asignaturas de español y matemáticas. La evaluación del 2007, corroboró los resultados del 2006: más de las tres cuartas partes (77.7%) de los niños de primaria se hallan en un nivel insuficiente o elemental en el dominio de las matemáticas, el 22.3 por ciento en los niveles bueno o excelente. En 3° de secundaria se acentúan las deficiencias ya que de cada 100 estudiantes sólo 5 alcanzan satisfactoriamente los objetivos de matemáticas.

Las deficiencias en los aprendizajes reveladas por las pruebas nacionales se corroboran con los resultados de la aplicación de las pruebas del Programa para la

Evaluación Internacional de Estudiantes (PISA por sus siglas en inglés). En el 2003, dicha prueba puso su énfasis en la evaluación de las competencias de los jóvenes de 15 años en el área de matemáticas, y sus resultados no fueron alentadores para México pues el desempeño de los estudiantes mexicanos se ubicó entre los últimos 4 lugares de un total de 40 países. Además, mientras que sólo el 8.2% de los jóvenes que fueron evaluados en los demás países que forman parte de la OCDE se encontraban en el “nivel 0” de la escala de matemáticas, el 38.1% de los mexicanos se ubicaron en ese nivel; al tiempo que el 4% de los jóvenes de la OCDE se ubicaron en el nivel 6 y en México el porcentaje fue 0.

Lo anterior es evidencia suficiente para argumentar que el mejoramiento de la enseñanza de las matemáticas es un problema central para el sistema educativo mexicano y por ello la búsqueda de alternativas dirigidas a sacar adelante esta tarea cobra relevancia (Silva, 2008).

1.2.2 Referentes del uso de TIC en la enseñanza de matemáticas

A continuación se presentan algunas referencias sobre el uso de las TIC como apoyo en el proceso de enseñanza aprendizaje:

Fernández y otros (2000), documentaron que dentro de una experiencia educativa generada dentro de los estudios de una Maestría en Informática Educativa, se desarrollaron trabajos basados en un marco teórico que combinó la enseñanza orientada a problemas con la construcción del conocimiento. Luego del diagnóstico, se implementaron diferentes etapas para la estructuración del sistema de clases que combinaban el uso de asistentes matemáticos y tutoriales hipermediales. Los temas tratados fueron: funciones elementales, sistemas de ecuaciones, geometría, trigonometría, matemática numérica, límite de funciones, cálculo diferencial e integral, estadística descriptiva y no paramétrica. Se ha logrado generalizar los resultados en varias instituciones de nivel medio y superior en Latinoamérica y dentro de los hallazgos, destacan la incidencia de la Informática Educativa para modificar el rol del docente, pasando a ser un guía que se apoya en la tecnología con el empleo de metodologías modernas de enseñanza-aprendizaje.

Garay (2002) en su trabajo, ha propuesto un método de solución basado en las ideas de los sistemas tutoriales inteligentes multimedia para el entrenamiento de estudiantes en la identificación de problemas y del método de solución más racional. El producto desarrollado

es un sistema computacional que actúa como un tutor inteligente que auxilia al estudiante en la identificación de los problemas y métodos de solución. El autor ha concluido que la aplicación de la multimedia e hipermedia, con el objeto de hacer más reales las situaciones problemáticas planteadas a los estudiantes, constituye tal aporte en el campo de la informática educativa, que ha motivado el interés de varias universidades y empresas extranjeras por adquirir la herramienta de software.

Entre las experiencias mexicanas similares a este proyecto, se encuentran la de Vallejo (2004), quien aplica para la enseñanza, un programa computacional que tiene como base la interacción entre alumno o asesor-máquina y sea la máquina la que revise, enseñe y oriente lo referente a matemáticas. Estos programas o tutoriales cumplirían con ayudar tanto al alumno, como al asesor solidario, además de ser una opción de entretenimiento y de acceso a las computadoras.

González y otros autores (2006), han propuesto la implementación de Divermates, para la enseñanza de matemáticas a niños con síndrome de Down. Este proyecto se ha diseñado con una serie de componentes, que pueden ser utilizados tanto de forma individual, como integrada, donde el diseño de un sistema educativo multimedia hace énfasis en el papel de la resolución de problemas en la enseñanza de las matemáticas y hace accesible la interfaz mediante su adaptación vía software y hardware.

Cuevas y Martínez (2008) dieron cuenta de un modelo para la construcción y diseño de un Entorno Tutorial Inteligente (ETI), mismo que se ejemplificó a través de la presentación del ETI CalcVisual; sistema que promueve la adquisición de conceptos del cálculo diferencial y se registró la experiencia vivida en una IES pública. Los autores han definido su propuesta que se encuentra en una posición intermedia entre el enfoque de un maestro “computacional” que dirige todas las acciones del estudiante e impone sus métodos de solución y un ambiente de enseñanza que le da total libertad al estudiante para interactuar con él. Con este enfoque se busca crear un ETI que propicie que el estudiante construya su conocimiento a través de la realización de las actividades propuestas, organizadas, seriadas y evaluadas por un tutor computacional que no actúe de manera impositiva.

Angulo y otros (2010), desarrollaron un sistema para que los profesores crearan tutoría multimedia para que el alumno pudiera posteriormente seguir de forma autónoma. Al estar integrado en Moodle, las tutorías presentadas son fácilmente susceptibles de recibir retroalimentación de los estudiantes mediante las encuestas de Moodle. Esto permitiría al docente ser más consciente de su posible impacto pedagógico, dándole información de primera mano para su mejora. En sus conclusiones, indican que han primado la usabilidad del sistema tanto por parte de los creadores de contenido como de los usuarios. Adicionalmente, establecen que la práctica totalidad del software involucrado es completamente libre, lo que asegura su continuidad y futuras mejoras de uso por parte de la comunidad educativa.

En su experiencia, Vidal y otros (2006) han encontrado que los usos más comunes de las actividades multimedia de JClic son como: Recurso principal, complemento, relleno, material de repaso, guía instruccional, ejercicios prácticos, complemento del texto. En el presente proyecto se propone el uso como ejercicios prácticos para que el estudiante corrobore su grado de avance en la mecanización.

PUEMAC (2004) es un Proyecto Universitario de Enseñanza de las Matemáticas Asistida por Computadora desarrollado por el Instituto de Matemáticas de la UNAM y que surge de la inquietud de mostrar las matemáticas de una manera amable y atractiva a un público amplio y con intereses variados, y también surge ante la escasez de materiales adecuados en los medios electrónicos que exploten las posibilidades que ofrece el software público en la red global para la enseñanza y la divulgación. Cuenta con recursos educativos para los niveles: preescolar, primaria, secundaria, bachillerato, licenciatura y posgrado, así como para las áreas álgebra, análisis, aritmética y geometría.

Otro proyecto interesante es *Aula365*, un Sitio Web que ofrece recursos educativos para los niveles de primaria, secundaria y media superior, en las áreas de Matemáticas, Ciencias Naturales, Ciencias Sociales, Lengua y Literatura, inglés y Nuevas tecnologías. El inconveniente de *Aula365* es que el acceso a todos los recursos no es gratuito. Su URL es <http://mexico.aula365.com/>.

El proyecto *CIFRAS*, es un sitio web de España con recursos educativos para matemáticas de nivel primaria, elaborados a través del Convenio Internet en el Aula entre el

Ministerio de Educación y las comunidades autónomas. En este sitio Web hay carencia de temas y la interfaz con que se presenta la información no facilita mucho la navegación. El sitio web está disponible en <http://recursostic.educacion.es/primaria/cifras/web/index.html>.

Entre otras referencias relacionadas con el empleo de las TIC como apoyo en el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas se tiene:

La red de universidades Anáhuac desarrolló una herramienta que denomina @prende, utilizando como plataforma WebCT para el apoyo de las materias Estadística descriptiva y Probabilidad. En este experimento se analizó la ausencia o presencia de estrategias docentes adecuadas para propiciar aprendizajes significativos utilizando tecnología educativa. Al aplicarles un examen de diagnóstico a los grupos de control y experimental y al analizar la diferencia entre las medias de calificaciones de los dos grupos se concluyó que no existe diferencia significativa entre ambos grupos, sin embargo, al comparar los grupos de alumnos, se observa que el grupo que obtuvo mayor incremento en su promedio de calificaciones posterior al tratamiento es el grupo experimental (Góngora, 2005).

El proyecto *Enseñanza de la Física y las Matemáticas con Tecnología (EFIT – EMAT)* puesto en marcha por la Subsecretaría de Educación Básica y Normal de la Secretaría de Educación Pública (SEP), en colaboración con el Instituto Latinoamericano de la Comunicación Educativa (ILCE) cuyo objetivo fue incorporar sistemática y gradualmente el uso de las TIC en la escuela secundaria pública para la enseñanza de las Matemáticas y de la Física haciendo uso de software educativo. (Rojano, 2003)

Un estudio realizado por Kulik (1994) en el que resume y analiza más de 90 estudios desarrollados en la década de los años ochenta. Sus hallazgos indican que los estudiantes que utilizan ordenadores aprenden más rápido, tienen actitudes más positivas tanto hacia el propio ordenador como hacia los cursos. También encontró que los beneficios del ordenador son superiores cuando se utiliza como tutorial respecto a otro tipo de aplicaciones. Este uso tutorial es un medio efectivo de mejora del rendimiento del alumnado. Por otra parte, este meta análisis permite afirmar que el tipo de uso pedagógico del ordenador y el tiempo o duración del mismo son variables altamente relevantes que afectan al rendimiento del aprendizaje.

Otro dato relevante es el que aporta Parr (2000), en su estudio de meta análisis evaluó la eficacia de lo que denomina Sistemas Integrados de Aprendizaje (SIA) (ILS, Integrated Learning Systems) en la enseñanza de la lectura y las matemáticas concluyendo que los SIA claramente favorecen la enseñanza de destrezas matemáticas, pero no de las habilidades lectoras.

En otras investigaciones realizadas, Yarto (2001) menciona que el uso de los recursos tecnológicos como los videojuegos, la Web y los espacios sociales, en los que se combinan situaciones didácticas y recreativas, hacen que el aprendizaje sea más fácil y atractivo para los niños, propiciando el desarrollo cognitivo, así como el vocabulario y la lecto-escritura, entre otros.

Sin embargo, de manera general, Pérez Garcías (2002) manifiesta que la participación de los estudiantes en estas actividades, depende en gran medida de la disponibilidad que tengan hacia el uso de estos materiales didácticos y la Internet, ya que se requiere de una presencia continua para su realización.

La participación del estudiante, así como el empleo de la Web y los software como recurso didáctico, pueden propiciar situaciones idóneas de aprendizaje, siempre y cuando esté enmarcado dentro de un contexto educativo estructurado, en el que haya un facilitador, preferiblemente otros compañeros en quienes apoyarse, contenidos y actividades adaptadas al currículum escolar, se tomen en cuenta los niveles de conocimiento de los estudiantes y se manifiesten de manera clara los objetivos que se esperan lograr con la misma (García-Valcárcel, 2005).

Bianchini (1992) señala que las herramientas multimedia permiten la utilización de audio, imágenes, gráficos, animación y videos son mucho más eficaces que los medios lineales (como los libros) para captar el interés de los alumnos e incrementar su proceso educativo. La multimedia les permite a los estudiantes captar significados de maneras distintas, además, contribuye a desarrollar su capacidad e interés.

Algunas investigaciones se han realizado con el propósito de conocer si el uso de un ambiente basado en Web beneficia el aprendizaje. El estudio realizado por Galbraith y Haines

(1998) muestra que los estudiantes que usan la computadora en su práctica de aprendizaje en matemáticas, disfrutan las matemáticas, gustan de las características de flexibilidad que proporciona la computadora, pasan mucho tiempo en la computadora para completar una tarea y disfrutan probando nuevas ideas. Concluyeron también que las aplicaciones basadas en la Web aumentan el nivel de confianza, la motivación, y la interacción.

Gourash (2005, p. 309-325) y Engelbrecht y Harding (2005, p. 235-252) señalan que el uso de la computadora en términos educativos les permiten a los alumnos encontrar el significado de lo que están haciendo, ya que se desarrolla su capacidad de descubrimiento y les permite ser más profundos.

1.2.2.1 Uso de tecnología para el desarrollo del pensamiento proporcional cualitativo

El desarrollo del pensamiento proporcional es importante desde los niveles educativos básicos, de ello depende que los niños puedan comprender y enfrentar situaciones de la vida diaria que se vinculan con el concepto de proporción (Camarena y Ruíz, 2011). A su vez, tal como lo establece Piaget (1978) para que el estudiante de nivel básico logre dar sentido y significado a la proporción es fundamental desarrollar su pensamiento proporcional, tanto el cualitativo como el cuantitativo.

Para desarrollar el pensamiento proporcional se requiere, entre otros, que el sujeto construya el concepto de proporción, y para que pueda construir este concepto se requiere contar con un pensamiento proporcional, es decir, existe una relación bidireccional entre el concepto matemático de proporción y el pensamiento proporcional (Camarena y Ruíz, 2011).

En razón de lo anterior, Camarena y Ruíz (2011) presentan los resultados de una investigación cuyo problema es la construcción del concepto de proporción y el desarrollo del pensamiento proporcional cualitativo y el cuantitativo a través de actividades didácticas con tecnología electrónica, en niños de sexto año de la educación primaria. En ella se hace uso de la teoría educativa denominada la Matemática en el Contexto de las Ciencias, a través de la cual los temas y conceptos matemáticos deben ser tratados de forma vinculada con el medio ambiente, las actividades cotidianas, las competencias laborales y profesionales, así como con las demás ciencias que estudia el alumno.

El objetivo de la investigación parcial que se reporta es diseñar actividades didácticas para la construcción del concepto de proporción (de forma cualitativa) y el desarrollo pensamiento proporcional cualitativo, a través de un programa computacional interactivo.

El supuesto de investigación parte del hecho de que al construir o reconstruir el concepto de proporción se estará, en alguna medida, incidiendo en el desarrollo del pensamiento proporcional, en este caso, en el pensamiento proporcional cualitativo.

La metodología que utiliza consta de tres pasos:

1. Determinar los indicadores asociados a la construcción del concepto de proporción (de forma cualitativa), así como los indicadores asociados al desarrollo del pensamiento proporcional cualitativo (a través de este concepto matemático).

2. Diseñar las actividades didácticas sobre el concepto de proporción y su inserción en el programa computacional interactivo.

3. Implementar el programa computacional interactivo y, analizar y discutir los resultados.

En esta investigación se concluyó que:

“las diferentes acciones computacionales, arrastrar con el mouse y usar una regla virtual, inciden en las acciones didácticas de sobreponer una figura en la otra para hacer la comparación o usar un instrumento de medición. Todo de ello dependió del tipo de pensamiento proporcional que previamente habían desarrollado, ya sea cualitativo o cuantitativo. (Camarena y Ruíz, 2011, p. 12).

1.2.2.2 Modelo de Diseño de Material Computacional Interactivo

Es un modelo didáctico-tecnológico que se focaliza en la enseñanza de las matemáticas para el nivel de bachillerato y nivel universitario. De acuerdo con Camarena (2011, p. 5) lo que pretende este modelo es que “el estudiante construya conceptos, que desarrolle procesos, que trabaje la mecanización de los conceptos, que resuelva eventos contextualizados de su realidad, es decir, que construya una matemática para la vida”. Este modelo se fundamenta en dos teorías: la teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias y la teoría del Diálogo Didáctico Mediado.

La razón de las teorías para este modelo, según Camarena (2011, p. 5) es porque:

El aprendizaje esté centrado en el estudiante, que el alumno construya su conocimiento, que el aprendizaje sea interdisciplinario, que el estudiante consolide una formación integral, que el estudiante tienda a ser autónomo, que los procesos educativos se adapten a quien aprende y que se favorezca la enseñanza guiada, entre otros más.

Con respecto a la teoría del Diálogo Didáctico Mediado, Camarena (2011, p. 6) expresa que “se contemplan principalmente el diálogo o interacción que se lleva a cabo a través de medios y materiales producidos; la interactividad, que permite una relación síncrona y asíncrona; y la enseñanza guiada por un profesor o asesor”.

Además, éste modelo incorpora tres dimensiones: la dimensión de las figuras o actores que la constituyen, las personas que participan en el diseño y desarrollo del material computacional interactivo, haciendo énfasis en la importancia de un equipo multidisciplinario; la dimensión de los recursos didáctico tecnológicos, ya que a través de ellos se lleva a cabo la mediación pedagógica y la dimensión de los procesos que se requieren en el diseño del material computacional interactivo.

Esta última dimensión se enfoca en tres acciones principales:

1. El tratamiento del contenido matemático desde las fases de la teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias.
2. La concretización e identificación de los indicadores del aprendizaje de los conceptos matemáticos involucrados en el contenido a aprender. Posteriormente para estos indicadores se diseñan las acciones didácticas que llevan a las actividades de aprendizaje por parte del alumno.
3. El diseño del software interactivo, con los elementos de las acciones anteriores, concretándose en un conjunto de acciones computacionales, las cuales se correlacionan con las acciones didácticas ya establecidas en el punto anterior.

1.2.3 Investigaciones realizadas sobre la enseñanza de fracciones

1.2.3.1 El significado cuantitativo que tienen las fracciones para estudiantes mexicanos de 6o. de primaria.

En esta investigación se reporta un estudio que consistió en aplicar 297 cuestionarios a alumnos de sexto grado de 13 escuelas primarias. Se pidió identificar la cantidad expresada por diferentes fracciones comunes (ej. $1/2$, $1/4$, $1/3$, $3/4$). Los resultados sugieren que muchos niños están terminando la primaria en México con una comprensión muy limitada del concepto de fracción. Algunos no parecen haber desarrollado nociones cuantitativas básicas que les permitan interpretar de forma inmediata y correcta el significado de las notaciones fraccionarias más comunes, incluyendo " $1/2$ ". En el artículo se explican las implicaciones que podría tener esto para el desarrollo matemático futuro de los estudiantes.

1.2.3.2 Observación de procesos de aprendizaje de los niños en el aula: Una forma de aprender a enseñar fracciones

En la investigación realizada por (López, 2009) tiene como propósito reunir elementos para entender un problema sobre la equivalencia de fracciones, detectado en el sexto grado de primaria y empezar a transformar el salón de clases en un aula experimental. Al respecto, (Figueras, 1988; Valdemoros, 1993; Martínez, 2001; entre otros) manifiestan que la metodología de la enseñanza de las fracciones es posiblemente uno de los factores que ha complicado su aprendizaje.

Por lo anterior, pareciera necesario reestructurar la práctica docente. Dentro de esta reestructuración resulta una prioridad conocer la naturaleza, significado y función de las fracciones, así como los procesos que siguen los alumnos para apropiarse de dichos conocimientos.

Se ha observado también que el alumno recurre con frecuencia a las siguientes propiedades de los números racionales para encontrar fracciones equivalentes:

1. Dividir o multiplicar el denominador y el numerador por un mismo número que no sea cero. Con mayor frecuencia hacen uso de la multiplicación.
2. Para comprobar que dos fracciones son equivalentes los estudiantes usan el "producto cruzado".

Se ha detectado que aun cuando el alumno tiene cierto dominio sobre algoritmos de fracciones, no hacen uso de la relación de equivalencia, necesaria para resolver algunos problemas (López, 2009). Esta dificultad de usar la equivalencia de fracciones para resolver problemas de acuerdo con (Kieren, 1983) hacen suponer que existe una construcción limitada de la igualdad cuantitativa, que es un problema que interfiere en el proceso de enseñanza aprendizaje de las fracciones.

La equivalencia cuantitativa, es considerada como una herramienta poderosa (Kieren, 1983) para acceder más tarde a la equivalencia multiplicativa.

López (2009, p. 11) menciona respecto a la enseñanza de las fracciones:

No se puede negar que la didáctica de las fracciones está caracterizada por tendencias unificadoras. Por regla general, los números naturales se enfocan desde varias perspectivas. Cuando llega el turno de las fracciones, se supone que los alumnos están lo suficientemente avanzados como para quedarse satisfechos con un único enfoque desde la realidad. Desde mi punto de vista, este supuesto erróneo es la razón por la que las fracciones funcionan mucho peor que los números naturales y por la que mucha gente nunca aprende las fracciones.

También indica que los reportes de investigación y el trabajo de Freudenthal debieran ser suficientes para que el maestro se convenza de la necesidad de incluir una variedad de situaciones relacionadas con los diferentes significados de la fracción y le dedique al aprendizaje de las fracciones el tiempo necesario para que su comprensión sea gradual y perdurable.

En el libro del maestro de quinto grado (SEP, 2002), en lo que se refiere a fracciones equivalentes, no se hace referencia explícita de la construcción de este contenido o la importancia de su comprensión para construir ideas acerca del número racional o para solucionar problemas de adición y sustracción de fracciones.

En el libro del maestro de sexto grado (SEP, 1995), en cuanto a los significados de la fracción, se menciona su definición y ejemplos de actividades que se sugiere hacer en clase. En él se resalta la necesidad de realizar actividades de partición y reparto aun siendo el último año escolar. En este documento se dedica una parte sensiblemente menor a las fracciones que a los números naturales. Contiene poca información en lo que respecta a lo fundamental de los mecanismos constructivos: partición, equivalencia cuantitativa y generación de unidades divisibles (Kieren, 1983).

En este tema de fracciones, en sexto grado se trabaja más formalmente la obtención y el orden de fracciones equivalentes en contextos de medición y de reparto, se recomienda el análisis de la relación de equivalencia entre fracciones para deducir la regla y usarla en la solución de otros problemas (López, 2009).

Por otra parte, en el libro de texto del alumno de quinto grado SEP (2000), de la secuencia propuesta para estudiar la equivalencia de fracciones: la primera lección centra la atención en el reparto para dar significado al numerador y denominador. Cuatro de las lecciones hacen uso de la relación de equivalencia con propósitos diferentes a la comprensión o construcción de este contenido, en ellas se trabajan: suma y resta de fracciones, razón y proporcionalidad, y expresión de fracciones con denominador 10, 100 y 1000 en forma decimal; sólo una lección está dirigida al estudio y comprensión de ese tema.

En la figura 1.2, se presenta una lección de fracciones del libro de quinto grado SEP (2000).

Lección 33. Problemas con fracciones

La escuela de Pablo

33

1. Pablo y Juan viven en lugares distintos, pero cada uno de ellos tiene que recorrer un kilómetro para ir de su casa a la escuela. Salen de sus casas y cuando se cruzan Pablo ha recorrido $\frac{3}{5}$ y Juan ha recorrido $\frac{6}{10}$ del camino. ¿Quién de los dos está más lejos de su casa?

Comenta tu respuesta con tus compañeros y tu maestro.

2. En el grupo de Pablo hay 32 alumnos. $\frac{5}{8}$ del total son mujeres y $\frac{10}{16}$ del total usan lentes. ¿Quiénes son más,

¿largo? _____

• Identifica el esquema que más te sirva de la siguiente página para resolver cada uno de los problemas anteriores.

Fig. No. 1.2. Lección 33. Problemas con fracciones.

Fuente: SEP (2000)

En la lección 33 se requiere expresar estrategias de diferentes maneras (trazos, textos, números y transmisión oral de ideas). Se trabaja con dos contextos, el continuo – longitud - y el discreto – colecciones de objetos. Los estudiantes necesitan hacer particiones, estimación y comparación de fracciones para resolver los diferentes problemas que se proponen. La lección termina con el uso del concepto de equivalencia y el algoritmo de la adición de fracciones.

Finalmente, López (2009) menciona que pese a que se reconoce lo fundamental del concepto de equivalencia de fracciones por parte de las autoridades e investigadores resulta inaudito que en quinto grado una sola lección esté dedicada a la construcción de ideas sobre la relación de equivalencia de fracciones.

Además, en las lecciones no aparecen ideas centrales para la comprensión de la relación equivalencia entre fracciones como son: la generación de unidades divisibles (Kieren, 1983), diferentes relaciones entre parte-parte y parte-todo (Figueras, 1988) y transformaciones de descomposición y recomposición para construir objetos mentales de las fracciones (Freudenthal, 1983).

De lo anterior se deduce que el trabajo de construcción sobre la relación equivalencia entre fracciones en este grado; aun cuando es coherente la propuesta didáctica incluida en todos los documentos que proporcionan las autoridades educativas, resulta incipiente para construir conocimiento perdurable sobre este contenido central de los números racionales.

1.2.3.3 Caracterización del modelo de enseñanza de las fracciones equivalentes en el currículo nacional de la educación matemática en la primaria

Entre las aportaciones de las diferentes investigaciones se pueden destacar las de Kieren (1983, p. 506-508), quien afirma que:

Para construir el conocimiento de número racional, se requiere de herramientas mentales (de desarrollo y mecanismos constructivos) estando los segundos ligados a la experiencia y de aquí que corresponde precisamente a la escuela dotar de una variedad de experiencias (situaciones diversas de partición, reparto, comparación, etc.) para poder llegar a comprender primero el concepto de fracción, su representación simbólica y por último las operaciones formales.

Otra de las aportaciones de los investigadores ha sido la identificación de distintos significados de los números racionales. A nivel mundial se ha acordado aceptar que hay, cuatro significados diferentes: cociente, medida, razón y operador, siendo la relación parte-todo la que permite representarlos a través de los símbolos asociados al número racional.

En el libro del maestro de sexto grado SEP (1995a), en cuanto a fracciones, se resalta la necesidad de realizar actividades de partición y reparto. Sin embargo, contiene poca

información en lo que respecta a lo fundamental de los mecanismos constructivos: partición, equivalencia cuantitativa y generación de unidades divisibles.

El libro de texto de quinto grado SEP (2000), contiene diversas actividades que refieren al manejo de fracciones, como por ejemplo, la lección 31 aborda el tema “Reparto de galletas” cuyo objetivo es dar significado al numerador y denominador centrando la atención en el reparto. En la lección 33 que lleva por título “La escuela de Pablo” el propósito central es desarrollar la noción de equivalencia de fracciones.

A pesar de lo fundamental que resulta el concepto de equivalencia de fracciones, en quinto grado sólo una lección está dedicada a la construcción de ideas sobre la relación de equivalencia de fracciones (López, 2009). Además, en las lecciones no aparecen ideas centrales para la comprensión de la relación equivalencia entre fracciones como son: la generación de unidades divisibles (Kieren, 1983), diferentes relaciones entre parte-parte y parte-todo (Figueras, 1988) y transformaciones de descomposición y recomposición para construir objetos mentales de las fracciones (Freudenthal, 1983).

Algunas de las lecciones del libro de texto de sexto grado de primaria SEP (2000), correspondientes al tema de fracciones son: la lección 6 que lleva por título *Matemáticas en la música* se estudia la equivalencia cuantitativa de fracciones en forma de adición, la lección 8 titulada *Listones para los moños* tiene como propósito que el estudiante ubique y ordene fracciones en la recta numérica.

Además, el programa Enciclomedia cuenta con varios recursos para la enseñanza de las fracciones y contiene 3 aplicaciones que se vinculan con algunas lecciones de quinto y sexto grado: el interactivo *fracciones propias*, el interactivo *la balanza* y el interactivo *números mixtos* (López, 2009).

En el interactivo *Fracciones propias*, la demanda cognitiva está centrada en una visualización, lectura y comparación de fracciones menores y mayores que un medio. Posibilita la visualización de las fracciones de manera sencilla, tanto en forma gráfica, como numérica. Este recurso resulta adecuado para hacer análisis de los elementos que componen a la fracción: el numerador, el denominador y la relación parte-todo. Además, ayudan a centrar la atención sobre la creación de nuevas unidades.

El interactivo *La Balanza*, su demanda cognitiva es la descomposición en fracciones equivalentes que requiere de una comparación de fracciones y de la representación como sumas de otras fracciones. La equivalencia de las fracciones en este caso se amplía ya que se considera la equivalencia entre una fracción y una expresión aditiva de fracciones (López, 2009).

El interactivo *números mixtos*, su diseño es atractivo en colores e imágenes, el carácter lúdico hace sencilla la interacción de los alumnos con la aplicación; contiene instrucciones concisas. La demanda cognitiva de este interactivo es relacionar particiones identificadas por medio de códigos de color sobre la recta numérica en la que hay números enteros y fraccionarios con las fracciones que son utilizadas.

El interactivo *números mixtos* permite observar y analizar el orden y la equivalencia de fracciones, además, es un medio para darle sentido a los números que intervienen en la fracción, el numerador y el denominador, así como fortalecer la noción de la relación parte-todo y la representación simbólica de los números fraccionarios. El uso de la recta numérica en este interactivo es importante para la ubicación de las fracciones y para la comparación de fracciones expresadas en números mixtos que se puede reforzar de manera visual.

En la tarea 1 se les solicita a los niños fraccionar la unidad (fracciones, < 1). En esta situación de reparto se espera observar la equipartición, la partición exhaustiva, el nombre y la representación simbólica de las fracciones.

La tarea 2 consiste en un reparto distinto con el mismo número de personas, se espera que los estudiantes identifiquen “hay lo mismo”, “les tocó lo mismo”; implica hacer una comparación y argumentar para identificar la equivalencia entre $1/3$ y $2/6$. Además, nombrar y representar simbólicamente la fracción resultante.

En la tarea 3 se solicita recuperar el todo a partir de una parte dada.

La tarea 4 demanda a los alumnos encontrar fracciones equivalentes expresadas mediante números fraccionarios.

En la tesis de López (2009) se realizan dos cuestionarios para identificar estrategias que usan los niños al hacer particiones y repartos equitativos, la forma en la que se refieren a las

partes tanto oralmente, como simbólicamente, la percepción que tienen de la equivalencia en esos repartos y los procesos de recuperación del todo.

1.2.3.4 Enseñanza experimental de las fracciones en cuarto grado

El estudio realizado por Perera y Valdemoros (2009) en el que se desarrolla una enseñanza experimental con un grupo de cuarto grado de primaria (niños de 9 años de edad) de una escuela pública, que consta de un programa de enseñanza integrado con actividades que giran en torno a varios escenarios afines a la vida real de los niños. Aquí se exhibe cómo las actividades propiciaron en el escolar la construcción de la noción de fracción y el reconocimiento de algunos de sus significados (relación parte-todo, medida, cociente intuitivo y rudimentos de operador multiplicativo). Asimismo, para valorar los avances alcanzados por los alumnos en el programa de enseñanza, se aplicaron dos cuestionarios, uno antes y otro después de su implementación. También se seleccionó a tres niños que fueron entrevistados para el estudio de casos, a fin de profundizar en los procesos relevantes de aprendizaje de cada uno de ellos.

El problema de esta investigación se refiere a cómo influye en el niño una enseñanza matemática realista y lúdica, desarrollada con un enfoque constructivista, en la adquisición de las nociones relativas a la fracción.

1.2.3.5 Análisis de indicadores para la construcción del concepto de fracción en los libros de texto de quinto y sexto grado de primaria

En este apartado se presentan algunos indicadores para la construcción del concepto de fracción, que están presentes en actividades para los estudiantes en los libros de texto de quinto y sexto grado de primaria.

Aprendizajes esperados relacionados con fracciones:

Resuelve problemas en diversos contextos que implican diferentes significados de las fracciones: reparto y medida.

Lección 2. Fracciones en el camino.

Problemas aditivos. Resuelve problemas utilizando fracciones en distintos contextos.

Actividad 1: Contesta las siguientes preguntas utilizando fracciones.

- Como el año tiene 12 meses, entonces el mes de marzo representa _____ del año.
- El día lunes representa _____ de la semana.
- 12 horas representan _____ de un día.

Las preguntas anteriores hacen alusión a la fracción como reparto en modelos discretos.

Actividad 2. El ejercicio que se muestra en la figura 1.3, representa un problema en el que se hace uso de la fracción como razón. El problema plantea un grupo de 32 alumnos e indica los porcentajes de alumnos que practican determinado deporte (atletismo, béisbol, fútbol y natación).

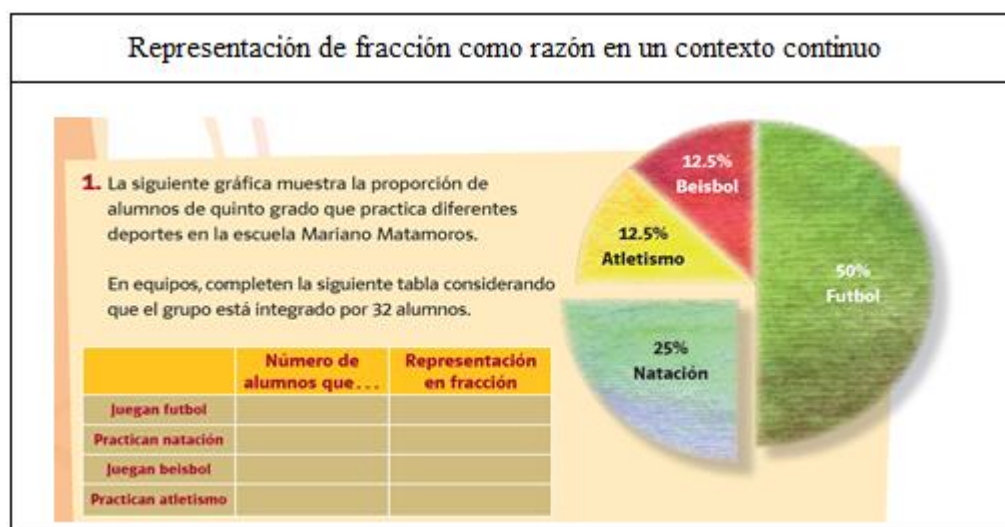


Fig. No. 1.3. Representación de fracción como razón en un contexto continuo.

Fuente: Hernández, D.K et al. (2011, p. 12).

La tabla requiere un análisis parte-todo para poder reconstruir “el todo” (el grupo completo de 32 alumnos) a partir de “las partes” (los porcentajes dados), por ejemplo el número de alumnos que juegan fútbol (50%) implica el cálculo del 50% del grupo de 32 alumnos, es decir 16 alumnos.

También puede verse como un problema que hace uso de la fracción como operador al resolver el número de alumnos que juegan fútbol (50 %) de la siguiente manera:

$$32 \times \frac{50}{100} = (32 \times 50)/100 = 1600/100 = 16$$

La representación gráfica de fracciones en contextos continuos y en análisis parte-todo es una herramienta de gran ayuda para la comprensión del alumno.

Actividad 3. La actividad presentada en la figura 1.4, requiere que el alumno identifique una fracción en un contexto continuo. El indicador aquí es *identificar una fracción en una representación pictórica.*

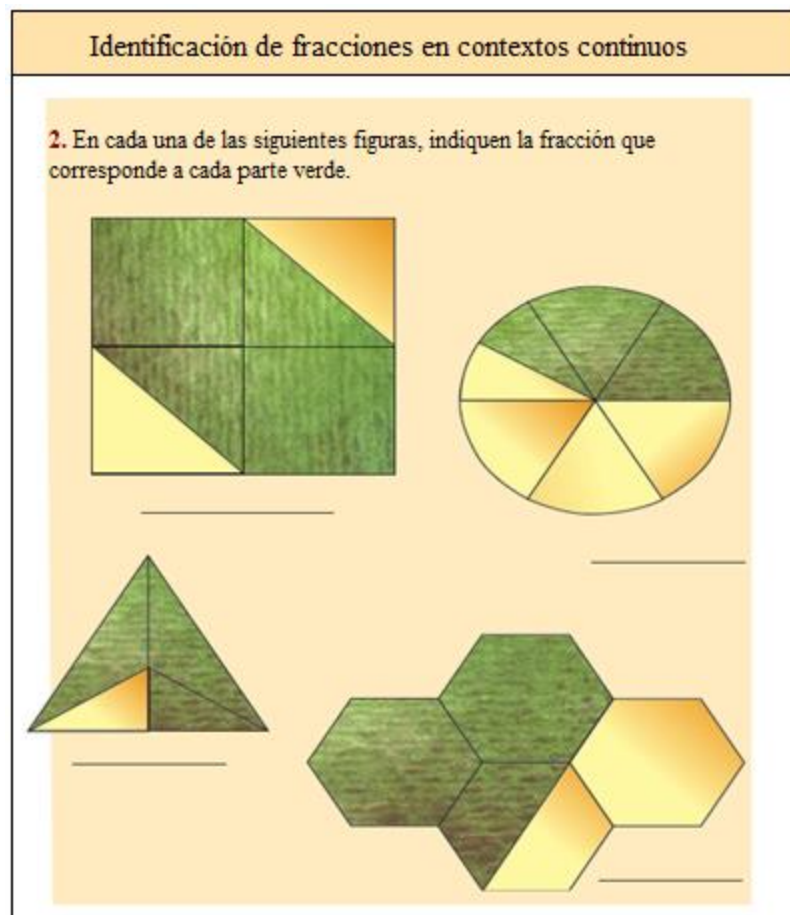


Fig. No. 1.4. Identificación de fracciones en contextos continuos.

Fuente: Hernández, D.K et al. (2011, p. 13)

El indicador que está presente en este problema es *identificar una fracción en una representación pictórica.* El manejo de la representación gráfica para la solución es de suma importancia.

Otro problema planteado es el de los nadadores (Hernández, D.K et al., 2011, p. 16), se orienta hacia el manejo de las fracciones en una interpretación de medida y parte-todo, donde el alumno deberá ser capaz de *ubicar una fracción en una recta numérica* (que represente la longitud de la alberca) e interpretar la medida correspondiente a la fracción de la alberca recorrida por cada nadador.

Las preguntas que se hacen al alumno ¿cuál de los tres nadadores ha recorrido la mayor longitud en la alberca? y ¿cuál ha recorrido menos?, están orientadas a promover en el alumno el uso y análisis de los conocimientos que ya posee para descubrir la longitud mayor y menor representada en una fracción de la alberca recorrida por los nadadores. Los indicadores presentes en esta actividad son *ubicar fracciones en la recta numérica* y *comparar fracciones*.

Referencias del uso de las TIC en los libros de texto

En esta última lección, se encuentra la referencia al sitio web <http://www.isftic.mepsyd.es/w3/recursos/primaria/matematicas/fracciones/menuu4.html> donde el alumno podrá practicar en la red, lo visto en la clase, haciendo con esto un uso de la TIC como apoyo a la enseñanza aprendizaje.

Presencia de uso de fracciones en Figuras

En la actividad 6 titulada “Con regla y compás” (Hernández, D.K et al., 2011, p. 25) como se muestra en la figura 1.5, se pide al alumno dibujar un triángulo considerando como proporción “la mitad” de la medida del triángulo que se proporciona como muestra, lo que supone un manejo del concepto de fracción como razón, así como la presencia del indicador Expresión Lingüística como una forma de representación textual que está presente en el término “... sus lados miden la mitad de los mostrados...” y del indicador *crear fracción equivalente*.

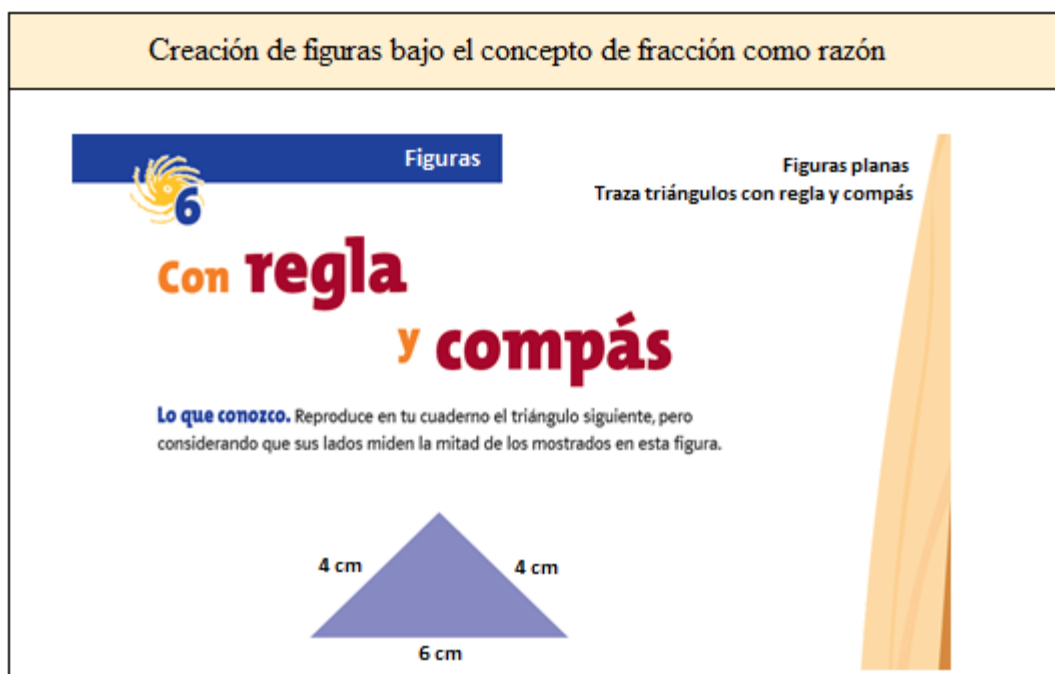


Fig. No. 1.5. Creación de figuras bajo el concepto de fracción como razón.

Fuente: Hernández, D.K et al. (2011, p. 25).

En la actividad 11 titulada “Interpreto tablas” (Hernández, D.K et al., 2011, p. 37) como se muestra en la figura 1.6, se puede apreciar claramente el uso de fracción como proporción en los porcentajes de población masculina y femenina mostrados en el gráfico y en los porcentajes de defunción mostrados en la tabla de frecuencia.

El indicador que refleja la comprensión del concepto es “identificar proporciones” para el indicador “Parte-todo” de la categoría Representación Gráfica.



Fig. No. 1.6. Uso de fracción como proporción en tablas de frecuencia.

Fuente: Hernández, D.K et al. (2011, p. 37).

Otra actividad relacionada con la fracción como razón (Hernández, D.K et al., 2011, p. 38) solicita realizar el cálculo de la proporción de alumnos del salón de clases que les gusta cada alimento (ver figura 1.7).

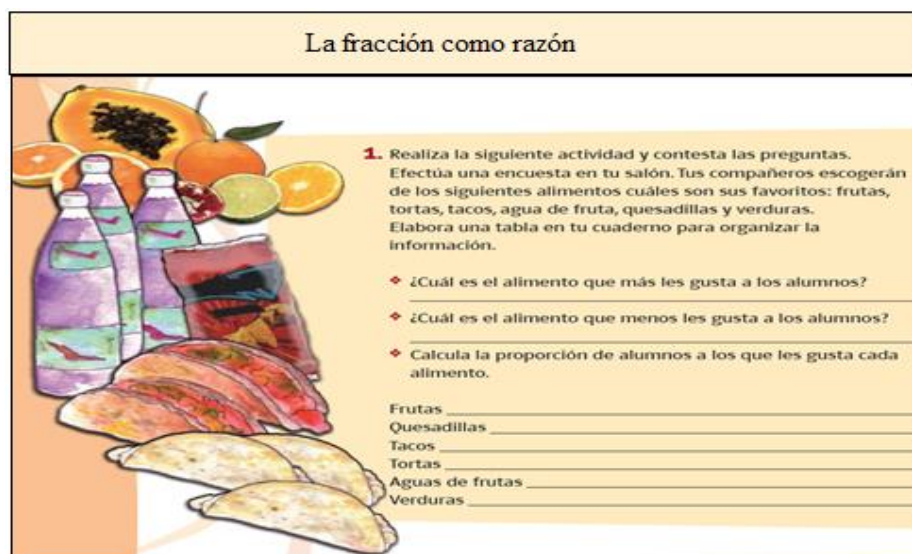


Fig. No. 1.7. Ejercicio que refiere a la fracción como razón.

Fuente: Hernández, D.K et al. (2011, p. 36).

Esta actividad promueve el análisis de fracciones en modelos discretos. Los indicadores que están presentes en la realización de esta actividad es “Parte-todo”, “Identificar fracciones” y cociente.

1.3 Problema de investigación

El bajo rendimiento académico en la materia de matemáticas en el nivel educativo primaria es motivo de preocupación para el sistema educativo nacional, esto se puede constatar en PISA (2009) y ENLACE (2011) con los resultados de las evaluaciones PISA y ENLACE llevadas a cabo en México.

Esta situación se torna más delicada si se toma en cuenta el papel que juega el conocimiento matemático en los procesos de selección y promoción a niveles superiores de escolaridad, así lo expresa Figueras y otros (2004), quien a la vez considera que el bajo rendimiento escolar en la primaria es una problemática que requiere de atención y es importante dirigir esfuerzos para encontrar y poner a disposición de los maestros alternativas de enseñanza.

La enseñanza de las matemáticas en la educación primaria, y de manera específica la enseñanza de las fracciones, recobra gran interés por ser un tema que causa mucha dificultad tanto para el profesor como para el alumno debido a los diferentes significados que abordan las fracciones en los programas de estudio y que suelen confundir al alumno. (Figueras y otros, 2004; Perera y Valdemoros, 2009). En la enseñanza tradicional se ha venido dejando a un lado la construcción del significado de las fracciones, y en quinto y sexto grado de primaria la comprensión de las fracciones equivalentes reviste gran importancia para poder comprender y asimilar posteriormente las operaciones básicas como la suma y la resta de fracciones. Sin embargo, en la práctica esta comprensión que viene de la mano con la construcción de su significado por parte del alumno, se ha sustituido por el aprendizaje de algoritmos y la mecanización de operaciones, que la mayoría de las veces carecen de sentido para la mayoría de los estudiantes, ocasionando una falta de aprehensión del conocimiento y por ende, su pronto olvido.

Con el propósito de hacer frente a la problemática que se plantea, sobre la dificultad que representa para los estudiantes de primaria el aprendizaje de fracciones, la presente investigación consistió en el reforzamiento de los indicadores de la comprensión de fracciones y fracciones equivalentes, mediante la realización de actividades multimedia con el fin de lograr que los estudiantes encontraran sentido y significado a las operaciones básicas a través de la comprensión y construcción de este concepto.

Pregunta de investigación

¿De qué manera el uso de recursos digitales en la educación primaria contribuye a la comprensión del concepto de fracción equivalente?

1.4 Objetivos

1.4.1 General

Determinar en qué medida el uso de recursos digitales contribuye a la comprensión del concepto de fracción equivalente.

1.4.2 Específicos

- Valorar el grado de comprensión de las fracciones equivalentes alcanzado por los estudiantes mediante el uso de los recursos digitales multimedia.
- Diseñar, validar e implementar recursos digitales multimedia, que permitan a los estudiantes reforzar los indicadores de construcción del concepto de fracción equivalente.
- Contribuir en la mejora del rendimiento académico en matemáticas de los estudiantes de primaria.
- Contribuir con la mejora en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas mediante el uso de las TIC.
- Identificar los indicadores de la construcción del concepto de fracción equivalente.

1.5 Hipótesis

H₁: La utilización de recursos digitales mejora el grado de comprensión de las fracciones equivalentes.

H₂: La utilización de recursos digitales mejora la comprensión para identificar fracciones en una representación pictórica.

H₃: La utilización de recursos digitales mejora la comprensión para representar de forma pictórica una fracción simbólica.

H₄: La utilización de recursos digitales mejora la comprensión de la comparación de fracciones.

H₅: La utilización de recursos digitales mejora comprensión para la creación de fracciones equivalentes.

H₆: La utilización de recursos digitales mejora la comprensión para ubicar fracciones en la recta numérica.

H₀: La utilización de recursos digitales no mejora el grado de comprensión de las fracciones equivalentes.

CAPITULO 2. MARCO TEÓRICO

2.1 Teorías en las que se fundamenta la investigación

En este apartado se fundamentan las bases teóricas que sustentan la investigación. Se eligieron las teorías que fueron consideradas más representativas de acuerdo a las características propias del estudio ya que en el campo de la educación existen abundantes teorías que bien se pueden entrelazar o tener relación con la presente investigación, sin embargo, se consideró necesario incluir sólo las corrientes teóricas: cognoscitivista y neoconductista. A continuación se describe la aportación de estas teorías a la presente investigación.

2.1.1 Teoría del desarrollo del conocimiento

Con fundamento en Hernández (2004), el estudio está sustentado en el *cognoscitivismo* mediante la teoría del desarrollo del conocimiento de Jean Piaget en el sentido de que el niño va desarrollando sus conceptos, sus habilidades, y fortaleciendo su memoria en la medida en que va madurando biológica, sicológica y neurológicamente.

Por otra parte, se puede apreciar la presencia del cognoscitivismo en los programas de matemáticas de quinto y sexto grado de primaria, ya que entre los propósitos que se tienen al finalizar el tercer periodo (cuya edad del alumno oscila entre 11 a 12 años), está:

Los estudiantes deben ser capaces de comunicar e interpretar cantidades con números naturales, fraccionarios o decimales, así como resolver problemas aditivos y multiplicativos mediante los algoritmos convencionales. Calculan perímetros y áreas, y saben describir y construir figuras y cuerpos geométricos. Utilizan sistemas de referencia para ubicar puntos en el plano o para interpretar

mapas. Asimismo llevan a cabo procesos de recopilación, organización análisis y presentación de datos. (SEP, 2011a, p. 64) y (SEP, 2011b, p. 64)

Lo anterior es posible según Woolfolk (2006) porque la teoría cognoscitiva de Piaget refiere que los niños de esa edad se encuentran en la etapa de las operaciones concretas, en la cual son capaces de resolver problemas concretos (prácticos) de forma lógica.

2.1.1.1 Etapa de las operaciones concretas según Piaget

Esta etapa se presenta en el niño desde los 7 a los 11 años de edad. Según Meece (2000, p. 110-113):

Durante los años de primaria, en esta etapa, el niño empieza a utilizar las operaciones mentales y la lógica para reflexionar sobre los hechos. Esta capacidad le permite abordar los problemas en forma más sistemática que un niño que se encuentra en la etapa preoperacional (De 2 a 7 años).

De acuerdo a Piaget, el niño ha logrado varios avances en la etapa de las operaciones concretas. Primero, su pensamiento muestra menor rigidez y mayor flexibilidad. El niño entiende que las operaciones pueden invertirse o negarse mentalmente.

También en esta etapa el niño es capaz de resolver problemas de seriación, que es la capacidad de ordenar los objetos en progresión lógica, por ejemplo, del más pequeño al más alto, y es importante para comprender los conceptos de número, de tiempo y medición.

Además de la seriación, Piaget pensaba que las habilidades de clasificación son indispensables para la aparición de las operaciones concretas. La clasificación es una manera en que el niño introduce orden en el ambiente al agrupar las cosas y las ideas a partir de elementos comunes. La clasificación es una habilidad que empieza a surgir en la niñez temprana. Los niños que comienzan a caminar y los preescolares, agrupan generalmente los objetos atendiendo a una sola dimensión, como el tamaño o el color. Pero no es sino hasta el periodo de las operaciones concretas cuando clasifica los objetos de acuerdo a varias dimensiones o cuando comprende las relaciones entre clases de objetos. Piaget describió dos tipos de sistemas taxonómicos que surgen durante los años intermedios de la niñez: la clasificación matricial y la clasificación jerárquica.

La clasificación matricial consiste en clasificar los objetos a partir de dos o más atributos. A los 8 o 9 años de edad, el niño puede demostrar la capacidad de clasificar objetos utilizando simultáneamente dos dimensiones y pueden considerar al mismo tiempo en qué se parecen y se diferencian los objetos, porque su pensamiento está adquiriendo mayor flexibilidad.

En los años subsecuentes de la primaria, el niño comienza a utilizar los sistemas de clasificación jerárquica para poner orden en su ambiente, los usa para organizar la información referente a materias como geología, biología, astronomía, historia, física y música. Por ejemplo, en el sexto grado deben saber que la materia se compone de moléculas y que cada molécula está constituida por átomos, los cuales contienen varias unidades de protones, electrones y neutrones. También deben saber razonar sobre las relaciones jerárquicas, pues sólo así podrán entender los conceptos numéricos. Así, el número 5 es parte de un conjunto que contiene además los números que lo preceden (1, 2, 3 Y 4). El número 1 puede dividirse en partes diferentes (mitades, cuartos, décimas, etc.) y el número 100 está integrado por 10 decenas. El niño comienza a entender las relaciones jerárquicas en la etapa de las operaciones concretas.

La prueba indicada para evaluar la comprensión de las jerarquías en el niño es la tarea de inclusión en una clase. Hacia los 8 o 9 años de edad, comienzan a basar sus respuestas en la regla lógica de la inclusión en una clase. Ahora ya entienden que una colección de objetos debe ser mayor que cualquiera de sus subpartes y aplican esta operación lógica para organizar la información en los problemas relacionados con la inclusión en una clase. Les será difícil comprender las relaciones entre parte y todo antes que dominen la habilidad anterior.

De acuerdo con la teoría de Piaget, otra característica en esta etapa es la capacidad de razonar sobre los problemas de conservación que consiste en entender que un objeto permanece igual a pesar de los cambios superficiales de su forma o de su aspecto físico. Durante esta fase, el niño ya no basa su razonamiento en el aspecto físico de los objetos. Reconoce que un objeto transformado puede dar la impresión de contener menos o más de la cantidad en cuestión, pero que tal vez no la tenga.

Entre los 7 y 11 años de edad, el niño aprende las operaciones mentales necesarias para reflexionar sobre las transformaciones representadas en los problemas de conservación. Estará

en condiciones de realizar la abstracción reflexiva, cuando para razonar lógicamente respecto al número y el volumen sin que lo confundan las apariencias físicas. Entonces podrá distinguir entre las características invariables de los estímulos (peso, número o volumen, por ejemplo) y la forma que el objeto aparece ante su vista.

La adquisición de las operaciones mentales con que se efectúan las tareas de conservación no se realiza al mismo tiempo en todas las áreas. La comprensión a los problemas de conservación sigue una secuencia gradual. Por lo peculiar, el niño adquiere la capacidad de la conservación de los números entre los 5 y 7 años. La de conservación del área y del peso aparece entre los 8 y 10 años. Entre los 10 y 11 años, casi todos los niños pueden ejecutar tareas relacionadas con la conservación del volumen.

2.1.2 Teoría del neoconductismo: condicionamiento operante

En Bigge (2001) se rescata el pensamiento de F.B. Skinner debido a que este trabajo se sustenta en la teoría llamada *Neoconductismo*, que es una teoría del aprendizaje por medio del reforzamiento ya que éste se fundamenta en el principio de la retroalimentación que el niño recibe durante la realización de las actividades o ejercicios como una consecuencia de ellas, y que está presente en los eventos que suceden como aplausos, mensajes textuales (expresiones tales como muy bien, felicidades), acompañados de señales luminosas y colores que motivan al niño a continuar con la tarea y esforzarse a hacerlo mejor cada vez.

En el presente estudio se cuenta con algunos elementos de reforzamiento que están presentes en las actividades multimedia y que son:

- a. El conteo del tiempo en que realiza la actividad. Ya que el efecto que ocasiona es que el niño al observar el tiempo que se lleva en completar una actividad, se esforzará en mejorar ese tiempo en la siguiente ocasión que la lleve a cabo.
- b. Aciertos/errores. Es un incentivo para que el niño realice cada vez las actividades con el menor número de errores.

- c. Señales auditivas. Al finalizar correctamente una actividad el alumno recibe un mensaje sonoro como “felicidades”, “eres un genio”, etc. que lo motiva a continuar esforzándose en hacerlo mejor.

La evidencia concreta de la teoría neoconductista en el diseño de las actividades multimedia en este estudio, la encontramos cuando ocurre un hecho que actúa de forma que incrementa la posibilidad de que se dé una conducta, este hecho es conocido como reforzador, Mejía (2011).

Según Martí (1992, p. 65) "las acciones del sujeto seguidas de un reforzamiento adecuado tienen tendencia a ser repetidas (si el reforzamiento es positivo) o evitadas (si es negativo). En ambos casos, el control de la conducta viene del exterior". En palabras de Skinner (1985, 74), "toda consecuencia de la conducta que sea recompensante o, para decirlo más técnicamente, reforzante, aumenta la probabilidad de nuevas respuestas".

Las primeras utilizaciones educativas de los ordenadores se basan en la enseñanza programada de Skinner, consistiendo en la "presentación secuencial de preguntas y en la sanción correspondiente de las respuestas de los alumnos" (Martí, 1992, p. 66).

2.2 Articulación teórico-conceptual

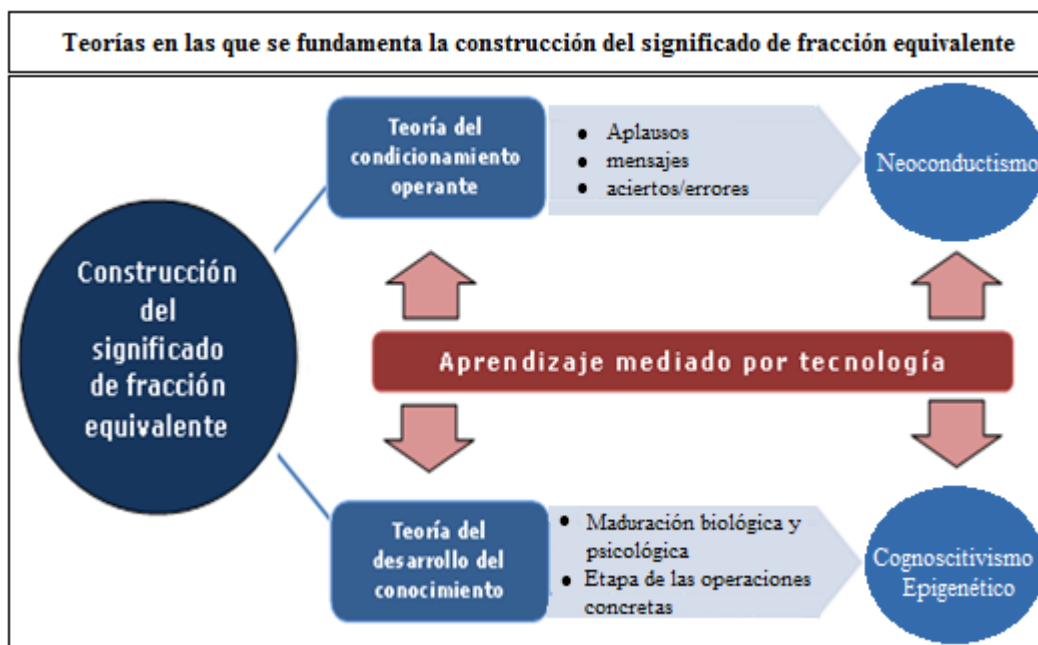


Fig. No. 2.8. Teorías en las que se fundamenta la construcción del significado de fracción equivalente. Fuente: Elaboración propia (2014)

2.3 Contribución de las teorías en el diseño de materiales didácticos informáticos

Existen muchas teorías en torno al diseño de materiales didácticos informáticos, sin embargo, en este apartado nos referimos únicamente a la aportación de las teorías cognitivista, conductista y constructivista debido a que estas teorías están presentes en los contenidos de los libros de texto de primaria de quinto y sexto grado (SEP, 2011).

Con respecto a la contribución de la teoría cognitivista en el diseño de materiales didácticos informáticos, Yarto (2001) menciona que el uso de los recursos tecnológicos como los videojuegos, la Web y los espacios sociales, en los que se combinan situaciones didácticas y recreativas, hacen que el aprendizaje sea más fácil y atractivo para los niños, propiciando el desarrollo cognitivo, así como el vocabulario y la lecto-escritura, entre otros.

Por su parte García-Valcárcel (2005) afirma que la participación del estudiante, así como el empleo de la Web y los software como recurso didáctico, pueden propiciar situaciones idóneas de aprendizaje, siempre y cuando esté enmarcado dentro de un contexto educativo

estructurado, en el que haya un facilitador, preferiblemente otros compañeros en quienes apoyarse, contenidos y actividades adaptadas al currículum escolar, se tomen en cuenta los niveles de conocimiento de los estudiantes y se manifiesten de manera clara los objetivos que se esperan lograr con los mismos.

La enseñanza para desarrollar el área cognitiva comprende una serie de métodos educativos que orientan a los alumnos a memorizar y recordar los conocimientos, así como a entenderlos y desarrollar sus capacidades intelectuales (Reigeluth, 1999). Su aporte al diseño instruccional en la elaboración de los materiales educativos informáticos son los sistemas hipertextuales e hipermediales, los cuales representan el funcionamiento de los procesos cognitivos (Del Moral, 2000). En este sentido, un material educativo informático cognitivista puede ofrecer contenidos organizados de manera jerárquica; así mismo, al incluir en su diseño los hipertextos están permitiéndole al usuario una navegación no lineal (Gros, 1997).

Según Dorrego (1999), el enfoque conductista sobre el desarrollo de materiales didácticos informáticos contribuye con aportes de una enseñanza programada y procesos lineales a través del diseño de actividades que requieren unas respuestas del usuario, y la planificación del refuerzo en el diseño de materiales didácticos Web y software educativos.

El enfoque constructivista se desprende de la perspectiva cognitivista (propuesta por Piaget), y plantea que el alumno puede construir su propio conocimiento a través de sus necesidades e intereses y según su ritmo particular para interactuar con el entorno. Según sus teóricos, el aprendizaje se realiza cuando el alumno ha elaborado activamente su propio conocimiento, el cual no necesariamente debe estar basado en el descubrimiento (Mayer, 1999).

Para los teóricos constructivistas, el conocimiento se construye a través de una participación activa, por lo que éste no se reproduce y va a depender de los aprendizajes previos y de la interpretación que el alumno haga de la información que recibe.

El aporte de la teoría instruccional constructivista al diseño en la elaboración de materiales educativos informáticos, está dado en el énfasis que pone en el entorno de aprendizaje y en los alumnos, antes que en el contenido o en el profesor, es decir pone mayor énfasis en el aprendizaje que en la instrucción (García-Valcárcel, 2005). Es por esto que su presencia en los sitios Web educativos está dada en diseños con pocos contenidos y mayor

énfasis en enlaces a diferentes referencias, recursos y herramientas que le puedan permitir al alumno la construcción de sus propios procesos de aprendizaje.

CAPITULO 3. DISEÑO METODOLÓGICO

3.1 Método

La presente investigación se llevó a cabo a través de un estudio experimental de corte cuantitativo ya que según Hernández, Fernández y Baptista (2010, p. 121):

La esencia de la concepción de experimento es que requiere la manipulación intencional de una acción para analizar sus posibles resultados... se refiere a un estudio en el que se manipulan intencionalmente una o más variables independientes (supuestas causas-antecedentes), para analizar las consecuencias que la manipulación tiene sobre una o más variables dependientes (supuestos efectos-consecuentes), dentro de una situación de control para el investigador.

En esta investigación el diseño que se presentó es de tipo Preprueba-Postprueba con grupos de control y experimental, cuyo esquema es:

O ₁	X	O ₂
O ₃	—	O ₄
O ₅	X	O ₆
O ₇	—	O ₈

Donde:

O₁ = Pretest de grupo de intervención de quinto grado

O₂ = Posttest de grupo de intervención de quinto grado

O₃ = Pretest de grupo control de quinto grado

O₄ = Posttest de grupo control de quinto grado

O₅ = Pretest de grupo de intervención de sexto grado

O₆ = Posttest de grupo de intervención de sexto grado

O₇ = Pretest de grupo de control de sexto grado

O₈ = Posttest de grupo de control de sexto grado

3.2 Población

3.2.1 Contexto

La presente investigación se llevó a cabo en la escuela primaria pública Valentín Gómez Farías, de la ciudad de Boca del Río, Veracruz. Esta escuela tiene una población estudiantil aproximada de 150 alumnos cuyas edades oscilan entre 6 y 12 años, con un porcentaje aproximado de 56% niñas y 44% niños. La plantilla docente está conformada por una maestra para cada grado escolar, una profesora de educación física, una profesora de educación artística, una profesora de inglés y una profesora de computación. El nivel educativo de los profesores incluyendo al director de la escuela es licenciatura.

3.2.2 Participantes

El estudio se llevó a cabo con los alumnos de quinto y sexto grado de la escuela Valentín Gómez Farías. La población estuvo conformada por 16 alumnos de quinto grado y 22 alumnos de sexto grado como se muestra en la tabla 3.2.

Tabla No. 3.2. Población de alumnos de los grupos control y experimental de quinto y sexto grado. Fuente: Elaboración propia (2014).

Grado	Número de alumnos por grupo						Pob. Total
	Grupo control			Grupo experimental			
	Población	mujeres	hombres	Población	mujeres	hombres	
Quinto	8	3	5	8	4	4	16
Sexto	13	5	8	9	6	3	22

Nota. La tabla indica la cantidad de alumnos con los que se conformaron los grupos control y experimental de quinto y sexto grado.

La edad de los niños fluctuó entre los 10 y los 12 años de edad y en su mayoría pertenecen a un nivel socioeconómico entre medio y bajo.

El nivel de estudios promedio de los padres de los alumnos de quinto grado es el bachillerato y licenciatura al igual que de los padres de los estudiantes de sexto grado.

Los grupos experimental y control se conformaron de la siguiente manera: Para ambos grupos se consideró el 50% de la población para el grupo experimental y 50% para el grupo control. Se llevó a cabo una selección aleatoria de los estudiantes para cada grupo mediante el programa Stats ver. 2.0 como se muestra en la figura 3.9.

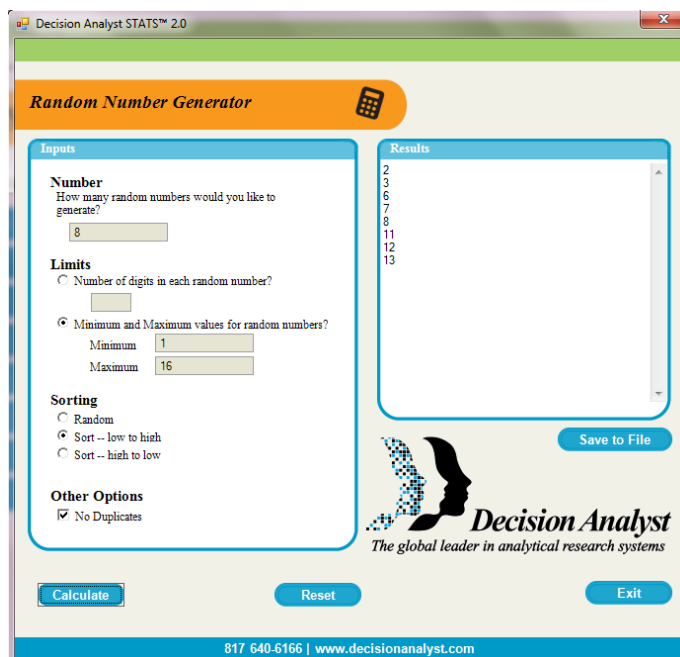


Fig. No. 3.9. Selección aleatoria de estudiantes para los grupos control y experimental

Los números generados aleatoriamente se utilizaron para seleccionarlos de acuerdo con el número de lista que cada estudiante tenía asignado en su grupo.

Además, participaron las maestras de quinto grado y sexto grado quienes trabajaron con la totalidad del grupo explicando en el salón de clases los ejercicios creados para reforzar los indicadores de la comprensión de fracción equivalente. También, una maestra de computación atendió al grupo durante la realización de los ejercicios de fracciones durante la etapa de intervención.

3.2.3 Recolección de datos

El instrumento de recolección de datos utilizado fue tomado y rediseñado con base en el instrumento *Assesment of Fraction Understanding* (AFU) el cuál fue desarrollado en la Universidad de Sídney y utilizado en el estudio de Wong (2009) para evaluar a 646 estudiantes de tercero a sexto grado de escuelas primarias urbanas en la comprensión conceptual de fracciones equivalentes. El instrumento AFU fue revisado por educadores en matemáticas, diseñadores de instrumentos y otros investigadores durante su desarrollo.

Los instrumentos de recolección de datos utilizados en este estudio fueron:

- a) Un cuestionario aplicado en el examen pre-test (Anexo 1) y en el examen post-test (Anexo 2) así como utilizado en la elaboración de las actividades multimedia resueltas por los estudiantes en el periodo de intervención.
- b) Una base de datos generada por JClic y gestionada por Moodle en la que se registró el uso de las actividades multimedia por parte de los estudiantes en el periodo de intervención. La figura 3.10 muestra la interacción que se da entre la base de datos de Moodle y JClic mediante el módulo *Moodle - JClic*.

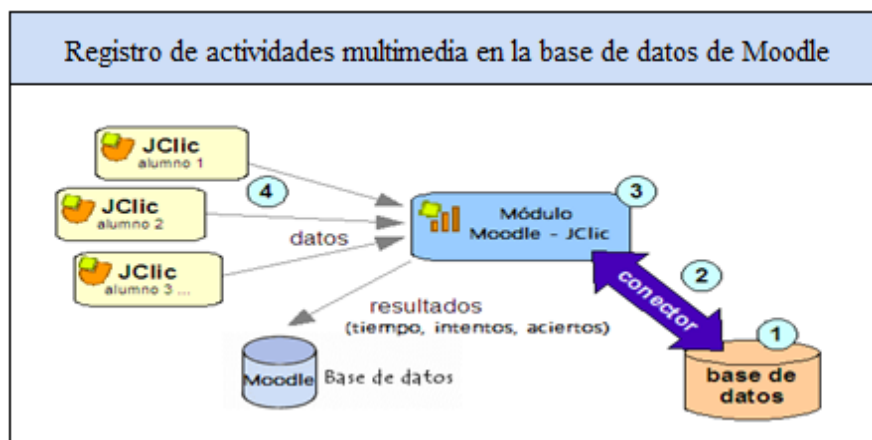


Fig. No. 3.10. Registro de actividades multimedia en la base de datos de Moodle.

Fuente: Elaboración propia (2014).

Los exámenes pre-test y post-test estuvieron conformados por 8 y 9 ítems respectivamente, como se muestran en las tablas 3.3 y 3.4. Los ítems evaluaron los siguientes indicadores de la construcción del concepto de fracción equivalente:

- A. Identificar Fracción en una representación Pictórica
- B. Representar de forma pictórica una fracción simbólica
- C. Comparar fracciones
- D. Crear fracciones equivalentes
- E. Ubicar fracciones en la recta numérica

Tabla No. 3.3. Indicadores por ítem en el examen Pre-test.
Fuente: Elaboración propia (2014).

Examen Pre-test	
Ítem	Indicador
1	A,B
2	B,C
3(a,b,c)	D
4(a,b)	A,B
5(a,b)	A,C
6(a,b,c)	B
7(a,b,c,d)	E
8(a,b)	B,C

Tabla No. 3.4. Indicadores por ítem en el examen Post-test.
Fuente: Elaboración propia (2014).

Examen Post-test	
Ítem	Indicador
1(a,b,c)	D
2(a,b,c,d,e)	C
3(a,b,c,d,e,f,g,h)	C
4	A,B
5(a,b)	A
6(a,b,c)	B
7(a,b,c,d)	E
8(a,b,c)	A,B
9(a,b)	A,C

Nota: Las tablas 3.3 y 3.4 muestran 8 y 9 ítems respectivamente, correspondientes a los exámenes pre-test y post-test; los incisos contenidos en algunos de ellos, por ejemplo el ítem 3 (a,b,c) de la tabla 3.3, está indicando que es una actividad conformada por 3 reactivos, todos asociados en este caso al indicador D “*crear fracciones equivalentes*”.

3.2.3.1 Validez del instrumento

Para Hernández, Fernández y Baptista (2010, p. 201) “... la validez se refiere al grado en que un instrumento realmente mide la variable que pretende medir”. El mismo autor afirma que la validez de contenido se refiere al grado en que un instrumento refleja un dominio específico de contenido de lo que se mide.

La validez del instrumento guía (AFU) se realizó mediante el juicio de expertos, sin embargo, para corroborar la *validez de criterio* del instrumento aplicado en el presente estudio, los diferentes ítems sobre los indicadores para la construcción del concepto de fracción equivalente fueron sometidos a la revisión de expertos. Los revisores expertos fueron tres profesores de matemáticas de quinto grado y tres profesores de matemáticas de sexto grado de las escuelas primarias Jorge Pasquel Casanueva, Vicente E. Barrios y Valentín Gómez Farías.

La *validez de contenido* se llevó a cabo a través del piloteo del instrumento. La primera versión del instrumento estuvo conformada por 20 ítems que se sometió a un piloteo en el que

participaron quince alumnos de quinto grado y veinte alumnos de sexto grado. La aplicación se llevó a cabo en el salón de clases de cada grupo y tuvo una duración de una hora. El proceso estuvo bajo la observación del investigador quien se aseguró que no hubiera presencia de distractores que pudieran afectar la evaluación.

Las respuestas generadas por los alumnos, así como las respuestas incorrectas y las no contestadas fueron analizadas por los tres profesores de matemáticas de quinto grado y tres profesores de matemáticas de sexto grado de las escuelas primarias antes mencionadas, con el fin de determinar si el grado de dificultad de los ítems era el apropiado, si la redacción de los ítems era entendible para los alumnos y si el tiempo establecido era suficiente para la cantidad de reactivos.

Con base en las recomendaciones de los expertos se hicieron las siguientes adecuaciones sobre los ítems, que sirvieron para conformar la versión final del instrumento:

- Eliminación. Algunos ítems fueron eliminados por ser demasiado complicados para el nivel del alumno, y porque el instrumento era muy extenso, así según los expertos se evitaría el aburrimiento y reduciría el número de respuestas vacías.
- Corrección de la redacción. Para asegurar que los alumnos los pudieran comprender.
- Modificación del orden para darle una secuencia lógica a los mismos.

Finalmente, para la *validez de constructo* se llevó a cabo la operacionalización de las variables independiente y dependiente en la que se identificaron y establecieron los indicadores que permitieron realizar su medición de forma cuantitativa. El cuadro de operacionalización de variables puede consultarse en el anexo 3.

3.2.3.2 La confiabilidad del instrumento

De acuerdo con Hernández, Fernández y Baptista (2010, pp. 207,301-302):

Existen diversos procedimientos para calcular la confiabilidad de un instrumento de medición. Todos utilizan procedimientos y fórmulas que producen coeficientes de fiabilidad. La mayoría de estos pueden oscilar entre cero y uno, donde un coeficiente de cero significa nula confiabilidad y uno representa un máximo de confiabilidad. Cuanto más se acerque el coeficiente a cero, mayor error habrá en la medición.

Los procedimientos más utilizados para determinar la confiabilidad mediante un coeficiente son:

- a) Medida de confiabilidad (confiabilidad por *test-retest*)
- b) Método de formas alternativas o paralelas
- c) Método de mitades partidas (*split halves*)
- d) Medidas de consistencia interna

De acuerdo con las características del estudio y considerando que el cuestionario pre-test y post-test son similares en contenido pero no idénticos, se determinó conveniente realizar la prueba de confiabilidad por el método de formas alternativas o paralelas, ya que según Hernández, Fernández y Baptista (2010, p.301), en este esquema no se administra el mismo instrumento de medición, sino dos o más versiones equivalentes de éste. Las versiones (casi siempre dos) son similares en contenido, instrucciones, duración y otras características, y se administran a un mismo grupo de personas simultáneamente o dentro de un periodo relativamente corto.

Se realizaron las pruebas de confiabilidad con el programa SPSS ver. 15.0.1 para Windows y se utilizaron los resultados de los indicadores en los exámenes Pre-test y Post-test de los grupos de quinto y sexto grado. Los resultados obtenidos se muestran en la tabla 3.5.

Tabla No. 3.5. Prueba de fiabilidad *formas alternativas o paralelas* – Grupos de Control y Experimental de quinto y sexto grado. Fuente: Elaboración propia (2014).

Resultados de Prueba de fiabilidad a los grupos de control y experimental de quinto y sexto grado				
Prueba	Quinto Grado		Sexto Grado	
	Grupo control	Grupo Experimental	Grupo control	Grupo Experimental
Varianza Común	13.631	8.741	10.472	13.098
Varianza verdadera	3.517	2.025	4.630	4.381
Varianza error	10.115	6.716	5.842	8.717

Correlación inter-elementos común	0.258	0.232	0.442	0.334
Fiabilidad de la escala	0.777	0.751	0.888	0.834
Fiabilidad de la escala (insesgada)	0.840	0.822	0.907	0.876

Nota: Se muestran los resultados de la prueba de fiabilidad *formas alternativas o paralelas* llevada a cabo con los grupos de control y experimental de quinto y sexto grado, obtenida mediante un procesamiento estadístico realizado con el programa SPSS ver. 15.0 para Windows.

Como se puede observar en los resultados de los cuatro grupos, el coeficiente de fiabilidad de la escala (insesgada) es mayor de 0.8 por lo que se asume que la fiabilidad del instrumento es aceptable.

Posteriormente se realizó el cálculo del coeficiente *alfa de Cronbach* con el fin de comparar resultados. Los coeficientes obtenidos en estas pruebas puede consultarlos en el anexo 3, en donde se observa que los coeficientes obtenidos para las pruebas pre-test y post-test de los grupos control y experimental de quinto grado son 0.77 y 0.751 respectivamente, y los coeficientes obtenidos para las pruebas pre-test y post-test de los grupos control y experimental de sexto grado son 0.888 y 0.834 respectivamente, por lo que se confirma que la fiabilidad del instrumento es aceptable.

3.3 Procedimiento

La presente investigación se llevó a cabo tomando en cuenta el modelo de diseño de material computacional interactivo de Camarena (2011), bajo una metodología conformada por los siguientes pasos:

1. Determinar los indicadores para la construcción del significado de las fracciones equivalentes.
2. Diseñar las actividades didácticas y elaboración de actividades multimedia de acuerdo con estos indicadores.
3. Procedimiento de implementación, análisis y discusión de resultados.

Obtención de indicadores para la construcción del significado de fracción equivalente

De acuerdo a la revisión de la literatura sobre la construcción del concepto de fracción, así como del concepto de fracción equivalente, es preciso mencionar que el tema de fracciones es considerado de vital importancia en la enseñanza de matemáticas en el área básica, por lo que desarrollar en el alumno la comprensión de su significado le permitirá aprender y comprender de forma más sencilla las operaciones básicas como suma, resta, multiplicación y división de fracciones, además de los conceptos relacionados con las fracciones como el de razón y proporción.

En los siguientes párrafos, se presenta el soporte teórico bajo el cual se obtuvieron los indicadores para evaluar la comprensión del alumno en el tema de las fracciones equivalentes.

En sus estudios, Gairín (2001) afirma que las fracciones han adoptado diferentes significados como parte-todo, cociente, razón, operador y medida, y que el significado de fracción como medida tiene gran relevancia en la construcción del concepto de fracción. De acuerdo a Perera y Valdemoros (2007), la fracción como medida es reconocida por Kieren como la asignación de un número a una región o a una magnitud, producto de la partición equitativa de una unidad. Además, el significado de fracción como medida según López (2012, p. 12) “suele ser el de más amplio uso en la enseñanza de las fracciones”, mientras que Escolano y Gairín (2005) afirman que sobre este significado recae casi exclusivamente la enseñanza de las fracciones en el sistema educativo español y de manera similar Martinic, Maz y Salazar (2011) concluyen en su investigación que en la enseñanza de las fracciones, en los profesores de primaria en Chile, predomina la interpretación parte-todo en un 70% de los casos, utilizando modelos de áreas, generalmente mediante el uso de figuras geométricas como el rectángulo, el círculo y el cuadrado.

En el estudio de López (2012) se rescata la importancia del significado de fracción como medida, también en una interpretación parte-todo en modelos continuos especialmente en las actividades que tienen como objetivo que el alumno identifique una fracción en una representación pictórica, misma que es dividida en partes iguales. También se hace uso de actividades de reparto para el alumno en modelos discretos (conjunto de elementos) en las que el alumno debe identificar una fracción en un conjunto de objetos (por ejemplo: Juan

tiene 20 manzanas y las reparte entre 4 amigos, ¿cuántas manzanas le tocó a cada uno? ¿Qué fracción del total de manzanas representa el número de manzanas que le tocó a cada alumno?

Por la importancia que tiene la fracción como medida, se eligió el indicador *Identificar una fracción en una representación pictórica* para la realización de actividades de relación parte-todo que involucre modelos continuos y discretos, ya que en investigaciones de Perera y Valdemoros (2007) han encontrado que se considera a esta relación parte-todo como la base para la construcción de otros significados de la fracción, indicando como fundamental la relación que existe entre el todo y un número designado de partes.

Llinares y Sánchez (1988), recomiendan iniciar la secuencia de enseñanzas con situaciones usuales en las que “hay fracciones”; dividir, partir, repartir, etc. para desarrollar el lenguaje de las mismas y dar significado a los símbolos que se usan para representar el concepto. El mismo autor comenta que se puede mostrar la equivalencia conectando el diagrama rectangular con la recta numérica como se observa en la figura 3.11 y que esto puede ayudar a que los niños se aproximen a o descubran la regla para obtener fracciones equivalentes, es decir que la *creación de fracciones equivalentes* es un indicador que puede estar presente cuando el estudiante logra una conexión entre una representación simbólica o pictórica con la recta numérica.

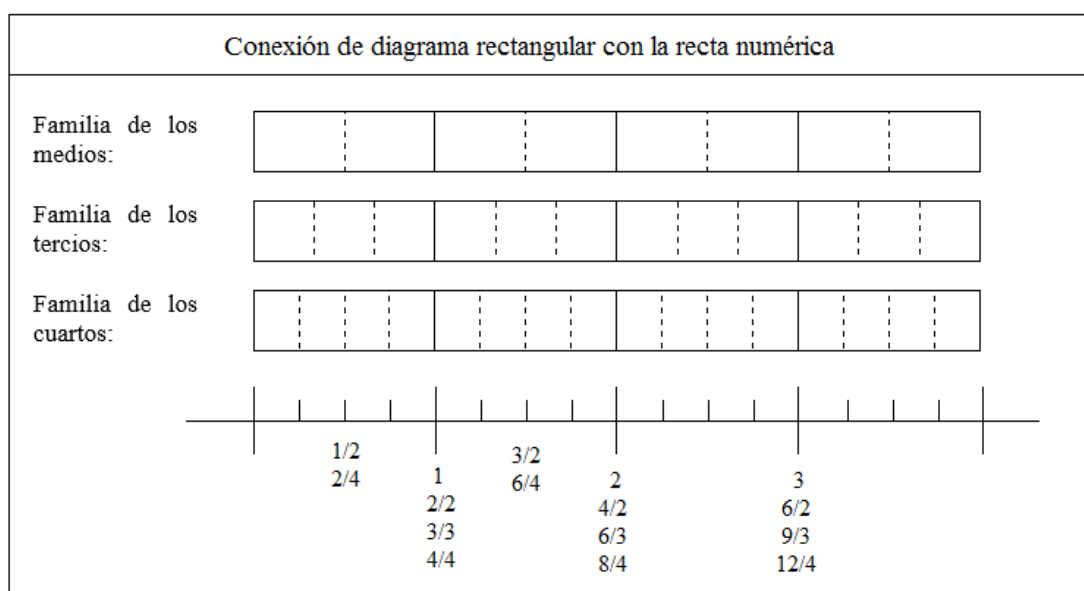


Fig. No. 3.11. Conexión de diagrama rectangular con la recta numérica.

Fuente: López (2009)

Por su parte Llinares y Sánchez (1988) sugieren para el diseño de secuencias de enseñanza, tener en cuenta que no todos los contextos presentan el mismo grado de dificultad, por tal razón, se debe optar inicialmente por un todo en un contexto continuo, utilizar en una fase intermedia elementos discretos y finalizar con la recta numérica que pertenece a un nivel más abstracto. Por esta razón el indicador *ubicar fracciones en la recta numérica* también ha sido elegido para el desarrollo de actividades en este estudio. Los mismos autores proponen trabajar inicialmente con objetos concretos iniciando con material manipulativo y haciendo traslaciones hacia representaciones orales y escritas, utilizando palabras y símbolos, de igual forma se pretende que este proceso funcione también en dirección opuesta, como se muestra en la figura 3.12.

Posteriormente, estas traslaciones entre las representaciones orales, escritas y concretas se realizan con representaciones gráficas a través de la utilización de diagramas y dibujos, López (2012, p.14). Sin embargo, por las limitaciones tecnológicas no se pudo considerar material manipulativo a través de la computadora pero si se realizó la traslación de representaciones de fracciones de forma simbólica a pictórica y viceversa, por lo que el indicador *Representación pictórica de una fracción simbólica* también fue considerado en este estudio.

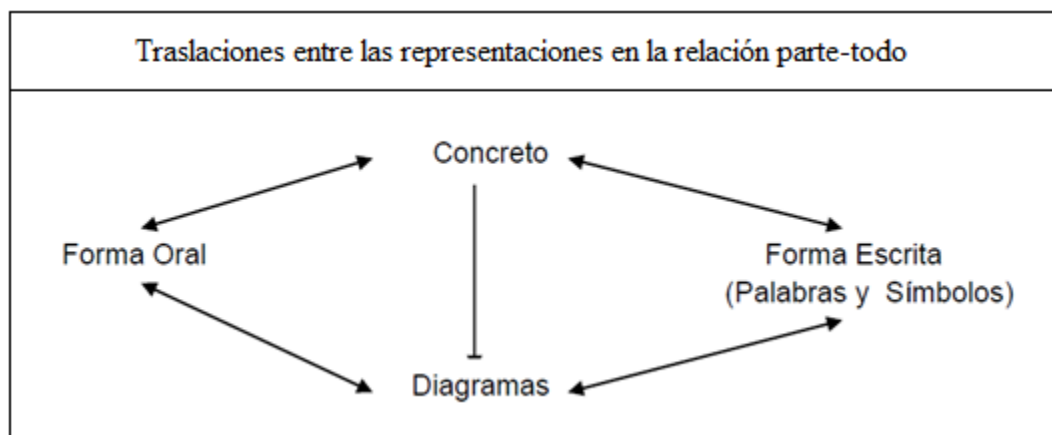


Fig. No. 3.12. Traslaciones entre las representaciones en la relación parte-todo.

Fuente: Llinares y Sánchez (1988, p. 97)

Ahora bien, bajo el razonamiento de que lo ideal para la enseñanza de las fracciones es considerar los diferentes significados que se le atribuyen a la fracción, para de esta manera aprovechar los aportes de cada uno a la conceptualización de la fracción y superar las dificultades que son inherentes a cada significado, es preciso considerar que autores como Escolano y Gairín (2005), Llinares y Sánchez (1988), Martínez y Lascano (2001) y Perera y Valdemoros (2007) , suponen que la enseñanza simultánea de estos significados llevaría a la confusión de los estudiantes y proponen hacerlo de forma secuencial durante el desarrollo de al menos tres años escolares, comenzando con el significado de la fracción como medida para hacer el primer acercamiento al concepto y finalizar con el significado de razón para vincular la idea de proporcionalidad.

Por las razones antes expuestas, para este estudio las actividades que fueron desarrolladas en las evaluaciones Pre-test, Post-test y en el periodo de intervención, consideraron características y sistemas de representación para la relación parte-todo y de medida.

Relación de equivalencia

Diversos autores como Perera y Valdemoros (2007) y Escolano y Gairín (2005) coinciden en que se puede trabajar inicialmente para este tipo de relaciones, con contextos continuos en un modelo de rectángulo mediante actividades de doblar papel. Estas actividades pueden sustituirse con el uso de la computadora al representar el doblez con el área sombreada como se aprecia en las figuras 3.13 y 3.14.

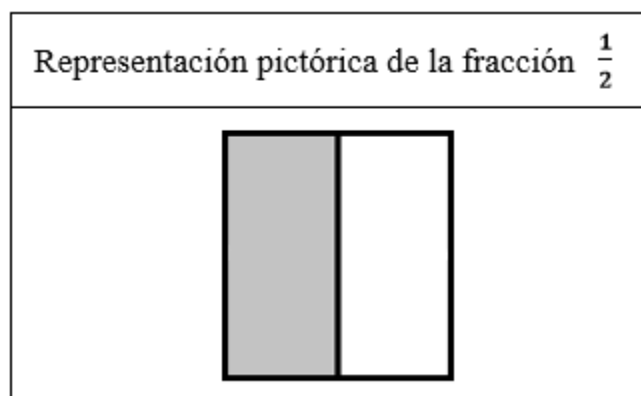


Fig. No. 3.13. Representación pictórica de la fracción $\frac{1}{2}$.

Fuente: Elaboración propia (2014).

De manera que la comparación de fracciones equivalentes se pueda dar de manera gráfica.

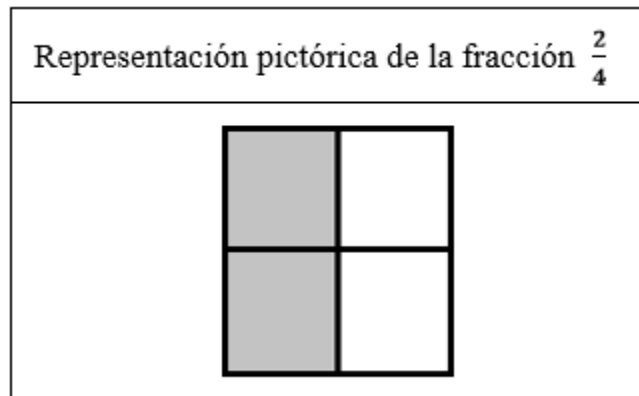


Fig. No. 3.14. Representación pictórica de la fracción $\frac{2}{4}$.

Fuente: Elaboración propia (2014).

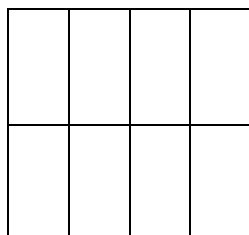
Pudiendo entonces observar que en ambas figuras está representada la misma fracción ($\frac{1}{2}$ o $\frac{2}{4}$), es decir que ambas fracciones son equivalentes.

La representación pictórica de fracciones resulta ser una herramienta valiosa para la construcción del significado de fracción y de fracción equivalente, por ejemplo una actividad que involucre la representación de una fracción mediante la partición en un modelo de área podría ser como las siguientes:

a) Divida el rectángulo y colorea $\frac{2}{8}$ del mismo



b) Representa $\frac{3}{4}$ del rectángulo



En estas actividades existe una relación entre las representaciones simbólicas y pictóricas, es decir, el estudiante debe reconocer el significado de $\frac{2}{8}$ para poder colorear en el rectángulo esta misma fracción, lo que implica la existencia de una comprensión de la equivalencia de fracciones en distintas representaciones. También el reconocimiento de una fracción en un modelo de área como el que se muestra en la figura 3.13, permite comparar fracciones y determinar si son o no equivalentes.

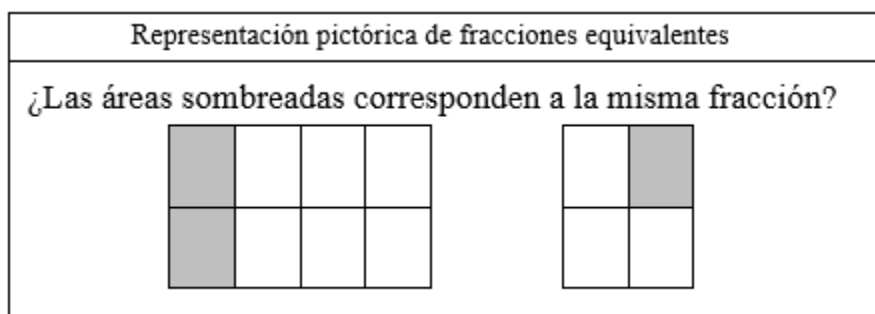


Fig. No. 3.15. Representación pictórica de fracciones equivalentes.

Fuente: Elaboración propia (2014).

Con respecto al uso de modelos de área en la comparación de fracciones y en la construcción del significado de la fracción equivalente, Freudenthal (1983) sugiere tener en cuenta las magnitudes de área y longitud como medios para visualizar las relaciones de equivalencia. Con esta base, se eligió el indicador *Comparar fracciones* utilizando representaciones pictóricas en modelos continuos y discretos para relaciones parte-todo y medida.

Por su parte, Wong (2009) también sugiere utilizar modelos de área, así como la recta numérica y colección de objetos para representar fracciones equivalentes. Asimismo establece niveles de desarrollo de comprensión de fracciones (Apéndice A).

Algunos de los ítems contenidos en el instrumento de evaluación AFU utilizado por Wong (2009), consideran la utilización de diversas figuras geométricas divididas en partes iguales e incluyendo diferentes áreas sombreadas para que el estudiante identifique por ejemplo, en cuáles figuras se tiene sombreada la fracción *un medio*. Como muestra observe

la habilidad y el ítem indicados en la tabla 3.6, podemos constatar nuevamente la importancia del indicador *Identificar una fracción en una representación pictórica*.

Tabla No. 3.6. Habilidad para el indicador *Identificar una fracción en una representación pictórica*. Fuente: (Wong, 2009)

Habilidad para el indicador “Identificar una fracción en una representación pictórica”	
Habilidad	Ejemplo de ítem
Nivel 1. Reconocer un medio representado en un modelo de área.	Encierra en un círculo las figuras que han sido divididas a la mitad.

Nota. La tabla muestra un ejemplo de una habilidad que el alumno debe tener y que está asociada al indicador “Identificar una fracción en una representación pictórica”, así como un ejemplo de un ítem que corresponde a una acción didáctica, que permitirá al alumno demostrar que cuenta con dicha habilidad.

Diseño de las actividades didácticas y elaboración de actividades multimedia

Una vez determinados los indicadores con base en los referentes teóricos expuestos en párrafos anteriores, se procedió a diseñar las acciones didácticas para estos indicadores así como las acciones computacionales, mismas que se tradujeron en actividades multimedia que fue el producto que el estudiante utilizó.

A continuación se muestran algunas acciones didácticas para cada uno de los indicadores que se determinaron y algunas de las acciones computacionales que se utilizaron.

Para el indicador *identificar una fracción en una representación pictórica*, Alberta (2008) propone que el estudiante identifique una fracción en un conjunto de objetos representados de forma pictórica. La acción computacional que se definió fue que el alumno escriba dentro de un cuadro de texto la fracción que representa un subconjunto de un conjunto de objetos, con esta acción computacional el estudiante transita entre la identificación de fracciones en representaciones pictóricas y simbólicas en modelos discretos.

Por su parte Burns (1992, p. 219) considera importante identificar fracciones simbólicas en figuras geométricas, por lo que para esta acción didáctica se definió como

acción computacional, que el alumno asocie o relacione con un clic del mouse una fracción coloreada en una figura geométrica con su fracción equivalente representada de forma simbólica. Como ejemplo, se muestra a continuación la figura 3.16.

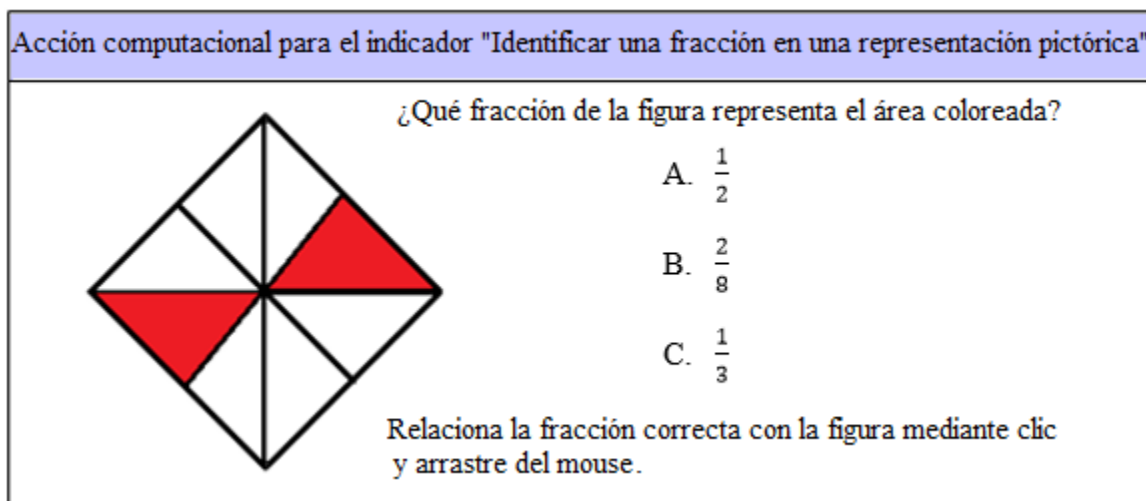


Fig. No. 3.16. Acción computacional para el indicador identificar fracción en una representación pictórica. Fuente: Elaboración propia (2014).

Con esta acción computacional se manejan en una sola actividad dos representaciones distintas para las fracciones, ya mencionadas anteriormente la simbólica y la pictórica en modelos continuos, actividad que según Llinares y Sánchez (1988) es de gran utilidad en la construcción del significado de fracción.

Para el identificador *representar pictóricamente una fracción simbólica*, se utilizaron actividades didácticas para el reforzamiento de la comprensión de las fracciones equivalentes. Y de acuerdo con Burns (1992, p. 219) quien afirma que “los estudiantes deberán entender que cada una de las partes fraccionarias debe tener la misma área pero no necesariamente la misma forma. La atención se centra en el desarrollo visual de representaciones geométricas de fracciones y para construir en el estudiante el conocimiento de fracciones equivalentes tales como $1/4$ y $2/8$ ” se consideró como acción didáctica que el estudiante coloree el área en una figura, que corresponda a la fracción simbólica dada. La acción computacional que el alumno lleva a cabo consiste en colorear mediante clics del mouse la cantidad exacta de partes de una figura o área dividida en partes iguales que

corresponda a la fracción simbólica que se le haya proporcionado, tal como se aprecia en la figura 3.17.

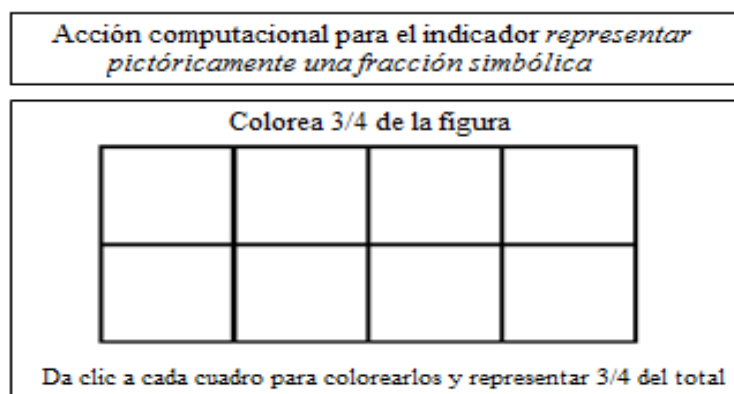


Fig. No. 3.17. Acción computacional para el indicador *representar pictóricamente una fracción simbólica*. Fuente: Elaboración propia (2014).

Para el indicador comparar fracciones, NCTM (2000) propone la utilización de imágenes visuales de fracciones tanto con igual denominador como con distinto denominador de manera que a simple vista se puedan realizar comparaciones de fracciones y poder determinar cuál es mayor, menor y cuáles son equivalentes. Las acciones didácticas planteadas consisten en proporcionar al estudiante una fracción y pedirle que de un conjunto de fracciones que también se le proporciona, seleccione las fracciones mayores, las menores y las equivalentes a la fracción proporcionada.

En esta acción didáctica la representación de las fracciones que se van a comparar se pueden combinar en pictóricas y simbólicas, utilizando modelos continuos y discretos.

La acción computacional definida para esta acción didáctica consiste en seleccionar con un clic del mouse las fracciones mayores, menores o equivalentes, como se observa en la figura 3.18.

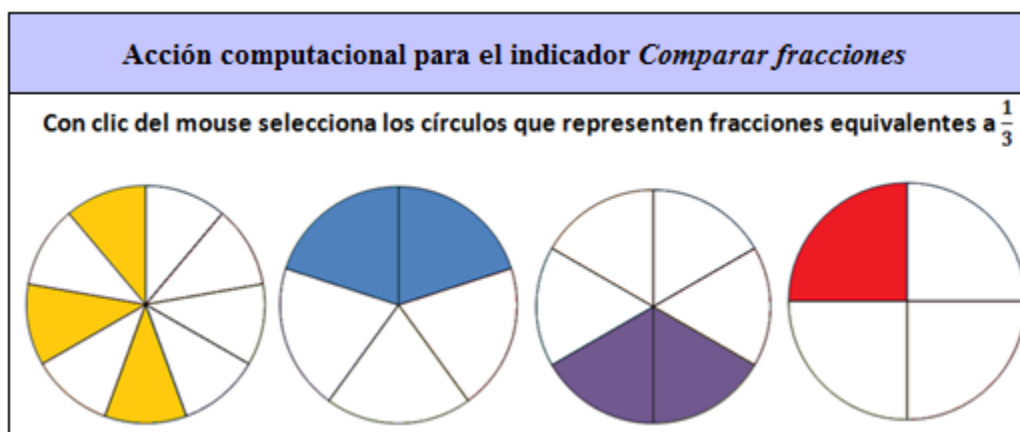


Fig. No. 3.18. Acción computacional para el indicador Comparar fracciones.
Fuente: Elaboración propia (2014).

De acuerdo con Van de Walle y Lovin (2006, p. 76) quien menciona que “se deben crear las representaciones pictóricas (divididas en partes iguales con figuras geométrica, tiras de fracciones, etc.) para fracciones con distinto denominador y compararlas visualmente”, como se puede observar en la fig. 3.19, esta acción computacional utiliza representaciones pictóricas mediante figuras geométricas con distinto denominador, promoviendo en el alumno la comparación visual de fracciones equivalentes, así como la transición de una representación simbólica a pictórica. Esta misma actividad fue diseñada para comparar fracciones mayores y menores, para comparar fracciones con igual denominador, así como combinando modelos continuos y discretos.

Otra acción didáctica para este mismo indicador es comparar dos fracciones y seleccionar la mayor. Al respecto, NCTM (2000) propone dibujar tiras de fracciones divididas en partes iguales y representar 2 fracciones con igual o distinto denominador y compararlas.

La acción computacional que se requiere consiste en dar un clic con el mouse a la fracción mayor, menor o equivalente según se indique.

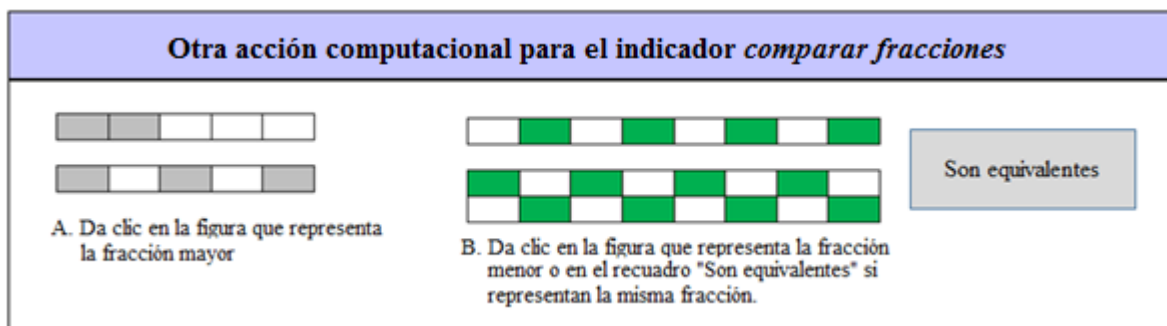


Fig. No. 3.19. Otra acción computacional para el indicador *comparar fracciones*.

Fuente: Elaboración propia (2014).

Para el indicador *crear fracciones equivalentes*, Van de Walle & Lovin (2006) propone reconocer la equivalencia de fracciones con actividades que consisten en encontrar una fracción equivalente con el mismo denominador para un par de fracciones con distinto denominador y de este modo poder compararlas de forma más sencilla, lo que conlleva a la tarea de crear fracciones equivalentes.

Las limitaciones propias de la aplicación con la que se desarrollaron las actividades multimedia limitaron también la elaboración de mayor diversidad de acciones computacionales. Sin embargo, para este indicador las acciones didácticas predominantes consistieron en:

- Seleccionar con clic del mouse las fracciones que son equivalentes a una fracción dada.
- Relacionar mediante clic y arrastre del mouse las fracciones que son equivalentes a una fracción dada.
- Completar los espacios vacíos en el numerador o denominador, en una comparación de fracciones para volverlas equivalentes, como se muestra en la figura 3.20.

Acción computacional para el indicador crear fracciones equivalentes			
$\frac{?}{4} = \frac{9}{12}$	$\frac{2}{?} = \frac{8}{12}$	$\frac{3}{5} = \frac{?}{20}$	<p>Escribe el numerador y denominador que corresponda en el lugar de los signos de interrogación, para que las fracciones sean equivalentes.</p>

Fig. No. 3.20. Acción computacional para el indicador crear fracciones equivalentes.
Fuente: Elaboración propia (2014).

Finalmente para el indicador *ubicar fracciones en la recta numérica*, las acciones didácticas tienen mucha relación con la comparación de fracciones, ya que para determinar la ubicación en la recta, es preciso comparar correctamente un par de fracciones y saber si una es mayor, igual o menor a la otra.

Para Van de Walle and Lovin (2006, p. 76), así como para NCTM (2000) la utilización de imágenes visuales de fracciones tales como tiras de fracciones y recta numérica, les ayuda a los estudiantes a comparar fracciones y descubrir cuál es mayor.

Una acción didáctica establecida en este indicador consiste en escribir en la posición correcta de una recta numérica, un conjunto de fracciones con igual y distinto denominador, Alberta (2008). La acción computacional sugerida aquí fue colocar espacios en distintas posiciones en la recta numérica de modo que el estudiante escriba en los espacios correctos la fracción que corresponda, tomada ésta de una lista de fracciones dada.

Otra acción didáctica utilizada, consistió en proporcionar una lista de fracciones al estudiante, e indicarle que por medio de clic y arrastre del mouse las relacione o asocie con la ubicación que le corresponde en la recta numérica, tal y como se aprecia en la figura 3.21.

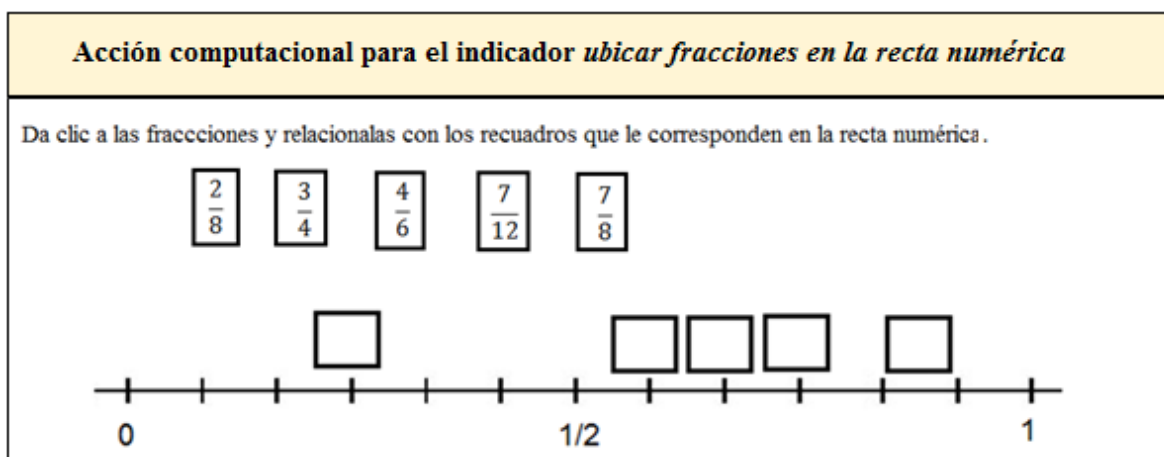


Fig. No. 3.21. Acción computacional para el indicador ubicar fracciones en la recta numérica. Fuente: Alberta (2008).

Los recursos digitales diseñados para promover la construcción del significado de las fracciones equivalentes y por ende el mejoramiento de la comprensión por parte del estudiante, se desarrollaron tomando en cuenta cada uno de los indicadores.

Para cada indicador se establecieron acciones didácticas que se tradujeron en acciones computacionales, y estas últimas fueron las directrices para la elaboración de la actividad multimedia mediante el programa JClic, que es un software desarrollado en la Universidad de Catalunya en España. Es muy utilizado en el desarrollo de actividades educativas para el nivel básico y se caracteriza por permitir la incorporación de imágenes, audio y vídeo a las actividades, lo que resulta de gran interés y motivación para el estudiante de ese nivel educativo, (JClic, 2013).

A continuación, la figura 3.22 muestra una actividad multimedia desarrollada con JClic y utilizada en esta investigación.



Fig. No. 3.22. Actividad multimedia JClic. Fuente: ISFTIC (2013).

Como puede observarse en la figura 3.22, la actividad multimedia registra el número de aciertos, intentos y el tiempo empleado en su solución, además de contar con imágenes y sonidos que motivan al niño durante la ejecución de las actividades, todas estas características del software tienen un efecto motivador en el alumno, al sentir especial interés en esforzarse cada vez en mejorar estos registros. Al finalizar la actividad correctamente la ventana muestra un mensaje de felicitación tanto visual como sonoro, con el fin de que el alumno se sienta a gusto y motivado a continuar con las demás actividades, estas características confirman la influencia de la teoría del condicionamiento operante que fue tomada en cuenta para el desarrollo de los recursos digitales.

De la misma manera la influencia de la teoría del desarrollo del conocimiento se hace evidente en las operaciones incluidas en las actividades multimedia debido a que el nivel de dificultad de las mismas son adecuadas para su edad, esto se debe a que el manejo, identificación y comparación de fracciones son abordadas desde el programa de tercero de primaria, cuando el niño tiene en promedio entre 8 y 9 años. Si consideramos lo que Piaget (1978) menciona en su teoría del desarrollo del conocimiento acerca de que el niño va desarrollando sus conceptos, sus habilidades, y fortaleciendo su memoria en la medida en que va madurando biológica, psicológica y neurológicamente y además la edad promedio de

los estudiantes de quinto grado es de 10 a 11 años y de los estudiantes de sexto grado es de 11 a 12 años, por lo que se asume que el niño tiene suficiente madurez psicológica para resolver estas operaciones.

Implementación

Una vez diseñadas las actividades didácticas se procedió a la aplicación de un examen pretest conformado por 8 ejercicios en los que se evaluaron los indicadores de la construcción del concepto de fracción equivalente. Posteriormente, se diseñó un ambiente virtual de aprendizaje en el sitio <http://colpostt.com/moodle>, como se aprecia en la figura 3.23, ahí se creó una categoría denominada MateMágicas, con dos cursos, uno para quinto grado y otro para sexto. Ambos cursos cuentan con 4 paquetes de actividades multimedia correspondientes a una semana de actividad cada uno.



Fig. No. 3.23. Actividades multimedia sobre fracciones equivalentes en <http://colpostt.com/moodle>.

Fuente: Elaboración propia (2014).

Más adelante se les proporcionó claves de usuario y contraseña a los estudiantes y se les capacitó en el uso, navegación y utilización del AVA y de los recursos digitales para asegurar que no tuvieran dificultades de acceso y uso de los recursos.

La siguiente fase consistió en la resolución de las actividades multimedia JClic en el AVA por parte de los alumnos de los grupos experimentales de quinto y sexto grado. Esta actividad la realizaron los alumnos durante un periodo de 4 semanas y fue supervisada por una maestra de computación de la misma escuela, quien apoyó a los alumnos en el acceso al material para asegurar su correcta utilización.

La información generada con el uso de los recursos digitales durante estas 4 semanas fue la calificación obtenida por cada alumno en la resolución de las actividades, misma que fue registrada de forma automática en una base de datos gestionada por Moodle.

Una vez concluido este proceso de intervención, a la siguiente semana se procedió a la aplicación de una prueba post-test que se conformó de 9 ejercicios que evaluaron los mismos indicadores del examen pre-test. Los resultados del examen post-test también fueron registrados en una hoja de cálculo de Microsoft Excel.

3.4 Procesamiento de datos

En este apartado se describe como se organizaron los datos recabados en las pruebas pre-test y post-test, como fueron procesados y el tratamiento estadístico que se les dio para realizar la prueba de hipótesis.

3.4.1 Pre-test y Post-test

Los datos recolectados (aciertos/errores) en el pre-test y post-test fueron organizados de acuerdo al indicador que evaluaba cada ítem, de modo que la calificación obtenida por el alumno en cada indicador correspondía a la fórmula: $(\text{núm. aciertos} \times 10) / \text{num. ítems totales del indicador}$.

Los promedios obtenidos por cada alumno en cada indicador fueron organizados en una hoja de Excel, como se muestra en la tabla 3.7.

Tabla No. 3.7. Organización de calificaciones por indicador en las evaluaciones pre-test, post-test y en el periodo de intervención. Fuente: Elaboración propia (2014).

Calificaciones por indicador en las pruebas pre-test, post-test y en el periodo de intervención							
GRUPO CONTROL		Indicador					
Alumno	Prueba	Identificar Fracción en una representación Pictórica	Representar de forma pictórica una fracción simbólica	Comparar fracciones	Crear fracciones equivalentes	Ubicar fracciones en la recta numérica	Promedios por alumno
Alumno 1	Pre-test	Calificaciones obtenidas por cada alumno en cada indicador, durante las pruebas Pre-test y Post-test					
Alumno 2	Post-test						
	Pre-test						
Alumno N	Post-test						
	Pre-test						
	Post-test						
Promedios por Grupo							
GRUPO EXPERIMENTAL							
Alumno	Semana	Identificar Fracción en una representación Pictórica	Representar de forma pictórica una fracción simbólica	Comparar fracciones	Crear fracciones equivalentes	Ubicar fracciones en la recta numérica	Promedios por alumno
Alumno 1	1	Calificaciones obtenidas por cada alumno en cada indicador, durante el periodo de intervención					
...	2						
	3						
	4						
Alumno N	1						
	2						
	3						
	4						
Promedios por Grupo							

Nota: Se presentan las tablas utilizadas para organizar las calificaciones obtenidas por cada indicador en las pruebas pre-test y post-test, así como en el periodo de intervención, las cuales permitieron realizar el cálculo de los promedios por alumno y por indicador de una forma más clara.

De esta manera se obtuvieron para cada alumno los promedios por indicador, y el promedio de todos los indicadores conformó el promedio de la prueba (pre-test o post-test).

3.4.2 El periodo de intervención

El periodo de experimento o intervención, consistió de la resolución de actividades multimedia en la computadora. Estas actividades multimedia fueron diseñadas para evaluar cada indicador de la comprensión de las fracciones equivalentes, y como se mencionó previamente se desarrollaron con la aplicación JClic y fueron colocadas en la plataforma Moodle en el sitio <http://colpostt.com/moodle>.

Para la utilización de estas actividades por parte de los alumnos, se crearon en Moodle dos cursos denominados: MAT-PRI5 y MAT-PRI6, para los grupos de quinto y sexto grado respectivamente. En cada curso se colocó el módulo *Las fracciones equivalentes* que se conformó de un conjunto de tutoriales y 4 paquetes de actividades (uno por semana), como se aprecia en la figura 3.24.

Para poder capturar en una Base de Datos gestionada desde Moodle el nivel de eficiencia de cada actividad resuelta por el alumno, se instaló en Moodle el módulo Moodle-JClic que permite generar un reporte por alumno de las actividades JClic que realice (tiempo empleado en la actividad, intentos, errores, aciertos), evitando así la necesidad de obtener una dirección IP pública para la configuración del servidor de reportes de JClic.

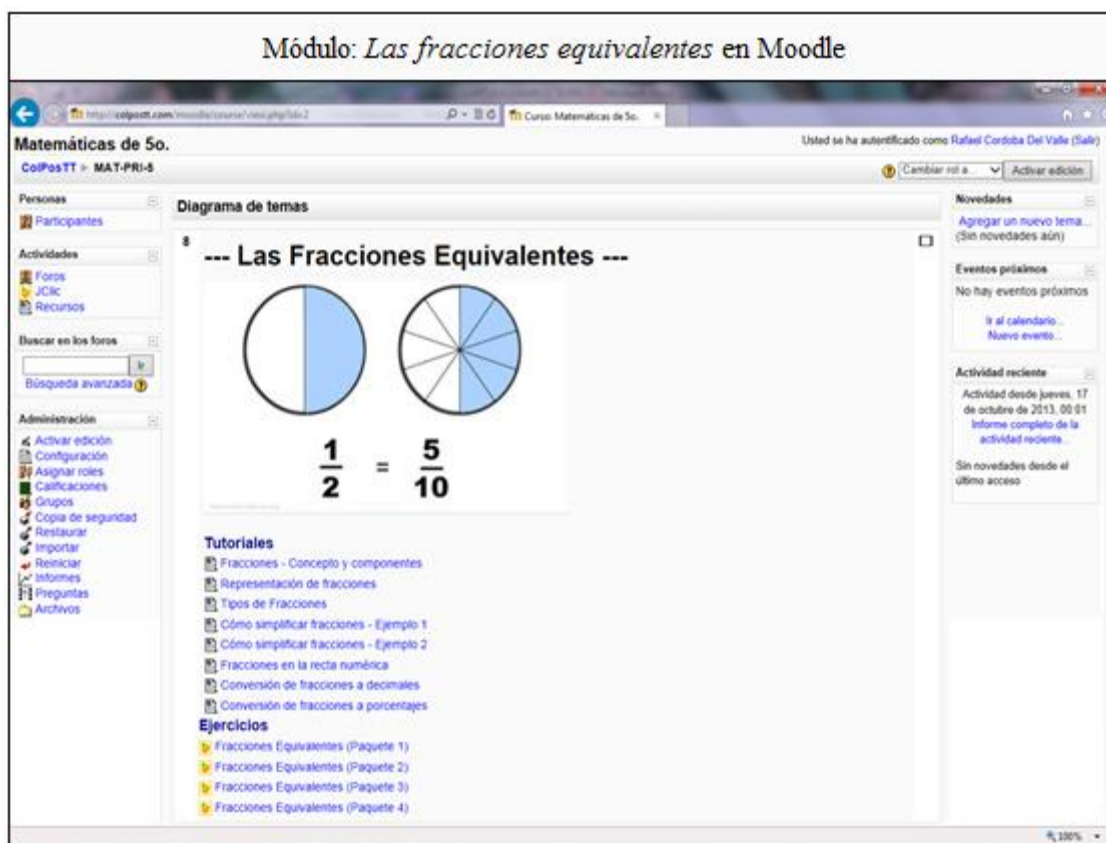


Fig. No. 3.24. Módulo: *Las fracciones equivalentes* en Moodle.

Fuente: Elaboración propia (2014).

Los datos generados acerca del desempeño de los alumnos por cada uno de los indicadores, se almacenaron de forma automatizada mediante la bitácora de Moodle.

Los datos correspondientes al nivel de eficiencia obtenida por los alumnos en la resolución de las actividades multimedia, se vaciaron de Moodle hacia Excel y se organizaron como se muestra también en la tabla 3.7.

3.4.3 Tratamiento estadístico

En el presente apartado se describe el tratamiento estadístico que se llevó a cabo para validar los resultados obtenidos en las evaluaciones cuantitativas aplicadas a los dos grupos que conformaron la muestra del estudio.

3.4.3.1 Prueba de hipótesis

La prueba de hipótesis es una herramienta estadística que permite generalizar a una población los resultados muestrales obtenidos durante la investigación.

En este proceso de prueba se presentan siete hipótesis:

H1: La utilización de recursos digitales mejora la comprensión de las fracciones equivalentes, en los alumnos de quinto y sexto grado de primaria.

H2: La utilización de recursos digitales mejora la comprensión para identificar fracciones en una representación pictórica.

H3: La utilización de recursos digitales mejora la comprensión para representar de forma pictórica una fracción simbólica.

H4: La utilización de recursos digitales mejora la comprensión de la comparación de fracciones.

H5: La utilización de recursos digitales mejora comprensión para la creación de fracciones equivalentes.

H6: La utilización de recursos digitales mejora la comprensión para ubicar fracciones en la recta numérica.

H0: La utilización de recursos digitales no mejora el grado de comprensión de las fracciones equivalentes.

Para aceptar una de las hipótesis se analizaron los resultados obtenidos en las evaluaciones (pretest y posttest) con el estadístico T-Student para muestras relacionadas, debido al tamaño de la muestra.

De acuerdo con Pérez (2001, p. 258), “el procedimiento Prueba T para muestras relacionadas compara las medias de dos variables de un solo grupo. Calcula las diferencias entre los valores de las dos variables de cada caso y contrasta si la media difiere de cero”.

En esta prueba se comparan los resultados del pretest y posttest del grupo de intervención, conforme a los siguientes pasos:

Paso núm. 1. Planteamiento de la hipótesis

H_{inv} = hipótesis de investigación $O_2 > O_1$

H_{inv} = hipótesis de investigación $O_6 > O_5$

Hipótesis estadísticas

H_0 = hipótesis nula $O_2 \leq O_1$ H_1 = hipótesis alterna $O_2 > O_1$

H_0' = hipótesis nula $O_6 \leq O_5$ H_1' = hipótesis alterna $O_6 > O_5$

Paso núm. 2. Obtención de las medias en las pruebas pretest y postest.

Con el programa Excel se obtuvieron las medias para cada indicador en ambas pruebas pretest y postest y se registraron en el programa SPSS ver. 15.0.1 para *Windows*.

Paso núm. 3. Posteriormente con las medias de los indicadores (variables ResulPre y ResulPos) se realizó la prueba T para muestras relacionadas con el paquete estadístico SPSS para un intervalo de confianza de 95% y un error alfa de 5%.

Las hipótesis que se compararon fueron las siguientes:

$$H_0 = \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1 = \mu_1 \neq \mu_2$$

CAPITULO 4. RESULTADOS

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos de las pruebas pretest y postest aplicadas a los grupos experimentales de quinto y sexto grado de la escuela primaria Valentín Gómez Farías, después del proceso de intervención al que fueron sometidos y que consistió en la solución de actividades multimedia en una plataforma virtual con la finalidad de mejorar el nivel de comprensión de las fracciones equivalentes.

Se muestran también algunos resultados importantes obtenidos sobre los indicadores con los que se trabajaron, así como las conclusiones del presente estudio y recomendaciones para futuras investigaciones.

4.1 Presentación de resultados

Con el programa SPSS ver. 15.0.1 se aplicó la prueba T-Student para muestras relacionadas a las medias de los exámenes pretest y postest de los grupos de quinto y sexto grado de la escuela primaria Valentín Gómez Farías con el fin de aceptar una de las hipótesis:

$$H_0 = \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1 = \mu_1 \neq \mu_2$$

Donde

$H_0 = \mu_1 = \mu_2$ indica que no hubo diferencia significativa entre los resultados pretest y postest en el grupo que se sometió al tratamiento.

$H_1 = \mu_1 \neq \mu_2$ indica que hubo diferencia significativa entre los resultados pretest y postest en el grupo que se sometió al tratamiento.

Los resultados obtenidos se muestran en la figura 4.25 y en la tabla 4.8.

Resultados de la prueba T para el grupo de intervención de quinto grado

Estadísticos de muestras relacionadas

		Media	N	Desviación típ.	Error típ. de la media
Par 1	Resultado PreTest	6.9863	8	1.37790	.48716
	Resultado Postest	6.6963	8	2.01827	.71356

Correlaciones de muestras relacionadas

		N	Correlación	Sig.
Par 1	Resultado PreTest y Resultado Postest	8	.866	.005

Prueba de muestras relacionadas

		Diferencias relacionadas				t	gl	Sig. (bilateral)	
		Media	Desviación típ.	Error típ. de la media	95% intervalo de confianza para la diferencia				
					Inferior				Superior
Par 1	Resultado PreTest - Resultado Postest	-.29000	1.07392	.37969	-.60782	1.18782	.764	7	.470

Fig. No. 4.25. Resultados de la prueba T para el grupo de intervención de quinto grado.
Fuente: Elaboración propia (2014).

Tabla No. 4.8. T-Student para muestras relacionadas aplicada a los grupos de intervención y de control de quinto y sexto grado. Fuente: Elaboración propia (2014). Procesamiento estadístico de datos con el programa SPSS ver. 15.0 para *Windows*.

Prueba T-Student para muestras relacionadas		
Grupo	Sig. Bilateral	Resultado
Grupo de intervención de quinto grado	0.470	Se acepta H_0
Grupo de control de quinto grado	0.794	Se acepta H_0
Grupo de intervención de sexto grado	0.578	Se acepta H_0
Grupo de control de sexto grado	0.033	Se acepta H_1

Nota: La tabla muestra un resumen de los resultados obtenidos en la prueba T-Student aplicada a los grupos de control y experimental de quinto y sexto grado con los promedios registrados de cada uno de los indicadores en las pruebas pre-test y post-test. Dichos datos fueron resultado del procesamiento estadístico realizado con el programa SPSS ver. 15.0 para *Windows*.

Posteriormente con el mismo programa SPSS, se llevó a cabo un análisis T-Student para muestras independientes, por cada indicador de la variable dependiente, como se aprecia en la flecha roja de la figura 4.26.

Prueba T-Student para muestras independientes por cada indicador para el grupo de quinto grado										
Prueba de muestras independientes										
		Prueba de Levene para la igualdad de varianzas		Prueba T para la igualdad de medias						
		F	Sig.	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Error típ. de la diferencia	95% Intervalo de confianza para la diferencia	
Identificar fracción Posttest	Se han asumido varianzas iguales	.269	.612	.577	14	.573	1.03875	1.80075	-2.82347	4.90097
	No se han asumido varianzas iguales			.577	13.358	.574	1.03875	1.80075	-2.84096	4.91846
Representar fracción Posttest	Se han asumido varianzas iguales	2.454	.140	.857	14	.406	1.25000	1.45866	-1.87852	4.37852
	No se han asumido varianzas iguales			.857	11.868	.408	1.25000	1.45866	-1.93208	4.43208
Comparar fracción Posttest	Se han asumido varianzas iguales	.692	.419	1.573	14	.138	1.55875	.99072	-.56614	3.68364
	No se han asumido varianzas iguales			1.573	10.694	.145	1.55875	.99072	-.62946	3.74696
Crear fracción equivalente Posttest	Se han asumido varianzas iguales	12.402	.003	2.727	14	.016	5.00500	1.83539	1.06848	8.94152
	No se han asumido varianzas iguales			2.727	10.398	.021	5.00500	1.83539	.93663	9.07337
Ubicar fracción en la recta Posttest	Se han asumido varianzas iguales	.381	.547	.488	14	.633	.93500	1.91707	-3.17670	5.04670
	No se han asumido varianzas iguales			.488	13.874	.633	.93500	1.91707	-3.18020	5.05020

Fig. No. 4.26 Prueba T-Student para muestras independientes por cada indicador para el grupo de quinto grado. Fuente: Elaboración propia (2014).

También se realizó una prueba T-Student para muestras independientes para los grupos control y experimental de sexto grado. La figura 4.27 da cuenta de ello.

Prueba t – student para muestras independientes por cada indicador para el grupo de sexto grado										
Prueba de muestras independientes										
		Prueba de Levene para la igualdad de varianzas		Prueba T para la igualdad de medias						
		F	Sig.	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Error típ. de la diferencia	95% Intervalo de confianza para la diferencia	
Identificar fracción Postest	Se han asumido varianzas iguales	.951	.341	-.763	20	.454	-1.33573	1.75080	-4.98782	2.31637
	No se han asumido varianzas iguales			-.785	18.907	.442	-1.33573	1.70234	-4.89994	2.22849
Representar fracción Postest	Se han asumido varianzas iguales	2.918	.103	.912	20	.373	1.15385	1.28495	-1.48479	3.79249
	No se han asumido varianzas iguales			.985	19.968	.336	1.15385	1.17108	-1.28925	3.59694
Comparar fracción Postest	Se han asumido varianzas iguales	3.982	.060	-.787	20	.441	-1.02564	1.30368	-3.74504	1.69375
	No se han asumido varianzas iguales			-.725	12.457	.482	-1.02564	1.41426	-4.09454	2.04326
Crear fracción equivalente Postest	Se han asumido varianzas iguales	8.058	.010	-1.093	20	.287	-1.54872	1.41639	-4.50325	1.40582
	No se han asumido varianzas iguales			-.974	10.777	.352	-1.54872	1.59071	-5.05872	1.96128
Ubicar fracción en la recta Postest	Se han asumido varianzas iguales	.105	.749	-.888	20	.385	-1.53848	1.73243	-5.15225	2.07532
	No se han asumido varianzas iguales			-.877	18.615	.393	-1.53848	1.75347	-5.24450	2.16758

Fig. No. 4.27 Prueba T-Student para muestras independientes por cada indicador para el grupo de sexto grado. Fuente: Elaboración propia (2014). Procesamiento estadístico de datos con el Programa SPSS ver. 15.0 para *Windows*.

Se observa que para el caso de 6° grado, la misma prueba no arrojó diferencias significativas entre los puntajes Post-test de ambos grupos.

También se llevaron a cabo Pruebas T-Student para muestras relacionadas para los grupos experimentales de quinto y sexto grado. Estas pruebas se realizaron para observar si hubo diferencias significativas entre los resultados Pre-test y Post-test en cada uno de los indicadores que se evaluaron. Las figuras 4.28 y 4.29 muestran esta información.

Prueba T –Student para muestras relacionadas por cada indicador para el grupo experimental de quinto grado									
		Diferencias relacionadas					t	gl	Sig. (bilateral)
		Media	Desviación tip.	Error tip. de la media	95% Intervalo de confianza para la diferencia				
					Inferior	Superior			
Par 1	Identificar fracción Pretest - Identificar fracción Postest	1.66625	4.27265	1.51061	-1.90578	5.23828	1.103	7	.306
Par 2	Representar fracción Pretest - Representar fracción Postest	1.24500	2.31768	.81942	-.69263	3.18263	1.519	7	.172
Par 3	Comparar fracción Pretest - Comparar fracción Postest	-.62500	2.57123	.90907	-2.77460	1.52460	-.688	7	.514
Par 4	Crear fracción equivalente Pretest - Crear fracción equivalente Postest	-.83625	4.62885	1.63654	-4.70606	3.03356	-.511	7	.625
Par 5	Ubicar fracción en la recta Pretest - Ubicar fracción en la recta Postest	.00000	3.78345	1.33765	-3.16305	3.16305	.000	7	1.000

Fig. No. 4.28 Prueba T-Student para muestras relacionadas por cada indicador para el grupo experimental de quinto grado. Fuente: Elaboración propia (2014). Procesamiento estadístico de datos con el Programa SPSS ver. 15.0 para *Windows*.

Prueba T – Student para muestras relacionadas por cada indicador para el grupo experimental de sexto grado									
		Diferencias relacionadas					t	gl	Sig. (bilateral)
		Media	Desviación típ.	Error típ. de la media	95% Intervalo de confianza para la diferencia				
					Inferior	Superior			
Par 1	Identificar fracción Pretest - Identificar fracción Postest	3.14556	5.30009	1.76670	-.92845	7.21956	1.780	8	.113
Par 2	Representar fracción Pretest - Representar fracción Postest	.00000	3.53553	1.17851	-2.71765	2.71765	.000	8	1.000
Par 3	Comparar fracción Pretest - Comparar fracción Postest	.00000	3.06186	1.02062	-2.35356	2.35356	.000	8	1.000
Par 4	Crear fracción equivalente Pretest - Crear fracción equivalente Postest	-1.48333	1.75908	.58636	-2.83548	-.13118	-2.530	8	.035
Par 5	Ubicar fracción en la recta Pretest - Ubicar fracción en la recta Postest	-2.77778	3.17324	1.05775	-5.21095	-.33801	-2.020	8	.030

Fig. No. 4.29 Prueba T-Student para muestras relacionadas por cada indicador para el grupo experimental de sexto grado. Fuente: Elaboración propia (2014). Procesamiento estadístico de datos con el Programa SPSS ver. 15.0 para *Windows*.

Se consideró importante para enriquecer los resultados, presentar los promedios general y de matemáticas tanto del grupo de quinto grado como de sexto grado. Las tablas 4.9 y 4.10 muestran esta información.

Tabla No. 4.9. Media de los promedios general y de matemáticas del grupo de quinto grado. Fuente: Elaboración propia (2014). Procesamiento de datos con el programa Microsoft Excel 2013.

Media del promedio general y de matemáticas del grupo de quinto grado		
Grupo	Promedio general (ciclo anterior)	Promedio de matemáticas (ciclo anterior)
Grupo Experimental	8.86	8.43
Grupo Control	8.41	8.00

Nota: Se presenta la media del promedio general y de matemáticas tanto del grupo experimental y de control de quinto grado.

Tabla No. 4.10. Media de los promedios general y de matemáticas del ciclo anterior del grupo de sexto grado. Fuente: Elaboración propia (2014). Procesamiento de datos con el programa Microsoft Excel 2013.

Media del promedio general y de matemáticas del grupo de sexto grado		
Grupo	Promedio general (ciclo anterior)	Promedio de matemáticas (ciclo anterior)
Grupo Experimental	8.17	7.44
Grupo Control	8.89	8.52

Nota: La tabla 4.10 presenta los promedios general y de matemáticas del ciclo anterior al ciclo en el que se llevó a cabo la investigación. Se aprecia con claridad que ambos promedios del grupo control, son más altos que los del grupo experimental.

Posteriormente se recabó la información correspondiente al desempeño de los estudiantes de quinto y sexto grado en cada indicador de la comprensión de fracciones, a través de la solución de las actividades multimedia, misma que se muestra en las tablas 4.11, 4.12, 4.13 y 4.14.

Tabla No. 4.11. Resultados de aciertos y errores por indicadores en la prueba pre-test al grupo de quinto grado. Fuente: Elaboración propia (2014). Procesamiento de datos con el programa Microsoft Excel 2013.

Grupo	Resultados por Indicadores en la prueba Pre-test (5° Grado)									
	INDICADORES									
	A		B		C		D		E	
	✓	×	✓	×	✓	×	✓	×	✓	×
Grupo experimental	62.50%	37.50%	81.25%	18.75%	<u>81.25%</u>	18.75%	83.30%	16.70%	47%	53%
Grupo control	35.70%	64.30%	56.25%	43.75%	65.60%	34.40%	50%	50%	31.25%	68.75%

Nota: En la tabla se presentan los resultados obtenidos por cada uno de los indicadores en la prueba pre-test, para los grupos experimental y control de quinto grado. Las celdas etiquetadas con ✓ indican columna de aciertos obtenidos en el indicador, mientras que las celdas etiquetadas con × indican una columna de errores obtenidos en el indicador. Estos datos fueron calculados con el programa Microsoft Excel 2013. La celda sombreada de color verde indica que el mejor resultado para el grupo experimental se obtuvo en el indicador *Crear fracciones equivalentes*.

Tabla No. 4.12. Resultados de aciertos y errores por indicadores en la prueba post-test al grupo de quinto grado. Fuente: Elaboración propia (2014). Procesamiento de datos con el programa Microsoft Excel 2013.

Grupo	Resultados por Indicadores en la prueba Post-test (5° Grado)									
	INDICADORES									
	A		B		C		D		E	
	✓	×	✓	×	✓	×	✓	×	✓	×
Grupo experimental	39.58%	60.42%	69.00%	31.00%	<u>87.50%</u>	12.50%	91.70%	8.30%	46.90%	53.10%
Grupo control	29.20%	70.80%	56.25%	43.75%	<u>71.90%</u>	28.10%	41.7%	58.3%	37.50%	62.50%

Nota: En la tabla se presentan los resultados obtenidos por cada uno de los indicadores en la prueba post-test para los grupos experimental y control de quinto grado. Estos datos fueron calculados con el programa Microsoft Excel 2013. La celda sombreada de color verde indica que el mejor resultado para el grupo experimental también se obtuvo en el indicador *Crear fracciones equivalentes*.

Tabla No. 4.13. Resultados de aciertos y errores por indicadores en la prueba pre-test al grupo de sexto grado. Fuente: Elaboración propia (2014). Procesamiento de datos con el programa Microsoft Excel 2013.

Grupo	Resultados por Indicadores en la prueba Pre-test (6° Grado)									
	INDICADORES									
	A		B		C		D		E	
	✓	×	✓	×	✓	×	✓	×	✓	×
Grupo experimental	63.00%	37.00%	<u>75.00%</u>	25.00%	66.70%	33.30%	51.90%	48.10%	22.20%	77.80%
Grupo control	35.90%	64.10%	63.50%	36.50%	65.40%	34.60%	76.90%	23.10%	38.50%	61.50%

Nota: Se presentan los resultados que corresponden a los porcentajes de aciertos y errores obtenidos en la prueba pre-test aplicada a los grupos control y experimental de sexto grado. Se puede observar que el mejor resultado para el grupo experimental corresponde al indicador *representar pictóricamente una fracción simbólica*, mientras que para el grupo control los mejores resultados se obtuvieron en el indicador *crear fracciones equivalentes*.

Tabla No. 4.14. Resultados de aciertos y errores por indicadores en la prueba post-test al grupo de sexto grado. Fuente: Elaboración propia (2014). Procesamiento de datos con el programa Microsoft Excel 2013.

Grupo	Resultados por Indicadores en la prueba Post-test (6° Grado)									
	INDICADORES									
	A		B		C		D		E	
	✓	×	✓	×	✓	×	✓	×	✓	×
Grupo experimental	31.50%	68.50%	<u>75.00%</u>	25.00%	66.70%	33.30%	66.70%	33.30%	50.00%	50.00%
Grupo control	44.90%	55.10%	63.50%	36.50%	76.90%	23.10%	<u>82.10%</u>	17.90%	65.40%	34.60%

Nota: De forma similar a la tabla anterior, se presentan los resultados que corresponden a los porcentajes de aciertos y errores obtenidos en la prueba post-test aplicada a los grupos control y experimental de sexto grado.

También se obtuvieron las medias de las calificaciones obtenidas en el grupo experimental y control para cada indicador como se muestra en la tabla 4.15.

Tabla No. 4.15. Estadísticos por indicadores del grupo experimental y control de quinto grado. Fuente: Elaboración propia (2014). Procesamiento estadístico de datos con el programa SPSS ver. 15.0 para *Windows*.

Estadísticos por indicadores del grupo experimental y control de quinto grado en la prueba					
Post-Test					
Indicador	Grupo	N	Media	Desviación típ.	Error típ. de la media
Identificar fracción	Experimental	8	3.9563	3.97684	1.40603
	Control	8	2.9175	3.18217	1.12507
Representar fracción	Experimental	8	6.8900	2.21442	.78292
	Control	8	5.6400	3.48108	1.23075
Comparar fracción	Experimental	8	8.7650	1.32027	.46679
	Control	8	7.2063	2.47167	.87387
Crear fracción equivalente	Experimental	8	9.1675	2.35467	.83250
	Control	8	4.1625	4.62653	1.63573
Ubicar fracción en la recta	Experimental	8	4.6950	3.64705	1.28943
	Control	8	3.7600	4.01249	1.41863

Nota: Se presenta las medias por indicador obtenidas en las calificaciones de la prueba post-test de los grupos experimental y control.

También se consideró importante observar el tiempo de utilización real de la computadora en la solución de las actividades multimedia, con el fin de poder observar si existe una relación entre el tiempo dedicado y el desempeño logrado. Por lo que se recolectaron los siguientes datos correspondientes al grupo de quinto grado que se muestran en las tablas 4.16 y 4.17.

Tabla No. 4.16. Tiempo de uso de computadora por indicador en el AVA para el grupo experimental de quinto grado. Fuente: Elaboración propia (2014). Procesamiento de datos con el programa Microsoft Excel 2013.

Tiempo total (en segundos) del grupo experimental de quinto grado en el AVA para cada indicador					
Indicadores					
A	B	C	D	E	Total
8749	3116	7653	3009	2882	25,409
11.6%	4.1%	10.2%	4.0%	3.8%	33.7%

Nota: La tabla presenta el tiempo en segundos que utilizó el grupo experimental de quinto grado durante la realización de las actividades multimedia en el Ambiente Virtual de Aprendizaje (AVA). Cada actividad correspondía a un indicador de la construcción del concepto de fracción equivalente.

Se obtuvo como dato adicional el tiempo potencial y el tiempo real de uso de la computadora (en segundos), para los alumnos de quinto y sexto grado, obteniéndose que los estudiantes ocuparon en total, un tiempo de 75,329 y 85,818 segundos respectivamente frente a la computadora, pero resolviendo actividades multimedia sólo registraron 25,409 segundos los estudiantes de quinto grado y 20,522 segundos los estudiantes de sexto grado. Además se calculó el porcentaje de tiempo de uso real con la fórmula:

$$\text{Porcentaje de Tiempo real} = (\text{Tiempo real} / \text{Tiempo potencial}) \times 100$$

$$\text{Porcentaje de Tiempo real} = (25409 / 75329) \times 100$$

$$\text{Porcentaje de Tiempo real} = 33.7 \%$$

Además del tiempo potencial y real de uso de la computadora en la solución de las actividades multimedia, se consideró importante obtener también el tiempo promedio de solución de estas actividades categorizadas por indicador, obteniéndose así la tabla 4.17.

Tabla No. 4.17. Tiempo promedio en la solución de actividades multimedia por indicador para el grupo experimental de quinto grado. Fuente: Elaboración propia (2014). Procesamiento de datos con el programa Microsoft Excel 2013.

Tiempo promedio (por indicador) del grupo experimental de quinto grado en la solución de actividades multimedia en el AVA				
I n d i c a d o r e s				
A	B	C	D	E
62.97	40.59	59.49	58.20	59.68

Nota: La tabla presenta el tiempo promedio en segundos que utilizó el grupo experimental de quinto grado durante la realización de las actividades multimedia en el Ambiente Virtual de Aprendizaje (AVA).

Para el grupo experimental de sexto grado se realizó el mismo registro del tiempo de uso de la computadora y el tiempo promedio empleado en las actividades multimedia por cada indicador. Las tablas 4.18 y 4.19 muestran estos datos.

Tabla No. 4.18. Tiempo de uso de computadora por indicador en el AVA para el grupo experimental de sexto grado. Fuente: Elaboración propia (2014). Procesamiento de datos con el programa Microsoft Excel 2013.

Tiempo total (en segundos) del grupo experimental de sexto grado en el AVA para cada indicador					
I n d i c a d o r e s					
A	B	C	D	E	Total
8453	2757	4132	2118	3159	20619
9.85%	3.21%	4.81%	2.47%	3.68%	24.03%

Nota: La tabla presenta el tiempo total en segundos que utilizó el grupo experimental de sexto grado durante la realización de las actividades multimedia en el Ambiente Virtual de Aprendizaje (AVA).

Tabla No. 4.19. Tiempo promedio en la solución de actividades multimedia por indicador para el grupo experimental de sexto grado. Fuente: Elaboración propia (2014). Procesamiento de datos con el programa Microsoft Excel 2013.

Tiempo promedio (por indicador) del grupo experimental de sexto grado en la solución de actividades multimedia en el AVA				
I n d i c a d o r e s				
A	B	C	D	E
62.97	40.59	59.49	58.20	59.68

Nota: La tabla presenta el tiempo promedio en segundos que utilizó el grupo experimental de sexto grado durante la realización de las actividades multimedia en el Ambiente Virtual de Aprendizaje (AVA).

Finalmente, se recabaron datos correspondientes a las variables edad, promedio en matemáticas en el ciclo anterior, promedio general del ciclo anterior, nivel educativo del padre y de la madre, tiempo de uso de la PC y calificación obtenida en la realización de las actividades multimedia. Con estos datos se realizaron pruebas de correlación de Pearson para los grupos experimentales, como puede apreciarse en la figura 4.30.

Correlación de Pearson para otras variables no consideradas en el estudio									
Correlaciones									
		Edad	Promedio en el ciclo anterior	Promedio matemáticas ciclo anterior	Nivel educativo del padre	Nivel educativo de la madre	Calif. Pretest	Calif. Posttest	Tiempo de uso de PC
Edad	Correlación de Pearson	1	-.345	-.297	-.068	.103	-.143	-.076	-.420
	Sig. (bilateral)		.175	.247	.795	.693	.584	.772	.093
	N	17	17	17	17	17	17	17	17
Promedio en el ciclo anterior	Correlación de Pearson	-.345	1	.953**	-.172	.014	.671**	.614**	.277
	Sig. (bilateral)	.175		.000	.508	.959	.003	.009	.282
	N	17	17	17	17	17	17	17	17
Promedio matemáticas ciclo anterior	Correlación de Pearson	-.297	→ .953**	1	-.222	-.081	.697**	.647**	.109
	Sig. (bilateral)	.247	.000		.391	.757	.002	.005	.676
	N	17	17	17	17	17	17	17	17
Nivel educativo del padre	Correlación de Pearson	-.068	-.172	-.222	1	.764**	.052	-.025	-.077
	Sig. (bilateral)	.795	.508	.391		.000	.844	.924	.770
	N	17	17	17	17	17	17	17	17
Nivel educativo de la madre	Correlación de Pearson	.103	.014	-.081	.764**	1	.134	.036	-.040
	Sig. (bilateral)	.693	.959	.757	.000		.609	.891	.878
	N	17	17	17	17	17	17	17	17
Calif. Pretest	Correlación de Pearson	-.143	→ .671**	→ .697**	.052	.134	1	.879**	-.063
	Sig. (bilateral)	.584	.003	.002	.844	.609		.000	.809
	N	17	17	17	17	17	17	17	17
Calif. Posttest	Correlación de Pearson	-.076	→ .614**	→ .647**	-.025	.036	→ .879**	1	-.195
	Sig. (bilateral)	.772	.009	.005	.924	.891	.000		.453
	N	17	17	17	17	17	17	17	17
Tiempo de uso de PC	Correlación de Pearson	-.420	.277	.109	-.077	-.040	-.063	-.195	1
	Sig. (bilateral)	.093	.282	.676	.770	.878	.809	.453	
	N	17	17	17	17	17	17	17	17
Calif. durante uso Prog	Correlación de Pearson	.263	-.003	.061	.286	.360	.340	.435	-.458
	Sig. (bilateral)	.308	.990	.816	.265	.156	.182	.081	.064
	N	17	17	17	17	17	17	17	17

** La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

Fig. No. 4.30. Correlación de Pearson para otras variables no consideradas en el estudio.
Fuente: Elaboración propia (2014). Procesamiento estadístico de datos con el programa SPSS ver. 15.0 para Windows.

4.2 Discusión de resultados

Con base en el análisis de los resultados obtenidos en la prueba T-Student para muestras relacionadas que se muestra en la tabla 4.8, para el valor Sig. Bilateral > 0.05 con un 95% de confianza no existe evidencia estadísticamente significativa para afirmar que las medias en los resultados del pretest y posttest de los alumnos de los grupos experimental de quinto y sexto grado, así como del grupo control de quinto grado son diferentes, por lo que se acepta H_0 . Sin embargo, se puede apreciar que para el grupo de control de sexto grado, las medias de los resultados de las pruebas pretest y posttest muestran un valor Sig. Bilateral de 0.033 (< 0.05) por lo que se puede argumentar que también con un 95% de confianza, muestran evidencia estadística suficiente para afirmar que las medias en los resultados del pre-test y post-test son diferentes, por lo que para este grupo se rechaza H_0 . Lo anterior refleja que el uso de las actividades multimedia en la solución de ejercicios de fracciones, no propició una

mejora en la comprensión del significado de las fracciones equivalentes en los alumnos de quinto y sexto grado, y aunque no se conoce con certeza por qué en el grupo control de sexto grado hubo diferencias significativas entre las pruebas pretest y posttest, sin duda este resultado fue favorecido por otras variables que no fueron sometidas en este estudio como pueden ser los promedios general del grupo y en matemáticas, del ciclo anterior, ya que ambos promedios son más altos en el grupo control que en el experimental para el caso de sexto grado, contrario a los promedios de los grupos control y experimental de quinto grado. (Tablas 4.9 y 4.10).

De acuerdo con los resultados obtenidos, a nivel grupal se observó que se rechaza H_0 únicamente para el grupo control de sexto grado. Sin embargo también se realizaron pruebas para verificar si a nivel de indicador se lograron mejoras significativas en algunos de los grupos sometidos al tratamiento, de esta manera para el caso del grupo experimental de quinto grado (Fig. 4.28) la prueba T-Student para muestras relacionadas aplicada a cada uno de los indicadores permitieron argumentar que con un 95% de confianza, no muestran evidencia estadística suficiente para afirmar que las medias en los resultados del pre-test y post-test son diferentes, por lo que para este grupo se aceptan las hipótesis nulas de H_2 , H_3 , H_4 , H_5 y H_6 lo anterior significa que el uso de recursos digitales no mejoró la comprensión para *identificar fracciones en una representación pictórica*, *representar de forma pictórica una fracción simbólica*, *comparar fracciones*, *crear fracciones equivalentes* y *ubicar fracciones en la recta numérica* en el grupo de quinto grado, y comparando con el grupo control tampoco hubo diferencias significativas (Fig. 4.37 Anexo 5).

Posteriormente se procedió a aplicar la misma prueba a cada indicador con el grupo experimental de sexto grado (Fig. 4.29) obteniéndose resultados más positivos, ya que se observó que en el caso de los indicadores *crear fracción equivalente* y *ubicar fracciones en la recta numérica* se obtuvieron los valores Sig. (Bilateral) menores que 0.05 por lo que estos resultados permitieron argumentar que con un 95% de confianza, hay evidencia estadística suficiente para afirmar que las medias en los resultados del pre-test y post-test son diferentes, por lo que para este grupo se rechazan las hipótesis nulas de H_5 y H_6 , lo cual quiere decir que el uso de recursos digitales mejoró la comprensión para la *creación de fracciones equivalentes* y para *ubicar fracciones en la recta numérica* en el grupo de sexto grado.

Además en este grupo llama la atención los resultados del grupo control (Fig. 4.42, Anexo 5), ya que el indicador *ubicar fracciones en la recta numérica* presenta un valor Sig. (Bilateral) de 0.02 lo que indica que con un 95% de confianza, hay evidencia estadística suficiente para afirmar que las medias en los resultados del pre-test y post-test son diferentes. El análisis de este resultado indica que con y sin tratamiento el indicador *ubicar fracciones en la recta numérica* presentó una mejora en este indicador, lo que puede deberse a otras variables no consideradas por ejemplo la didáctica empleada por el profesor específicamente en este tema, mientras que el indicador *crear fracciones equivalentes* para el grupo control no registró diferencias significativas, por tanto este dato corrobora una vez más que el uso de los recursos digitales propició la mejora en la comprensión de este indicador en el grupo de sexto grado.

Es importante también resaltar los resultados del análisis T-Student para muestras independientes (Fig. 4.26), que se aplicó a cada indicador de la variable dependiente, donde se encontró que el único indicador en el que hubo diferencias significativas entre los puntajes Post-Test del grupo control y del experimental para 5° grado fue *Crear fracción equivalente*, esto coincide con los datos que reflejan que la diferencia en el nivel de eficiencia obtenido en el indicador *crear fracciones equivalentes* en la prueba pre-test del grupo experimental comparado con el grupo control fue mucho mayor que la diferencia entre los otros indicadores, y el mismo caso se repitió en el examen post-test, como se aprecia en las celdas de color verde de las tablas 4.11 y 4.12. Además, en estas mismas tablas se distingue claramente que el grupo experimental de quinto grado registró mejores resultados que el grupo control en todos los indicadores, en ambas pruebas pretest y posttest

Sin embargo, el mismo análisis aplicado al grupo control y experimental de sexto grado (Fig. 4.27) no arrojó diferencias significativas en ningún indicador. Este resultado pudo haber sido influido por las características de los alumnos del grupo control, ya que a pesar de que este grupo no utilizó las actividades multimedia, las medias de los promedios general y en matemáticas del ciclo anterior, son superiores a las del grupo experimental.

Por otra parte, los mejores niveles de desempeño para el grupo experimental de quinto grado se lograron en los indicadores *comparar fracciones* y *crear fracciones equivalentes*.

Mientras que en sexto grado el grupo experimental obtuvo el mejor nivel de desempeño en el indicador *representar pictóricamente una fracción simbólica* (Tablas 4.13 y 4.14).

Además, también se observa que los dos indicadores en los que se registraron mayor porcentaje de errores en la prueba posttest, para los grupos experimentales de quinto y sexto, así como para el grupo de control de quinto, son *Identificar una fracción en una representación pictórica* y *ubicar fracciones en la recta numérica*, mientras que el grupo de control de sexto grado registró mayor porcentaje de errores en los indicadores *identificar una fracción en una representación pictórica* y *representar pictóricamente una fracción simbólica*, lo cual puede conducir a verificar la pertinencia de los ejercicios, en un futuro así como a replantear las estrategias didácticas para estos temas por parte del profesor ya que los datos reflejan que existen serios problemas en la comprensión de estos indicadores.

También es destacable el alto índice de errores registrado en el indicador E *ubicar fracciones en la recta numérica* para el grupo experimental, así como en el indicador A *identificar una fracción en una representación pictórica* para el grupo control, en la prueba pre-test para sexto grado, registrados en la tabla 4.13. De forma similar, se aprecia que en la prueba post-test aplicada a sexto grado (tabla 4.14), también destacan los indicadores *representar pictóricamente una fracción simbólica* y *crear fracciones equivalentes*, como los valores más altos obtenidos, además ahora el indicador *identificar una fracción en una representación pictórica* es el que más errores registra para ambos grupos, lo que refleja que este indicador de la comprensión de fracciones, es muy probable que requiera reforzamiento por parte del profesor.

Se distinguen diferencias en los resultados de desempeño en ambas pruebas y llama la atención que en casi todos los indicadores excepto en *identificar una fracción en una representación pictórica* para el grupo control de sexto grado hay una mejoría de la prueba pre-test a la prueba post-test, y al no ser el grupo que recibió el tratamiento, es decir que no resolvieron las actividades multimedia, se infiere que otras variables influyeron en estos resultados, siendo necesario enfatizar aquí que posiblemente entre estas variables se encuentren los promedios de matemáticas y promedio general de este grupo (del ciclo anterior) ya que son superiores a los del grupo experimental.

En la prueba T-student para muestras independientes aplicada a los grupos control y experimental de sexto grado (Fig. 4.27), se observó que no hubo diferencias significativas entre los puntajes Post-Test del grupo control y del experimental en cada indicador. Sin embargo, al comparar la prueba post-test con la prueba pre-test en el mismo grupo se distingue el grupo control al obtener mejoría en los resultados de todos los indicadores, lo que no sucedió con el grupo experimental lo que da pauta a considerar por segunda vez que es muy probable la influencia de las variables promedio general y promedio de matemáticas del ciclo anterior en los resultados obtenidos. Otra variable que pudiera incidir en el resultado, puede ser la didáctica utilizada por el profesor para explicar los temas de fracciones en el aula.

Otro dato que resultó importante es el tiempo de uso de la computadora en la solución de las actividades multimedia por los estudiantes. Si se obtuvo como tiempo potencial 75,329 segundos y como tiempo real 25,409 segundos (ver Apéndice C), que los estudiantes de quinto grado registraron resolviendo dichas actividades, este último dato correspondió sólo al 33% del tiempo potencial, el resto del tiempo (63.3%) se refiere entonces al tiempo que estuvo en la computadora con las actividades multimedia sin prestarles mayor atención. Por otra parte, el grupo de sexto grado registró un tiempo potencial de 85,818 segundos y como tiempo real 20,522 segundos, es decir, sólo el 23.9 % del tiempo que estuvo en la computadora, las utilizó para realizar las actividades multimedia. Lo anterior dio pauta a considerar que muy probablemente hubo factores que distrajeron a los estudiantes en la realización de sus actividades multimedia, lo que pudo haber provocado el desperdicio de tiempo que se reflejan en las calificaciones bajas de algunos indicadores y el bajo desempeño a nivel global que también se registra, así también está latente la posibilidad de una falta de motivación ante las matemáticas debido a la dificultad que les representa.

Como resultado del análisis de las tablas 4.16 y 4.17, no se encontró relación entre el tiempo de utilización de la computadora en las actividades multimedia y el desempeño del alumno de quinto grado en la prueba post-test, dato que además coincide con el resultado del estudio de correlación que se muestra en la figura 4.30. Sin embargo, es interesante observar que las actividades del indicador A y E, *Identificar una fracción en una representación pictórica* y *Ubicar fracciones en la recta numérica* fueron en las que los alumnos tardaron

en promedio más tiempo en contestar tal y como lo muestra la tabla 4.16, y además tienen un alto índice de errores en las respuestas en las pruebas Post-test (vea tabla 4.12), lo que hace suponer por lo menos un par de situaciones:

1. Que las actividades de este indicador son las más difíciles o menos comprensibles para el estudiante de quinto grado, puesto que por el grado de complejidad que representa le consumió más tiempo y se equivocó más veces.
2. Que en este tipo de actividades el estudiante no se concentró y se distrajo, posiblemente por falta de motivación derivada de la complejidad que le representan, por lo que pudo haber dejado correr el tiempo sin contestar y al hacerlo, lo hizo sin un razonamiento adecuado incurriendo así en un gran número de errores.

Las tablas 4.18 y 4.19 muestran el tiempo total y el tiempo promedio en segundos respectivamente, utilizado por el grupo experimental de sexto grado en la computadora, durante la realización de las actividades multimedia. De estos datos se observó lo siguiente:

Para el grupo experimental de sexto grado se tiene que el indicador en el que obtuvo mejores resultados en la prueba Post-test (tabla 4.14) fue *representar pictóricamente una fracción simbólica* y al cruzar esta información con la tabla 4.19, observamos que en este indicador (B), el estudiante tardó en promedio menos tiempo al resolver las actividades, lo que permitió asumir que el estudiante comprende con mayor facilidad este tipo de actividades razón por la cual sus respuestas fueron más rápidas y con menor índice de errores. A la vez, se observa también que de acuerdo a la tabla 4.14, el mayor número de errores se registró en las actividades multimedia pertenecientes a los indicadores *identificar una fracción en una representación pictórica (Indicador A)* y *Ubicar fracciones en la recta numérica (Indicador E)* y en la tabla 4.19 se tiene el mayor tiempo promedio dedicado también a las actividades de estos indicadores, lo que hace evidente una falta de comprensión y dominio de estos indicadores.

Aunado a estos resultados, se les preguntó a las maestras de quinto y sexto grado sobre qué indicadores consideran de mayor dificultad de comprensión para el estudiante, a lo que ambas maestras coincidieron al responder que las actividades correspondientes a los indicadores *identificar fracciones en una representación pictórica* y *ubicar fracciones en la*

recta como las más complicadas para enseñar y para que el alumno comprenda, lo que resulta evidente de acuerdo a los datos de las tablas 4.10 y 4.12 que reflejan precisamente que en las actividades correspondientes a estos dos indicadores los alumnos tardan más tiempo en promedio en responder.

Finalmente, de los datos correspondientes a las variables edad, promedio en matemáticas en el ciclo anterior, promedio general del ciclo anterior, nivel educativo del padre y de la madre, tiempo de uso de la PC y calificación obtenida en la realización de las actividades multimedia, que se sometieron a una prueba de Correlación de Pearson (figura 4.30), se encontró que las mayores correlaciones positivas fueron entre:

- El Promedio en matemáticas del ciclo anterior y el Promedio general en el ciclo anterior (0.953)
- La calificación Post-test y la calificación Pre-test (0.879)

Además, se observa una correlación positiva menor entre:

- La calificación Post-test con el Promedio en matemáticas del ciclo anterior (0.614) y el Promedio general en el ciclo anterior (0.647)
- La calificación Pre-test con el Promedio en matemáticas del ciclo anterior (0.671) y el Promedio general en el ciclo anterior (0.697)

También se apreció que el promedio en Matemáticas para ambos grados, tuvo una correlación casi perfecta con el promedio general, ambos del ciclo anterior. Por otra parte, resultó interesante observar que no existe correlación entre el tiempo de uso de la PC y las calificaciones obtenidas durante la realización de las actividades multimedia y con respecto a esto se tiene que en las tablas 4.16 y 4.17 en donde se registró el tiempo total y promedio utilizado en cada indicador en la solución de las actividades multimedia, se observó que no hay relación entre este tiempo y el porcentaje de eficiencia ya que el indicador que mostró un peor nivel de eficiencia en el grupo experimental de quinto grado (Tabla 4.12) en este caso *identificar fracciones en una representación pictórica* es el que tiene registrado el mayor tiempo, mientras que el indicador *crear fracciones equivalentes* que es el que mostró el mejor nivel de eficiencia, tiene registrado uno de los menores tiempos de uso de los recursos digitales, lo que conduce a afirmar una vez más, que el tiempo dedicado al uso de los recursos

digitales (solución de las actividades multimedia) no guarda una relación directa con las calificaciones obtenidas en los indicadores, debido a que los niveles de dificultad que representa para los estudiantes los ejercicios, varían de acuerdo a cada indicador y esta dificultad muy probablemente pudo haber ocasionado desinterés en la realización correcta de las actividades.

De manera similar al grupo experimental de quinto grado, los tiempos utilizados en el uso de recursos digitales por parte del grupo experimental de sexto como se aprecian en las tablas 4.18 y 4.19 tampoco indican una relación con el nivel de eficiencia obtenido ya que nuevamente el indicador *identificar fracciones en una representación pictórica* (Tabla 4.14) registró el mayor tiempo de uso de estos recursos y el menor nivel de eficiencia obtenido.

Finalmente con respecto a los objetivos planteados, se pudo determinar que a pesar de que a nivel grupal no se lograron obtener resultados que signifiquen mejoras en la comprensión del concepto de fracción equivalente, si se lograron resultados favorables a nivel de indicador en el grupo experimental de sexto grado. La figura 4.29 muestra que los indicadores *crear fracciones equivalentes* y *ubicar fracciones en la recta numérica* registraron diferencias significativas en las medias de los resultados de las pruebas Pre-test y Post-test. Por lo anterior se puede responder al objetivo general de la siguiente manera: el uso de los recursos digitales contribuye con la mejora en la comprensión del concepto de fracción equivalente.

Por otra parte los objetivos específicos también se cumplieron ya que a través de una exhaustiva revisión de literatura se pudo identificar los indicadores de la construcción del concepto de fracción equivalente mismos que se exponen en el apartado 3.3 de esta tesis.

Asimismo se diseñaron, validaron e implementaron recursos digitales multimedia desarrollados con el programa JClic, que permitieron a los estudiantes reforzar los indicadores de construcción del concepto de fracción equivalente.

Además se evaluó el grado de comprensión de las fracciones equivalentes alcanzado por los estudiantes mediante el uso de los recursos digitales multimedia a través de las pruebas Pre-test y Post-test aplicadas a los indicadores ya mencionados.

En relación con el objetivo específico *contribuir en la mejora del rendimiento académico en matemáticas de los estudiantes de primaria*, se logró vislumbrar un acercamiento en la mejora del rendimiento académico de los estudiantes al encontrar mejoras en dos indicadores sobre la comprensión de las fracciones equivalentes. Para concluir se consideró cumplido el objetivo específico *contribuir con la mejora en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas mediante el uso de las TIC*, ya que como se mencionó previamente el uso de recursos digitales permitió mejoras en la comprensión de las fracciones equivalentes a nivel indicador, lo que representa una contribución en la mejora de la enseñanza de las matemáticas mediante el uso de las TIC.

4.3 Conclusiones

Como en toda investigación llevada a cabo es deseable llegar a la conclusión de que la hipótesis nula ha sido rechazada y probar así la hipótesis de investigación. Sin embargo, cuando esto no sucede, resulta relevante hacer un análisis de los resultados e indagar si existen variables, que no fueron consideradas en el diseño de nuestra investigación (tiempo, nivel educativo de los padres, procedimiento, equipamiento, infraestructura, personas, etc.) y que pueden estar incidiendo en los resultados.

En este estudio, la hipótesis nula:

$$H_0 = \mu_1 = \mu_2$$

no fue rechazada, por lo que se concluyó que el uso de las actividades multimedia colocadas en un ambiente virtual de aprendizaje, bajo las condiciones y características en que se llevó a cabo el estudio, no propició una mejora significativa en la comprensión del significado de las fracciones equivalentes en los estudiantes de quinto y sexto grado de la escuela primaria Valentín Gómez Farías.

Sin embargo, las hipótesis nulas de H_5 y H_6 que buscan probar que el uso de recursos digitales mejora la comprensión para la *creación de fracciones equivalentes* y para *ubicar fracciones en la recta numérica* respectivamente, fueron rechazadas en el grupo experimental de sexto grado, y considerando que los promedios general y de matemáticas de este grupo son inferiores a los del grupo control se pudo afirmar que efectivamente el uso de recursos

digitales promovió la mejora en estos indicadores. Estos resultados fueron considerados de gran importancia ya que muestran que el uso de las TIC a través de recursos digitales multimedia alojados en un Ambiente Virtual de Aprendizaje (AVA) pudieron favorecer el aprendizaje de las fracciones equivalentes, lo cual puede significar que esta línea de investigación puede prometer logros relevantes en la búsqueda de mejoras a los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en el nivel primaria con apoyo de las TIC.

Los resultados obtenidos a raíz del procesamiento de datos y análisis estadísticos a los que fueron sometidos permiten establecer las siguientes consideraciones:

- Para evaluar el grado de comprensión de las fracciones equivalentes, en este estudio sólo se consideró la variable eficiencia obtenida en cada uno de los indicadores, durante la utilización de las actividades multimedia, que se midió con calificaciones en escala del 1 al 10.
- El tiempo de utilización de las actividades multimedia en el AVA, no fue considerado en este estudio debido a que no se tuvo el control de esta variable durante la realización de las actividades por parte de los estudiantes, debido a que no se contó con el apoyo del profesor a cargo del grupo para supervisar y asegurar que el tiempo de uso de la computadora fuera dedicado al 100% a la realización de las actividades multimedia, evitando así, distractores comunes en los niños tales como, platicar entre ellos y olvidarse de la actividad por lapsos de tiempo, levantarse de su lugar dejando las actividades a medio resolver, etc. Sin embargo, para futuras investigaciones se recomienda tomar en cuenta esta variable, y establecer estrategias que permitan controlarla de manera eficiente para que la utilización de los recursos multimedia no se vea afectada y el registro del tiempo de uso sea lo más exacto posible.

Con base en las situaciones observadas, se hacen las siguientes puntualizaciones:

- De acuerdo a los postulados del enfoque Skinneriano, las condiciones físico ambientales en que tiene lugar el proceso de enseñanza y aprendizaje, ejercen un fuerte impacto en el estudiante debido a que los diferentes estímulos que están presentes en el ambiente escolar, particularmente en el aula, como el tipo de indicaciones verbales del profesor, equipo con el que trabaja el niño, horario, atención

del profesor, entre otros, se convierten en estímulos reforzantes que ejercen una fuerte influencia sobre el comportamiento del estudiante, por esta razón resulta conveniente que los profesores apliquen los principios teóricos y metodológicos derivados de las diferentes posturas teóricas en su práctica docente.

- Por lo que respecta al enfoque cognitivo, Piaget (1978) propone, que para estimular el desarrollo de la estructura cognitiva en el niño, en este caso las matemáticas, el profesor debe ponerle a resolver problemas prácticos apropiados a su nivel de maduración biológica y neurológica, las que favorecerán el desarrollo de habilidades de identificación, discriminación y comprensión, que les permitirán comprender el sentido de las operaciones convencionales. En la presente investigación las actividades multimedia realizadas por los estudiantes, fueron creadas para el nivel de maduración biológica y neurológica del estudiante de quinto y sexto grado.
- El periodo de intervención duró un mes y en este lapso hubo interrupciones que ocasionaron días sin clase, situación que perjudicó la secuencia de las actividades a realizar por parte de los alumnos, por lo que a pesar de ser situaciones fuera de control, se recomienda también para futuras investigaciones similares, llevar a cabo una planeación rigurosa involucrando la participación del profesor a fin de reducir al mínimo las posibles interrupciones que pudieran presentarse y si es posible llevar a cabo el periodo de intervención en un tiempo más prolongado.
- Se consideró como tiempo potencial, el tiempo total que el estudiante del grupo experimental estuvo frente a la computadora y como tiempo real, el tiempo que registró el estudiante dedicándose a resolver las actividades multimedia. Al respecto, se observó que el tiempo real fue muy inferior al tiempo potencial, por lo que no haber tenido el control de los tiempos de uso fue un factor que seguramente influyó en los resultados obtenidos.
- Como resultado de los análisis de datos estadísticos descriptivos y una prueba de correlación de Pearson aplicada a otras variables, en este estudio se ha asumido la influencia de las variables *promedio general del grupo en el ciclo anterior* y *promedio de matemáticas en el ciclo anterior* en el desempeño del estudiante. Sin embargo, estas no fueron consideradas en el diseño de la investigación, razón por la cual los grupos experimental y control eran diferentes en cuanto a estos promedios, por lo que se sugiere

ampliamente para futuras investigaciones homogenizar los grupos respecto a estos promedios.

- Otro factor que también resultará muy interesante para posteriores investigaciones en esta línea, es poder replicar este estudio con una muestra mayor, que abarque diversas escuelas y diversas zonas o sectores de una población.

Por último, se considera importante hacer énfasis en la propia dificultad que representa en muchas ocasiones la enseñanza de las matemáticas para muchos profesores tanto de primaria como de todos los niveles educativos, y que tiene serias repercusiones en el aprendizaje de los estudiantes. Al respecto, Ruíz (2008, p.2) menciona que una problemática es la “falta generalizada de profesores de ciencias en todos los niveles educativos”. Por otra parte, la inclusión de las TIC en la educación conlleva replantear las estrategias didácticas que puedan aportar mejores resultados al proceso de enseñanza y aprendizaje, en este sentido Pinto (2000, p. 2) expresa: “ante el uso de recursos digitales como apoyo a la educación, se hace necesaria la renovación de la didáctica de la matemática y de los métodos pedagógicos en la que se incorpore un uso adecuado de las TIC”. En este estudio se observó que las maestras de quinto y sexto grado no incorporan las TIC en su práctica docente, ni llevan al centro de cómputo a los estudiantes a realizar actividades relacionadas con las matemáticas. El proceso de intervención llevado a cabo con los grupos experimentales de quinto y sexto grado fue el primer acercamiento en la escuela, que los alumnos han tenido con las matemáticas mediante el uso de la computadora y en una plataforma educativa.

4.4 Prospectiva de la investigación

Se recomienda para trabajos futuros, lo siguiente. Tomar en cuenta para la selección de los grupos control y experimental, otras variables como la escolaridad de los padres, el género, los promedios general del ciclo anterior y el de matemáticas, que aunque sí fueron recolectadas, no fueron consideradas para la selección de los alumnos en la presente investigación.

Ampliar el experimento a un mayor número de alumnos, pudiéndose replicar en otras escuelas y en otras localidades o regiones, con el fin cruzar información con muestras de diferentes contextos sociales y económicos de manera que enriquezcan los resultados.

Ampliar el tiempo de uso de los recursos digitales para la etapa de intervención, asimismo se recomienda la supervisión de los alumnos y su apoyo durante este periodo.

Establecer un mayor compromiso entre el profesor y el investigador con el fin de contar con abundante material didáctico que sea apropiado para el reforzamiento de los indicadores de la comprensión del concepto de fracción equivalente.

Es recomendable que el profesor refuerce al interior del aula, las prácticas realizadas con las actividades multimedia, considerando los distintos tipos de representación de una fracción, tanto para los modelos continuos como discreto.

Que el profesor realice evaluaciones periódicas para detectar puntos débiles o críticos que requieran el reforzamiento de algún indicador.

Incrementar el número de actividades multimedia para cada indicador.

Elaborar actividades multimedia para otros indicadores de la comprensión de fracciones que no se consideraron en esta investigación, tales como: expresión oral y escrita de una fracción.

REFERENCIAS

- Alberta, Education (2008). Mathematics Planning Guide. Grade 5 Fractions. Number 5 Specific Outcome 7. Disponible en http://www.learnalberta.ca/content/mepg5/html/pg5_fractions/index.html
- Akker, J. et al. (1992) The integration of Computer use in Education. International Journal of Education Research, 17(1), 65-76.
- ALME25 (2012). Acta Latinoamericana de Matemática Educativa. Comité Latinoamericana de Matemática Educativa. Colegio Mexicano de Matemática Educativa, A.C. Vol. 25. 2012. Recuperado de <http://www.clame.org.mx/documentos/alme25.pdf>
- Alves, Luis (1973). Compendio de didáctica general. Editorial Kapelusz. Argentina
- Andrade, M., Miranda, C. y Freixas, I. (2003). Rendimiento académico y variables modificables en alumnos de 2do. medio de liceos municipales de la comuna de Santiago. Oficina Regional de Educación para América Latina y el Caribe / UNESCO: Santiago de Chile.
- Angulo Ardoy, P., Guijarro Santamaría L. y De Llano Pato, E. (2010) *Videotutor: una extensión de moodle para tutorías de Matemáticas y Ciencias Experimentales*. Revista Electrónica de ADA, Vol. 4 (3) 2010, ISSN: 1988-5822. Recuperado de: <http://serviciosgate.upm.es/ojs/index.php/relada/article/viewFile/109/105>
- Ariza Gómez, E. y Rouquette Alvarado, J. (2008). Uso De Un Sistema Tutorial Inteligente En El Ámbito Educativo; Universidad Autónoma Metropolitana. Disponible en: <http://www.docstoc.com/docs/2160096/Uso-de-un-sistema-tutorial-inteligente-en-el-%EF%BF%BDmbito-educativo>
- Auzmendi, E. E. (1992). *Las actitudes hacia la matemática/estadística en las enseñanzas medias y universitarias. Características y medición*. Bilbao: Mensajero.
- Barcia, R. (2010). Sinónimos Castellanos. Colección clásicos del saber. Ed. Universidad del Rosario, Bogotá D.C. junio 2010.

- Begoña Gros, Salvat (2000). *El ordenador invisible. Hacia la apropiación del ordenador en la enseñanza. Cap. 1*, Barcelona: Gedisa.
- Behr, M., Harel, G., Post, T. y Lesh, R. (1992). Rational number, ratio, and proportion. Handbook of Research on Mathematics teaching and Learning. NJ: MacMillan Library Reference USA.
- Benedito, V. (1987). Introducción a la didáctica. Fundamentación teórica
- Bianchini, A. (1992). Metodología para el desarrollo de aplicaciones educativas en ambientes multimedios. Cap. IV, Recuperado de <http://www.ldc.usb.ve/~abianc/mmm.html>.
- Bigge, Morris L. (2001). Teorías de aprendizaje para maestros, 2001. Ed. Trillas, México.
- Board of Studies NSW. (2002). Mathematics K-6 syllabus 2002. Sydney: Board of Studies NSW.
- Boers-van Oosterum, M. (1990): Understanding of Variables and Their uses Acquired by Students in Traditional and Computer-Intensive Algebra, Ph. D. diss. University of Maryland College Park.
- Booker, G. (1996). Instructional games in the teaching and learning of mathematics. In H. Forgasz, T. Jones, G.Leder, J. Lynch, K. Maguire & C. Pearn (Eds.), Mathematics: Making connections (pp. 77-82). Melbourne: The Mathematical Association of Victoria.
- Briceño, Juan C. (2011). La educación en las matemáticas bajo un entorno tecnológico. Cuadernos de Educación y Desarrollo, vol. 3, N° 26. Universidad de Málaga. Unidad de Investigación en Educación Matemática UIEMAT. Recuperado de <http://www.eumed.net/rev/ced/26/jcb.htm>.
- Brousseau, G. (1990). ¿Qué pueden aportar a los enseñantes los diferentes enfoques de la didáctica de las matemáticas? (primera parte), Enseñanza de las Ciencias, vol. 8, 259-267.

- Busquets, F. (2008). JClic. Congreso Nacional Internet en el Aula. Barcelona. Recuperado de: http://mediateca.educa.madrid.org/reproducir.php?id_video=7b186fnhjn15shmm
- Callingham, R. y Watson, J. (2004). A developmental scale of mental computation with part-whole numbers. *Mathematics Education Research Journal*, 16(2), 69-86.
- Camarena, Patricia (2000). La matemática en el contexto de las ciencias: Modelo Didáctico. Red Internacional de Investigación MaCoCiencias. Instituto Politécnico Nacional. México.
- Camarena, G. P. (2002). La Didáctica de las Ciencias. Memorias del Tercer Congreso Internacional de Ingeniería Electromecánica y de Sistemas, México, pp. 289 a 295.
- Camarena, G. P. (2003). La resolución de problemas en el contexto de las ciencias. Memorias del Tercer Congreso Internacional de Educación, Polo Académico, San Luis Potosí, México.
- Camarena, G. P. (2005). La matemática en el contexto de las ciencias: las competencias profesionales. Reporte de investigación No. CGPI-IPN: 20040434. México: Editorial ESIME-IPN.
- Camarena, G. P. y Ruíz, E. F. (2011). Desarrollo del pensamiento proporcional cualitativo con tecnología. Memorias de la XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática, CIAEM 2011. Recife, Brasil.
- Camarena, G. P. (2011). Modelo de Diseño de Material Computacional Interactivo. Memorias del 4^{to} Congreso Internacional sobre la enseñanza y aplicaciones de la matemática, Conferencia Magistral. UNAM, México.
- Cambridge (2000). Cambridge International Dictionary (Online): Cambridge University Press. http://dictionary.cambridge.org/define.asp?key=multimedia*1%2B0.
- Castorina, J., Lenzi, A. y Aisenberg, B. (1997), “El análisis de los conocimientos previos en una investigación sobre el cambio conceptual de nociones políticas”, *Revista del Instituto de Investigación en Ciencia de la Educación*, vol. 11, pp. 21-30.

- Castro, E. y Rico, L. (1995). Estructuras aritméticas elementales y su modelización. Bogota. Iberoamericana.
- Cathcart, W. G., Pothier, Y. M., Vance, J. H., y Bezuk, N. S. (2006). *Learning mathematics in elementary and middle school* (4th ed.). Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.
- Chadwick, C. (1979). Teorías del aprendizaje. Editorial Tecla: Santiago.
- Cognition and Technology Group at Vanderbilt. 1996. Looking at technology in context: a framework for understanding technology and education. En C. Berliner y R. Calfee (eds.), *Handbook of Educational Psychology* (pp. 807-841). New York: Simon&Schuster MacMillan.
- Cominetti, R. y Ruiz, G. (1997). Algunos factores del rendimiento: las expectativas y el género. Human Development Department. LCSHD Paper Series No. 20. May 1997.
- Cortina, J. L., Cardoso, E. y Zúñiga, C. (2012). El significado cuantitativo que tienen las fracciones para estudiantes mexicanos de 6° de primaria. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 14(1). Disponible en <http://redie.uabc.mx/vol14no1/contenido-cortinacardozo.html>
- Cuevas Vallejo, C. y Martínez Reyes, M. (2008). CALCVISUAL un modelo alternativo de entorno tutorial inteligente (ETI) para la enseñanza de las matemáticas. 5°. SIMPOSIUM Iberoamericano en Educación, Cibernética e Informática (SIECI 2008). Recuperado de: <http://www.iiis.org/CDs2008/CD2008CSC/SIECI2008/PapersPdf/X388RT.pdf>
- De la Torre, S; Oliver, C. y Sevillano, M.L. (2008). Estrategias didácticas en el aula. Buscando la calidad y la innovación. Universidad Nacional de Educación a Distancia. Editorial UNED. Madrid.
- Del Moral, Ma. E. (2000). Diseño de aplicaciones multimedia e hipertextos para el aprendizaje. *Quaderns Digitals.Net Revista de Nuevas Tecnologías y Sociedad* [Revista en línea], (28). Disponible: <http://www.quadernsdigitals.net/index.php?accionMenu=hemeroteca>.

- Department of Education and Training. (2006). Principles for assessment and reporting in NSW government schools. Disponible en www.det.nsw.gov.au.
- Dickson, L., Brown, M. y Gibson, O. (1984). Children Learning Mathematics A teacher's guide to recent research, 134-146. Oxford: The Alden Press Ltd.
- Dochy, F., Segers, M., y Buehl, M. (1999). The Relation Between Assessment Practices and Outcomes of Studies: The Case of Research on Prior knowledge. Review of Educational Research, 69, 2, 147-188.
- Donovan, M. S. y Bransford, J. D. (2005). National Research Council. How Students Learn: Science in the Classroom. Washington, DC: The National Academies Press, 2005.
- Dorrego, E. (1999). Flexibilidad en el diseño instruccional y nuevas tecnologías de la información y la comunicación. [Documento en línea]. Ponencia presentada en el IV Congreso de Nuevas Tecnologías de la Información y de la comunicación para la Educación, Edutec'99, Sevilla. Disponible: <http://tecnologiaedu.us.es/edutec/2libroedutec99/4.2.htm>
- Dunham, P. y Dick, T. (1994). Research on Graphing Calculators, MathEMATics Teacher, 87(6), Lugar Editorial, pp. 440-445.
- Duval, R. (1993). Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivos del pensamiento. Anales de Didáctica y de Ciencias Cognitivas, IREM de Strasbourg, n. 5, 37-65.
- Edel, R. (2003). El desarrollo de habilidades sociales ¿determinan el éxito académico?. RED científica. Ciencia, Tecnología y pensamiento. Disponible en <http://www.redcientifica.com/doc/doc200306230601.html>
- Engelbrecht, J. y Harding, A. (2005). Teaching undergraduate mathematics on the internet. Part 1: Technologies and Taxonomy. Educational Studies in Mathematics, 58, 235-252.

- Enlace (2011). Resultados prueba Enlace 2011. Básica y Media Superior. SEP. Gobierno Federal. Septiembre, 2011. Disponible en http://www.enlace.sep.gob.mx/content/gr/docs/2011/ENLACE2011_versionFinalSEP.pdf
- Escolano, R. y Gairín, J.M. (2005) Modelos de medida para la enseñanza del número racional en Educación Primaria. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 1, 17-35.
- Escudero, J.M. (1991). Proyecto Atenea. Informe de evaluación. Madrid: Ministerio de Educación.
- Estrada, A. y Díez, J. (2011). Las actitudes hacia las matemáticas. Análisis descriptivo de un estudio de caso exploratorio centrado en la educación matemática de familiares. *Revista de Investigación en Educación*, n° 9 (2), 2011, pp. 116-132. Recuperado de <http://webs.uvigo.es/reined/ojs/index.php/reined/article/viewFile/294/152>
- Eudave, M.D. (1994). Las actitudes hacia las matemáticas de los maestros y alumnos de Bachillerato. *Educación Matemática*. 6(1), 46-58.
- Figueras, O.; Filloy, E.; y Valdemoros, M. (1987). Distorsiones que obstruyen la construcción del concepto de fracción. *Memorias de la primera reunión centroamericana y del Caribe sobre formación de profesores e investigación en matemática educativa*. México: Cinvestav, pp. 159-164.
- Figueras, O. (1988). Dificultades de aprendizaje en dos modelos de enseñanza de los racionales. Tesis Doctoral. México.: Cinvestav- Departamento de Investigaciones Educativas.
- Flores-Camacho, F. (2012). La enseñanza de la ciencia en la educación básica en México. Primera edición, México: INEE, 2012. Recuperado de http://www.somedicyt.org.mx/assets/hemerobiblioteca/libros/ensenanza_ciencias.pdf.
- Freudenthal, H. (1983). *Fenomenología didáctica de las estructuras matemáticas*. México. Cinvestav- Matemática educativa. Pp.1-64, (L. Puig, Trad. 2001).

- Freudenthal, H.(1991). Revisiting Mathematics Education. Kluwer Academic Publishers.
- Freudenthal, H. (2001). Fenomenología didáctica de las estructuras matemáticas (L. Puig, Trad.). México: CINVESTAV: Departamento de Matemática Educativa. (Trabajo original publicado en 1983).
- Gairín, J. y Sancho, J. (2002). Números y algoritmos. Madrid: Síntesis.
- Galbraith, P. y Haines, C. (1998). Disentangling the nexus: attitudes to mathematics and technology in computer learning environment. Educational Studies in Mathematics, Vol.36.
- Gallardo, J.; González, J. L. y Quispe, W. (2008). Interpretando la comprensión matemática en escenarios básicos de valoración. Un estudio sobre las interferencias en el uso de los significados de la fracción. Revista Latinoamericana de investigación en matemática educativa. Vol. 11, Núm. 3, México. Disponible en <http://www.scielo.org.mx/pdf/relime/v11n3/v11n3a3.pdf>
- Galvis, A. (1992). Ingeniería del Software Educativo. Santafé de Bogotá, Ediciones Uniandes. México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Garay, M. (2002). *Enfoque sistémico en los sistemas tutoriales inteligentes multimedia para la enseñanza de la modelación Matemática*. RII Vol 23, No 1 (2002): Ingeniería Industrial. Recuperado de: <http://www.revistaii.cujae.edu.cu/index.php/revistaind/article/download/48/26>
- García, E. (2010). Materiales Educativos Digitales. Blog Universia. Recuperado de <http://formacion.universiablogs.net/2010/02/03/materiales-educativos-digitales/>
- García-Valcárcel, A. (2005). Medios Informáticos. [Publicación en línea] Disponible: [http:// web.usal.es/~anagv/arti5.htm#punto53](http://web.usal.es/~anagv/arti5.htm#punto53).
- Gilbert, R. y Camarena P. (2010). La motivación del docente ante la matemática en contexto. Científica, Vol. 14 Núm. 3. Julio-septiembre 2010, ESIME. Instituto Politécnico Nacional, México. Recuperado de http://www.cientifica.esimez.ipn.mx/volumen14/V14N3_107_113.pdf

- Góngora, C.G. (2005): La importancia de las estrategias docentes en el uso de las nuevas tecnologías en la educación. Recuperado de <http://www.comie.org.mx/congreso/memoriaelectronica/v09/ponencias/at07/PRE1178914824.pdf>
- González, Y. (2013). El video tutorial como herramienta de apoyo pedagógico. *Revista Vida Científica*. Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo. Vol. 1 Núm. 1. Enero 2013.
- Gould, P. (2005). How do you know? The problema of the mathematics dis-ease. *Reflections*, 31(2), 13-16.
- Gourash, N. (2005). Web-based tutorials for teaching introductory statistics. *Journal of Educational Computing Research*, vol. 33, núm. 3, pp. 309 - 325.
- Greeno, J. G., Collins, A. M. y Resnick, L. B. (1996). Cognition and learning. En D. Berliner y R. Calfee (Eds.), *Handbook of Educational Psychology* (pp. 15-41). New York: MacMillian.
- Heritage, M. y Niemi, D. (2006). Toward a framework for using student mathematical representations as formative assessment. *Educational Assessment*, 265-282.
- Hernández, D.K.; García, V.M.; León, M.A.; Hernández, J.M.; Perrusquia, E.; Castillo, P.D. y Arredondo, C. (2011). **Matemáticas. Quinto Grado**. Secretaría de Educación Pública. Subsecretaría de Educación Básica.
- Hernández, J., Gil, D., Ortiz, E., Sevillana, C. y Soler, V. (1980). La experimentación asistida con calculadora (EXAC): una vía para la educación científico-tecnológica. Disponible en www.rieoei.org/deloslectores/553Soler.PDF
- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2010). *Metodología de la investigación*. Quinta Edición, Mc Graw Hill, pp. 613.

- Hiebert, J. y Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. In J. Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (pp. 1-27). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Hincapié, Claudia P. (2011). *Construyendo el concepto de fracción y sus diferentes significados, con los docentes de primaria de la institución educativa San Andrés de Girardota*. Tesis de Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales. Universidad Nacional de Colombia, Medellín. Recuperado de <http://www.bdigital.unal.edu.co/6084/1/43701138.2012.pdf>
- Instituto Internacional de Planeamiento de la Educación. IIPE-UNESCO. (2006). *La integración de las Tecnologías de la Información y la Comunicación en los Sistemas Educativos*. ISBN:950-00-0560-3. Disponible en: <http://unesdoc.unesco.org/images/0015/001507/150785s.pdf>
- ISFTIC (2013). Instituto Superior de Formación y Recursos en Red para el Profesorado. Recuperado de: <http://www.isftic.mepsyd.es/w3/recursos/primaria/matematicas/fracciones/> el 12 de Junio de 2013.
- JClic (2013). Módulo 4 – Recursos educativos JClic. Instituto de Tecnologías Educativas. Ministerio de Educación. España. Recuperado de http://www.ite.educacion.es/formacion/materiales/137/cd/m4_recursos_educativos/jclic.html
- Kerres, M. (1995). Integrating Computer Assisted Learning into the organisational context as an instructional design task. *Journal of Computer Assisted Learning*.
- Kieran, C. (1998). Complexity and Insight. *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 29, 5, pp 595-601.

- Kieren, T. (1976). On the mathematical, cognitive and instructional foundations of rational numbers. In R. A. Lesh (Ed.), *Number and measurement* (pp. 101 - 144). Columbus, OH, ERIC/SMEAC.
- Kieren, T. (1980). The rational number constructs. Its elements and mechanisms. *Recent Research on Number Learning*, Columbus, OH, ERIC/SMEAC, pp. 125-149.
- Kieren, T. (1983). Axioms and intuition in mathematical knowledge building.
- Kieren, T. (1992). Rational and fractional numbers as mathematical and personal knowledge: Implications for curriculum and instruction.
- Kieren, T. (1999). Language use in embodied action and interaction in knowing fractions. In F. Hitt, & M Santos (Eds.) *Psychology of Mathematics Education (PME) Vol 1*, Cuernava.
- Kulik, J. (1994). Meta-analytic studies of findings on computer-based instruction. In Baker, E.L. and O'Neil, H.F. Jr. (Eds.), *Technology Assessment in Education and Training*. (pp. 9-33) Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Lenzi, A. (1998), “Psicología y didáctica: ¿relaciones “peligrosas” o interacción productiva? (Una investigación en sala de clases sobre el cambio conceptual de la noción de ‘gobierno’”, en M. Carretero, J. Castorina y R. Baquero (comps.), *Debates constructivistas*, Argentina, Aique, pp. 69-111.
- Llinares, S. y Sánchez V. (1988). *Fracciones, La relación parte-todo*. Madrid: Síntesis.
- López, J. F. (2012). Propuesta didáctica para la enseñanza del concepto de fracción en el grado séptimo considerando la relación parte-todo. Tesis de Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Colombia. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Manizales, Colombia. 2012. Recuperado de <http://www.bdigital.unal.edu.co/5922/1/8410009.2012.pdf>

- López, A. (2009). Observación de procesos de aprendizaje de los niños en el aula: Una forma de aprender a enseñar fracciones. Tesis de maestría. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN. Departamento de Matemática Educativa. México, D.F. Junio 2009.
- Maldonado, Claudia I. (2009). Aprendiendo a reconocer, nombrar y representar fracciones en el tercer año de primaria. Tesis de maestría. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional. Departamento de Matemática Educativa. México, D.F.
- Marcano, Y. y Pérez, D. (2006). Multiciencias. El software educativo como apoyo a las actividades de capacitación del recurso humano de las PYME'S de Paraguaná. Venezuela. Recuperado el 21 de Octubre de 2011, de <http://redalyc.uaemex.mx/pdf/904/90460304.pdf>
- Martí, E. (1992). Aprender con ordenadores en la escuela. Barcelona, ICE-Horsori.
- Martínez, C. y Lascano, M. (2001). Acerca de dificultades para la enseñanza y el aprendizaje de las fracciones. Revista EMA. Una empresa docente. Bogotá.
- Martínez O, P. (2002). Claves del rendimiento escolar. Artículo en Tribuna Libre. Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.
- Meece, J. (2000) Desarrollo del niño y del adolescente. Compendio para educadores, SEP, México, D.F. pág. 101-127.
- Mejía, A. (2011). El condicionamiento operante y su influencia en el ámbito educativo. Revista Temas de Ciencia y Tecnología, enero – abril 2011, pp. 51-54. Universidad Tecnológica de la Mixteca. Recuperado de http://www.utm.mx/edi_anteriores/temas43/2NOTAS_43_4.pdf.

- Ministerio (1992). Area de matemáticas: Primaria, Vol. 19. Ministerio de Educación y Ciencia. pp. 142.
- Miras, M. (1999), “Un punto de partida para el aprendizaje de nuevos contenidos: los conocimientos previos”, *El constructivismo en el aula*, Barcelona, Graó, pp. 47-63.
- Mislevy, R. J. y Riconscente, M. M. (2006). Evidence-centered assessment design: Layers, concepts, and terminology. In S. Downing & T. Haladyna (Eds.), *Handbook of Test Development* (pp. 61-90). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Moss, J. (2005). Pipes, Tubes, and Beakers: New Approaches to Teaching the Rational-Number System. In M. S. Donovan & J. D. Bransford (Eds.) *How Students Learn: History, Mathematics, and Science in the Classroom*, pp. 309-350. National Academies Press, Washington, D. C.
- Mota, J. V. (2007). Programa sectorial de Educación. Secretaría de Educación Pública. D.F.: Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos.
- Moyer, P. S. (2001). Are we having fun yet? How teachers use manipulatives to teach mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 47(2), 175-197.
- Navarro, N.L. y Pérez, S.E. (1997). Actitudes hacia aritmética, geometría y álgebra. Antología del IV Congreso Nacional de Investigación Educativa. Mérida, Yucatán-México. UAY-SEP. 91-96.
- NCTM, 2000. National Council of Teachers of Mathematics. *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM, 2000.
- National Research Council. (2001a). *Knowing what students know: The science and design of educational assessment*. J. W. Pellegrino, N. Chudowsky, & R. Glaser (Eds). Washington, DC: National Academy Press.

- National Research Council. (2001b). Adding it up: Helping children learn mathematics. Washington, DC: National Academy Press.
- Nováez, M. (1986). Psicología de la actividad. México. Editorial iberoamericana.
- OCDE (2001). Los Desafíos de las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones en la Educación. Organización para la Cooperación y Desarrollo Económicos. Ministerio de Cultura, Educación y Deporte. España.
- Olson, J. (1988). Schoolworlds/microworlds. Oxford: Pergamon Press.
- Organista-Sandoval, J. (2010). Análisis del uso de objetos de aprendizaje en las materias de Matemáticas y Física de bachillerato. Sinéctica núm. 34, Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Occidente. Departamento de Educación y Valores. Tlaquepaque, Jalisco. Recuperado de http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-109X2010000100005.
- Páez De Marín, A. (1987). Rendimiento estudiantil en química en el primer año de ciencias del nivel de educación media diversificada y profesional: distrito Maracaibo. Sector Público. Universidad de Zulia. Maracaibo.P/s.p.
- Parr, J. (2000). A review of the literature on computer-assisted learning, particularly integrated learning systems, and outcomes with respect to literacy and numeracy. Wellington, New Zealand: Ministry of Education. Recuperado de: http://www.minedu.govt.nz/web/document/document_page.cfm?id=5499.
- Pearn, C., Stephens, M. y Lewis, G. (2003). Assessing rational number knowledge in the middle years of schooling. In C. Australian Association of Mathematics Teachers (Ed.), Mathematics - Making Waves (pp. 170-178). Brisbane.
- Pelgrum, W. (1992). Entregar la Tecnología de la Información en el currículo escolar, un repte per a Europa? Temps d'Educació (9), 21-44.

- Perera, P. y Valdemoros M. (2007). Propuesta didáctica para la enseñanza de las fracciones en cuarto grado de educación primaria. Investigación en educación matemática XI, 209-218. México. Recuperado el 05 de junio de 2012 de <http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2697033>
- Perera, P. y Valdemoros, M. (2009). Enseñanza experimental de las fracciones en cuarto grado. Educación Matemática, vol. 21, núm. 1, abril, 2009, pp. 29-61.
- Pérez Garcías, D. A. (2002). Elementos para el análisis de la interacción educativa en los nuevos entornos de aprendizaje. Revista Pixel-Bit, Revista de Medios y Educación [Revista en línea], (19). Disponible: <http://www.sav.us.es/pixelbit/articulos/n19/n19art/art1904.htm>.
- Piaget, J. (1978). La representación del mundo en el niño. Madrid: Morata.
- Pinto, M., Sales, D. (2009). El aprendizaje basado en recursos electrónicos: Alfintra. Documentación aplicada y Espacio Europeo de Educación Superior. Madrid. Arco/Libros. 41-62.
- PISA (2006). Programa Internacional de Evaluación de los Alumnos. México, último lugar escolar de la OCDE. Crónica.com.mx. Revista electrónica. Domingo 10 de febrero de 2013. Recuperado de <http://www.cronica.com.mx/notas/2007/336377.html>
- PISA (2009). Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación. Información sobre México en PISA 2009.
- PISA (2011). Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación. Información sobre México en PISA 2011.
- Pizarro, R. (1985). Rasgos y actitudes del profesor efectivo. Tesis para optar al grado de Magister en Ciencias de la Educación. Pontificia Universidad Católica de Chile.

- Plomp, T. (1988). Computer integration in the curriculum: promises and problems. American Educational Research Association (proceedings).
- PSE (2007). Programa Sectorial de Educación 2007 – 2012. Secretaría de Educación Pública. Disponible en <http://basica.sep.gob.mx/dgme/pdf/cominterna/ProgramaSectorial2007-2012.pdf>
- PUEMAC (2004). Proyecto Universitario de Enseñanza de las Matemáticas Asistida por Computadora. Instituto de Matemáticas UNAM. Disponible en: <http://interactiva.matem.unam.mx/>
- Quispe, W. (2011). La Comprensión de los Significados del Número Racional Positivo y su Relación con sus Operaciones Básicas y Propiedades Elementales. Tesis para obtener el grado de Doctor en Ciencias de la Educación. Universidad Nacional de Educación, Enrique Guzmán y Valle. Lima Perú.
- Reigeluth, Ch. (Ed.). (1999). Diseño de la instrucción. Teorías y modelos. Un nuevo paradigma de la teoría de la instrucción. (Parte I). España: Aula XXI Santillana.
- Retama, Melchor R. (2010). “Fracciones equivalentes en sexto grado de primaria”. Tesis de maestría. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional. Departamento de Matemática Educativa. México, D.F.
- Risoto, M. A. (2002). Autoconcepto y rendimiento académico en alumnos de 1° de Bachillerato según el género. Consultado el 20 de Octubre de 2011 en <http://www.ujaen.es/revista/reid/revista/n2/REID2art2.pdf>
- Riveros, V. y Mendoza, M. (2005). “Bases teóricas para el uso de las TIC en Educación”. Encuentro Educacional Vol. 12 (3). 2005. Pp. 315-336.
- Rojano, T. (2003). Incorporación de entornos tecnológicos de aprendizaje a la cultura escolar: proyecto de innovación educativa en matemáticas y ciencias en escuelas secundarias

públicas de México. OEI – Revista Iberoamericana de Educación, N°. 33, 135-165.
Disponible en <http://www.rieoei.org/rie33a07.htm>

Rojano, T. (2006). Enseñanza de la Física y las Matemáticas con Tecnología: Modelos de Transformación de las prácticas y de la interacción social en el aula. México:SEP.

Salaverría, R. (2001). “Aproximación al concepto de multimedia desde los planos comunicativo e instrumental”. Estudios sobre el mensaje periodístico. Universidad de Navarra. Disponible en
<http://www.ucm.es/BUCM/revistas/inf/11341629/articulos/ESMP0101110383A.PDF>

Sánchez, J. (1995). Construyendo y aprendiendo con el computador. Santiago de Chile, Chile. Centro Zonal Universidad de Chile.

Sánchez, J. (2001). Aprendizaje visible, Tecnología invisible. Santiago de Chile, Chile. Ediciones Dolmen.

Saxe, G.B., Taylor, E.V., McIntosh, C. y Hearhart, M. (2005). Representing fractions with standar notation: A developmental analysis. Journal for Research in Mathematics Education, 36ñ(2), 137-157.

S.E.P. (1993). Plan y programas de estudio. Educación Básica. Primaria. Dirección General de materiales y métodos educativos de la Subdirección de Educación Básica y Normal. México.

S.E.P. (1994). Avance programático. Tercer Grado. Primaria. Dirección General de materiales y métodos educativos de la Subdirección de Educación Básica y Normal. México.

S.E.P. (1995). Libro para el maestro. Matemáticas. Sexto Grado. Primaria. Dirección General de materiales y métodos educativos de la Subdirección de Educación Básica y Normal. México.

- S.E.P. (2000). Libro de texto. Matemáticas. Quinto Grado. Primaria. Dirección General de materiales y métodos educativos de la Subdirección de Educación Básica y Normal. México
- S.E.P. (2010). Sitio de la Reforma Integral de la Educación Básica. Recuperado de <http://basica.sep.gob.mx/reformaintegral/sitio/pdf/primaria/normatividad/Acuerdo540Completo.pdf>
- S.E.P. (2011a). Programas de estudio 2011. Guía para el maestro. Educación Básica Primaria. Quinto Grado. Secretaría de Educación Pública. México, D.F.
- S.E.P. (2011b). Programas de estudio 2011. Guía para el maestro. Educación Básica Primaria. Sexto Grado. Secretaría de Educación Pública. México, D.F.
- Silva, C. (2010). Cap. 1. Tecnología y Educación. Recuperado el 22 de Octubre de 2011, de http://catarina.udlap.mx/u_dl_a/tales/documentos/lem/silva_c_c/capitulo1.pdf
- Silva Laya, M. (2008). La innovación en la enseñanza de las matemáticas en primaria: El modelo de matemáticas constructivistas. Instituto de investigaciones para el desarrollo de la educación. Centro de investigación de modelos educativos. Universidad Iberoamericana, México. Recuperado de http://www.cimeac.com/images/documento_inide.pdf
- Skemp, R. (1976). *The psychology of learning mathematics* (2nd ed.). London: Penguin Books.
- Streefland, L. (1991). *Fractions in Realistic Mathematics Education*. A Paradigm of Developmental Research. Tesis de Doctorado. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Silvera, V. (1998). El psicólogo, como miembro del equipo de diseño de software educativo [Documento en línea]. Recuperado de: <http://www.utp.ac.pa/articulos/psicologo.html>

- Ruíz, J. M. (2008). Problemas actuales de la enseñanza aprendizaje de la matemática. OEI - Revista Iberoamericana de Educación. N°. 47/3. Recuperado de <http://www.rieoei.org/deloslectores/2359Socarras-Maq.pdf>
- Solé, I. y Coll, C. (1999), “Los profesores y la concepción constructivista”, El constructivismo en el aula, Barcelona, Graó, pp. 7-23.
- Sotos, M. Didáctica de las matemáticas. Recuperado de http://www.uclm.es/ab/educacion/ensayos/pdf/revista8/8_15.pdf.
- Tecnología y Aprendizaje. Capítulo 1. La influencia de las tecnologías de la información y de la comunicación en el proceso de enseñanza y de aprendizaje. Ediciones SM, p. 6-7.
- Thompson, P. W. y Saldanha, L. A. (2003). Fractions and multiplicative reasoning. In J. Kilpatrick, W. G. Martin, & D. Schifter (Eds.), A research companion to principles and standards for school mathematics (pp 95-113). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Tobias, S. (1993). *Overcoming math anxiety*. New York: W. W. Northon & Company.
- Torres, H. y Girón, D.A. (2009). Didáctica General. 1ª. Ed., Coordinación Educativa y Cultural Centroamericana, CECC/SICA, 2009. Recuperado de http://www.ceducar.info/educar/index.php/2012-05-15-02-23-22/documentos-de-descarga/doc_download/71-volumen-9-didactica-general.
- Tudge, J. y Doucet, F. (2004). Early mathematical experiences: observing young Black and White children's everyday activities. Early Childhood Research Quarterly 19. pp. 21-39. Recuperado de <http://www.psy.cmu.edu/~sieglar/121-tudge04.pdf>
- UNESCO (2004). Las tecnologías de la información y la comunicación en la formación docente. Guía de planificación. División de Educación Superior, UNESCO. París, Francia. 2004. Recuperado de <http://www.unesco.org.uy/ci/fileadmin/comunicacion-informacion/lastecnologias.pdf>

- Ursini, S., Sánchez, J.G. y Orendain, M. (2003). Validación y confiabilidad de una Escala de Actitudes hacia las Matemáticas Enseñadas con Computadora. *Educación Matemática*. México: Santillana, 16, 3, 59-78.
- Vallejo, J. R. (2004). *Programa tutorial para ser utilizado en matemáticas y otras materias*. Asesor del IDEA (Instituto Duranguense de Educación para Adultos)
- Vélez A. y Roa, C. N. (2005). Factores asociados al rendimiento académico en estudiantes de medicina. Facultad de medicina, Universidad del Rosario, Bogotá, Colombia. Recuperado de <http://scielo.isciii.es/pdf/edu/v8n2/original1.pdf>
- Vergnaud, G. (1998). “Horror a las matemáticas”. *Ciencia al Día*. Agencia Universitaria de Periodismo Científico, Universidad del Valle. Cali, Colombia. Disponible en <http://aupec.univalle.edu.co/informes/febrero98/matematicas.html>.
- Vidal, M. P., Rodríguez, J. y Fernández, M. D. (2006). Análisis de las actividades del programa Clic en contextos de enseñanza-aprendizaje. *Revista: EDUCAR* 37, ISSN: 0211-819X, 2006, pp. 169-188. Recuperado de: <http://ddd.uab.cat/pub/educar/0211819Xn37p169.pdf>
- Vílchez Quesada, E. (2005). *Impacto de las Nuevas Tecnologías de la Información y la Comunicación para la enseñanza de la Matemática en la Educación Superior*. Universidad Nacional Escuela de Matemática Centro de Investigación y Docencia en Educación. *Revista Digital Matemática, Educación e Internet* (www.cidse.itcr.ac.cr), Volumen 7, número 2. Costa Rica. Disponible en: www.cidse.itcr.ac.cr/revistamate/ContribucionesV7_n2_2006/IMPACTO/ImpactoNuevasTec.pdf
- Villalpando, J.M. (1970). *Didáctica*. Porrúa: México.
- Vitalia, M. (2010). *Sistemas Tutoriales inteligentes*. Recuperado el 20 de Octubre de 2011, de http://www.colombiaaprende.edu.co/html/mediateca/1607/articles-126382_archivo.pdf

- Watson, D. M. (1993). *The Impact Report. An evaluation of impact of information technology of children's achievements in primary and secondary schools.* Londres. King's College.
- Wong, M. (2009). *Assesing students's knowledge and conceptual understanding of fraction equivalence.* Unpublished doctoral thesis. University of Sydney, NSW, Australia.
- Wong, M., & Evans, D. (2007). *Student's conceptual understanding of equivalent fractions.* Disponible en <http://www.merga.net.audocumentsRP782007.pdf>
- Woolfolk, A. (2006). *Psicología Educativa.* 9a. edición. Universidad del Estado de Ohio. Ed. Pearson. México.
- Yarto, C. (2001). *Las Nuevas Tecnologías y su impacto en el desarrollo de habilidades en los niños.* [Documento en línea]. Disponible: <http://hipertextos.mty.itesm.mx/num3consuelo.html>

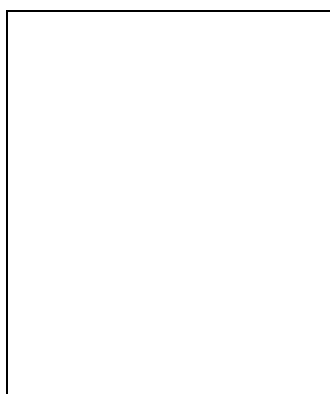
Anexos y Apéndices

Anexo 1. Instrumento de recolección de datos (Examen Pre-test)

Pre-Test. Estimado alumno, los siguientes ejercicios fueron creados para identificar el manejo de fracciones, resuélvelos lo mejor que puedas y de manera individual.

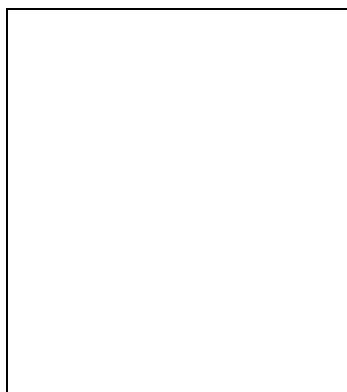
Alumno: _____ Grado: _____

1. Luis tiene una barra de chocolate dividida en 12 cuadritos de igual tamaño. Le da a Bety $\frac{1}{3}$ de su barra. ¿Qué fracción de chocolate le quedó a Luis? _____
Dibuja un diagrama del chocolate y sombrea la parte que Luis le dio a Bety y explica tu respuesta.



Explica tu respuesta

2. Hugo partió su pizza en 10 rebanadas iguales y le dio $\frac{3}{10}$ de su pizza a Brenda y $\frac{2}{10}$ de su pizza a Alma, ¿A quién le tocó más pizza? _____
Dibuja un diagrama de la pizza y sombrea la parte que les tocó a Brenda y a Alma.



Explica tu respuesta

3. Escribe una fracción equivalente para cada fracción que se te da.

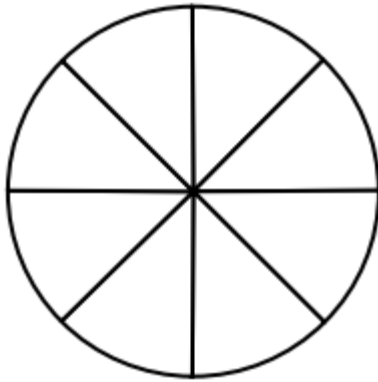
$$\frac{5}{10} = \text{---}$$

$$\frac{2}{6} = \text{---}$$

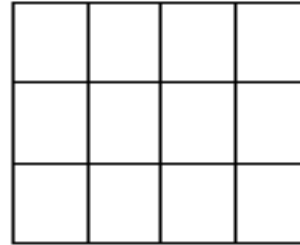
$$\frac{8}{12} = \text{---}$$

4. Colorea en la figura, la fracción que se indica.

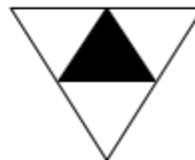
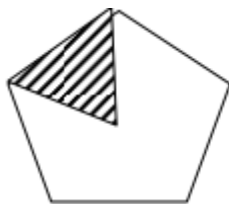
5/8



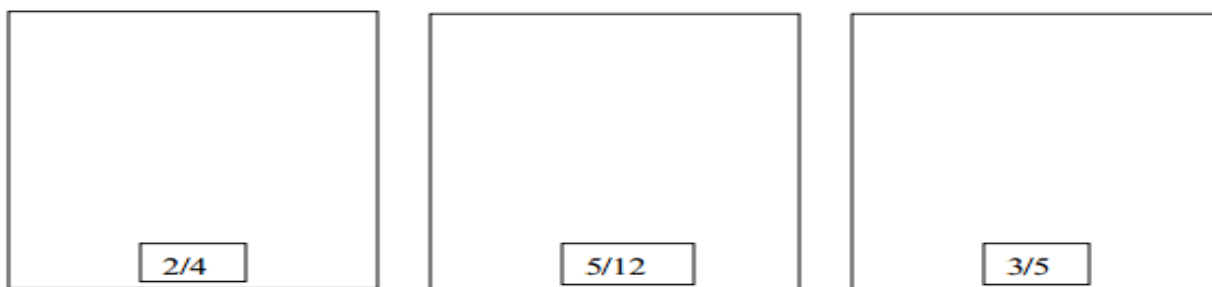
1/3



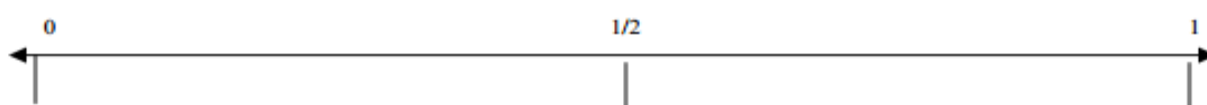
5. Escribe al lado de cada figura la fracción que está sombreada, y en el círculo coloca el símbolo > (mayor que) o < (menor que) según corresponda.



6. Dibuja un diagrama que muestre cada fracción.



7. Escribe las siguientes fracciones en la recta numérica: $\frac{1}{3}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{2}{3}$ y $\frac{3}{4}$



8. Observa las siguientes tablas y rellena de color la fracción que se indica. Luego compáralas y escribe en el recuadro de en medio el símbolo (<) si la fracción de la tabla izquierda es menor que la fracción de la tabla derecha o (>) en caso contrario.

$\frac{2}{3}$

$\frac{3}{4}$

Muchas gracias!!!

Anexo 2. Instrumento de recolección de datos (Examen Post-test)

Los siguientes ejercicios han sido elaborados para que repases y practiques el tema de fracciones.

Resuélvelos de manera individual ¡¡¡están muy sencillos!!!

Alumno: _____ Grado: _____

Escuela: _____

1. Escribe una fracción equivalente para cada fracción que se te da.

$$\frac{4}{12} = \text{—}$$

$$\frac{1}{7} = \text{—}$$

$$\frac{3}{6} = \text{—}$$

2. Coloca en la fila de abajo en orden de menor a mayor las fracciones que se te dan.

$\frac{2}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{7}$	$\frac{8}{9}$	$\frac{1}{2}$

3. Compara las siguientes fracciones y escribe dentro del recuadro el símbolo mayor que (>), menor que (<) o igual (=) según sea el caso.

$$\frac{1}{2} \square \frac{3}{6}$$

$$\frac{2}{4} \square \frac{3}{5}$$

$$\frac{6}{7} \square \frac{5}{10}$$

$$\frac{8}{9} \square \frac{12}{15}$$

$$\frac{4}{5} \square \frac{8}{10}$$

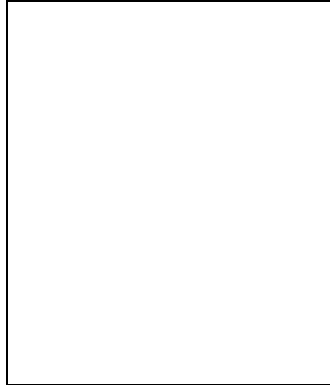
$$\frac{1}{4} \square \frac{3}{8}$$

$$\frac{1}{3} \square \frac{3}{9}$$

$$\frac{5}{10} \square \frac{2}{5}$$

4. Pedro tiene una pizza de rectangular dividida en 10 cuadritos de igual tamaño. Le da a Mónica $\frac{1}{4}$ de su pizza. ¿Qué fracción de pizza le quedó a Pedro? _____

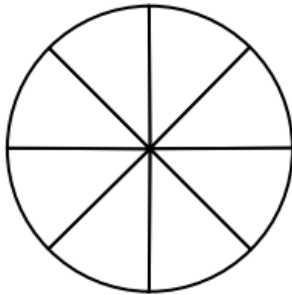
Dibuja un diagrama de la pizza y sombrea la parte que Pedro le dio a Mónica y explica tu respuesta.



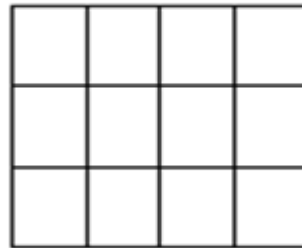
Explica tu respuesta

5. Colorea en la figura, la fracción que se indica.

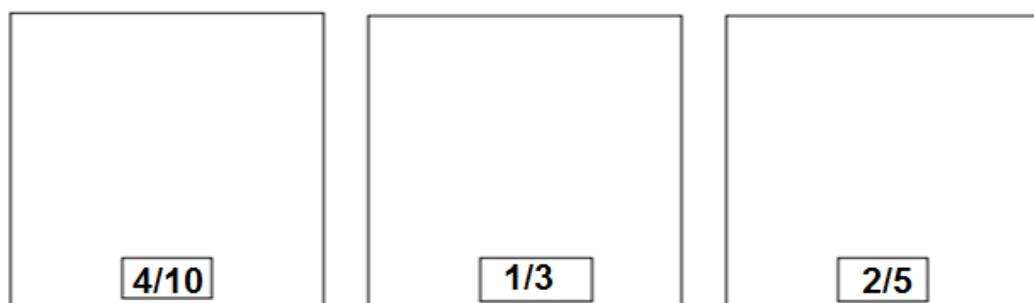
$\frac{1}{3}$



$\frac{1}{4}$

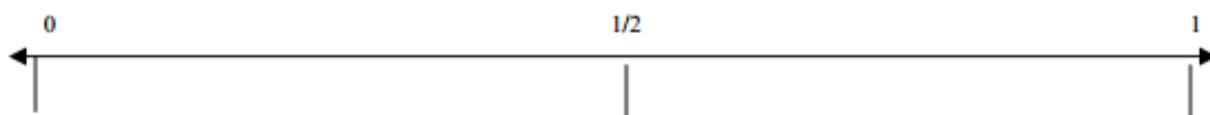


6. Dibuja un diagrama que muestre cada fracción.

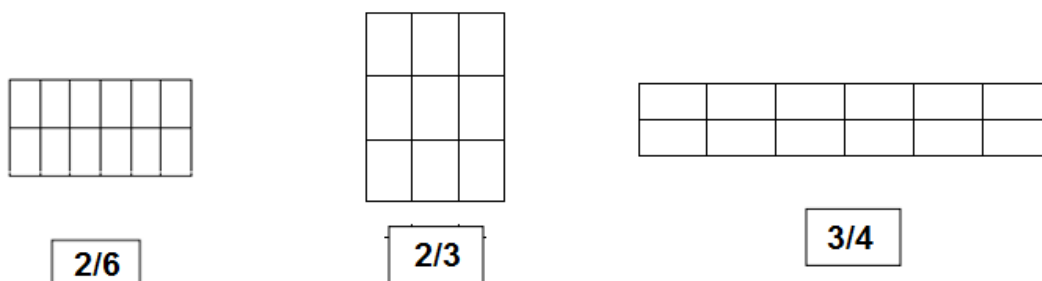


7. Escribe las siguientes fracciones en la recta numérica en la posición que le corresponde:

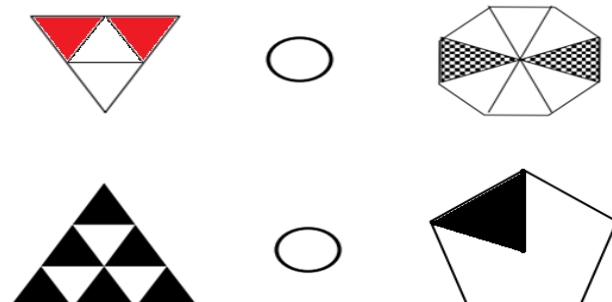
$$\frac{1}{4}, \frac{4}{8}, \frac{4}{6} \text{ y } \frac{6}{8}$$



8. Observa las siguientes tablas y rellena de color la fracción que se indica.



9. Escribe al lado de cada figura la fracción que está sombreada, y en el círculo coloca el símbolo > (mayor que) o < (menor que) según corresponda.



Anexo 3. Cuadro de operacionalización de variables

Tabla No. 4.20. Cuadro de operacionalización de variables. Fuente: Elaboración propia (2014).

Variables	Indicadores	Ítems o datos	Instrumento de recolección de datos	Técnica de investigación
<u>Independiente</u>				
Uso de recursos digitales	Coeficiente de uso= tiempo de uso real/tiempo de uso potencial * 100	Hr. De entrada Hr. Salida Núm. de accesos	Bitácora del Ambiente Virtual de Aprendizaje	Registro de observaciones
Uso de recurso digital es el tiempo invertido en la utilización de las actividades JClic.	Tiempo de uso potencial= hr. de salida – hr. de entrada tiempo de uso real= suma de los tiempos invertidos en cada actividad JClic.	Tiempo de uso $T.U. = \sum_{i=1}^n TA_i$ Donde: TA = Tiempo invertido en una actividad JClic.	Base de Datos de JClic	
<u>Dependiente</u>				
Comprensión del significado de	Identificar una fracción en una representación pictórica.	Calificaciones obtenidas por cada indicador en las evaluaciones pretest y posttest.	Evaluación pretest Evaluación posttest	Examen escrito

fracción equivalente	Representar de forma pictórica una fracción simbólica.	Fórmula: $\frac{\text{Núm. aciertos del indicador} \times 10}{\text{Núm. de ítems del indicador}}$
“La comprensión conceptual tiene como premisa saber qué hacer y las razones para hacerlo” (Skemp, 1976)	Comparar fracciones. Crear fracciones equivalentes. Ubicar fracciones en la recta.	

Anexo 4. Resultados de la prueba de confiabilidad alfa de Cronbach

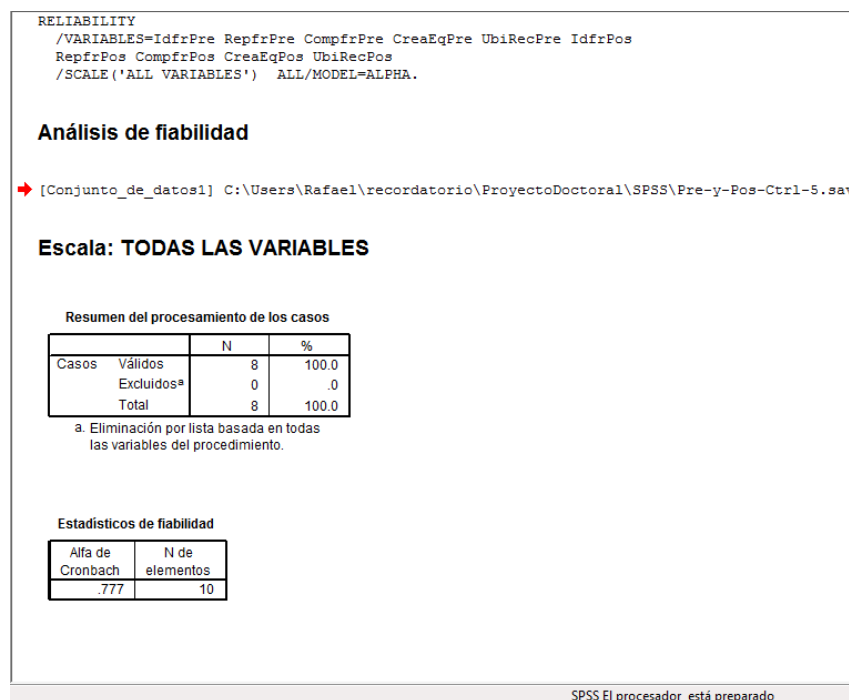


Fig. No. 4.31 Prueba de fiabilidad *alfa de Cronbach* – Grupo control quinto grado. (Fuente: Elaboración propia (2014). Procesamiento estadístico de datos con el programa SPSS ver. 15.0 para Windows.


```

RELIABILITY
/VARIABLES=IdfrPre RepfrPre CompfrPre CreaEqPre UbiRecPre IdfrPos
RepfrPos CompfrPos CreaEqPos UbiRecPos
/SCALE('ALL VARIABLES') ALL/MODEL=ALPHA.

```

➔ Análisis de fiabilidad

[Conjunto_de_datos5] C:\Users\Rafael\recordatorio\ProyectoDoctoral\SPSS\Pre-y-Pos-Exp-5.sav

Escala: TODAS LAS VARIABLES

Resumen del procesamiento de los casos

		N	%
Casos	Válidos	8	100.0
	Excluidos ^a	0	.0
	Total	8	100.0

a. Eliminación por lista basada en todas las variables del procedimiento.

Estadísticos de fiabilidad

Alfa de Cronbach	N de elementos
.751	10

SPSS El procesador está preparado

Fig. No. 4.32 Prueba de fiabilidad *alfa de Cronbach* – Grupo experimental quinto grado.
Fuente: Elaboración propia (2014). Procesamiento estadístico de datos con el programa SPSS ver. 15.0 para *Windows*.

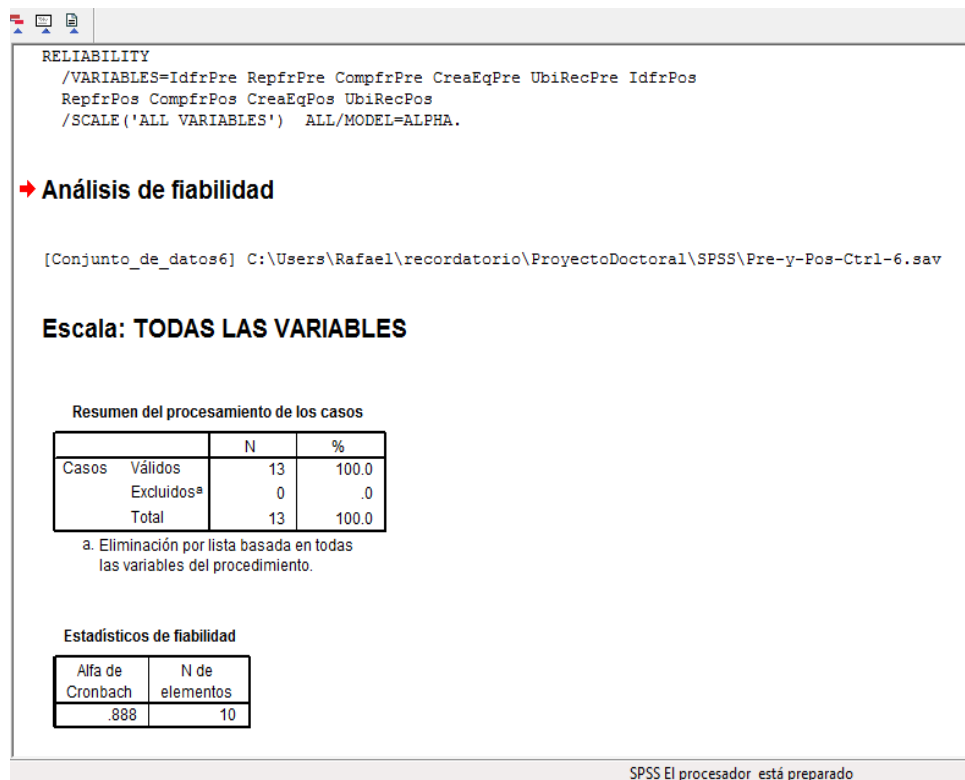


Fig. No. 4.33 Prueba de fiabilidad *alfa de Cronbach* – Grupo control sexto grado. Fuente: Elaboración propia (2014). Procesamiento estadístico de datos con el programa SPSS ver. 15.0 para *Windows*.

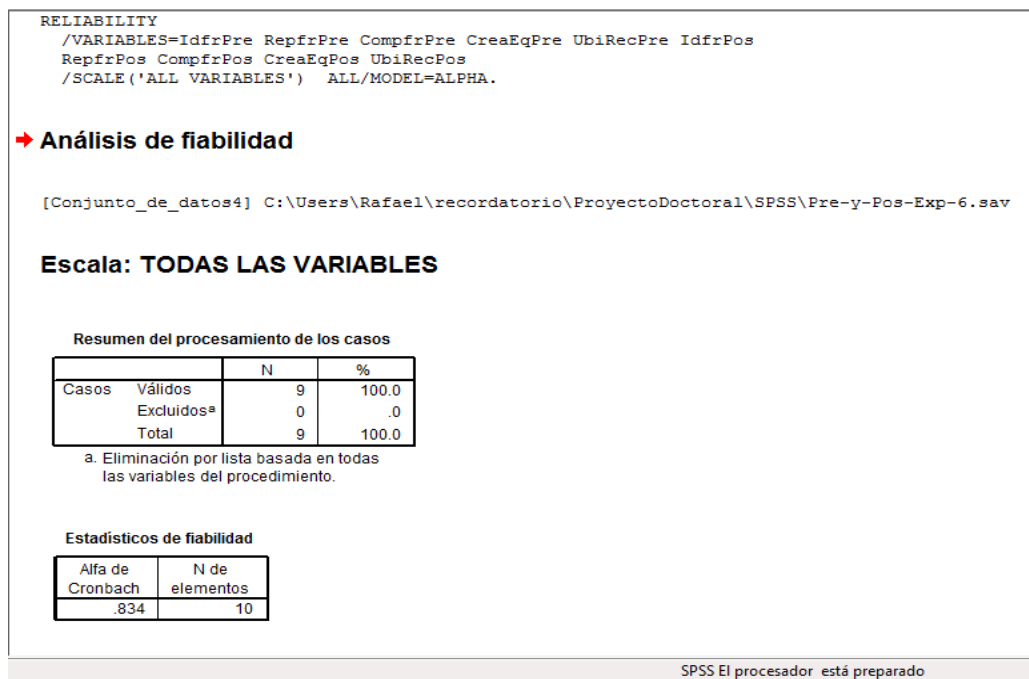


Fig. No. 4.34 Prueba de fiabilidad alfa de Cronbach – Grupo experimental sexto grado.
Fuente: Elaboración propia (2014). Procesamiento estadístico de datos con el programa SPSS ver. 15.0 para *Windows*.

Anexo 5. Medias y prueba T para los grupos control de quinto grado, experimental y control de sexto grado

Pre-y-Pos-Ctrl-5.sav [Conjunto_de_datos1] - Editor de datos SPSS

Archivo Edición Ver Datos Transformar Analizar Gráficos Utilidades Ventana ?

1 : IdfrPre 10 Visible: 12 de 12 varial

	IdfrPre	RepfrPre	CompfrPre	CreaEqPre	UbiRecPre	ResulPre	IdfrPos	RepfrPos	CompfrPos	CreaEqPos	UbiRecPos	ResulPos
1	10.00	5.00	7.53	10.00	7.52	8.01	5.00	7.52	10.00	6.65	7.52	7.34
2	1.67	5.00	5.00	.00	.00	2.33	.00	7.52	7.53	.00	.00	3.01
3	3.33	7.52	7.53	10.00	2.52	6.18	6.67	.00	7.53	10.00	7.52	6.34
4	3.33	5.00	7.53	.00	.00	3.17	.00	7.52	7.53	.00	2.52	3.52
5	.00	.00	5.00	10.00	2.52	3.50	.00	.00	10.00	10.00	.00	4.00
6	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00	6.67	7.52	5.00	.00	10.00	5.84
7	3.33	5.00	2.53	.00	2.52	2.68	5.00	7.52	2.53	.00	2.52	3.52
8	1.67	7.52	7.53	.00	.00	3.34	.00	7.52	7.53	6.65	.00	4.34

Vista de datos Vista de variables

SPSS El procesador está preparado

Fig. No. 4.35 Media de los indicadores obtenidos en el pretest y postest del grupo control de quinto grado.
Fuente: Elaboración propia (2014). Procesamiento estadístico de datos con el programa SPSS ver. 15.0 para Windows.

T-TEST

PAIRS = ResulPre WITH ResulPos (PAIRED)

/CRITERIA = CI(.95)

/MISSING = ANALYSIS.

Prueba T

Estadísticos de muestras relacionadas

		Media	N	Desviación típ.	Error típ. de la media
Par 1	Resultado PreTest	4.9013	8	2.83449	1.00214
	Resultado Posttest	4.7388	8	1.56786	.55432

Correlaciones de muestras relacionadas

		N	Correlación	Sig.
Par 1	Resultado PreTest y Resultado Posttest	8	.857	.007

Prueba de muestras relacionadas

		Diferencias relacionadas					t	gl	Sig. (bilateral)
		Media	Desviación típ.	Error típ. de la media	95% Intervalo de confianza para la diferencia				
					Inferior	Superior			
Par 1	Resultado PreTest - Resultado Posttest	.16250	1.69492	.59925	-1.25449	1.57949	.271	7	.794

Fig. No. 4.36 Resultados de la prueba T para el grupo control de quinto grado. Fuente: Elaboración propia (2014). Procesamiento estadístico de datos con el programa SPSS ver. 15.0 para *Windows*.

Prueba T – Student para muestras relacionadas para cada indicador del grupo control de quinto grado									
		Diferencias relacionadas					t	gl	Sig. (bilateral)
		Media	Desviación típ.	Error típ. de la media	95% Intervalo de confianza para la diferencia				
					Inferior	Superior			
Par 1	Identificar fracción Pretest - Identificar fracción Posttest	1.24875	2.78324	.98402	-1.07810	3.57560	1.269	7	.245
Par 2	Representar fracción Pretest - Representar fracción Posttest	-.01000	3.54767	1.25429	-2.97592	2.95592	-.008	7	.994
Par 3	Comparar fracción Pretest - Comparar fracción Posttest	-.62500	2.91246	1.02971	-3.05987	1.80987	-.607	7	.563
Par 4	Crear fracción equivalente Pretest - Crear fracción equivalente Posttest	.83750	4.62653	1.63573	-3.03038	4.70538	.512	7	.624
Par 5	Ubicar fracción en la recta Pretest - Ubicar fracción en la recta Posttest	-.62500	2.22248	.78576	-2.48304	1.23304	-.795	7	.453

Fig. No. 4.37 Resultados de la prueba T – Student para muestras relacionadas para cada indicador del grupo control de quinto grado.
Fuente: Elaboración propia (2014). Procesamiento estadístico de datos con el programa SPSS ver. 15.0 para Windows.

Pre-y-Pos-Exp-6.sav [Conjunto_de_datos2] - Editor de datos SPSS

Archivo Edición Ver Datos Transformar Analizar Gráficos Utilidades Ventana ?

1 : IdfrPre 1.67 Visible: 12 de 12 variables

	IdfrPre	RepfrPre	CompfrPre	CreaEqPre	UbiRecPre	ResulPre	IdfrPos	RepfrPos	CompfrPos	CreaEqPos	UbiRecPos	ResulPos
1	1.67	5.00	2.50	.00	.00	1.83	.00	7.50	.00	.00	2.50	2.00
2	3.33	10.00	7.50	10.00	7.50	7.67	6.67	7.50	10.00	10.00	10.00	8.83
3	8.33	10.00	10.00	10.00	.00	7.67	5.00	2.50	10.00	10.00	.00	5.50
4	5.00	5.00	10.00	3.35	.00	4.67	.00	7.50	5.00	6.65	5.00	4.83
5	8.33	2.50	2.50	6.65	2.50	4.50	.00	7.50	2.50	10.00	5.00	5.00
6	8.33	10.00	10.00	10.00	.00	7.67	5.00	10.00	10.00	10.00	10.00	9.00
7	10.00	7.50	2.50	.00	.00	4.00	1.67	7.50	7.50	.00	.00	3.33
8	3.33	10.00	7.50	6.65	10.00	7.50	10.00	10.00	5.00	10.00	10.00	9.00
9	8.33	7.50	7.50	.00	.00	4.67	.00	7.50	10.00	3.35	2.50	4.67

Vista de datos Vista de variables

SPSS El procesador está preparado

Fig. No. 4.38 Media de los indicadores obtenidos en el pretest y posttest del grupo experimental de sexto grado.
Fuente: Elaboración propia (2014). Procesamiento estadístico de datos con el programa SPSS ver. 15.0 para Windows.

T-TEST

PAIRS = ResulPre WITH ResulPos (PAIRED)

/CRITERIA = CI(.95)

/MISSING = ANALYSIS.

Prueba T

Estadísticos de muestras relacionadas

		Media	N	Desviación típ.	Error típ. de la media
Par 1	Resultado PreTest	5.5756	9	2.12638	.70879
	Resultado Postest	5.7956	9	2.57753	.85918

Correlaciones de muestras relacionadas

		N	Correlación	Sig.
Par 1	Resultado PreTest y Resultado Postest	9	.900	.001

Prueba de muestras relacionadas

		Diferencias relacionadas					t	gl	Sig. (bilateral)
		Media	Desviación típ.	Error típ. de la media	95% Intervalo de confianza para la diferencia				
					Inferior	Superior			
Par 1	Resultado PreTest - Resultado Postest	-.22000	1.13969	.37990	-1.09605	.65605	-.579	8	.578

Fig. No. 4.39 Resultados de la prueba T para el grupo experimental de sexto grado.

Fuente: Elaboración propia (2014). Procesamiento estadístico de datos con el programa SPSS ver. 15.0 para *Windows*.

Pre-y-Pos-Ctrl-6.sav [Conjunto_de_datos4] - Editor de datos SPSS

Archivo Edición Ver Datos Transformar Analizar Gráficos Utilidades Ventana ?

1 : IdfrPre 1.7 Visible: 12 de 12 variables

	IdfrPre	RepfrPre	CompfrPre	CreaEqPre	UbiRecPre	ResulPre	IdfrPos	RepfrPos	CompfrPos	CreaEqPos	UbiRecPos	ResulPos
1	1.70	5.00	7.50	6.70	.00	4.20	1.70	2.50	7.50	6.70	.00	3.70
2	10.00	10.00	7.50	10.00	7.50	9.00	8.30	7.50	10.00	10.00	10.00	9.20
3	3.30	5.00	7.50	10.00	5.00	6.20	10.00	7.50	7.50	10.00	7.50	8.50
4	1.70	2.50	5.00	10.00	.00	3.80	.00	7.50	5.00	6.70	.00	3.80
5	1.70	5.00	10.00	6.70	2.50	5.20	.00	.00	5.00	6.70	7.50	3.80
6	1.70	2.50	7.50	.00	2.50	2.80	.00	7.50	10.00	6.70	7.50	6.30
7	1.70	.00	5.00	.00	.00	1.30	3.30	.00	2.50	3.30	.00	1.80
8	8.30	10.00	5.00	10.00	7.50	8.20	10.00	10.00	10.00	10.00	7.50	9.50
9	5.00	10.00	5.00	10.00	10.00	8.00	5.00	7.50	7.50	10.00	7.50	7.50
10	3.30	7.50	7.50	10.00	.00	5.70	.00	10.00	10.00	10.00	10.00	8.00
11	1.70	7.50	7.50	6.70	2.50	5.20	1.70	7.50	7.50	10.00	7.50	6.80
12	3.30	10.00	7.50	10.00	10.00	8.20	10.00	7.50	10.00	6.70	10.00	8.80
13	3.30	7.50	2.50	10.00	2.50	5.20	8.30	7.50	7.50	10.00	10.00	8.70

Vista de datos Vista de variables

SPSS El procesador está preparado

Fig. No. 4.40 Media de los indicadores obtenidos en el pretest y postest del grupo control de sexto grado. Fuente: Elaboración propia (2014). Procesamiento estadístico de datos con el programa SPSS ver. 15.0 para Windows.

T-TEST

PAIRS = ResulPre WITH ResulPos (PAIRED)

/CRITERIA = CI(.95)

/MISSING = ANALYSIS.

Prueba T

Estadísticos de muestras relacionadas

		Media	N	Desviación típ.	Error típ. de la media
Par 1	Resultado PreTest	5.6154	13	2.29523	.63658
	Resultado Postest	6.6462	13	2.55004	.70725

Correlaciones de muestras relacionadas

		N	Correlación	Sig.
Par 1	Resultado PreTest y Resultado Postest	13	.802	.001

Prueba de muestras relacionadas

		Diferencias relacionadas					t	gl	Sig. (bilateral)
		Media	Desviación típ.	Error típ. de la media	95% Intervalo de confianza para la diferencia				
					Inferior	Superior			
Par 1	Resultado PreTest - Resultado Postest	-1.03077	1.54455	.42838	-1.96413	-.09741	-2.406	12	.033

Fig. No. 4.41 Resultados de la prueba T- Student para el grupo control de sexto grado. Fuente: Elaboración propia (2014).
Procesamiento estadístico de datos con el programa SPSS ver. 15.0 para *Windows*.

Prueba T – Student para muestras relacionadas para cada indicador del grupo control de quinto grado									
Prueba de muestras relacionadas									
		Diferencias relacionadas				t	gl	Sig. (bilateral)	
		Media	Desviación típ.	Error típ. de la media	95% Intervalo de confianza para la diferencia				
					Inferior				Superior
Par 1	Identificar fracción Pretest - Identificar fracción Postest	-.89231	3.32076	.92101	-2.89902	1.11441	-.969	12	.352
Par 2	Representar fracción Pretest - Representar fracción Postest	.00000	3.06186	.84921	-1.85026	1.85026	.000	12	1.000
Par 3	Comparar fracción Pretest - Comparar fracción Postest	-1.15385	2.81650	.78116	-2.85584	.54815	-1.477	12	.165
Par 4	Crear fracción equivalente Pretest - Crear fracción equivalente Postest	-.51538	2.66141	.73814	-2.12366	1.09289	-.698	12	.498
Par 5	Ubicar fracción en la recta Pretest - Ubicar fracción en la recta Postest	-2.69231	3.60288	.99926	-4.86951	-.51511	-2.694	12	.020

Fig. No. 4.42 Resultados de la prueba T- Student para muestras relacionadas con cada indicador del grupo control de sexto grado.
Fuente: Elaboración propia (2014). Procesamiento estadístico de datos con el programa SPSS ver. 15.0 para Windows.

Apéndice A. Niveles de desempeño en las escalas de PISA

Niveles de desempeño de las escalas de PISA

Niveles	Descripción genérica
Nivel 6	Situarse en uno de los niveles más altos significa que un alumno tiene potencial para realizar actividades de alta complejidad cognitiva, científica u otras.
Nivel 5	
Nivel 4	
Nivel 3	Arriba del mínimo necesario y, por ello, bastante bueno, aunque no del nivel deseable para la realización de las actividades cognitivas más complejas.
Nivel 2	Identifica el mínimo adecuado para desempeñarse en la sociedad contemporánea.
Nivel 1a	Insuficientes (en especial el 0) para acceder a estudios superiores y desarrollar las actividades que exige la vida en la sociedad del conocimiento.
Nivel 1b	
Nivel 0	

Tabla No. 4.21. Niveles de desempeño de las escalas de PISA. Fuente: PISA (2009).

Apéndice B. Niveles de desarrollo de comprensión de fracciones.

Tabla No. 4.22. Niveles de desarrollo de comprensión de fracciones. Fuente: Wong (2009)

Niveles de desarrollo de comprensión de fracciones				
Nivel	Parte-todo	Colección	Medida	Simbólica
1	Identifica la mitad de un objeto y divide una forma regular a la mitad.	Identifica la mitad de una colección de objetos.	Comprender que la representación en la recta numérica mide distancias desde cero en términos de alguna unidad de distancia.	Capaz de construir significados apropiados para fracciones en la forma $\frac{a}{b}$.
2	Identificar fracciones basadas en partes desiguales.	Reconocer y generar representaciones simples de colecciones, utilizando fracciones como mitades y cuartos.	Identificar la mitad en la recta numérica completa.	Utilizar una regla o método (sin comprensión previa). Ej. Ubicar el denominador mayor, observar el comportamiento del denominador y asociarlo con su ubicación en la recta.
3	Reconocer y generar representaciones simples de fracciones generadas por particiones sucesivas.	Reconocer y generar representaciones simples de fracciones de una colección para tercios y quintos.	Identificar la ubicación de números tales como $1\frac{1}{2}$ y $2\frac{1}{2}$.	Usar una regla o un método (con previa comprensión). Ej. Ordenar fracciones y hacer un diagrama apropiado para una fracción.
4	Reconocer y generar otras representaciones simples de fracciones como tercios y quintos.	Reconocer y representar fracciones equivalentes en una colección.	Asociar la fracción con un punto en la recta numérica	

5	Identificar el tamaño relativo de una región geométrica en relación a otra.		Reconocer y representar fracciones equivalentes	
6	Reconoce y representa fracciones equivalentes			
7	Coordina parte-todo, colección (modelo discreto), interpretaciones de medida para representaciones simples, equivalentes y distractoras.			

Apéndice C. Tiempos Potencial y Real en la utilización de las actividades multimedia.

Tabla No. 4. 23. Tiempos potencial y real, en la utilización de las actividades multimedia.
Fuente: Elaboración Propia (2014).

Tiempos potencial y real en la utilización de las actividades multimedia			
<i>Grupo</i>	Tiempo Potencial	Tiempo real	Porcentaje del tiempo potencial
<i>Grupo experimental</i>	75,329	25,409	33.7 %
<i>Grupo Control</i>	85,818	20,522	23.9 %