

**ESTUDIO DE LOS COMPORTAMIENTOS  
NOTACIONALES EN NIÑOS PREESCOLARES (4 A 6  
AÑOS) RESPECTO DEL SISTEMA DE NOTACIÓN  
NUMÉRICO CONVENCIONAL**

**Ma. Isabel Guiot Vázquez  
mguiot@gmail.com.mx**

**Facultad de Psicología- Xalapa  
Universidad Veracruzana**

RESUMEN

Este estudio pretende conocer y analizar las hipótesis que los niños de edad preescolar expresan cuando se les pide que reconozcan y escriban números en contextos tanto de comprensión como de producción. Al categorizar estas hipótesis, se busca evidenciar un orden evolutivo entre ellas. Los objetivos que orientaron el trabajo giraron en torno a conocer y analizar las concepciones que los niños construyen respecto de nuestro sistema de notación numérico, focalizando nuestro interés en los aspectos formales y funcionales del mismo. La muestra con la que se trabajó fue no aleatoria por cuotas, dado el interés particular en la obtención de un corpus específico centrado en las producciones de niños y niñas de cuatro y medio y seis años. En tanto el sistema de notación numérico fue considerado como un lenguaje, las categorías de análisis que se emplearon se establecieron en función de las características sintácticas, semánticas y pragmáticas encontradas en el corpus. Para llevar a cabo el análisis de los datos se describieron las producciones de los niños, separándolas según la situación de exploración, en cada uno de los grupos de edad; posteriormente se compararon las producciones entre cada uno de los niños de cada grupo y entre los dos grupos de edad. Esta investigación, de carácter descriptivo, permitió establecer la existencia de un orden evolutivo en las producciones de los niños, fuertemente asociado al uso funcional del sistema que éstos llevan a cabo, apoyado por expertos.

La conclusión fundamental de esta investigación refuerza la idea de que el conocimiento del sistema notacional (y en general de cualquier conocimiento matemático) no puede ser enseñado, sino que es el niño o la niña es quien debe llegar, por sí mismo, y a partir de la acción mental y de procedimientos de carácter intuitivo, fuertemente apoyados por el entorno social, a construir su significado.

***Palabras clave: sistema notacional, hipótesis respecto del sistema, uso funcional***

**Abstract**

The present study aims to find out and analyze the hypothesis that children of preschool age express, when they are asked to recognize and write numbers in comprehension as well as production contexts. When categorizing this hypothesis, the evolutionary order between them is being found. The objectives of the work were to encounter and analyze the conceptions that children construct in regard to the numeric system, centering the interest in the formal and functional aspects of it. The sample of the study was not

random by counts, given the purpose on obtaining a specific corpus centered in the production of the boys and girls of four and a half years old. In regards to the numeric system, it was considered as a language, the categories for the analysis were established in regards of the syntactic, semantic and pragmatic characteristics found in the corpus.

In order to analyze the data the children's productions were described, separating them according to the exploration situation, in each of the age groups, later the productions were compared in between each child of each group and between the two group ages.

This descriptive research, permitted to establish the existence of a developmental order in the children's productions, strongly associated to the functional use of the system that they used, as helped by experts. The fundamental conclusion of the present research reinforces the idea that knowledge about the numerical system (and in general of any mathematical knowledge) can not be thought, but rather is the child who has to arrive to it, by him or herself, and from the mental action and the procedures of intuitive character, strongly supported by the social context to construct their meaning.

**Key words:** notational system, hypothesis of the system, functional use

## INTRODUCCIÓN

Ya sea que consultemos los índices de aprovechamiento y reprobación o platiquemos directamente con los alumnos, invariablemente encontraremos que las áreas que menos les motivan y más trabajo les representan son las matemáticas o aquellas que tengan relación con la comprensión y el manejo de este lenguaje.

Sin dejar de considerar la multicausalidad a la que el señalado problema obedece, creemos que en buena medida éste radica en el desconocimiento que los docentes tienen de los procesos cognitivos involucrados en la adquisición, tanto de las propiedades formales como funcionales de los sistemas de notación y por ende de aplicar estos conocimientos en su enseñanza.

El dominio de los sistemas notacionales, entre los que destacan las matemáticas, la escritura y la música, ha llegado a ser en nuestros días, una habilidad indispensable en y para nuestro desarrollo individual y colectivo. Ha podido establecerse que ocurre una relación enriquecedora entre lo notacional y lo nocional. En la medida en la que una persona o grupo social maneje diversas formas de representación y reproducción del mundo, ocurre una transformación fundamental en su pensamiento. Es así que el empleo del número, la letra y la notación musical en una multiplicidad de funciones y contextos ha ampliado y transformado nuestras capacidades intelectuales, memorísticas y creativas. Resulta sorprendente la enorme revolución intelectual que se ha generado como consecuencia de la aparentemente simple posibilidad de construir y reconstruir el mundo a partir de estos sistemas, y otros más que continúan desarrollándose. Sin embargo, la adquisición y el manejo convencional adecuado de los sistemas notacionales *no se realiza en forma espontánea*. Es necesario que los individuos recibamos una enseñanza más o menos formal que nos permita conocer los caracteres, la sintaxis y la semántica propia de cada uno de ellos, así como también,

que en nuestra vida cotidiana se requiera de su uso, para que dominemos su pragmática.

Resulta entonces evidente la necesidad de contar con investigaciones que permitan conocer de qué manera ocurren los procesos de adquisición de los sistemas notacionales, de tal manera que esta información impacte en el currículo y en los procedimientos didácticos que se llevan a cabo en los diversos niveles escolares.

A la fecha, los estudios que mayormente se han realizado en esta área corresponden a la adquisición de la escritura, existiendo muy escasas investigaciones respecto de la notación numérica y, menos aún, la musical.

Por estas investigaciones sabemos que los niños que viven en ambientes alfabetizados están expuestos a formas notacionales de todo tipo y que por ello elaboran muy precozmente hipótesis acerca de cómo operan estos sistemas y de su funcionalidad. De igual manera, se ha podido constatar que a edades muy tempranas los niños realizan una diferenciación formal entre los sistemas y que pueden, sin dificultad, distinguirlos de las representaciones icónicas (Ferreiro, 1979 y Tolchinsky, 1993). No obstante, aún existe una gran falta de información en lo referente a la construcción que el niño hace de estos sistemas, en particular del sistema de notación numérico, de allí que resulte muy importante abordar su estudio.

La investigación denominada *Estudio de los comportamientos notacionales en los niños preescolares (4 a 6 años) respecto del sistema de numeración convencional*, ubicada dentro del área de la Psicolingüística, pretende abordar el proceso de adquisición de un lenguaje: la matemática y más específicamente, el sistema de notación numérico. Iniciaremos con la caracterización de la matemática como un sistema notacional; más adelante presentaremos los estudios antecedentes más importantes realizados en el campo y desde esta perspectiva, expondremos el estudio que hemos desarrollado para explorar más ampliamente este proceso, los resultados obtenidos, así como las conclusiones que hemos formulado al respecto.

### **La Matemática, un lenguaje.**

Sin duda las necesidades más elementales como la búsqueda de alimento y protección en ambientes totalmente adversos a los seres humanos dieron origen a las representaciones primigenias de esa realidad, entre ellas la cuantitativa. Piedras, huesos, conchas, nudos en cuerdas y otros fueron empleados por los primeros grupos humanos para recordar y comunicar a sí mismos y a otros, diversas cantidades a través del tiempo y el espacio, prescindiendo de la presencia de los objetos de la realidad. Más adelante marcas en paredes, pieles y objetos sustituyeron a estas formas de simbolizar cantidades, para dar paso a verdaderos sistemas representacionales. Con la complejización de las sociedades, el dominio del cálculo y de sus niveles de abstracción estos sistemas se convirtieron en herramientas indispensables para actividades como la recolección de tributo y la construcción de grandes edificaciones y obras de ingeniería.

En un inicio la observación y la experimentación fueron la base de la construcción de los principios matemáticos, siguiendo un procedimiento de razonamiento inductivo.

Posteriormente, la acumulación de datos empíricos particulares acerca de puntos, líneas y figuras, el uso de los números y otros símbolos, la resolución de complicados problemas de diseño arquitectónico e ingeniería, así como desarrollo de la filosofía, condicionaron en los pueblos de la Grecia antigua, la aparición de la matemática deductiva, base de la matemática contemporánea.

La matemática constituye en nuestros días una compleja actividad simbólica con la que los seres humanos nos explicamos y actuamos en entornos diversos. Comprende el estudio de las figuras formadas por planos como las superficies (geometría), el estudio de los enteros naturales (aritmética), la estructura de sus lenguajes (lingüística matemática) y el estudio de las reglas del razonamiento matemático (lógica formal). La matemática es un sistema representacional que emplea un lenguaje particular. Ciencias como la física, la química y, aún la biología, expresan sus conocimientos a través del lenguaje matemático. La matemática es pues, “el lenguaje de las ciencias de la naturaleza, en tanto sirve para racionalizar y entender los fenómenos que revelan las capas de lo infinitamente pequeño, tanto como lo infinitamente grande, así como de los fenómenos causales y los no causales” (Navarrete y col., 1976:125).

### La aritmética y el sistema de numeración

Como anteriormente se señaló, la aritmética es un área que tiene como objeto a los números, sus relaciones y las reglas que rigen tales relaciones. El número es una propiedad abstraída de un conjunto de objetos y considerada en sí misma, por lo que éste no tiene ningún valor y ningún interés sino como elemento de una estructura que le confiere su poder y que corresponde al sistema de numeración al que pertenece, indica Louis Not (1983:38). Esta propiedad es representada por los numerales, los cuales no son entidades separadas e independientes, sino que se encuentran estructuradas unas con otras para manifestar las propiedades existentes en las colecciones de objetos.

El sistema de numeración que actualmente manejamos en el mundo occidental, es un sistema *posicional, iterativo, de base 10, con un elemento neutro: el cero*. En este sistema la serie de los números naturales están ordenados por la relación *mayor que* (o algoritmo + 1) de manera tal, que cada uno, ocupa su lugar preciso dentro de la serie; todos, excepto el cero, tienen un antecesor y un sucesor:

$$\begin{array}{rclcl} 0 & + & 1 & = & 1 \\ 1 & + & 1 & = & 2 \\ 2 & + & 1 & = & 3 \\ 3 & + & 1 & = & 4 \end{array}$$

etc.

Este sistema es *posicional* porque todos los números tienen un valor absoluto y un valor relativo; este último depende del lugar en que una cifra se coloque. Iniciando de derecha a izquierda los valores posibles son:

Unidades, decenas, centenas, unidades de millar, decenas de millar, centenas de millar, unidades de millón, etc. las cuales se representan:

$$3 \ 1 \ 7 \ \text{esto es:} \quad 300 + 10 + 7$$

Los símbolos numéricos pueden repetirse en forma indefinida, pero en la representación de cantidades es preciso respetar el valor posicional de cada dígito, pues su alteración da como resultado la notación de otra cantidad:

Quinientos cincuenta y cinco = 5 5 5

Para poder pasar de una unidad a otra inmediata de orden superior es necesario agrupar 10 unidades de ese nivel:

de unidades a decenas es necesario agrupar 10 unidades  
de decenas a centenas es necesario agrupar 10 decenas  
de centenas a unidades de millar es necesario agrupar 10 centenas, y así sucesivamente.

Dentro de este sistema se denominan *numerales* a las representaciones simbólicas de los *números*, y este último concepto hace alusión a la propiedad que se abstrae de un conjunto o clase de objetos, considerando su aspecto cuantitativo. La escritura de los numerales se realiza en forma horizontal, de izquierda a derecha, en forma opuesta al orden de valor creciente que rige al sistema. Esta sintaxis, propia de los numerales escritos, sólo se hace patente cuando nos enfrentamos al desciframiento de un número que excede los primeros diez dígitos, señala William Hass (1996:264) quien, además, indica que las construcciones de los numerales arábigos se contraponen a las correspondientes construcciones del discurso:

Uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, diez, dieciuno (once), diecídós (doce) diecitrés (trece) diecicuatro (catorce) diecicinco (quince), dieciséis, diecisiete, dieciocho, diecinueve...

La actividad de conteo y la notación de los numerales están gobernadas por los siguientes principios:

1. *De abstracción.* Estipula que cualquier cosa se puede contar, sin considerar su heterogeneidad.
2. *De correspondencia uno a uno.* Se deberá asignar un y sólo un nombre de número distintivo (numeral) a todos y cada uno de los elementos a ser contados.
3. *De orden estable.* Los nombres de los numerales deberán decirse siempre en el mismo orden.
4. *De cardinalidad.* El nombre del número final dado al contar a todos los elementos da el valor cardinal de todo el conjunto.
5. *De la irrelevancia de orden.* El orden en el que se enumeran los elementos de un conjunto no altera su valor cardinal.

El sistema de notación numérico es, sin duda, un gran instrumento de conocimiento y de aprendizaje, es decir, soporta diferentes actividades cognitivas y facilita o media el aprendizaje de otros conocimientos.

Vista así la matemática y, específicamente el sistema de notación numérico, al ser un lenguaje se encuentra en una circunstancia similar al sistema de escritura de la lengua.

Es un sistema simbólico desarrollado por las sociedades como parte de sus procesos históricos, pero es también un objeto de conocimiento y como tal requiere de las

personas una apropiación particular, que es necesario estudiar. Es importante conocer las hipótesis sobre las cuales empieza a construirse el sistema, así como las estrategias utilizadas por una persona para acceder a las reglas que lo rigen, evidenciando de esta manera las etapas del proceso de adquisición.

Considerar al sistema de notación numérico como un objeto particular cuya adquisición sigue un proceso específico modificará radicalmente la forma en la que puede abordarse su enseñanza. ***Si logramos conocer la forma en la que los niños elaboran el sistema de numeración antes de que lo aprendan formalmente en la escuela, podremos replantear sobre bases más firmes la didáctica de este importante instrumento de conocimiento.***

Hoy la Psicolingüística está involucrada en un gran campo de investigación, a decir, la naturaleza del conocimiento, la estructura de las representaciones mentales y la forma en que éstas son usadas en procesos tales como el razonamiento y la solución de problemas, empleando al lenguaje y a otras formas simbólicas como mediadores culturales.

Sería ingenuo pensar de que por el solo hecho de que el sistema numérico existe como objeto semiótico disponible para su uso, su proceso de adquisición es un proceso sencillo y sin dificultades (Martí, 2005)

Hasta antes de los años ochenta se creía, siguiendo a la teoría piagetiana, que dentro de las estructuras cognoscitivas que se construyen en el período de las operaciones concretas, destacaba el aprendizaje del número (también conocido como la adquisición de la conservación de número y su operativa), como *síntesis de las operaciones lógicas de clase, serie y correspondencia*.

Un *número*, señalaba (Inhelder, 1975:25) “no es un nombre, expresa una relación que *no* existe en los objetos reales, es una abstracción sacada de la realidad física, construida en la mente e impuesta sobre los objetos, a través de la abstracción reflexiva”.

Desde este enfoque, para que fuera posible la adquisición del concepto de número se requería que el niño pudiera:

- Realizar una equivalencia de conjuntos a través de la correspondencia término a término.
- Reconocer una equivalencia durable en un conjunto de elementos, que perdura a pesar de los cambios en la estructura o configuración externa de la colección.
- Seriar, ya que al contar se sigue un orden y la serie numérica se rige por el algoritmo +1: todo número es mayor al anterior en uno y menor en uno al que le sigue (es decir debe manejar las reglas de la reciprocidad y la transitividad).
- Llevar a cabo la operación de la inclusión de clase: cuando el niño cuenta objetos, debe hacer a un lado sus diferencias de tamaño, color, etc., e incluir cada objeto en una clase común y designarle un numeral. Reconocer que la única diferencia es la posición en la serie contable. Al contar los objetos se colocan mentalmente en una relación de inclusión de clase. El conteo se convierte en nombrar grupos sucesivos.

- Poseer adición de clase, sin la cual no se puede conservar la suma de las partes constantes y entender la relación entre la clase y la subclase.

Ello implicaría que un individuo necesitaba poseer las estructuras operatorias necesarias *antes* de poder acceder al conocimiento y manejo de los sistemas de notación. No obstante, estudios posteriores iniciaron una nueva perspectiva teórica, que considera a la habilidad de contar como uno de los pilares del desarrollo matemático posterior. Estas investigaciones evidenciaron el papel de lenguaje como mediador social así como el de la interacción social de los niños con el sistema de notación en el condicionamiento del nivel de dominio de este sistema (o de cualquier otro).

Gelman y Gallistel (1978) y Fuson (1982), encontraron que los niños de dos años diferencian claramente las palabras que sirven para contar de otro tipo de palabras cuando se les solicita: “muéstrame hasta qué número sabes contar” o bien “cuántos objetos hay aquí”. Estos autores, de igual manera hallaron que las series numéricas orales producidas por los niños se pueden categorizar en: no estables, no convencionales, estable - no convencional y estable - convencional, de acuerdo con qué tanto los niños pueden respetar los principios que rigen el conteo. De esta manera en la primera categoría se encontrarán aquellas enumeraciones que están más alejadas de la convencionalidad y la última corresponderá al manejo de la serie canónica. Este manejo de la enumeración canónica de objetos va en aumento, a decir de los autores, conforme el niño manifiesta más edad y los ambientes familiares y escolares en los que se desenvuelven son “más ricos en estímulos”.

Por otro lado, Marie Lise Peltier (1995) presentó los “niveles y estructuras que la construcción de la serie numérica oral manifiesta en los niños pequeños”. Estos niveles son cuatro, y al igual que los presentados por Gelman y Fuson están categorizados según el menor o mayor manejo de la convencionalidad. Reportó además que en todas las fases de los estudios realizados, el niño, al efectuar el conteo, toca los objetos o cuando menos los señala. A partir de sus investigaciones esta autora realiza las siguientes conclusiones:

1. El desarrollo de habilidades numéricas no depende del acceso previo a la conservación del número.
2. Poner a los niños a contar antes de que logren conservar la cantidad, conlleva un importante mejoramiento en la adquisición de esta capacidad.
3. El entrenamiento en las actividades numéricas introduce progresos en el campo numérico y en el de las actividades lógicas, mientras que un “entrenamiento (sic) exclusivo en las actividades de seriación y clasificación implica un mejoramiento sólo en este sector” (p.8).

Arthur Baroody (1988) luego de realizar estudios con niños que inician el ciclo elemental, describió los cuatro principios que un niño debe manejar para realizar una adecuada comparación entre magnitudes numéricas: *orden estable*, *correspondencia uno a uno*, *valor cardinal* y *valor posicional*. Señaló que la experiencia concreta de contar desarrolla en los niños la regla abstracta de la equivalencia y que el contar implica el manejo de la correspondencia biunívoca. Baroody, al igual que los autores anteriores, resalta la

importancia de contar con los dedos y las pautas digitales, como técnicas auxiliares a las que los niños recurren en sus prácticas de conteo.

Ed Labinowicz (1985) manifiesta que los niños son contadores activos, ya que desde edades muy tempranas el conteo espontáneo es frecuente. Para este investigador el desarrollo del conteo se apoya en la actividad propia bajo influencias culturales: las palabras del conteo empleadas por los niños dependen de un lenguaje modelado por los adultos dentro de su contexto social particular. Indica que recitar nombres sin correspondencia con los objetos o eventos es práctica común, caracterizada además por la actividad física donde tocar o señalar tiene una gran importancia. Por su lado, Martin Hughes (1987) realizó en Gran Bretaña diversos estudios que pretendían indagar las nociones de los niños (de 3 a 7 años de edad) acerca del simbolismo escrito, particularmente las notaciones de cantidad, el cero y la representación de la suma y la resta. Sus investigaciones involucraron 96 niños cuyas edades fluctuaban entre los 3:4 y los 7:9 años. Formó cuatro grupos de acuerdo al nivel educativo, desde guardería hasta el tercer curso. Los sujetos del grupo de preescolar no habían recibido enseñanza escolarizada acerca de la aritmética. Entrevistó a los niños en forma individual, se les dio papel y lápiz y se puso una determinada cantidad de bloques enfrente de ellos encima de una mesa. A continuación se les interrogaba: “¿puedes poner algo en el papel que sirva para mostrar cuántos bloques hay sobre la mesa?”, cuidando de no emplear los términos “escribir” o “dibujar”. Después de que los niños habían puesto “algo en el papel” se les proporcionaba una nueva hoja, se quitaban los bloques y se colocaba un nuevo conjunto delante de ellos, entre 0 y 6 bloques.

Los niños emplearon diversos “métodos” para representar las cantidades de bloques, que Hughes clasifica en cuatro grandes categorías:

1. Respuestas *idiosincrásicas*, en las que no es posible descubrir algún tipo de regularidad que estuviese relacionada con la notación convencional de la cantidad.
2. Respuestas *pictográficas*, en las que los niños emplean la cantidad de bloques a través de un dibujo que se asemeja a lo que tenían enfrente.
3. Respuestas *icónicas*, en las que existía una correspondencia estricta con los bloques que se les presentaban, utilizando el niño un símbolo diseñado por él mismo.
4. Respuestas *simbólicas*, en esta última categoría los niños empleaban ya símbolos convencionales para representar la cantidad. Siendo el tipo más frecuente el de las cifras.

Los métodos empleados variaron considerablemente según las edades, y la diferencia más clara se produjo entre los grupos de preescolar y el tercer curso.

Las producciones del nivel preescolar se clasificaron en las categorías de respuesta idiosincrásica e icónica. Lo primero no causó extrañeza, sí en cambio lo segundo, dado que esto estaba significando que los niños estarían manejando el concepto de número. Sin embargo, Hughes no realizó más que una descripción de las producciones de los niños, dejando para futuras investigaciones la respuesta a la pregunta acerca de cuál será el significado que esas representaciones tienen para los niños.

Dos años más tarde este autor llevó a cabo otra investigación en la que contó con el apoyo de Miranda Jones (Hughes y Jones, 1989). Las edades de los niños en este estudio ahora comprendían entre 3:1 y 5:10 años. Se trabajó en forma individual con 24 niños el “juego de las latas”. Este estudio consistió en presentar a cada niño 3 latas en forma secuencial. Cada una de las latas contenía una cantidad diferente de bloques dentro de ella, (entre 0 y 3). El niño revisaba el contenido de la lata y se le solicitaba que pusiera en la tapa de la lata cuántos bloques tenía adentro esa lata. A la semana de haber realizado sus anotaciones, se cuestionó a los niños acerca de sus producciones, encontrándose que la mayoría de ellos podía entender las suyas propias con bastante éxito.

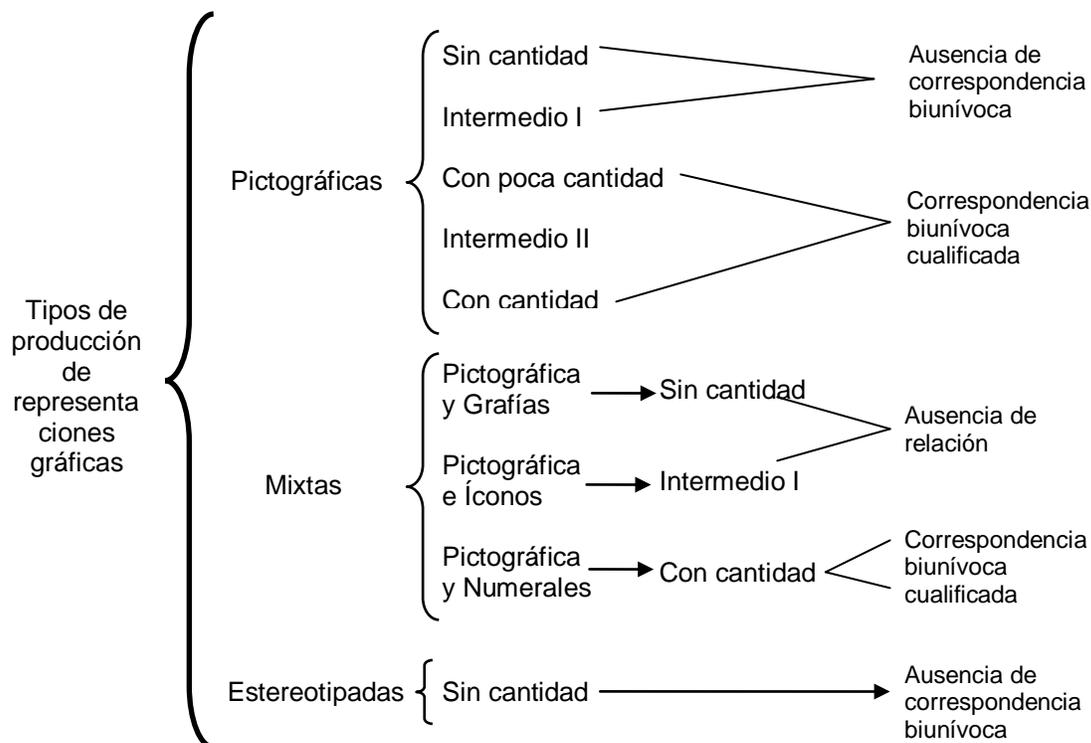
Al igual que en el estudio anterior, las respuestas de los niños fueron clasificadas en idiosincrásicas, pictográficas, icónicas y simbólicas y no se hizo ninguna interpretación de los resultados, quedando éstos a nivel de la mera descripción.

Pedro Bollás, (1994) señaló a partir de sus investigaciones que la adquisición de número implica dos aspectos distintos, pero complementarios: el concepto de número y la escritura. El primero es el resultado de un proceso que implica la construcción progresiva de agrupamientos cualitativos (lógica de clase, relación y seriación). La escritura de los números implica el conocimiento del sistema de signos y las reglas convencionales. Bollás realizó un estudio con 18 niños de edad preescolar entre los (3:6 y los 6:0). Este estudio pretendía esclarecer si las simbolizaciones gráficas de los niños son semejantes en todas las edades o existe una génesis, esto es, ocurren modificaciones progresivas. La investigación se llevó a cabo siguiendo los estudios de Hughes e involucró tres fases:

En la fase I se presentaban al niño 4 cajas con 1, 3, 4 y 0 piedras. Se empleó la consigna: “hay que poner algo para que nos acordemos de qué estaba allí”. El niño realizaba sus notaciones en la tapa de las cajas.

En la fase II les pedía a los niños que anotaran lo que estaba delante de ellos. Se les presentó secuencialmente: ocho piedras en una hilera; un montón no encimado; 4 cubos horizontales y 4 cubos verticales. En la fase III el niño lanzaba pelotas (de 0 a 6) al payaso tragabolas y anotaba cuántas entraban.

Con base en los resultados este autor presenta un modelo de análisis que involucra una categorización de las notaciones realizadas por los niños. Esta categorización se encuentra esquematizada en el siguiente cuadro:



Bollás (1994:20) concluyó que “el simbolismo en el niño, expresado a través de los significantes gráficos no convencionales se caracteriza por la presencia de los aspectos cualitativos en el momento de la representación de las cantidades”. Las producciones pictográficas y mixtas dan evidencia de dicha presencia.

Las características cualitativas (pictográficas) predominan en las producciones gráficas encontradas; a través de estas características se va estableciendo progresivamente la correspondencia biunívoca (cualificada).

De esta manera Bollás encontró que abstraer las cualidades y, al mismo tiempo establecer una correspondencia, es un paso significativo en la apropiación de las representaciones convencionales, dado que los niños usualmente representan un numeral por cada elemento del modelo que se les presenta. “Ya que la cantidad se encuentra contenida en la cualidad de los elementos, la representación gráfica de las cantidades constituye un aspecto del pensamiento matemático infantil que se relaciona directamente con la escritura de los numerales” (Bollás, 1994: 21).

Sinclair, Mello y Siegrist (1988) efectuaron un estudio en el que interrogaron a 45 niños, divididos en tres grupos de edad: 15 de 4:0, 15 de 5:0 y 15 de 6:0 años. Presentaron a los niños conjuntos de objetos idénticos (casitas, botones, etc.). Variando la cardinalidad de los objetos de 1 a 8; éstos eran colocados en una mesa frente al niño, sin orden o disposición particular, solicitándole que anotara la cantidad de los conjuntos.

Se realizaron sugerencias y contra sugerencias de tiempo en tiempo, en relación con la producción del niño, tales como: “¿puedes escribir en la hoja lo que hay sobre la

mesa?, ¿puede alguien leer lo que acabas de anotar? (sí/no) ¿por qué? Dichas sugerencias y contra sugerencias buscaban incitar al niño a justificar sus respuestas.

Más adelante se pidió a los niños “más aptos” que anotaran cantidades de colecciones no presentes tales como tres conejos, cuatro elefantes, etc. En todos los casos se llevó a cabo un período de introducción, en forma de situación de juego, el cual tenía una triple función: familiarizar al niño con el entrevistador, permitir a éste último conocer el estilo y nivel de las respuestas del niño para, finalmente, igualar el vocabulario a usar durante la entrevista. Se emplearon preguntas tales como: “Cuántos dedos tienes en (las manos/ en los pies)”, “¿Tú sabes contar?”, “¿sabes dibujar?”, “¿sabes escribir?”, “¿tu papá cuenta?”, y otras más. Estos investigadores establecieron cinco categorías para las producciones que los niños realizaron, a las que denominaron:

- Representación global de la cantidad
- Representación de una sola figura
- Correspondencia término a término
  - Grafismos icónicos
  - Grafismos abstractos
- Aparición de las cifras
  - Cardinales
- Cifra y escritura.

En la representación global de la cantidad los niños produjeron, para los diversos conjuntos, una serie de grafías generalmente ligadas. El número de grafías disminuye conforme el número que integra al conjunto es menor. Las autoras suponen que el niño está mostrando en forma global la cantidad de los objetos. En la categoría de una sola figura se conjuntaron las producciones en las que el niño empleaba la forma del objeto que va a ser notado. En este estudio se encontró que esta forma de notación era igualmente usada junto a otro tipo de notaciones. En la tercera categoría aparece la correspondencia término a término; consiste en que se anota una grafía por cada objeto que se va a representar. Esta grafía puede ser icónica (la forma de los objetos) o no icónica (rayas, círculos, etc.). En esta categoría se encontraron el mayor número de producciones. En la categoría siguiente aparecen las cifras, pero el niño anota tantas cifras como elementos debe representar. Estas cifras pueden o no aparecer en el orden correcto (para tres elementos 1.2.3; 1, 4, 5) o bien repetirse (4, 4, 4). Este tipo de producciones difieren de aquellas en las que sólo se emplea el cardinal, (categoría cinco) o el cardinal y el nombre de los objetos (categoría seis).

El análisis que llevan a cabo todos los investigadores anteriores permitió asegurar que un aprendizaje adecuado del sistema notacional puede contribuir a una comprensión de los conceptos matemáticos, aunque consideraron que no se da orden evolutivo en la adquisición de este sistema, ya que las formas de representación no son exclusivas de un grupo de edad determinado.

Sin embargo, Tolchinsky (1991 y 1993) sostiene una posición totalmente contraria a estas afirmaciones. A pesar de haber dirigido sus estudios fundamentalmente a la definición del proceso de adquisición del lenguaje escrito, éstos han generado importantes e interesantes planteamientos en el área de la adquisición del sistema de notación numérico. En sus investigaciones, a pesar de que los niños produjeron

notaciones diferenciadas para cada sistema, algunos de ellos recurrieron al dibujo y muchos otros usaron la escritura para reflejar diferencias de cantidad. Estos resultados fueron interpretados como una búsqueda de explicitación externa, a falta de explicitación interna. Es decir, se pensó que los niños recurrirían a formas notacionales más explícitas porque el conocimiento de las diferencias formales aún no está internamente elaborado. Se supo entonces que la diferenciación y adecuación “funcional” sólo se produciría una vez que las restricciones sintácticas y semánticas que los niños mostraban en su conducta se explicitaran internamente. Para verificar esta suposición, se recurrió a una situación de “transgresión” de notaciones. Los resultados indicaron que los niños que pudieron transgredir produjeron inscripciones adecuadas funcionalmente, tanto para escritura como para número. Respecto a los aspectos sintácticos, su explicación interna no es suficiente para que el niño pueda producir inscripciones funcionalmente diferenciadas (Tolchinsky, 1993:310)

De esta manera, para Tolchinsky es difícil aceptar que en investigaciones anteriores no se haya encontrado ningún orden evolutivo en las notaciones, supone que estos trabajos no han evidenciado que *la diferenciación del conocimiento en sí y el conocimiento instrumental ayudará a la jerarquización de estos comportamientos notacionales.*

## MÉTODO

La presente investigación buscó, no sólo estudiar las características de las hipótesis que los niños se formulan respecto de nuestro sistema numérico de notación, sino también identificar en los ambientes familiares y escolares los posibles factores que influyen en la elaboración y calidad de estas hipótesis.

Los supuestos que fundamentan nuestras decisiones metodológicas en esta investigación son los siguientes:

- ya que ningún conocimiento parte de cero, la mejor forma de entender las producciones de los niños será estudiando su desarrollo *psicogenético*.
- toda manifestación del sujeto es el resultado de su particular forma de *reconstrucción* del sistema, pero ésta compartirá algunas características con las producciones de otros individuos, en virtud de estar ambas producciones influidas por factores sociales - culturales semejantes.
- la evaluación del nivel de conocimiento a partir de la manifestación gráfica y oral implica un trabajo más completo que recurrir a la sola verbalización.
- los “errores” no son ilógicos, sino que responden a la aplicación de ciertas reglas, son resultados de procedimientos que los niños han construido.

Las *preguntas de investigación* que este trabajo pretende contestar las planteamos de la manera siguiente:

- ¿Cuáles son las características de las hipótesis que el niño manifiesta respecto de la notación matemática convencional?
- ¿Qué factores están relacionados con la construcción de estas hipótesis?

- ¿Existen etapas sucesivas en la construcción de las hipótesis?

La *tesis* que orienta la investigación señala que los niños que viven en ambientes alfabetizados presentan un conocimiento más cercano al convencional, independientemente de su sexo. Asimismo destaca que la edad y la condición socioeconómica son factores que pueden condicionar el tipo de comprensión del sistema y su uso funcional; por ello se plantearon las siguientes *hipótesis*:

- Ocurren diferencias en el tipo de comportamientos notacionales en los niños de 4 y 6 años acerca del sistema de numeración, ya que los aspectos gráficos, sintácticos, semánticos y pragmáticos del sistema se perciben y construyen de manera diferente en función del grado de experiencia de los niños con respecto del sistema, por tanto:

\*Existe un orden evolutivo en los comportamientos notacionales que los niños preescolares manifiestan respecto de este sistema y

\*Es posible establecer categorías entre estos comportamientos notacionales

La investigación se realizó dentro del enfoque cuanti - cualitativo, por dos razones: una, el propio carácter del objeto de estudio ya que a la fecha carecemos de herramientas que faciliten la exploración, con cierto grado de validez, de las representaciones mentales de los seres humanos. Únicamente la entrevista clínica lo ha permitido; dos, los estudios llevados a cabo a la fecha evidencian la necesidad de efectuar, aún, estudios de carácter exploratorio que validen las categorías de análisis hasta ahora propuestas.

El estudio fue transversal - comparativo ya que las restricciones de tiempo obligaron a efectuar entrevistas individuales a cada uno de los niños, una sola vez, contrastando las respuestas dadas por los niños de 4:6 versus los de 6 en la búsqueda de elementos que permitieran evidenciar cierta continuidad evolutiva.

## PROCEDIMIENTO

Con base en la revisión de la literatura disponible, se establecieron cuatro *fases* dentro de la investigación; en cada una de ellas se trabajó con situaciones de exploración e instrumentos particulares, en función de los objetivos que se pretendían alcanzar:

- **La Fase o situación de exploración I**, denominada *Trabajo con portadores de texto*, pretendió explorar el reconocimiento de diferentes sistemas por parte del niño, así como la asignación de funciones que otorga a cada uno. En esta fase fueron empleados los siguientes portadores de texto:

El procedimiento en esta fase fue el siguiente:

Se mostró al niño cada uno de los portadores (en el orden registrado anteriormente), planteándole consignas tales como:

- |   |
|---|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>- ¿Sabes qué es esto?</li> <li>- ¿En esta (e) (bolsa, etiqueta, libro, o como el niño los nombre) dónde se puede leer?</li> <li>- ¿Cómo sabes que allí se puede leer?</li> <li>- ¿Dónde no se puede leer?</li> </ul> |
|---|

- ¿Cómo lo sabes?
- Y esto (señalando números) ¿Qué es?
- Y ¿cómo es que lo sabes?
- ¿Para qué están allí?
- Y esto (señalando un ícono)
- ¿Para qué lo pusieron?
- Oye, ¿esta (letra) es igual a este (número)?
- ¿Por qué son (iguales/diferentes)?

- \* **La Fase o situación de exploración II**, llamada *Clasificación de tarjetas*, buscó establecer las diferencias que los niños encontraban entre los elementos y la sintaxis de los sistemas escrito, numérico e icónico. Consistió en presentar al niño 40 tarjetas: 10 con elementos aislados de escritura (grafías), 10 con elementos de notación numérica (números arábigos), 5 con combinaciones de elementos de escritura, 5 con cifras diferentes y 10 que incluían iconos, signos de puntuación y el código de barras, para que las clasificara en “tarjetas que no sirven para escribir” y “tarjetas que no sirven para contar”.
- \* **La Fase o situación de exploración III**, llamada *Trabajo con objetos y cajas*, presentó a los niños situaciones de escritura que permitieran elicitación tanto sus hipótesis respecto de los sistemas de escritura y de notación numérica, como evidenciar su nivel de manejo convencional. Esta fase consistió en pedir a los niños que anotaran el contenido de cada caja en una etiqueta. Se proporcionó secuencialmente a los niños 8 cajas que contenían: 2, 3, 4, 8, 10 y 11 canicas; otra con 4 palitos y una más sin nada dentro, solicitándole que anotara en la etiqueta que estaba en la tapa de la caja “algo para que nos acordemos de lo que estaba allí”. Al finalizar la notación de todas las cajas se preguntó al niño “oye y ¿si yo cambio las tapas de las cajas?”. Más adelante se le mostraban sus producciones por pares evidenciando similitudes y diferencias en las notaciones y preguntándole por la razón de las mismas: “Mira aquí anotaste cuatro canicas y aquí cuatro palitos, pero el número no es el mismo”; o bien: “Aquí anotaste ocho canicas y aquí diez canicas, pero anotaste lo mismo”.
- \* **La IV y última Fase o situación de exploración**, denominada *Producción a partir de tarjetas*, tuvo un propósito similar a la anterior: elicitación de las hipótesis del niño respecto de los sistemas de escritura y numeración ante objetos, personas y cosas muy diversas entre sí, por sus características y por su cantidad. Se trabajó con siete pares de tarjetas que muestran diferentes objetos, personas y cosas dibujados:

2	casas	11	casas
3	perros	13	perros
7	árboles	16	árboles
6	caballos	6	coches
12	ratones	21	ratones
1	flor	1	paraguas

Todas las entrevistas se video grabaron.

### **La muestra y el corpus.**

Con el objeto de conformar el corpus de la investigación se entrevistaron a 16 niños distribuidos de la siguiente manera según su edad y procedencia:

- \* 4 niños de 4:6 años procedentes de un colegio particular
- \* 4 niños de 6:0 años procedentes de un colegio particular
  
- \* 4 niños de 4:6 años procedentes de una guardería estatal
- \* 4 niños de 6:0 años procedentes de una guardería estatal

El *corpus* está integrado por los *Comportamientos notacionales* definidos como aquellas expresiones lingüísticas y gráficas manifestadas por los niños respecto del sistema de notación numérico de nuestra cultura, producidas en cuatro momentos diferentes:

- en el trabajo de clasificación de tarjetas que “sirven para contar”.
- ante la visualización de los tres portadores de texto.
- en respuesta a la petición de anotar lo que hay dentro de las cajas.
- en respuesta a la petición de que anoten cuántos (personas, animales o cosas) hay en cada una de las tarjetas que se les presentan.

Los niños fueron entrevistados al inicio de la jornada, alrededor de las nueve de la mañana, antes de incorporarse a sus actividades escolares, en el espacio diferente del salón de clase.

## RESULTADOS Y CONCLUSIONES

### ***Producciones de los niños y análisis de sus respuestas***

#### Situación de exploración I

Todos los niños de ambos grupos fueron capaces de reconocer tanto al sistema de escritura como al sistema numérico en todos los portadores de texto que les fueron presentados, así como de identificar las diferencias funcionales de cada uno, si bien no todos fueron capaces de justificar sus respuestas en cada caso. Resultó evidente que el portador de las papas fritas fue con el que mayormente pudieron emitir hipótesis certeras o muy cercanas respecto del sistema numérico: “es el precio”, “es la cantidad de papas”, “es el premio que ganas”.

En relación con la pregunta del uso de este sistema por papá o mamá, un poco más de la mitad de los niños de ambos grupos evidenció su uso tanto en casa como en el trabajo de los padres.

#### Situación de exploración II

En la clasificación de tarjetas, sólo dos de los dieciséis niños comprendieron adecuadamente la consigna (“pon las tarjetas que NO sirven para contar en este lado y las que NO sirven para escribir en este otro”), por lo que ésta tuvo que cambiarse a “pon las tarjetas que sirven para contar en este lado y las que sirven para escribir en este otro”.

Cuatro de los niños del grupo de cuatro años y medio identificó la tarjeta &%&///// como propia para escribir, situación quizá muy relacionada a que en el Colegio al que asisten

están trabajando con letra ligada y ellos pudieran haberla identificado como una palabra. Al cuestionar a una de la niñas respecto de su significado, indicó: “Dice ... mmm... no entiendo bien pero dice como mano o algo así”.

Las tarjetas de los números repetidos (444, 222) o con letras repetidas (TTT) y el código de barras fueron los que se clasificaron mayormente como en conflicto, porque a decir de los niños: “nos se puede poner de esta manera”.

Los signos de interrogación fueron considerados como letras por los niños del grupo de seis años, pertenecientes al jardín de niños público, a diferencia de lo expresados por ambos grupos de edad de los niños del colegio particular, quienes en su mayoría lo identificaron para escribir porque: “se ponen en los cuentos”.

Tres de los niños de cuatro años y medio realizaron la clasificación en su totalidad, en tanto que el resto cometió múltiples errores, olvidando frecuentemente las categorías en las que deberían clasificar a las tarjetas.

#### Situación de exploración III y Situación de exploración IV

En estas situaciones de exploración es en donde resulta más evidente la diferencia en los dos grupos de edad. Mientras que en el segundo grupo de edad, de ambas escuelas (pública y privada), aparecen notaciones numéricas francamente diferenciadas tanto de la escritura como del dibujo, que incluso cumplen adecuadamente con las propiedades sintácticas del sistema, en grupo de edad de los cuatro años y medio, las producciones son muy diversas y sobre todo apoyadas por el dibujo.

Pudo observarse que la mayoría de las producciones no difirieron de una situación de exploración a otra, sin embargo en tres casos las producciones fueron notacionalmente diferentes en cada una de ellas, hecho que habría que analizar con más detenimiento en forma posterior.

La mayoría de los niños pudo representar el cero como la falta de elementos en un conjunto. La diversidad de respuestas fue desde una equis hasta anotarlo en forma convencional. Los niños demuestran, al igual que en estudios anteriores (Hughes, 1987), que este concepto no les es más difícil de representar que cualquier otro de los que se les solicitó representar.

Respecto del dominio de los principios de la notación numérica, encontramos que todos los niños manejan el de la abstracción, ya que al ser interrogados todos fueron capaces de enunciar adecuadamente cosas que se pueden contar. En oposición a lo anterior, se halló un manejo muy diverso de los principios de correspondencia, orden estable, cardinalidad e irrelevancia de orden en cada uno de los grupos de edad. Como era de esperar, sólo tres niños del grupo de seis años los maneja sin dificultad.

Sin duda, una de las evidencias más claras en esta investigación es la diferenciación funcional que todos los niños, de ambos grupos de edad, realizaron entre el dibujo y los elementos que pertenecen a los sistemas de escritura o notación.

En las cuatro situaciones de exploración pudo observarse que identificaron con claridad la diferencia entre un dibujo y las grafías de la escritura o las notaciones numéricas.

Aún en aquellos casos en los que recurrieron al dibujo para simbolizar, verbalizaron que lo que ejecutaban era un dibujo pues no conocían cómo realizar esta representación

con cualquiera de los otros sistemas. Es así que podemos afirmar que los sistemas de escritura y de notación numérica no son meras extensiones o derivaciones del dibujo sino que para el niño en esta edad representan dominios de conocimiento en sí mismos. Por otro lado, también resultó claro que los niños son capaces desde los cuatro años y medio, de realizar la diferenciación funcional entre los sistemas escrito y numérico. En todas las situaciones de exploración, tanto en el grupo de cuatro años seis meses, como los de seis años, ninguno de los niños confundió los usos que se le dan culturalmente a cada uno de estos sistemas. Esta investigación confirmó lo anterior al evidenciar que el dominio de las propiedades formales que diferencian cada uno de los sistemas está fuertemente vinculado al tipo de apoyo instruccional que el niño recibe. En todos los casos en los que los niños produjeron representaciones notacionales con características convencionales se observó la presencia y apoyo instruccional de un experto.

Anteriormente hemos señalado el vínculo que existe entre la efectividad del conteo y el dominio de los cinco principios que rigen al sistema de notación numérico convencional.

La abstracción y la correspondencia uno a uno han sido, por mucho tiempo, los únicos principios vinculados al estudio de las notaciones infantiles. Es así que investigaciones precedentes (Hughes y Tolchinsky, 1994) han identificado su importancia en sus estudios sobre la notación numérica, si bien la incorporación de los tres principios restantes (orden estable, cardinalidad e irrelevancia de orden) al análisis de las producciones no ha sido sistemática.

Intentando plantear un posible orden evolutivo a partir de las investigaciones precedentes realizamos el siguiente cuadro, en el que tratamos de situar las producciones de los niños de nuestra muestra. Sin embargo, encontramos que algunas de las producciones no podían ser categorizadas con este esquema, no sólo porque existen diferencias en los procedimientos empleados en estas investigaciones, sino además en las edades de los niños entrevistados. Por ello, consideramos importante tomar en cuenta, no sólo las características físicas de las producciones de los niños sino también su comportamiento notacional, esto es, si tocan al contar, si diferencian funcionalmente al sistema de notación del de escritura, en qué medida dominan los principios del sistema de notación, así como sus respuestas a las contra argumentaciones que se les plantearon (sus hipótesis respecto del sistema).

A partir de lo anterior proponemos el siguiente concentrado denominado *NIVELES DE DOMINIO DEL SISTEMA DE NOTACIÓN NUMÉRICO CONVENCIONAL*. En éste se pretende identificar un posible orden evolutivo de las representaciones numéricas de los niños desde el nivel 1, en donde no diferencia entre el dibujo y la notación numérica, hasta el nivel 6, en el que es capaz de anotar, escribir y dibujar, respetando la convencionalidad establecida para cada uno de los sistemas.

**NIVE**  
**LES DE DOMINIO DEL SISTEMA DE NOTACIÓN NUMÉRICO CONVENCIONAL**

NIV EL	CATEGORÍA	SUBCATEGORÍA	DESCRIPCIÓN
1	PICTOGRÁFICA	SIN CORRESPONDENCIA	El dibujo es parecido al modelo, sin dominio de la correspondencia uno a uno
		CON CORRESPONDENCIA 1	El dibujo es parecido al modelo, aparece la correspondencia en conjuntos menores a 5
		CON CORRESPONDENCIA 2	El dibujo es parecido al modelo, aparece la correspondencia en conjuntos entre 5 y 8
		CON CORRESPONDENCIA 3	El dibujo es parecido al modelo, aparece la correspondencia en conjuntos menores 8
		CON CORRESPONDENCIA 4	El dibujo es parecido al modelo, aparece la correspondencia en conjuntos mayores a 8
2	IDIOSINCRÁSICA		Aún cuando gráficamente no pueden diferenciarse ni reconocerse como números o grafías, el niño sí da muestra de una identificación funcional en sus trazos
3	MIXTA	A) SIN CORRESPONDENCIA	Notaciones numéricas mezcladas con dibujos. Se evidencia el principio de abstracción pero no de correspondencia
		B) CON CORRESPONDENCIA	Notaciones numéricas mezcladas con dibujos. Se evidencian los principios de abstracción ; en el conteo de correspondencia uno a uno y orden estable, en conjuntos menores a 10
		C) CON CORRESPONDENCIA Y CARDINALIDAD	Notaciones numéricas mezcladas con dibujos. Se evidencian los principios de abstracción ; en el conteo de correspondencia uno a uno , orden estable y cardinalidad, en conjuntos menores a 10
4	ICONICA	SIN DIFERENCIACION FUNCIONAL	Las producciones del niño son marcas arbitrarias que no guardan semejanza figural con el objeto. El niño no logra diferenciar sus producciones funcionalmente
		CON DIFERENCIACIÓN FUNCIONAL	Las producciones del niño son marcas arbitrarias que no guardan semejanza figural con el objeto. Si bien el niño diferencia sus producciones numéricas de las escritas de manera funcional
5	SIMBÓLICA 1		El niño anota sólo los numerales o nombre de los numerales, no aparece escritura , correspondencia uno a uno y cardinalidad
6	SIMBOLICA 2		Manejo convencional de los dos sistemas

\* Las categorías que están en blanco (para las que no se anota ningún ejemplo en el cuadro), aparecen así ya que en nuestro corpus los niños que fueron entrevistados no evidenciaron trabajo en esa categoría, no así en las investigaciones a las que se ha hecho mención previamente.

Obsérvese que existen en esta categorización tres grandes diferencias con las anteriormente planteadas por los autores referidos.

Primero, colocamos en el primer nivel a las **producciones pictográficas** porque, como bien señala Bollás (1995), éstas pertenecen a la categoría de símbolos gráficos, los cuales son construcciones particulares del sujeto que guardan una semejanza figurativa con el objeto a representar.

Segundo, suponemos que las producciones denominadas por Hughes idiosincrásicas (por Sastré (1982) conducta I y por Bollás (1994) estereotipadas), deben ser consideradas como signos que poseen un significante gráfico arbitrario, aunque si bien de carácter no convencional. Por ello, deben categorizarse en un nivel superior al pictográfico.

Por último, las producciones mixtas deben categorizarse en un nivel inferior a las denominadas producciones icónicas por Hughes (o las llamadas conductas II c por Sastre y Moreno). La razón para esta ubicación estriba en que en las producciones icónicas, realice el niño o no la diferenciación formal de los sistemas (numérico o de escritura), logra distinguir con claridad los numerales de las letras, situación que no ocurre con las producciones mixtas, en las que el niño las confunde o usa indistintamente.

El sistema de notación, como el sistema de escritura, representa para los niños no sólo un instrumento de conocimiento y aprendizaje sino un objeto de conocimiento en sí mismo. No obstante, es un hecho que existe una falta de coincidencia entre las conceptualizaciones “espontáneas” del niño y del sistema de símbolos que se exige que aprenda. La principal tarea que como educadores debemos plantearnos, derivada de esta investigación, es lograr esta coincidencia.

El conocimiento del sistema notacional (y en general de cualquier conocimiento matemático) no puede ser enseñado, sino que el niño o la niña es quien debe llegar, por sí mismo y a partir de la acción mental y de procedimientos de carácter intuitivo, fuertemente apoyados por el entorno social, a construir su significado. Por tanto el acento debe desplazarse de la enseñanza centrada en el dominio del instrumento y en su carácter formal, abstracto y arbitrario, a la enseñanza centrada en los procesos de construcción y reconstrucción de las propiedades del sistema, realizados por el niño, a través de los sucesivos estadios evolutivos.

Cada niño debe reconstruir no sólo el conocimiento lógico-matemático de la cultura a la que pertenece, sino desentrañar las propiedades de los instrumentos que esa cultura ha creado para la construcción y representación de esos conocimientos. Esta tarea debe partir del reconocimiento de cómo ocurren los procesos de construcción interna favorecidos por el conflicto cognitivo. La pregunta ahora es cómo pasar de los procedimientos formales a aquellas competencias que permitan llevar a cabo este reto. Creemos que en buena medida los resultados expuestos y analizados en este artículo pueden orientar una propuesta.

## REFERENCIAS

- Alsandrov, A. y col. (1976). *La matemática: su contenido, métodos y significado*. Madrid: Alianza Editorial.
- Álvarez A. y P. del Río (1990). *Educación y desarrollo: La teoría de Vigotsky y la zona de desarrollo próximo*. En C. Coll y col. (Comp.) *Desarrollo Psicológico y educación*. Tomo I. Madrid: Alianza Editorial.
- Baquero, R. (1996.) *Vigotsky y el aprendizaje escolar*. Buenos Aires: Aiqué.
- Baroody, A. (1993). *El pensamiento matemático de los niños. Un marco evolutivo para los maestros de preescolar, ciclo inicial y educación preescolar*. Madrid: Visor.
- Barton, D. (1996). *Literacy. An introduction to ecology of written language*. Cambridge, Mass: Blackwell Press.
- Benveniste, E. (1991). *Problemas de lingüística General I*. México: Siglo XXI.
- Benveniste, E. (1974). *Problemas de lingüística General II*. México: Siglo XXI.
- Bollás, P. y M. A. Sánchez. (1994). *De la cualidad a la cantidad en la representación gráfica de cantidades*. En Educación matemática Vol. VI Num.3 Abril. México.
- Bruner J. (1986). *Acción, pensamiento y lenguaje*. Madrid: Alianza.
- Bruner, J. (1986). *Realidad mental y mundos posibles*. Barcelona: Gedisa.
- Castorina, J. A. y otros (1996). *Piaget - Vigotsky: contribuciones para replantear el debate*. México: Paidós.
- Coll, C. (1983). *Psicología genética y aprendizaje escolar*. Barcelona: Siglo XXI.
- Coll, C. (2001). *Un marco de referencia psicológico para la educación escolar: la concepción constructivista del aprendizaje y de la enseñanza* en C. Coll y col. (Comp.). *Desarrollo Psicológico y educación* Tomo I. Madrid: Alianza Editorial.
- Del Río, N. (Comp.) (1993). *Experiencia y organización cerebral*. México: UAM.
- Del Río P. (1999) *Pásame la brújula*. Un ejemplo de metodología histórico-cultural en la enseñanza de las matemáticas. *Comunicación, lenguaje y educación* (p. 11-12). Barcelona: UC.
- Edwards, D. y N. Mercer (1994). *El conocimiento compartido. Desarrollo de la comprensión en el aula*. Barcelona: Paidós.
- Ferreiro, E. y otros (1979). *El niño preescolar y su comprensión del sistema de escritura*. Dirección General de Educación Especial, México: SEP.
- Flavell, J. (1991). *Cognitive Development*. New Jersey: Prentice Hall.
- Fuenlabrada, I. e I. Sainz.(1987). *Sistema de numeración, suma y resta*. México: DIE –CINESTAV.
- Hass W. (1996). *Sobre la escritura de los números*. En Nina Catach (Comp.) *Hacia una teoría de la lengua escrita*. Barcelona : Gedisa.
- Gómez Palacio, M. y otros (1983). *Prueba "Monterrey" para grupos integrados*. Dirección General de Educación Especial, México: SEP.
- Greimas A.J. Y J. Courtés (1982). *Semiótica. Diccionario razonado de la teoría del lenguaje*. Madrid: Gredos.
- Hughes , M. (1987). *Los niños y los números*. Barcelona: Paidós.
- Inhelder, B. (1975). *Aprendizaje y estructuras de conocimiento*. Madrid: Morata.
- Kamii, C. (1995). *El número en la educación preescolar*. Madrid: Visor.
- Kamii, C. (1985). *El niño reinventa la aritmética*. Madrid: Visor.
- Kuntzmann, B. (1983). *¿A dónde va la matemática?* México: Siglo XXI.
- Labinowicz, E. (1985). *El conteo en los primeros años. Capacidades y limitaciones*. Nueva York: Addison Wesley
- Leal, A. (1987). *Construcción de sistemas simbólicos: la lengua escrita como creación*. Barcelona: Gedisa.
- Lerner, D. (1977). *Clasificación, seriación y concepto de número*. Consejo venezolano del niño, Venezuela: UCV.
- Lovell, K. (1986). *Desarrollo de los conceptos básicos matemáticos y científicos en los niños*. Madrid: Morata.
- Martí, E. (1999). *Esto no es un dibujo. Las primeras distinciones entre sistemas notacionales*. En J.I. Pozo y C. Monereo. *El aprendizaje estratégico*. Madrid: Santillana
- Martínez, M. (1989). *Comportamiento humano: nuevos métodos de investigación*. México: Trillas.
- Mira, M. R. (1989). *Matemática viva en el parvulario*. Barcelona: CEAC.
- Moreno M. (Comp.) (1988). *Ciencia, aprendizaje y comunicación*. Barcelona: Laia.
- Moreno, M. (Comp.) (1997). *La Pedagogía Operatoria*. Barcelona: Laia.

- Moreno, M. y G. Sastre (1993). **Aprendizaje y desarrollo intelectual**. Barcelona: Laia.
- Morris, Charles (1985). **Fundamentos de la teoría de los signos**. México: Paidós.
- Navarrete, M. y col. (1976). **Matemática y realidad**. México: SEP-Setentas.
- Nemirosky, M. (1985). **La matemática ¿es un lenguaje?**. En M.A. Álvarez., *Acerca de la numeración. Reflexiones y propuestas*. México: DIE CINVESTAV
- Nemerosky, M. y A. Carvajal (1987). **¿Qué es el número?** En *Contenidos de aprendizaje*. México: SEP - UPN.
- Not, L. (1983). **Las pedagogías del conocimiento**. México: Fondo de Cultura Económica.
- Peltier, M. L. (1995). **Tendencias de la investigación en didáctica de las matemáticas y los números en Francia** .En *Educación matemática* Vol. VII, Num. 2, Agosto.
- Perinat, A. (2003). **Psicología del desarrollo. Un enfoque sistémico**. Barcelona: EDIUOC.
- Piaget, J. (1982). **La formación del símbolo en el niño**. México: Fondo de Cultura Económica.
- Piaget, J. y A. Szrnmska (1982). **La Génesis del número en el niño**. Barcelona: Paidós.
- Resnick, L. y W. Ford (1990). **La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos**. Barcelona: Paidós.
- Riviere, A. (1996). **La Teoría cognitiva social del aprendizaje: implicaciones educativas**. En Cesar Coll y col. (Comp.). *Desarrollo Psicológico y educación*. Tomo I. Madrid: Alianza Editorial.
- Riviere, A. (1990). **Problemas y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas: una perspectiva cognitiva**. En Álvaro Marchesi y col. (Comp.). *Psicología evolutiva Tomo 1 Teorías y métodos*. Madrid: Alianza Editorial.
- Sáinz, I. (1981). **Acerca de la numeración. Reflexiones y propuestas**. México: DIE- CINVESTAV- IPN.
- Sastre, G. (1982). **Aprendizaje de los signos aritméticos y su generalización**. Barcelona, CEAC.
- Saussure, F. (1983). **Curso de lingüística General**. México: Fondo de Cultura Económica.
- Sinclair, H., D. Mello y F. Siegrist (1982). **La notation numérica en el infante**. En E. H. Lenneberg, (Comp.) *Fundamentos del desarrollo del lenguaje*. Universidad de Madrid: Alianza.
- Skemp, R. (1980). **Psicología del aprendizaje de las matemáticas**. Madrid: Morata.
- Tolchinsky, L. (1993). **Aprendizaje del lenguaje escrito. Procesos evolutivos e implicaciones didácticas**. Barcelona: Antrhopos UPN
- Vigotsky, L. (1988). **El desarrollo de los procesos psicológicos superiores**. Barcelona: Grijalbo.
- Waldegg, G. **Sobre el origen y significado de los números** en *Básica* Año III mayo - junio de 1996, número 11.
- Wertsch, J. (1988) **Vigotsky y la formación social de la mente**. Barcelona: Paidós.