



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
CENTRO DE INNOVACIÓN Y DESARROLLO
TECNOLÓGICO EN CÓMPUTO



Sintonización óptima fuera de línea multi-objetivo del control disparado por eventos aplicado a sistemas robóticos

Tesis que para obtener el grado de

Doctor en Ingeniería de Sistemas Robóticos y Mecatrónicos

Presenta

Saul Enrique Benitez Garcia

Directores

Dr. Miguel Gabriel Villarreal Cervantes

Dr. Efrén Mezura Montes



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

ACTA DE REGISTRO DE TEMA DE TESIS Y DESIGNACIÓN DE DIRECTOR DE TESIS

Ciudad de México, a 19 de agosto del 2019

El Colegio de Profesores de Posgrado del **Centro de Innovación y Desarrollo Tecnológico en su Sesión de Cómputo** (Unidad Académica)

Ordinaria No. 08 celebrada el día 12 del mes de agosto de 2019, conoció la solicitud presentada por el (la) alumno (a):

Apellido Paterno:	BENITEZ	Apellido Materno:	GARCIA	Nombre (s):	SAUL ENRIQUE
-------------------	---------	-------------------	--------	-------------	--------------

Número de registro: A 1 9 0 7 7 6

del Programa Académico de Posgrado: **Doctorado en Ingeniería de Sistemas Robóticos y Mecatrónicos**

Referente al registro de su tema de tesis, acordando lo siguiente:

1.- Se designa al aspirante el tema de tesis titulado:

Sintonización óptima fuera de línea multi-objetivo del control disparado por eventos aplicado a sistemas robóticos

Objetivo general del trabajo de tesis:

Incorporar de manera sinérgica el número de activaciones de evento, así como el error de regulación en la sintonización del control disparado por eventos a través de un enfoque de optimización multi-objetivo aplicado al menos a un sistema robótico.

2.- Se designa como Directores de Tesis a los profesores:

Director: **DR. MIGUEL GABRIEL VILLARREAL CERVANTES** 2° Director: **DR. EFRÉN MEZURA MONTES**
No aplica

3.- El Trabajo de investigación base para el desarrollo de la tesis será elaborado por el alumno en:

CIDETEC

que cuenta con los recursos e infraestructura necesarios.

4.- El interesado deberá asistir a los seminarios desarrollados en el área de adscripción del trabajo desde la fecha en que se suscribe la presente, hasta la aprobación de la versión completa de la tesis por parte de la Comisión Revisora correspondiente.

Director de Tesis

DR. MIGUEL GABRIEL VILLARREAL CERVANTES

Aspirante

M. EN T.C. SAUL ENRIQUE BENITEZ GARCIA

2° Director de Tesis

DR. EFRÉN MEZURA MONTES

Presidente del Colegio



DR. ITZAMÁ LÓPEZ YÁÑEZ . P.



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

SIP-14
 REP 2017

ACTA DE REVISIÓN DE TESIS

En la Ciudad de siendo las horas del día del mes de del se reunieron los miembros de la Comisión revisora de la Tesis, designada por el Colegio de Profesores de Posgrado del para examinar la tesis titulada:

del alumno:

Apellido Paterno:	BENITEZ	Apellido Materno:	GARCIA	Nombre (s):	SAUL ENRIQUE
-------------------	----------------	-------------------	---------------	-------------	---------------------

Número de registro:

Aspirante del Programa Académico de Posgrado:

Una vez que se realizó un análisis de similitud de texto, utilizando el software antiplagio, se encontró que el trabajo de tesis tiene 14 % de similitud. **Se adjunta reporte de software utilizado.**

Después que esta Comisión revisó exhaustivamente el contenido, estructura, intención y ubicación de los textos de la tesis identificados como coincidentes con otros documentos, concluyó que en el presente trabajo SI NO **SE CONSTITUYE UN POSIBLE PLAGIO.**

JUSTIFICACIÓN DE LA CONCLUSIÓN:

El 14% de similitud encontrado se debe a coincidencias de formato y trabajos publicados por el estudiante

****Es responsabilidad del alumno como autor de la tesis la verificación antiplagio, y del Director o Directores de tesis el análisis del % de similitud para establecer el riesgo o la existencia de un posible plagio.**

Finalmente, y posterior a la lectura, revisión individual, así como el análisis e intercambio de opiniones, los miembros de la Comisión manifestaron **APROBAR** **SUSPENDER** **NO APROBAR** la tesis por **UNANIMIDAD** o **MAYORÍA** en virtud de los motivos siguientes:

El documento satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes

Comisión Revisora de Tesis

DR. MIGUEL GABRIEL VILLARREAL CERVANTES
 DIRECTOR DE TESIS, PRIMER VOCAL

DR. LEONEL GERMÁN CORONA RAMÍREZ
 PRESIDENTE

DR. OSCAR OCTAVIO GUTIÉRREZ FRÍAS
 SECRETARIO

DR. EFREN MEZURA MONTES
 DIRECTOR DE TESIS, SEGUNDO VOCAL EXTERNO

DR. JOSÉ FERMI GUERRERO CASTELLANOS
 TERCER VOCAL EXTERNO

DR. ITZAMÁ LÓPEZ YÁÑEZ
 Presidente del Colegio de Profesores
 INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
 CENTRO DE INNOVACIÓN Y DESARROLLO
 TECNOLÓGICO EN COMPUTO



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

CARTA DE AUTORIZACIÓN DE USO DE OBRA PARA DIFUSIÓN

En la Ciudad de México el día **17** del mes de **junio** del año **2022**, el que suscribe **Saul Enrique Benitez Garcia** alumno del programa de **Doctorado en Ingeniería de Sistemas Robóticos y Mecatrónicos** con número de registro **A190776**, adscrito al **Centro de Innovación y Desarrollo Tecnológico en Cómputo**, manifiesta que es autor(a) intelectual del presente trabajo de tesis bajo la dirección del **Dr. Miguel Gabriel Villarreal** y el **Dr. Efrén Mezura Montes** cede los derechos del trabajo intitulado **Sintonización óptima fuera de línea multi-objetivo del control disparado por eventos aplicado a sistemas robóticos**, al Instituto Politécnico Nacional, para su difusión con fines académicos y de investigación.

Los usuarios de la información no deben reproducir el contenido textual, gráficas o datos del trabajo sin el permiso expresado del autor y/o director. Este puede ser obtenido escribiendo a las siguiente(s) direcciones de correo: sbenitezg1100@alumno.ipn.mx, mvillarrealc@ipn.mx, emezura@uv.mx. Si el permiso se otorga, al usuario deberá dar agradecimiento correspondiente y citar la fuente de este.

Saul Enrique Benitez Garcia

Dedicatoria

A mis hijos Natalia y Emiliano

A mi esposa y compañera de vida Elizabeth.

Esta tesis se la dedico a mis padres, Onésimo y Enriqueta.

A mis hermanos, Luis y Judith.

Agradecimientos

A mis hijos Natalia y Emiliano, por ser la mayor motivación de mi esfuerzo y de mis deseos de ser alguien mejor.

A mi esposa y compañera de vida Elizabeth, por su apoyo y amor que me brinda día con día para alcanzar nuevas metas.

A mis padres, Onésimo y Enriqueta, por su amor, sus sabios consejos, por creer en mi y su apoyo incondicional, sin los cuales este logro no hubiese sido posible.

A mis hermanos, Luis y Judith, por sus bromas, su cariño, apoyo y consejos, y además por enseñarme lo valioso de una familia.

A mis asesores, el Dr. Miguel Villarreal y el Dr. Efrén Mezura, por sus aportes, críticas, comentarios y sugerencias para el desarrollo de este proyecto.

A mis compañeros del LDMO, Omar, Alejandro, Josué, Alam, Axel, Aldo, Pedro, Saúl, Roberto, Francisco, Ricardo, Erick, Dario y Said, que en algún momento en el desarrollo de este trabajo me brindaron su conocimiento y apoyo.

Finalmente, agradezco al Consejo nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), por haberme otorgado una beca para realizar estos estudios de Doctorado. Al Instituto Politécnico Nacional (IPN) y a la Secretaria de Investigación y Posgrado del IPN por las becas BEIFI mediante el proyecto 20190239, 20200150, 20210374 y 20220255. Además al Centro de Innovación y Desarrollo Tecnológico en Computo del IPN (CIDETEC).

Resumen

Los sistemas actuales de control por computadora emplean principalmente un esquema de control disparado por tiempo, el cual actualiza periódicamente la señal de control, manteniendo una comunicación periódica entre los elementos que componen al sistema de control. Esto produce un muestreo redundante de la información de la planta, principalmente cuando el sistema ha alcanzado el estado estable, causando que los recursos de cómputo no se empleen adecuadamente. Para mitigar este comportamiento, surgen el esquema de control disparado por eventos, que propone reducir el empleo del canal de comunicación mediante el cálculo esporádico o aperiódico de la señal de control. Sin embargo, este esquema de control, al igual que su contraparte, requiere de un conjunto de parámetros que deben ser sintonizados para ofrecer un comportamiento adecuado para la tarea de control. En este trabajo de investigación, mediante un enfoque de optimización multi-objetivo, se propone realizar la sintonización de un control disparado por eventos para sistemas robóticos. El enfoque propuesto consiste, primeramente, en el planteamiento de un problema de optimización multi-objetivo, que considera la minimización del error de estabilización y la cantidad de ocurrencias donde la señal de control se actualiza para estabilizar al sistema durante una tarea de control de regulación. Posteriormente el problema matemático de optimización multi-objetivo se resuelve mediante un conjunto de técnicas de optimización multi-objetivo, que emplean diferentes enfoques de búsqueda para localizar y proporcionar las soluciones más prometedoras para resolver el problema de sintonización propuesto. Finalmente, con el propósito de develar la efectividad del control disparado por eventos, sintonizado mediante el enfoque de optimización propuesto, desde el punto de vista de optimización y de ingeniería de control, se lleva a cabo un análisis cuantitativo y cualitativo de las soluciones obtenidas. Los resultados han mostrado que el método de búsqueda basado en dominancia de Pareto proporciona las soluciones más prometedoras para resolver el problema de optimización propuesto, además de mantener un rendimiento competitivo y, en algunos casos sobresaliente ante variaciones en el entorno donde el robot manipulador se desenvuelve, esto en comparación con otros enfoques de búsqueda. Adicionalmente, los resultados develan que el control disparado por eventos sintonizado mediante un enfoque de optimización multi-objetivo mantiene un rendimiento competitivo en comparación con el control disparado por tiempo, al man-

tener el error de estabilización dentro de un umbral del $\pm 1\%$ en estado estable. Mientras mantiene este rendimiento, el control disparado por eventos logra reducir el porcentaje de eventos desde un 39.9% hasta en un 97%, así como el consumo energético desde 19.3% hasta el 41.1% y las variaciones de la señal de control desde el 32.8% hasta el 98.4%. Estos resultados señalan que, el enfoque propuesto en este trabajo para la sintonización del control disparado por eventos obtiene un menor uso de los recursos de cómputo, menor consumo energético y menor desgaste en los componentes mecánicos y electrónicos de potencia, reduciendo así costes económicos e impacto ambiental.

Abstract

The time-triggered control is the most common scheme in the current computed-control systems, which periodically updates the control signal holding a periodic communication among the control system devices. Unfortunately, such behavior allows an unnecessary plant's redundant sampling information, mainly when the control system has already reached the steady-state, whereby the computational resources are not used efficiently. Then, the event-triggered control emerges as a promising solution to solve the unnecessary sampling information, which proposes decrement communication channel usage by a sporadic or aperiodic computation of the control signal. However, as its opposite control scheme, the event-triggered control scheme requires a set of parameters that must be tuned to successfully do the required control task. Therefore, this research proposes developing the event-triggered controller tuning for robotic systems using a multi-objective optimization approach. This proposed approach involves the multi-objective optimization problem statement for the event-triggered control tuning, which considers the minimization of the stabilization error and the control signal activations amount for stabilization tasks. Afterward, a set of multi-objective optimization techniques are selected to solve the multi-objective optimization problem; those are based on different search methods to find and provide the most promising solutions that satisfy the proposed tuning problem. Finally, to unveil the effectiveness of the event-triggered control tuned by the proposed optimization approach, a quantitative and qualitative analysis is made of the obtained solutions from an optimization and engineering control point of view. Results have shown that the search method based on Pareto dominance provides the most promising solutions to solving the event-triggered controller tuning problem. Besides, the founded solutions by this search method maintain a competitive performance compared to other search methods. In addition, results reveal that the event-triggered control tuned by the proposed multi-objective optimization approach holds a competitive performance compared to the time-triggered control in maintaining the stabilization error inside the threshold of $\pm 1\%$ on steady-state. While event-triggered control keeps this performance, it also achieves decreases the events percentage from 39.9% to 97%, the energy consumption from 19.3% to 41.1%, and the control signal variations from 32.8% to 98.4%. Those results suggest, that the tuning approach proposed for the event-triggered controller, obtains

a lower computation resources usage, lower energy consumption, and lower wear of the system's mechanical and electronic power elements, thus diminishing economic charges and environmental impact.

Lista de acrónimos

CDE:	Control Disparado por Eventos
CDT:	Control Disparado por Tiempo
GdL:	Grados de Libertad
DNC:	Datos No Contundentes
UAV:	del inglés Unmanned Aerial Vehicle
PID:	Proporcional-Integral-Derivativo
PI:	Proporcional-Integral
ED:	Evolución Diferencial
AG:	Algoritmo Genético
CAD:	Convertidor Analógico-Digital
CDA:	Convertidor Digital-Analógico
MOGA:	del inglés Multi-Objective Genetic Algorithm
MODE:	del inglés Multi-Objective Differential Evolution
NSGA:	del inglés Non-dominated Sorting Genetic Algorithm
ITAE:	del inglés Integral Time-weighted Absolute Error
IAE:	del inglés Integral Absolute Error
ISE:	del inglés Integral Square Error
ST:	del inglés Settling Time
MOPSO:	del inglés Multi-Objective Particle Swarm Optimization
LQR:	del inglés Linear Quadratic Regulator
ADRC:	del inglés Active Disturbance Rejection Control
FOPID:	del inglés Fractional-Order Proportional-Integral-Derivative
SQP:	del inglés Sequential Quadratic Programming
SMS-EMOA:	del inglés S Metric Selection Evolutionary Multiobjective Optimisation Algorithm
MOEA/D-DE:	del inglés Multi-Objective Evolutionary Algorithm based on Decomposition and Differential Evolution

DA	Distancia de Agrupación
TB	Torneo Binario
ORND	Ordenamiento Rápido por No Dominancia
MP	Mutación Polinomial
SBX	del inglés Simulated Binary crossover
GDE:	del inglés Generalized Differential Evolution
BFA:	del inglés Bacterial Foraging Alorithm
ABC:	del inglés Artificial Bee Colony
MSI:	del inglés Minimal Sampling Interval
ER:	del inglés Error Rate
GD:	del inglés Generational Distance
GD:	del inglés Inverted Generational Distance
SP:	del inglés Spacing
HV:	del inglés Hypervolume

Índice general

1. Introducción	1
1.1. Planteamiento del problema	11
1.2. Justificación	12
1.3. Hipótesis	12
1.4. Objetivos	13
1.5. Contribuciones	13
1.6. Metodología	14
1.7. Producción científica	14
1.8. Organización del documento	15
2. Fundamentos	17
2.1. Introducción	17
2.2. Sistemas de control por computadora	17
2.3. Control disparado por eventos	21
2.3.1. Fórmula general para sistemas no lineales	22
2.4. Sintonización de controladores	23
2.5. Optimización multi-objetivo en ingeniería	24
2.5.1. Algoritmos evolutivos multi-objetivo	26
3. Sintonización óptima multi-objetivo del control disparado por eventos	31
3.1. Introducción	31
3.2. Establecimiento del problema de optimización	31
3.2.1. Modelo dinámico del robot manipulador y el sistema de control	31
3.2.2. Vector de parámetros de control	33
3.2.3. Función de desempeño	33
3.2.4. Restricciones de diseño	34
3.2.5. Formulación del problema de optimización	35

3.3.	Algoritmos de Optimización	35
3.3.1.	Enfoque de búsqueda basado en dominancia	36
3.3.2.	Enfoque de búsqueda basado en descomposición	38
3.3.3.	Enfoque de búsqueda basado en métrica	41
3.3.4.	Enfoque de búsqueda híbrido	41
3.4.	Técnicas de manejo de restricciones	44
3.4.1.	Técnica de manejo de restricciones funcionales	44
3.4.2.	Técnica de manejo de restricciones de límite	44
4.	Resultados	47
4.1.	Introducción	47
4.2.	Análisis estadístico de rendimiento de los algoritmos de optimización	48
4.2.1.	Condiciones del proceso de optimización	48
4.2.2.	Resultados del proceso de optimización	51
4.2.3.	Discusión general del análisis estadístico de los algoritmos de optimización	60
4.3.	Análisis comparativo del rendimiento del sistema de control considerando soluciones con diferentes algoritmos	61
4.3.1.	Condiciones de las pruebas en simulación	61
4.3.2.	Discusión del rendimiento del sistema de control activado por eventos con el enfoque de optimización propuesto considerando diferentes soluciones	63
4.4.	Análisis comparativo entre el enfoque de sintonización multi-objetivo con uno sin compromiso en el diseño	73
4.4.1.	Condiciones de las pruebas comparativas	73
4.4.2.	Resultados del análisis comparativo	75
5.	Conclusiones y trabajo futuro	83
5.1.	Conclusiones	83
5.2.	Trabajo futuro	86
A.	Modelo dinámico del robot manipulador	95

Índice de figuras

2.1.	Diagrama general de un sistema de control	18
2.2.	Estructura general de un sistema de control por computadora	19
2.3.	Esquemas de actualización de información en los sistemas de control por computadora	20
2.4.	Diagrama general del control disparado por eventos	21
2.5.	Espacios del problema de optimización multi-objetivo	26
4.1.	Diagrama esquemático del robot manipulador de tres grados de libertad.	49
4.2.	Frentes de Pareto acumulado.	52
4.3.	Distribución y tendencia central de HV dadas por los gráficos de caja.	54
4.4.	Intervalos de confianza en la métrica HV, considerando la prueba multicomparativa de Friedman y el método de ajuste post-hoc de Bonferroni	55
4.5.	Distribución y tendencia central de la métrica SP dadas por los gráficos de caja . .	57
4.6.	Intervalos de confianza en la métrica SP, considerando la prueba multicomparativa de Friedman y el método de ajuste post-hoc de Bonferroni.	58
4.7.	Gráfica de distribución de cobertura	59
4.8.	Soluciones del frente de Pareto que han sido seleccionadas para pruebas en simulación, considerando dos regiones de interés.	62
4.9.	Comportamiento de los estados de posición del sistema robótico, considerando las soluciones en las regiones de interés S1 y S2.	68
4.10.	Señales de control resultante para la estabilización del sistema robótico en los casos de estudio A y B, considerando las soluciones en las regiones de interés S1 y S2. .	69
4.11.	Instantes de tiempo donde la señal de control se calculó y aplicó al sistema robótico en los entornos de simulación para los casos A y B empleando las soluciones en las regiones de interés S1 y S2.	70
4.12.	Comportamiento del efector final en el espacio de trabajo para el caso A y B, empleando las soluciones en la región de interés S1	71
4.13.	Comportamiento de los estados de posición del sistema robótico caso B.	77

4.14. Desplazamiento desarrollado en el espacio de trabajo por el efector final para cada caso de estudio.	78
4.15. Comportamiento de la señal de control aplicada al sistema robótico para el caso de estudio A y B.	79
4.16. Instantes de tiempo en los que se calculó la señal de control y se aplicó al sistema robótico en los casos de estudio A y B.	80

Índice de tablas

1.1. Trabajos reportados en la literatura referentes a la sintonización de controladores con base en un enfoque de optimización	8
4.1. Parámetros dinámicos y cinemáticos del robot de tres grados de libertad	49
4.2. Límites de las variables de diseño	50
4.3. Parámetros de los algoritmos de optimización multi-objetivo	51
4.4. Número de soluciones no dominadas en los frentes de Pareto filtrados	52
4.5. Estadística descriptiva de la métrica HV	54
4.6. Rangos obtenidos por la prueba de Friedman para la métrica HV. Además, se muestra el valor estadístico de distribución de Pearson χ^2 y el p -valor relacionado.	55
4.7. p -valores no ajustados y ajustados obtenidos de la prueba multicomparativa de Friedman con métodos de corrección post-hoc para la métrica HV.	55
4.8. Resumen de la prueba multicomparativa para la métrica HV.	56
4.9. Resultados obtenidos de la estadística descriptiva para la métrica SP	57
4.10. Rangos de la prueba de Friedman, su distribución de Pearson χ^2 y su p -valor asociado a la métrica SP.	57
4.11. p -valores ajustados por los métodos de corrección post-hoc para la métrica SP.	57
4.12. Resumen de la prueba multicomparativa para la métrica SP.	58
4.13. Estadística descriptiva de la métrica cobertura	59
4.14. Prueba de Mann-Whitney-Wilcoxon para la métrica C	60
4.15. Resumen de resultados de la prueba de Mann-Whitney-Wilcoxon para cobertura.	60
4.16. Índices de rendimiento del sistema de control para los casos de estudio A y B, considerando las soluciones en las regiones de interés S1 y S2	72
4.17. Porcentaje de cambio de los indicadores de rendimiento entre los casos de estudio A y B empleando las soluciones obtenidas en las regiones de interés S1 y S2.	72

4.18. Valores numéricos de cada parámetro para el sistema de control disparado por eventos (considerando dos compromisos diferentes localizados en las regiones de interés S1 y S2) y el control disparado por tiempo.	75
4.19. Resultados comparativos de rendimiento del sistema de CDE (considerando las soluciones de interés S1 y S2) en comparación con el sistema de CDT (ambos sintonizados mediante métodos de optimización) para los casos de estudio A y B. Valores de función objetivo e índices de rendimiento de control.	77

Índice de algoritmos

1.	Non-dominated sorting genetic algorithm II (NSGA-II)	37
2.	Ordenamiento Rápido por No Dominancia (ORND)	38
3.	Distancia de Apiñamiento (DA)	39
4.	Multi-objective evolutionary algorithm based on decomposition and differential evolution (MOEA/D-DE)	40
5.	S-metric selection evolutionary multi-objective optimization algorithm (SMS-EMOA)	42
6.	Non-dominated sorting genetic algorithm III (NSGA-II)	43

Introducción

La robótica actualmente es un campo donde se genera un gran número de desarrollos debido a su extenso campo de aplicación a nivel industrial, científico y educativo. Una de las principales razones se debe a que los sistemas robóticos tienen la capacidad de realizar tareas que un ser humano no puede, no desea o le toma mucho tiempo llevar a cabo. Por estos motivos, los robots se han convertido en una parte importante en el desarrollo del ser humano, ya que los sistemas robóticos han ayudado a facilitar y agilizar muchos procesos, tales como la construcción de sistemas complejos, la manipulación de objetos peligrosos, la exploración de lugares inalcanzables por el ser humano, entre otras tareas.

Debido al impacto que presenta la robótica desde su concepción en el avance de la humanidad, este campo ha evolucionado enormemente, por lo que se han propuesto diferentes tipos de sistemas robóticos, que pueden ser clasificados como: 1) robots manipuladores, 2) robots móviles, 3) vehículos y 4) robots híbridos. Aun cuando existen distinguibles avances en cada tipo, los robots manipuladores muestran una mayor presencia en aplicaciones de investigación e ingeniería, esto en comparación con los tres restantes. Su éxito radica en su capacidad para realizar ensambles, recolectar objetos, y manipular materiales, herramientas y dispositivos de forma autónoma, mediante la programación de sus movimientos. Algunos ejemplos de aplicación de los robots manipuladores son: exploración de lugares aislados o peligrosos [1], cirugías de precisión [2], tareas de pintura [3], ensambles [4], soldadura [5], entre otros.

Por definición un robot manipulador es un sistema mecánico automático articulado, por tanto, estos sistemas requieren de un sistema de control que modifique el comportamiento del sistema de manera que este realice de forma autónoma una tarea deseada. Debido al alcance aplicativo de los robots manipuladores en una amplia variedad de campos del conocimiento y a sus modelos matemáticos no lineales, se han propuesto, investigado y aplicado múltiples enfoques de control a estos sistemas, con el objetivo de mejorar su desempeño y lograr con éxito la tarea requerida. Algunos enfoques son: control adaptativo [6], control por modos deslizantes [7], control basado en un enfoque de Lyapunov [8], control predictivo no lineal [9], control difuso [10], entre otros.

Con la llegada de los avances tecnológicos en sistemas de computación y medición, la gran mayoría de los sistemas de control se basan en sistemas digitales (control por computadora) en lugar de basarse en sistemas analógicos [11]. Esto se debe a su versatilidad, bajo costo, robustez ante el ruido y su facilidad de implementación. Principalmente el enfoque de control por computadora emplea un esquema de control periódico (Control Disparado por Tiempo CDT) basado en enfoques de emulación [12], debido a que su diseño y análisis se basa en la teoría de muestreo de datos de sistemas, que a menudo es más simple. Uno de los enfoques de CDT requiere una discretización directa [13] con período de muestreo lo más pequeño posible para obtener una conversión del controlador continuo a un controlador digital con el fin de obtener propiedades similares del sistema en lazo cerrado y garantizar un rendimiento deseado como en el controlador continuo [14, 15, 16, 17]. Otro enfoque de CDT emplea una transformación del modelo matemático en tiempo continuo a su forma en tiempo discreto y posteriormente se diseña el controlador discreto (control digital). A pesar de que la teoría de control digital ha quedado bien establecida para sistemas lineales, actualmente su aplicación en sistemas no lineales sigue siendo un reto, debido a que su empleo implica resolver un problema no lineal con condiciones iniciales para obtener un modelo discreto exacto [18], por tal motivo la estabilidad del sistema no se garantiza para un amplio rango de operación. Para ambos enfoques de CDT se requiere una gran cantidad de datos muestreados redundantes, ya que el control se actualiza incluso cuando el sistema ya ha alcanzado un estado estable (sin perturbaciones) y, por lo tanto, este cálculo periódico es un desperdicio de recursos del sistema, tales como el ancho de banda de la red de comunicación, recursos de energía y cálculo computacional. Hoy en día, el mal aprovechamiento de los recursos del sistema se reduce con la propuesta del Control Disparado por Eventos (CDE) [19]. En el CDE, la tarea de control únicamente se ejecuta después de que un evento ocurre en lugar de usar un tiempo de muestreo específico, es decir, la señal de control se actualiza de forma asíncrona. Se han reportado varias aplicaciones en simulación principalmente, aplicados a sistemas lineales [19] que muestran un comportamiento apropiado. Sin embargo, para sistemas no lineales, el CDE es un desafío y algunos trabajos han demostrado que el esquema de CDE proporciona estabilidad en el sistema, como se muestra en [20] y [21]. Entre los esquemas existentes de CDE [19, 22] se encuentran: esquemas de Muestreo Disparado por Eventos, esquemas de Muestreo por Activación Automática y esquemas de Comunicación Activado por Eventos Discretos. Este trabajo se enfoca en el esquema de Muestreo Disparado por Eventos, entonces de ahora en adelante el término CDE se referirá a este esquema.

Debido a las características previas más relevantes del CDE sobre el mejor empleo de los recursos de cómputo en comparación con el CDT, se han realizado múltiples trabajos de investigación donde el CDE es aplicado a sistemas robóticos. Un estudio comparativo entre una estrategia Proporcional-Integral-Derivada (PID) con base en el esquema de CDT y tres estrategias PID basadas en el esquema de CDE para la estabilización de un vehículo aéreo no tripulado (UAV del idioma inglés Unmanned Aerial Vehicle) se presenta en [23]. Este trabajo revela experimentalmente que

la cantidad de actualizaciones para las leyes de control con base en el esquema de CDE se reduce aproximadamente un 30 % y 70 %, y el error de posición se incrementa ligeramente al compararse con la estrategia con base en el esquema de CDT. Otro trabajo se muestra en [24], donde se desarrolla la estrategia de CDE para el trabajo colaborativo de un conjunto de UAV, esta tarea implica el control del grupo de UAV para realizar una formación en consenso. Los resultados en simulación muestran que la activación de eventos se reduce cuando los UAV alcanzan el consenso. Por otro lado, el CDE también ha sido aplicado a un robot móvil (3,0) [25]. Considerando el problema de regulación, los resultados experimentales indican una disminución del 23.73 % en el número de actualizaciones de la señal de control en el esquema de CDE, esto en comparación con un esquema de CDT. En [26], se presenta el balanceo y estabilización de un péndulo invertido subactuado mediante una estrategia de CDE. Los experimentos y el análisis de resultados en tiempo real mostraron una reducción aproximada entre el 98 % y 50 %; esto en comparación con el esquema de CDT. En [27], se considera la información de retardo variable en el tiempo para el análisis de estabilidad del diseño de control difuso disparado por eventos y su aplicación a un sistema de péndulo invertido. Los resultados en simulación muestran que la actualización del control reduce la carga en la red de comunicación alrededor del 30 % con respecto a un control difuso disparado por tiempo. En [28] se proponen resultados en simulación del diseño de una estrategia de CDE con base en un enfoque de control robusto, aplicado a un robot manipulador SCARA de dos grados de libertad. Para abordar una tarea de seguimiento, en [29] se ha propuesto un CDE para un robot monociclo. En esta propuesta, el canal de comunicación que existe entre el robot y una computadora remota sólo emplea el 23.6 % del tiempo de simulación. Una aplicación en simulación de un CDE con un enfoque de control neuroadaptativo con consideración de propiedades inerciales desconocidas para naves espaciales flexibles poscaptura, fue realizada en [30]. Los resultados de la simulación indican que el CDE reduce drásticamente las actualizaciones del actuador (una disminución de aproximadamente el 90 % y 55 % de las actualizaciones del actuador para la estabilización de actitud y el seguimiento, respectivamente) sin verse afectado por propiedades inerciales desconocidas, restricciones del actuador y perturbaciones externas.

Actualmente existe una vasta cantidad de estrategias de control que pueden ser implementadas para el control de sistemas lineales y no lineales, y que además ofrecen un buen rendimiento para realizar diferentes tareas, sin embargo, este rendimiento se ve comprometido con los parámetros que requiere el controlador seleccionado. La acción de seleccionar los parámetros adecuados del controlador es conocida como tarea de sintonización, siendo una de las problemáticas más importantes en la ingeniería de control, ya que dependiendo de los parámetros es posible mejorar o empeorar la precisión, sensibilidad, robustez, eficiencia energética, entre otras características de calidad del sistema en lazo cerrado [31]. Esto ha servido como motivación para el desarrollo de múltiples investigaciones referentes a la tarea de sintonización de controladores, los cuales se pueden clasificar como se muestra en [32]:

- **Métodos analíticos:** Estos métodos se basan en un análisis de estabilidad del sistema en lazo cerrado, como es el lugar geométrico de las raíces y el análisis en frecuencia para sistemas lineales o el análisis de estabilidad de Lyapunov para sistemas no lineales.
- **Métodos heurísticos:** Las metodologías que engloba esta categoría son reglas bien establecidas y que consideran la experiencia del diseñador para realizar la sintonización de los parámetros del controlador de forma manual, sin embargo, estas metodologías requieren una alta experiencia de diseñador en la planta a controlar. Un clásico ejemplo de estos métodos son las reglas de Ziegler-Nichols [33] para controladores PID.
- **Métodos de optimización:** Son métodos donde se formula y resuelve un problema de optimización, que caracteriza al sistema de control mediante un conjunto de funciones. Una de las características más relevantes de los métodos de optimización es que existen técnicas que pueden operar con problemas lineales, no lineales, continuos o discontinuos. Por este motivo y debido en su mayoría a la complejidad del problema, la obtención de los parámetros del controlador se realiza fuera de línea.
- **Métodos adaptativos:** Esta metodología emplea un proceso de identificación y alguno de los métodos anteriores para ajustar en línea las ganancias de control, tal que, el controlador estabilice la planta y compense las incertidumbres. Sin embargo, estos métodos requieren un sistema de cómputo lo suficientemente rápido para llevar a cabo el proceso de identificación, sintonización y control.

Los sistemas de control presentes en aplicaciones actuales, requieren frecuentemente satisfacer dos o más criterios de diseño, como rendimiento, robustez, consumo energético, entre otros [34], que generalmente se contraponen entre ellos, i.e., en la medida en que uno mejora el otro empeora. A pesar de que los métodos analíticos y heurísticos pueden proporcionar una buena solución para satisfacer un requerimiento de diseño, comúnmente, estos fallan al aplicarse a problemas donde se desean satisfacer más de uno. En estos casos, los métodos de optimización han mostrado ser una herramienta muy valiosa, debido a su capacidad para manejar problemas de sintonización de controladores de uno o más criterios de diseño (problemas mono-objetivo y multi-objetivo, respectivamente). Por ello, la sintonización de controladores mediante métodos de optimización ha sido ampliamente utilizado en diferentes problemas de investigación y de ingeniería, entonces, para mostrar el curso que tendrá la investigación de este trabajo, a continuación, se muestran trabajos representativos donde se han empleado métodos de optimización para la sintonización de controladores. Por ejemplo en [35] se realiza la sintonización de un controlador PID para procesos inestables mediante optimización multi-objetivo y el algoritmo sp-MODE. El problema considera tres objetivos de diseño: uno relacionado con el rendimiento y dos con la robustez. Los resultados son comparados con metodologías de sintonización óptima ya existentes para este tipo de sistemas. Esta comparación muestra resultados favorables para la optimización multi-objetivo con algoritmos

evolutivos, al proporcionar la ventaja de mostrar el balance entre los objetivos de diseño propuestos. En este mismo ámbito en [36] se obtienen los parámetros óptimos de un par de controladores PID para el control de nivel de agua y presión de un reactor de agua a presión. Se plantean para cada tarea de control un problema de optimización multi-objetivo, resueltos de forma independiente con el algoritmo NSGA-II. Cada problema considera el rendimiento del sistema mediante el índice ITAE (del inglés Integral Time-weighted Absolute Error) y el costo monetario del sistema de control. Con los parámetros óptimos de cada controlador, se realiza en la plataforma en simulación una comparativa con los parámetros de control originales. Los resultados indican que las soluciones seleccionadas mantienen una buena relación entre sus compromisos, al mismo tiempo que muestran que las respuestas dinámicas del presurizador pueden mejorarse sin comprometer el control del nivel de agua durante las operaciones transitorias. Otro trabajo se muestra en [37], donde se emplea un controlador PID de Orden Fraccionario (FOPID) para el control de un proceso de primer orden con tiempo de retardo (FOPDT del inglés first-order-plus-dead-time). En este trabajo se plantea un conjunto de reglas para la obtención de mejores resultados durante el proceso de optimización. En el problema de optimización multi-objetivo se plantea minimizar el índice de rendimiento IAE (del inglés Integral Absolute Error) para el punto de ajuste y la respuesta de rechazo ante perturbación, además se considera como restricción la robustez del sistema al incluir su sensibilidad con respecto al controlador. Los resultados en simulación muestran la efectividad y robustez del controlador al emplearse el enfoque propuesto en contraste con un trabajo previo de los autores, mejorando significativamente el rechazo a perturbaciones y la respuesta en estado transitorio y estacionario. En [38] se aplica el enfoque de sintonización óptima de controladores de un control PI para propósitos de enfriamiento y congelación producidos por una celda peltier. El principal objetivo de este trabajo es garantizar que no se degrade el rendimiento del controlador bajo diferentes regiones de operación de la celda. Para tal propósito se proponen siete funciones objetivo que contemplan el tiempo de establecimiento (ST del inglés settling time) y la sensibilidad de enfriamiento y congelación, así como la sensibilidad ante ruido. Las pruebas experimentales se realizaron con tres soluciones óptimas de Pareto, cuyos comportamientos presentaron una buena respuesta ante el ruido y un buen rendimiento ante fallas.

Por otro lado, en el área de la robótica se presentan algunos trabajos relacionados la sintonización de controladores con base en métodos de optimización, como en [39] emplean el algoritmo de Optimización por Cúmulo de Partículas Multi-Objetivo (MOPSO del inglés Particle Swarm Optimization) para obtener las matrices de pesos Q y R de un controlador LQR. La sintonización de este controlador se plantea para obtener el mejor rendimiento para el seguimiento de trayectorias direccionales del UAV. Los resultados en simulación fueron comparados contra la sintonización del control mediante la versión de PSO mono-objetivo, resultando en una mejor respuesta de seguimiento en los ejes de dirección para el caso de la propuesta de dicho trabajo en comparación con el algoritmo estándar de PSO. Un trabajo donde se combinan los beneficio que ofrece el controlador

y la sintonización óptima de sus parámetros se muestra en [40], donde se emplea un control activo de rechazo de perturbaciones (ADRC del inglés Active Disturbance Rejection Control) y la sintonización de sus parámetros mediante un algoritmo genético para reducir el error de estabilización, el par de fuerzas aplicado y el máximo sobreimpulso. El problema de optimización multi-objetivo para este problema es transformado mediante el método de sumas ponderadas a un problema de optimización mono-objetivo, donde sus pesos fueron sintonizados de acuerdo con la experiencia de los autores. La validación de los resultados se realiza en simulación, comparando la propuesta de los autores contra una sintonización heurística. La sintonización óptima del ADRC mostró un mejor rechazo ante perturbaciones en comparación con la sintonización heurística al reducir en un 68.69 % el error de estabilización. En [41] se realiza un estudio comparativo de doce algoritmos meta-heurísticos y un algoritmo con base en el gradiente, empleados para la sintonización de un controlador PD aplicado a un robot móvil omnidireccional en el desarrollo de una trayectoria hipocicloide. La formulación del problema de optimización se trata como un sólo objetivo mediante el método de sumas ponderadas, cuyo problema incluye la reducción del error de seguimiento de trayectoria y el consumo energético de la señal de control. La efectividad de los trece algoritmos de optimización para el problema propuesto se evalúa mediante un análisis estadístico, del cual se identifican los resultados con mejor función objetivo, los cuales son implementados en la plataforma experimental. Para evaluar la robustez y rendimiento de la propuesta, se desarrollan diferentes trayectorias incluyendo la propuesta en el problema de optimización, además se implementa experimentalmente un control de ganancia-programada LQR con retroalimentación. El análisis en experimentación muestra que la propuesta presenta un mejor rendimiento en el seguimiento de las trayectorias y el consumo energético en comparación con el controlador LQR. En [42] se propone una variante del algoritmo PSO multi-objetivo, nombrada como Ingenious-MOPSO, y se utiliza para la sintonización de un control por modos deslizantes para un robot bípedo en el seguimiento de trayectoria. La función objetivo considera los errores angulares y el consumo energético dado por los actuadores. Previo a realizar la sintonización del controlador por modos deslizantes, se emplean seis funciones de prueba multi-objetivo para comparar el algoritmo Ingenious-MOPSO contra el algoritmo NSGAI, Sigma y MOGA, mostrando que la propuesta supera a estos tres últimos. Los resultados de la sintonización del controlador empleado fueron comprobada al emplear tres soluciones del frente de Pareto obtenido del algoritmo propuesto, donde su rendimiento se evalúa en simulación para la tarea designada y así seleccionar la solución con el mejor compromiso de diseño. En [43] se propone controlar un robot móvil esférico con un controlador híbrido PID-Difuso en la evasión de obstáculos. Las ganancias del controlador PID se sintonizan al proponer minimizar la respuesta en frecuencia mediante los algoritmos evolutivos de Evolución Diferencial (ED) y un Algoritmo Genético (AG). Los resultados en simulación muestran que la sintonización mediante el algoritmo de ED presenta un mejor comportamiento para estabilizar los ángulos de balanceo y rodamiento, utilizando estos resultados para realizar la implementación del PID-Difuso de forma

experimental. El control difuso se emplea para reducir el tiempo de sintonización entre los actuadores del robot para así mejorar el rendimiento del control PID. El controlador PID-Difuso se compara en experimentación con el PID considerando las mismas ganancias del control PID, los resultados revelan que la propuesta presenta una reducción en el ST y un menor error durante la sincronización. En [44], considerando el problema de regulación para un robot manipulador de dos grados de libertad, se propone realizar de forma sistemática el ajuste de las ganancias de un controlador PID. El ajuste de las ganancias se efectuó por medio de la técnica de PSO, con el que se obtuvieron resultados aceptables, sin embargo, no se presenta un análisis de robustez y estabilidad del controlador. El diseño y sintonización de un controlador PID difuso fraccionario (FOPID) para la estabilización de un robot manipulador de libertad con el menor consumo energético se muestra en [45]. Este trabajo modela el problema de optimización multi-objetivo para proporcionar un buen rendimiento ante perturbaciones y cambios de referencia. Para comprobar la efectividad del controlador, se aplican diferentes perturbaciones y cambios de referencia al sistema, revelando que el diseño y sintonización proporcionan un buen rendimiento en diferentes situaciones. Para un robot del mismo tipo que los dos anteriores, en [46] se diseñan y sintonizan dos controladores PID a través de un método de optimización multi-objetivo. El problema plantea reducir el error de seguimiento de trayectoria mientras la variación de la señal de control se disminuye. Este problema es resuelto mediante el NSGA-II, donde los resultados en simulación muestran que las soluciones proporcionan un buen seguimiento de trayectoria y de robustez. La sintonización óptima multi-objetivo es empleada en [47] para encontrar los parámetros de un controlador PID-difuso en la estabilización de un carro-péndulo y una bola de balanceo. El problema de optimización planteado considera dos criterios en error y uno en energía consumida por el controlador, y este es resuelto mediante el algoritmo genético multi-objetivo (MOGA del inglés Multi-Objective Genetic Algorithm). Para cada sistema se seleccionan diferentes soluciones del frente de Pareto óptimo y se analiza su comportamiento en comparación con otro trabajo de la literatura, mostrando que la propuesta estabiliza con mayor efectividad cada sistema. Por otro lado en [48], se presenta el ajuste de un control PID para un robot paralelo plano para el seguimiento de una trayectoria altamente no lineal. El problema es planteado como un problema de optimización dinámica no lineal fuera de línea y es resuelto mediante el algoritmo de Evolución Diferencial (ED). Las ganancias óptimas se aplican a un prototipo experimental y en simulación, donde los resultados obtenidos mostraron un seguimiento de trayectoria similar en ambos casos. En la Tabla 1.1 se resumen los trabajos de sintonización con base en un enfoque de optimización aplicado a diferentes sistemas.

Tabla 1.1: Trabajos reportados en la literatura referentes a la sintonización de controladores con base en un enfoque de optimización

Referencia	Controlador	Índices					Algoritmo	Plataforma
		R ¹	RC ²	RZ ³	CE ⁴	CM ⁵		
[35]	PID	✗	✓	✓	✗	✗	sp-MODE	Reactor químico (Sim.)
[36]	PID	✓	✗	✗	✗	✓	NSGA-II	Reactor nuclear (Sim.)
[37]	FOPID	✓	✗	✓	✗	✗	sp-MODE	Planta lineal (Sim.)
[38]	PI	✗	✓	✓	✗	✗	sp-MODE-II	Celda peltier (Sim.)
[39]	LQR	✓	✓	✗	✗	✗	MOPSO	UAV (Sim.)
[40]	ADRC	✓	✓	✗	✓	✗	GA	UAV (Sim.)
[41]	PD	✓	✗	✗	✓	✗	ED, SQP	Robot móvil (3,0) (Exp.)
[42]	SMC	✓	✗	✗	✓	✗	Ingenious-PSO	Robot bípedo (Sim.)
[43]	PID-Difuso	✓	✗	✗	✗	✗	ED,GA	Robot esférico (Exp.)
[44]	PID	✓	✗	✗	✓	✗	PSO	Robot manipulador 2 GDL (Sim.)
[45]	PID	✓	✗	✗	✓	✗	NSGA-II	Robot manipulador 2 GDL (Sim.)
[46]	PID	✓	✗	✗	✓	✗	NSGA-II	Robot manipulador 2 GDL (Sim.)
[47]	PID	✓	✗	✗	✓	✗	NSGA-II	Robot manipulador 2 GDL (Sim.)
[48]	PID	✓	✗	✗	✓	✗	ED	Robot manipulador (Exp.)

¹ R = Rendimiento ² RC = Respuesta Característica ³ RZ = Robustez ⁴ CE = Consumo Energético ⁵ CM = Consumo Monetario

Es posible observar que, en su mayoría, los trabajos referentes a la sintonización de controladores con base en métodos de optimización emplean con mayor frecuencia técnicas de optimización estocásticas, específicamente algoritmos meta-heurísticos como PSO, GA, ED, NSGA-II y MOPSO. Esta tendencia se le atribuye a su sencillez y buen desempeño para resolver problemas no lineales, discontinuos, multi-criterio, entre otras características. Además, las técnicas meta-heurísticas en comparación con las técnicas con base en el gradiente, estas logran mostrar un buen comportamiento ante problemas multimodales al no estancarse en mínimos locales. A pesar del buen desempeño que brindan los algoritmos meta-heurísticos para resolver problemas de sintonización de controladores, se han desarrollado estudios donde se demuestra que un solo algoritmo no tiene la capacidad de resolver todo tipo de problemas, debido a sus características para desarrollar la búsqueda y las propiedades del problema a resolver [49]. Por tal motivo, se han propuesto una amplia gama de algoritmos meta-heurísticos para resolver problemas mono-objetivo (e.g. ED, GA, PSO, ABC, GW, etc) y multi-objetivo (e.g. NSGA-II, MOEA/D-DE, MOPSO, MOGA, GDE3, MODE, NSGA-III, SMS-EMOA). Adicionalmente, dependiendo del tipo de problema, se han desarrollado trabajos donde se modifica el algoritmo original, agregando o combinando diferentes componentes para mejorar su rendimiento en la exploración, explotación y selección de soluciones; tal es el caso mostrado en [50], donde se propone modificar el algoritmo de forrajeo bacteriano (BFA del inglés Bacterial Foraging Algorithm) en la etapa de inicialización y de búsqueda. Para la etapa de inicialización el algoritmo emplea el método muestreo de cuasi-Monte Carlo, con el objetivo de buscar el dominio del problema de forma uniforme y eficiente. Durante la etapa de búsqueda se localizan y eliminan

aquellas bacterias con un factor de agrupación mayor y que presentan en su historial un desempeño pobre, esto con la finalidad de mantener la capacidad de búsqueda de la colonia de bacterias. El algoritmo modificado de BFA es aplicado a la sintonización de un sistema de control de vuelo de una aeronave F/A-18. Para mostrar su efectividad del algoritmo se mostraron múltiples simulaciones considerando diferentes condiciones de vuelo. Por otro lado en [51] se utiliza una modificación del algoritmo de ED llamado DECZ para la sintonización de controladores PI y PID para el control de una columna de destilación. En este trabajo con el propósito de promover la diversidad en la población y mantener la capacidad de exploración del algoritmo de ED, en el proceso de mutación se aplican secuencias caóticas de Saslavski en lugar del generador de números aleatorios. La sintonización del control PI y PID se realiza mediante el algoritmo DECZ, el algoritmo de ED original y el AG, donde los resultados en simulación mostraron un rendimiento competitivo del algoritmo DECZ. Una modificación del algoritmo de PSO llamada PSO Binaria con base en probabilidad (PBPSO del inglés Probability based Binary PSO) se realiza en [52], cuya aplicación es la sintonización de un control PID acoplado a un turbogenerador. El algoritmo de PBPSO incorpora un método de mutación probabilístico que genera nuevas partículas que mantienen la diversidad de la población. Los resultados comparativos que se realizan en este trabajo revelan que PBPSO presenta una mayor efectividad para la sintonización del controlador PID en comparación con sus competidores PSO original, PSO binario discreto y PSO binario discreto modificado. Una hibridación de los algoritmos de ED y de colonia artificial de abejas (ABC del inglés Artificial Bee Colony) llamado algoritmo híbrido de colonia artificial de abejas diferencial (HDABCA del inglés Hybrid Differential Artificial Bee Colony Algorithm) se propone en [53]. La combinación de estos algoritmos se realiza para mejorar la capacidad de exploración y explotación mediante ABC y el algoritmo de ED respectivamente. El rendimiento de este algoritmo se evaluó en diferentes problemas benchmark y en la sintonización de un controlador PID de orden fraccionario para un motor síncrono de imanes permanentes, mostrando un mejor comportamiento en comparación con los algoritmos de ABC y ED clásicos, y un algoritmo con base en el gradiente.

Con base en la literatura reportada y en lo previamente expuesto es posible observar lo siguiente:

- Actualmente los métodos de optimización con base en un enfoque multi-objetivo han mostrado ser una herramienta valiosa en la sintonización de controladores, concentrándose la mayor parte de las investigaciones en plantas de procesos, tales como destiladoras, generadores de energía, plantas nucleares, etc. A pesar de que los sistemas robóticos se encuentran en un amplio rango de aplicaciones existe un escaso número de trabajos donde se realice la sintonización de sus controladores mediante métodos de optimización con base en un enfoque multi-objetivo.
- Los índices más empleados para mejorar el rendimiento del controlador en la tarea designada, son los índices de rendimiento IAE, ISE, ITAE y los índices de respuesta del tiempo de

establecimiento, máximo sobreimpulso y error en estado estacionario, así como índices de sensibilidad para la robustez del controlador.

- Los sistemas de control por computadora para sistemas no lineales emplean principalmente un enfoque de actualización síncrona, ya que es posible emplear controladores diseñados en tiempo continuo, emulando el comportamiento continuo bajo condiciones donde el tiempo de muestreo sea lo suficientemente pequeño. Aunque los sistemas de control digital presentan un buen comportamiento en sistemas lineales, para sistemas no lineales se presenta problemas de diseño para condiciones iniciales diferentes para el diseño original.
- Por último, existe la necesidad de sistemas robóticos que presenten un adecuado empleo de los recursos de cómputo mediante esquemas de control por computadora de actualización disparado por eventos, que a conocimiento del autor, aún se carece de trabajos que son llevados hasta la etapa de experimentación en prototipos reales, tal y como se mostró en las investigaciones incluidas en este documento.

Por todo lo anterior en el presente trabajo se propone realizar lo siguiente

- La importancia de los sistemas de control radica actualmente en su vasta implementación en una serie de procesos industriales, científicos y tecnológicos, por ello, se requiere el empleo de metodologías para la sintonización de controladores que logren satisfacer, generalmente, diferentes criterios de diseño que se contraponen. La metodología de optimización multi-objetivo ha mostrado buenos resultados para diferentes casos de estudio en la sintonización de controlador, entonces en este trabajo se encuentra un fuerte interés en esta metodología, utilizando un enfoque multi-objetivo para el manejo de un problema de criterios que se contraponen.
- Considerando que los robots manipuladores son uno de los sistemas robóticos con mayor empleo en una amplia gama de aplicaciones, ya sea de forma separada, conjunta o bien, montados en plataformas móviles para el desarrollo de tareas más complejas. Entonces, la importancia de mejorar el rendimiento de un robot manipulador mediante controladores que ofrecen un buen rendimiento y adecuado empleo de los recursos de cómputo.
- El empleo de un Control Disparado por Eventos para robots manipuladores, se propone para cumplir con el requerimiento de un sistema que ofrezca un buen rendimiento y adecuado empleo de los recursos de cómputo. Esto debido a que la actualización asíncrona del controlador se realiza cuando algún criterio de rendimiento no se cumple durante la tarea de control, proporcionando un menor uso del procesador, canal de comunicación y del almacenamiento de información.

- Tomando en cuenta la naturaleza del CDE y con base en los trabajos reportados en la literatura, se ha observado que el índice que contempla el número de actualizaciones de la señal de control no se encuentra reportada para la sintonización de controladores. Por lo tanto, en este trabajo se contempla reducir el número de actualizaciones de la señal de control mientras se mejora el rendimiento del sistema de control. Esto mediante la sintonización de los parámetros del CDE por medio de métodos de optimización con base en un enfoque multi-objetivo.

1.1. Planteamiento del problema

Los sistemas de control en conjunto con los sistemas robóticos son una parte esencial del continuo avance de la civilización actual, ya que estos se pueden encontrar en aplicaciones industriales, militares, medicas, espaciales, de servicio y entretenimiento. Debido a su amplia gama de aplicación y a los avances tecnológicos en sistemas digitales de cómputo, comunicación y medición, estos han pasado a formar parte de un entorno híbrido llamado sistema de control por computadora.

Los sistemas de control por computadora muestran la actual tendencia de distribuir sus elementos, manteniéndose comunicados mediante una red de comunicación. Esto, genera la necesidad de aplicar estrategias de control asíncronas para disminuir el tráfico de información en los canales de comunicación. Esta reducción puede lograrse mediante el control disparado por eventos, que solo requiere comunicación entre el sistema robótico y el controlador si el estado del sistema robótico no se encuentra dentro de los límites permitidos.

A pesar de los beneficios que caracterizan a los sistemas de control disparado por eventos, estos requieren, como cualquier otro sistema de control, que los parámetros del controlador sean sintonizados adecuadamente para proporcionar el rendimiento esperado. En esta clase de controladores, la sintonización del controlador debe además considerar la reducción del número de actualizaciones del controlador mientras se mantiene un rendimiento aceptable. Esto se debe a que el decremento en las actualizaciones del controlador implica empeorar el rendimiento del sistema de control, i.e., los criterios se contraponen entre ellos, ya que, mientras uno mejora el otro empeora.

En la literatura, la problemática de sintonización de controladores ha sido ampliamente abordada mediante diferentes metodologías, sin embargo, cuando se requiere satisfacer dos o más criterios de diseño, los métodos de optimización con base en un enfoque multi-objetivo muestran una mejor resolución del problema. En el caso de la sintonización del control disparado por evento con base en un enfoque multi-objetivo, donde se considere el compromiso entre el desempeño y el número de actualizaciones del controlador, aún no ha sido abordado a pesar de que esto puede proporcionar un conjunto de soluciones que proporcionen un aceptable cumplimiento dichos compromisos.

Por lo tanto, en este trabajo se aborda la resolución del problema de sintonización con base en un enfoque de optimización multi-objetivo, donde el establecimiento del problema de optimización deberá considerar la sinergia entre el error de estabilización y el número de actualizaciones del

controlador.

A conocimiento del autor, el problema de sintonización del control disparado por eventos aún no ha sido abordado mediante una metodología de optimización con base en un enfoque multi-objetivo, que considere el compromiso entre el desempeño y el número de actualizaciones del controlador. Esto implica, que se desconoce que atributos en las técnicas optimización multi-objetivo pueden ayudar a resolver satisfactoriamente el problema de sintonización. Por otro lado, el estudio de estabilidad y diseño de los sistemas de control disparado por eventos generalmente aseguran ciertas características deseables y proporcionan información acerca de estos, hace falta un estudio sobre estos al considerar un conjunto de parámetros que respondan a los diferentes compromisos que se mencionan previamente, ya que esto puede revelar y/o vislumbrar algunas otras características que puedan ofrecer esta clase de sistemas.

1.2. Justificación

La importancia de la correcta sintonización de los parámetros del sistema de control radica en la necesidad de sistemas que realicen de forma autónoma tareas predefinidas, con un cierto grado de precisión, robustez, y eficiencia, sin embargo, estos criterios de desempeño generalmente entran en conflicto. Por tal motivo, la sintonización de controladores se ha abordado principalmente con metodologías de optimización multi-objetivo, resueltos en su mayoría con técnicas meta-heurísticas, debido a su capacidad para manejar problemas multimodales, con variables discretas, no continuos, entre otras características de complejidad.

Por otro lado, los sistemas de control por computadora de actualización asíncrona de la señal de control ofrecen estabilidad y además un mejor empleo del sistema de procesamiento, comunicación y de almacenamiento de datos, en comparación con los sistemas de control por computadora de actualización síncrona. Sin embargo, estos sistemas poseen dos criterios a considerar, el rendimiento y el número de actualizaciones del controlador, cuyo comportamiento se contraponen entre ellos. Por tal motivo, es importante abordar el problema de sintonización del CDE mediante una metodología de optimización con base en un enfoque multi-objetivo.

1.3. Hipótesis

Mediante un enfoque de optimización multi-objetivo es posible encontrar un conjunto de soluciones para el problema de sintonización del control disparado por eventos, de manera que, el número de sucesos de actualización del controlador se reduzca en la medida de lo posible mientras se mantiene un grado de rendimiento competitivo en comparación con el control disparado por tiempo.

1.4. Objetivos

Objetivo General

Incorporar de manera sinérgica el número de activaciones de evento, así como el error de regulación en la sintonización del control disparado por eventos a través de un enfoque de optimización multi-objetivo aplicado al menos a un sistema robótico.

Objetivos Particulares

- Establecer el problema de optimización multi-objetivo para la sintonización de los parámetros del control disparado por eventos.
- Resolver el problema de optimización mediante un conjunto de técnicas de optimización.
- Mejorar el desempeño de exploración y explotación de algún algoritmo de optimización, usando mecanismos que potencien su comportamiento.
- Analizar y validar los resultados en una plataforma experimental.

1.5. Contribuciones

Las principales contribuciones de este trabajo se describen a continuación:

- El desarrollo del enfoque de optimización multi-objetivo para la sintonización del control disparado por eventos, de manera que se garantice un buen rendimiento en estado estacionario con una disminución en el número de actualizaciones de la señal de control.
 - El establecimiento formal del problema de optimización multi-objetivo para la sintonización de un control disparado por eventos aplicado en al menos un sistema robótico.
 - El análisis del sistema de control disparado por eventos, tomando en cuenta un conjunto de parámetros que se adecue a los diferentes compromisos establecidos, para mostrar y/o verificar características adicionales que estos sistemas de control pueden ofrecer.
- El estudio estadístico para la comparación de diferentes algoritmos multi-objetivo en la resolución del problema de sintonización del control disparado por eventos aplicado a un sistema robótico.
 - Mostrar las características de los algoritmos de optimización multi-objetivo que benefician en la búsqueda de mejores soluciones para el problema.
 - Revelar cuál algoritmo presenta una mayor confiabilidad para resolver el problema de sintonización del control disparado por eventos.

1.6. Metodología

Con el propósito de desarrollar y lograr los objetivos propuestos en el presente trabajo de investigación, se proponen las siguientes actividades:

- I) Realizar la revisión de la literatura sobre la temática de sintonización óptima de controladores.
- II) Establecimiento los objetivos y alcances del trabajo.
- III) Formulación del problema de optimización multi-objetivo para la sintonización del control disparado por eventos en robots manipuladores.
- IV) Resolución del problema de optimización mediante diferentes técnicas de optimización multi-objetivo.
- V) Desarrollo de un análisis estadístico de los resultados obtenidos.

1.7. Producción científica

A continuación se presentan las publicaciones desarrolladas durante el periodo de estancia doctoral:

Artículos de revista

- S. E. Benitez-Garcia, M G. Villarreal-Cervantes, J. F. Guerrero-Castellanos y J. P. Sánchez-Santana “Periodic Event-Triggered Control for the Stabilization of Robotic Manipulators”, IEEE Access, vol. 8, pp. 111553-111565, 2020.
- S. E. Benitez-Garcia, M. G. Villarreal-Cervantes y E. Mezura-Montes, “Event-triggered control optimal tuning through bio-inspired optimization in robotic manipulators”, ISA Transactions, ISSN: 0019-0578. DOI: doi.org/10.1016/j.isatra.2021.10.029. (en Prensa).
- S. E. Benitez-Garcia, M. G. Villarreal-Cervantes y E. Mezura-Montes, “Offline optimum tuning of the event-triggered controller by multi-objective optimization search approaches.”. (en Proceso).
- M.G. Villarreal-Cervantes, J. S. Pantoja-García, A. Rodríguez-Molina y S. E. Benitez-Garcia “Pareto optimal synthesis of eight-bar mechanism using meta-heuristic multi-objective search approaches: application to bipedal gait generation”, International Journal of Systems Science, pp. 1-23, 2020.

Artículos de congreso

- S. E. Benitez-Garcia, M.G. Villarreal-Cervantes y E. Mezura-Montes, “Sintonización Óptima Fuera de Línea del Control Disparado por Eventos para un Robot Manipulador”, VI Congreso Internacional de Robótica y Computación (CIRC 2019), pp. 38-44, 2019.

1.8. Organización del documento

El presente documento está organizado en cuatro capítulos seguidos a este:

Capítulo 2: En este capítulo se muestran los principios referentes al control disparado por eventos y la optimización multi-objetivo en ingeniería.

Capítulo 3: Aquí se establece el problema de sintonización del control disparado por eventos como un problema de optimización multi-objetivo. Además, se presentan los algoritmos de optimización multi-objetivo empleados para la resolución del problema en cuestión.

Capítulo 4: Los resultados de resolver el problema de sintonización se presentan en este capítulo. El rendimiento de los algoritmos en la resolución del problema de optimización se analiza mediante un estudio estadístico. Por otra parte, el rendimiento del sistema de control se analiza en simulación.

Capítulo 5: Finalmente, en este capítulo se enuncian las conclusiones generales y propuestas de trabajo futuro que se derivan de esta investigación.

Fundamentos

2.1. Introducción

En el actual capítulo se introducen los fundamentos teóricos involucrados en el presente trabajo de investigación, con el objeto de proporcionar la información necesaria de las diferentes áreas del conocimiento aplicadas para el correcto desarrollo de este trabajo.

En secciones subsecuentes se hará mención a los tópicos referentes a sistemas de control por computadora, donde se desglosa el principio de funcionamiento de los esquemas de actualización periódica (control disparado por tiempo) y aperiódica (control disparado por eventos). Posteriormente, se comentan las metodologías empleadas para la sintonización de controladores. Finalmente, centrándose en la metodología de optimización, se presentan los conceptos referentes a optimización multi-objetivo y técnicas de optimización multi-objetivo.

2.2. Sistemas de control por computadora

Un sistema de control (Fig. 2.1) es un conjunto de elementos que se encargan de modificar el comportamiento natural de un sistema, llamado generalmente planta o proceso, para producir algún efecto o tarea deseada. Este conjunto se compone de manera simplificada por una referencia, un controlador, una planta y un lazo de retroalimentación que proporciona información acerca de la planta mediante sensores (aplicable solo para sistemas de control en lazo cerrado).

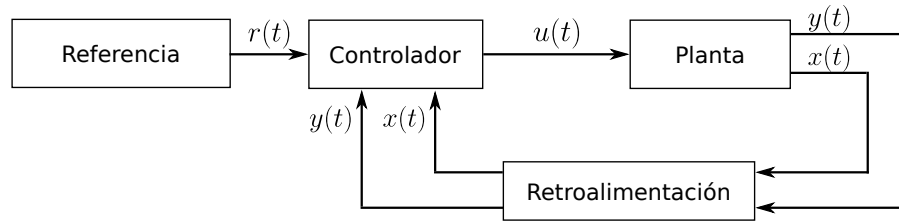


Figura 2.1: Diagrama general de un sistema de control

Comúnmente, la planta es modelada mediante un conjunto variables de entrada, salida y de estado, que se relacionan por un conjunto de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden, como se muestra en (2.1), conocida como representación en el espacio de estados.

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= f(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}) \\ \mathbf{y} &= h(t, \mathbf{x}, \mathbf{u})\end{aligned}\tag{2.1}$$

En (2.1), $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{n_1}$ se conoce como vector de variables de estado (variables que describen el comportamiento presente y futuro de la planta), $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^{n_2}$ se denomina vector de entradas (señales de control obtenidas del controlador), $\dot{\mathbf{x}} = \frac{d\mathbf{x}}{dt} \in \mathbb{R}^{n_1}$ denota el vector de derivadas del vector \mathbf{x} con respecto al tiempo t , $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^{n_3}$ es el vector de salidas de la planta (variables que representan un especial interés para el análisis de la planta), $f \in \mathbb{R}^{n_1}$ son funciones frecuentemente no lineales para sistemas reales y $h \in \mathbb{R}^{n_3}$ son funciones que proporcionaran la relación de las variables de estado \mathbf{x} con las salidas \mathbf{y} .

Derivado del continuo avance tecnológico en sistemas digitales de cómputo, medición y comunicación, los sistemas de control han pasado a formar parte de un entorno híbrido donde interactúan elementos digitales (controlador, sensores, lazo de retroalimentación) y analógicos (planta), tomando el nombre de sistemas de control por computadora. Esta clase de sistemas al operar en dos espacios diferentes, espacio analógico (dominio en tiempo continuo) y digital (dominio en tiempo discreto), requieren elementos de conversión entre ambos dominios. La Figura 2.2 muestra el diagrama esquemático general de un sistema de control por computadora, donde se integra el Convertidor Analógico-Digital (CAD) y el Convertidor Digital-Analógico (CDA), también referidos como dispositivos de muestreo y retención, respectivamente. Estos dispositivos en cada instante de tiempo $t_k \forall k = \{1, 2, \dots\}$ realizan un muestreo y retención del estado y entrada de la planta, respectivamente.

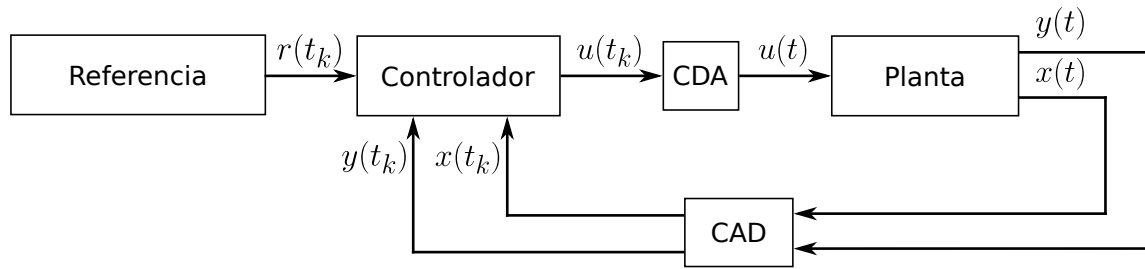


Figura 2.2: Estructura general de un sistema de control por computadora

La naturaleza híbrida de los sistemas de control por computadora ha propiciado el desarrollado diferentes técnicas para su análisis y diseño, donde se debe lidiar simultáneamente con los problemas de diseño en el espacio digital y analógico [54]. La literatura actual muestra diferentes taxonomías para la clasificación de las técnicas de diseño y análisis de sistemas de control por computadora. Entre estas taxonomías, se encuentra aquella que considera la metodología empleada para llevar a cabo el muestreo y retención de las señales de entrada y salida de la planta, teniendo dentro de esta clasificación al control síncrono y asíncrono como se muestra a continuación:

- **Control Disparado por Tiempo (CDT):** Este esquema se basa en la actualización periódica del estado y señal de control de la planta, considerando instantes de tiempo igualmente espaciados $t_k = kT$, donde T se denomina periodo de muestreo. La Fig. 2.3a muestra el ciclo de activación del sistema de control dado por la progresión global del tiempo.
 - **Enfoque basado en emulación:** Este consiste en el diseño y análisis del sistema de control en el dominio de tiempo continuo, ignorando cualquier interfaz de conversión entre el espacio discreto y analógico. Posteriormente, se emplean métodos numéricos que reemplacen los elementos derivativos y señales en tiempo continuo, considerando un tiempo de muestreo lo suficientemente pequeño, tal que, se obtengan propiedades similares a las del sistema de control en tiempo continuo, garantizando así un rendimiento deseado.
 - **Enfoque basado en tiempo discreto:** Este se basa en el diseño y análisis del sistema de control en el dominio de tiempo discreto, realizando una transformación con condiciones iniciales del modelo en tiempo continuo de la planta al espacio en tiempo discreto y diseñando el controlador en el mismo dominio.
- **Control disparado por eventos:** Este esquema utiliza un mecanismo basado en las variables de operación de la planta y en un umbral de operación tolerable (mecanismo de evento), que decide el instante de tiempo donde es necesario que el estado y la señal de control de la planta sean actualizadas. Por lo tanto, el ciclo del sistema de control es activado por la ocurrencia de algún evento a lo largo del tiempo, proporcionando una ejecución aperiódica, i.e., el espaciamiento entre los instantes de tiempo t_k podría ser diferente.

- Enfoque de muestreo basado en eventos: En este caso el mecanismo de evento es continuamente actualizado mediante la continua supervisión del estado de la planta mediante elementos extra de hardware.
- Enfoque de muestreo auto-activado: Aquí, el siguiente instante de tiempo donde se actualizará la información de la planta y la señal de control se predice con base en el conocimiento previo de la planta.
- Enfoque de muestreo discreto activado por eventos: Bajo este caso, la información de la planta se adquiere en instantes de tiempo periódicos y al mismo tiempo el mecanismo de evento se actualiza, evitando así elementos extra de hardware.

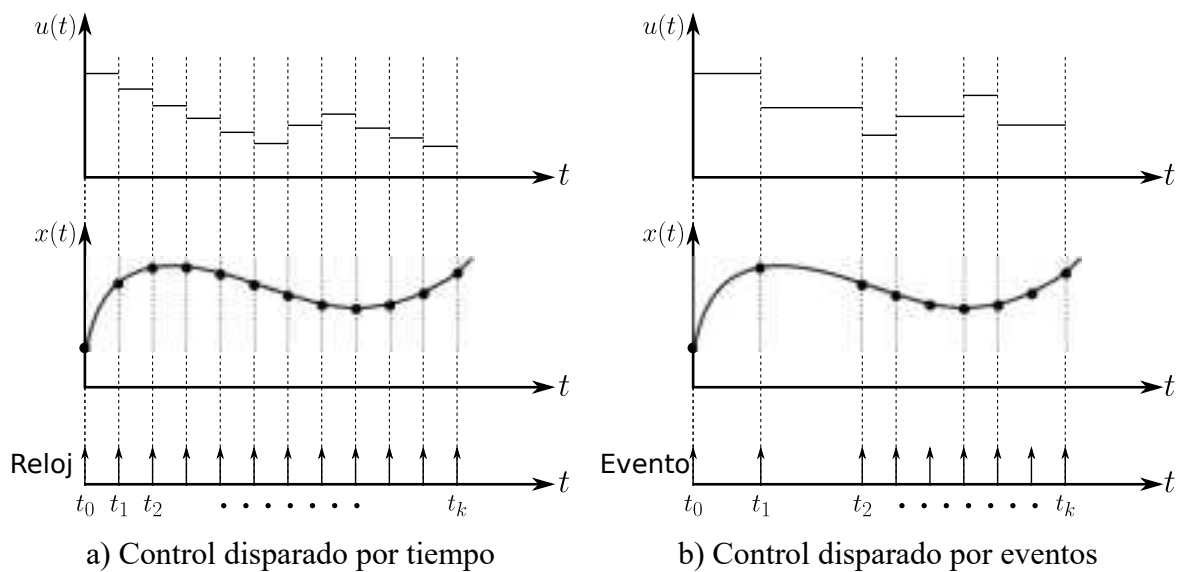


Figura 2.3: Esquemas de actualización de información en los sistemas de control por computadora

El esquema de CDT muestra una mayor presencia en los sistemas actuales de control por computadora, debido a que su análisis y diseño se basan en teorías ya bien fundamentadas y que a menudo son más simples. Sin embargo, las características que el esquema de CDE posee, lo hacen atractivo para sistemas de control por computadora donde se requiere mantener un bajo consumo energético, los recursos de cómputo son bajos o sus elementos se comunican mediante una red de comunicación, debido a que no se requiere mantener periódicamente activo todos los elementos del sistema de control. En el presente documento se concentra en el CDE basado en un enfoque de muestreo basado en eventos, por ello, en lo consecutivo al mencionar control disparado por eventos se referirá al correspondiente a esta clase.

2.3. Control disparado por eventos

El control disparado por eventos es un esquema de control en creciente desarrollo, que propone reducir la comunicación entre los elementos de un sistema de control por computadora mediante el cierre del lazo de control solo si las variables de operación del sistema exceden los límites tolerables. Este esquema de control emerge como una alternativa prometedora para reducir el tráfico de información en sistemas digitales de comunicación, utilizados en la implementación de sistemas de control, mostrando además que puede reducir la carga computacional [55], el ruido [56] y el consumo energético [57]. La configuración básica del CDE se muestra en la Fig. 2.4, donde las líneas punteadas simbolizan que la información únicamente será transmitida en los instantes de tiempo t_k donde algún evento tiene lugar.

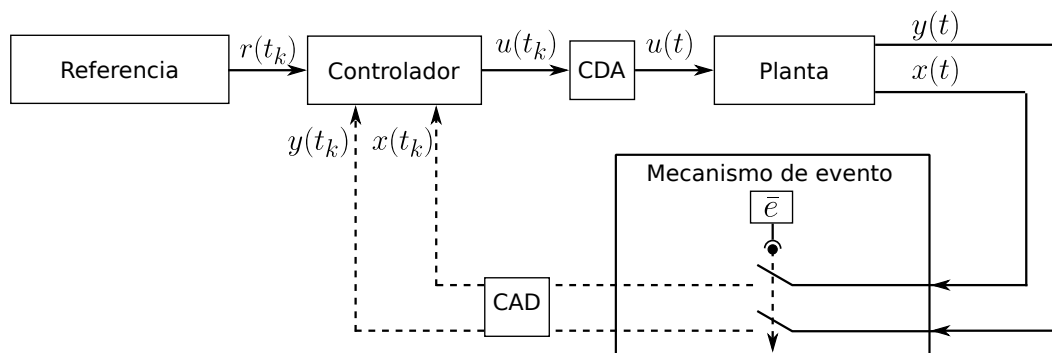


Figura 2.4: Diagrama general del control disparado por eventos

Típicamente, el sistema de CDE requiere de dos componentes para ser diseñado [20]:

Definición 1. Función de evento [58]

La función de evento $\bar{e}(\cdot)$ evalúa continuamente o periódicamente el comportamiento de la planta para decidir el instante de tiempo t_k en el cual la información de la planta será enviada al controlador para actualizar la señal de control.

Definición 2. Función de control [58]

La función de control $\bar{k}(\cdot)$ actúa únicamente en los instantes de tiempo t_k , produciendo el vector de entrada u que establezca la planta, durante el intervalo entre eventos $t \in [t_k, t_{k+1})$, con base en el conocimiento obtenido de los estados $\mathbf{x}(t_k)$ y/o la salida $\mathbf{y}(t_k)$.

Aunado al diseño de sistemas de CDE, existen diferentes problemáticas que deben ser abordadas. En comparación con el análisis y diseño de sistemas de CDT donde se considera el sistema en el mismo dominio (continuo o discreto), los sistemas de CDE consideran ambos dominios, consecuentemente el análisis y diseño del sistema híbrido es, frecuentemente, más complejo. Como resultado de esto, se presentan los siguientes problemas:

- Problema de estabilidad [59]: Las teorías actuales de control para el análisis de estabilidad de sistemas se encuentra desarrollado principalmente para trabajar en un único dominio, dejando

abierto la investigación y desarrollo de teorías acordes al estudio de estabilidad de sistemas híbridos. A pesar de que es posible analizar como subsistemas los elementos de un sistema híbrido, esto no asegura su estabilidad, ya que es posible que de forma separada los elementos sean inestables y de forma conjunta sean estables o bien todo lo contrario.

- Fenómeno Zeno: [59]: Este comportamiento es la ocurrencia de un número infinito de eventos dentro de un intervalo de tiempo finito, i.e., el tiempo entre eventos será $\bar{\tau} = t_{k+1} - t_k = 0$ acumulando eventualmente en un instante de tiempo la ejecución del sistema de control. Ya que una de las premisas en el CDE es que el tiempo entre eventos $\bar{\tau}$ sea lo más grande posible, es requisito que se cumpla con un tiempo mínimo entre eventos, tal que, el comportamiento Zeno no se presente. En caso de que este fenómeno se presente, indicará que la función de evento seleccionada no es la correcta.

Los investigadores motivados por los retos que presenta el diseño y análisis de los sistemas de control disparado por eventos, se han puesto a la tarea de proponer estrategias para resolver tales problemas y con ello aprovechar las características que este tipo de sistemas ofrece, como se muestra en [20, 56, 60, 61, 62].

2.3.1. Fórmula general para sistemas no lineales

Sea el sistema no lineal mostrado en (2.2), donde $\mathbf{x} \in \mathcal{X} \subset \mathbb{R}^{n_1}$ es el vector de estados del sistema, $\mathbf{u} \in \mathcal{U} \subset \mathbb{R}^{n_2}$ es el vector de señales de control, $f(\mathbf{x})$ y $g(\mathbf{x})$ son funciones Lipschitz que se desvanecen en el origen.

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}) + g(\mathbf{x})\mathbf{u} \quad (2.2)$$

Si el sistema admite una retroalimentación de estados $\bar{\mathbf{k}} : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{U}$ que estabiliza al sistema asintóticamente, entonces existe una Función de Control de Lyapunov (FCL) $V : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}$ suave y definida positiva, tal que:

$$\dot{V}(\mathbf{x}) = \frac{\partial V}{\partial \mathbf{x}} f(\mathbf{x}) + \frac{\partial V}{\partial \mathbf{x}} g(\mathbf{x})\bar{\mathbf{k}}(\mathbf{x}) < 0 \quad (2.3)$$

Definición 3. Semi-uniformemente MSI [20]

Un CDE $(\bar{e}, \bar{\mathbf{k}})$ se dice que es semi-uniformemente MSI (del inglés Minimal Sampling Interval) si para todo $\delta > 0$ y todo \mathbf{x}_0 en la esfera de radio δ con centro en el origen $\mathfrak{B}(\delta)$, el intervalo de tiempo entre eventos consecutivos puede ser acotado por debajo por algún $\underline{\tau}(\mathbf{x}_0) := t_{k+1} - t_k > 0$, asegurando de esta forma que el comportamiento Zeno no se presente.

Para sistemas no lineales de la forma (2.2) con un CDE $(\bar{e}, \bar{\mathbf{k}})$ semi-uniforme MSI, la solución para (2.2) con condiciones iniciales $\mathbf{x}_0 \in \mathcal{X}$ en el instante $t = 0$, se define para todo t positivo como la solución al sistema diferencial:

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}) + g(\mathbf{x})\bar{\mathbf{k}}(\bar{\mathbf{m}}) \quad (2.4)$$

$$\begin{cases} \bar{\mathbf{m}} = \mathbf{x} & \text{if } \bar{e}(\mathbf{x}, \bar{\mathbf{m}}) \leq 0, \mathbf{x} \neq 0 \\ \bar{\mathbf{m}} = 0 & \text{elsewhere} \end{cases} \quad (2.5)$$

con $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0$ and $\bar{\mathbf{m}}(0) = \mathbf{x}(0)$

Teorema 4. Formula universal de disparo de evento [20]

Si existe una FCL para el sistema (2.2), entonces la retroalimentación basada en eventos $(\bar{e}, \bar{\mathbf{k}}(\bar{\mathbf{m}}))$ definida anteriormente es semi-uniforme MSI suave en $\mathcal{X} \setminus \{0\}$, tal que:

$$\frac{\partial V}{\partial \mathbf{x}} f(\mathbf{x}) + \frac{\partial V}{\partial \mathbf{x}} g(\mathbf{x}) \bar{\mathbf{k}}(\bar{\mathbf{m}}) < 0, \mathbf{x} \in \mathcal{X} \setminus \{0\} \quad (2.6)$$

donde $\bar{\mathbf{m}}$ se define en (2.5), el control de retroalimentación $\bar{\mathbf{k}}$ en (2.7) y la función de evento \bar{e} en (2.8).

$$\bar{\mathbf{k}}(\bar{\mathbf{m}}) = -\mathbf{b}(\mathbf{x})\delta(\mathbf{x})\gamma(\mathbf{x}) \quad (2.7)$$

$$\bar{e}(\mathbf{x}, \bar{\mathbf{m}}) = -a(\mathbf{x}) - \mathbf{b}(\mathbf{x})\bar{\mathbf{k}}(\bar{\mathbf{m}}) - \sigma\sqrt{a(\mathbf{x})^2 + \bar{\theta}(\mathbf{x})\mathbf{b}(\mathbf{x})\Delta(\mathbf{x})\mathbf{b}(\mathbf{x})^T} \quad (2.8)$$

con:

- $a(\mathbf{x}) = \frac{\partial V}{\partial \mathbf{x}} f(\mathbf{x})$ y $\mathbf{b}(\mathbf{x}) = \frac{\partial V}{\partial \mathbf{x}} g(\mathbf{x})$
- $\Delta(\mathbf{x}) : \mathcal{X} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}^{n_2 \times n_2}$ tal que $\Delta(\mathbf{x}) = \text{diag}(\delta_1(\mathbf{x}), \delta_1(\mathbf{x}), \dots, \delta_p(\mathbf{x}))$ es un función suave y definida positiva en $\mathcal{D} = \{\mathbf{x} \in \mathcal{X} \mid \|\mathbf{b}(\mathbf{x})\| \neq 0\}$
- $\bar{\theta}(\mathbf{x}) : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}$ es una función suave, tal que, $\bar{\theta}(\mathbf{x})\|\Delta(\mathbf{x})\|$ se desvanece en el origen y asegura en $\mathcal{D} \setminus \{0\}$ la desigualdad $a(\mathbf{x})^2 + \bar{\theta}(\mathbf{x})\mathbf{b}(\mathbf{x})\Delta(\mathbf{x})\mathbf{b}(\mathbf{x})^T > 0$
- σ es un parámetro de control ajustable en $[0, 1)$
- $\gamma(\mathbf{x}) : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}$ esta definido por:

$$\gamma(\mathbf{x}) = \begin{cases} \frac{\sigma\sqrt{a(\mathbf{x})^2 + \bar{\theta}(\mathbf{x})\mathbf{b}(\mathbf{x})\Delta(\mathbf{x})\mathbf{b}(\mathbf{x})^T}}{\mathbf{b}(\mathbf{x})\Delta(\mathbf{x})\mathbf{b}(\mathbf{x})^T} & \text{if } \mathbf{x} \in \mathcal{D} \\ 0 & \text{if } \mathbf{x} \notin \mathcal{D} \end{cases} \quad (2.9)$$

2.4. Sintonización de controladores

Independientemente del controlador que se seleccione para establecer un sistema de control, estos poseen un conjunto de parámetros ajustables, que influyen en el comportamiento general del sistema de control. El acto de establecer adecuadamente los parámetros del controlador, de manera que se obtenga una respuesta esperada, se conoce como sintonización del controlador [63]. Este proceso de ajuste puede llevarse a cabo mediante alguno de los siguientes métodos [32]:

- **Métodos analíticos:** basados en un análisis de estabilidad del sistema de control en lazo cerrado para determinar los parámetros del controlador. El análisis de estabilidad de Lyapunov [15] para sistemas lineales y no lineales es un ejemplo claro de estos métodos.
- **Métodos heurísticos:** considerando la experiencia del diseñador se establecen reglas para la sintonización manual del controlador. Un clásico ejemplo de estos métodos son las reglas de Ziegler-Nichols [33] para controladores PID.
- **Métodos de optimización:** su principio es la formulación y resolución de un problema de optimización, que caracteriza al sistema de control mediante un conjunto de funciones.
- **Métodos adaptativos:** de forma continua o periódica, empleando alguno de los métodos previos y un proceso de identificación de la planta, se obtienen los parámetros del controlador que proporcionen la mejor adaptación del sistema de control.

La adecuada sintonización de controladores puede llevarse a cabo mediante los métodos analíticos y heurísticos para sistemas lineales y que además se requiera satisfacer un único criterio de control, en caso contrario, es preferible utilizar los métodos de optimización que los maneja de forma aceptable. Los métodos adaptativos combinado con métodos de optimización son una buena opción cuando el sistema de control se desenvuelve en un entorno desconocido, sin embargo, estos requieren que los elementos digitales del sistema de control sean de alto rendimiento debido a que su aplicación conlleva una complejidad computacional alta.

2.5. Optimización multi-objetivo en ingeniería

La optimización se refiere al acto de obtener el mejor resultado en determinadas circunstancias [64]. Esto se logra encontrando un conjunto de variables que intervienen en el problema para obtener el mejor resultado, lo cual se formula como un problema de optimización en el que se define un conjunto de medidas de rendimiento que se mejorarán mientras se satisface un conjunto de restricciones. Matemáticamente, considerando minimización, un problema de optimización puede ser expresado como (2.10)-(2.13).

$$\min_{\bar{\mathbf{p}}} \bar{F}(\bar{\mathbf{p}}) = [\bar{f}_1(\bar{\mathbf{p}}), \bar{f}_2(\bar{\mathbf{p}}), \dots, \bar{f}_{m_1}(\bar{\mathbf{p}})] \quad (2.10)$$

sujeto a:

$$\bar{h}_j(\bar{\mathbf{p}}) = 0, \quad j = 1, 2, \dots, m_2 \quad (2.11)$$

$$\bar{g}_k(\bar{\mathbf{p}}) \leq 0, \quad k = 1, 2, \dots, m_3 \quad (2.12)$$

$$\bar{\mathbf{p}}_{\min} \leq \bar{\mathbf{p}} \leq \bar{\mathbf{p}}_{\max} \quad (2.13)$$

El vector $\bar{\mathbf{p}} = [\bar{p}_1, \bar{p}_2, \dots, \bar{p}_D] \in \mathbb{R}^D$ de tamaño D es un vector de variables de decisión (vector de variables de diseño) del cual dependen las funciones $\bar{f}_i(\bar{\mathbf{p}})$, $\bar{g}_j(\bar{\mathbf{p}})$ y $\bar{h}_i(\bar{\mathbf{p}})$. $\bar{\mathbf{F}}(\bar{\mathbf{p}}) \in \mathbb{R}^{m_1}$ en (2.10) se denomina vector de costo (vector de funciones objetivo) que contiene m_1 funciones de costo (funciones objetivo) $\bar{f}_i(\bar{\mathbf{p}})$. Las funciones $\bar{h}_j(\bar{\mathbf{p}})$ en (2.11) y $\bar{g}_k(\bar{\mathbf{p}})$ en (2.12), se conocen como restricciones funcionales de igualdad y desigualdad respectivamente. El espacio de búsqueda $\mathcal{S} \subseteq \mathbb{R}^D$, se delimita mediante las restricciones de límite dadas en (2.13), donde $\bar{\mathbf{p}}_{\min} = [\bar{p}_{\min}^1, \bar{p}_{\min}^2, \dots, \bar{p}_{\min}^D]$ representa el vector variables de límite inferior y $\bar{\mathbf{p}}_{\max} = [\bar{p}_{\max}^1, \bar{p}_{\max}^2, \dots, \bar{p}_{\max}^D]$ el vector de variables de límite superior.

Un problema de optimización en (2.10)-(2.13) con una única función objetivo ($m_1 = 1$) es conocido como un problema de optimización mono-objetivo; mientras que un problema que involucra dos o más funciones objetivo ($m_1 > 1$), los cuales se encuentran en conflicto entre ellos, es conocido como un problema de optimización multi-objetivo. Cabe señalar, que la literatura actual considera un problema multi-objetivo a aquellos problemas con dos o tres funciones objetivos ($2 \leq m_1 \leq 3$); y many-objetivo a aquellos problemas con cuatro o más funciones objetivo ($m \geq 4$). Sin embargo, en el presente documento, para no perder la generalidad se considera un problema multi-objetivo todo aquel que contenga dos o más funciones objetivo. En el presente trabajo se tiene un especial interés en los problemas de optimización multi-objetivo, debido a que frecuentemente en aplicaciones reales de ingeniería se requiere satisfacer dos o más criterios de diseño (funciones objetivo) que se contraponen entre ellos.

La clase de problemas de optimización multi-objetivo se constituye de dos espacios multidimensionales donde se encuentran las variables de decisión y las funciones objetivo. El primero de ellos, es el espacio de las variables de decisión (espacio de búsqueda) \mathcal{S} . Los problemas de optimización pueden ser restringidos ($m_2 \neq 0$, $m_2 \neq 0$) o no ($m_2 = 0$, $m_2 = 0$) según los requerimientos del problema. Cuando el problema es restringido, el espacio de búsqueda \mathcal{S} es acotado al espacio de soluciones factibles $\Omega \subseteq \mathcal{S}$ que contiene a todas aquellas soluciones factibles $\bar{\mathbf{p}}$ que satisfacen a las restricciones $\bar{g}_j(\bar{\mathbf{p}})$ y $\bar{h}_i(\bar{\mathbf{p}})$. Para un problema no restringido el espacio de soluciones factibles será igual al espacio de búsqueda $\Omega = \mathcal{S}$. El segundo espacio, es el de las funciones objetivo Λ , donde cada solución $\bar{\mathbf{p}} \in \Omega$ es mapeada por la evaluación de $\bar{f}_i : \Omega \rightarrow \Lambda$, lo que se ilustra en la Fig. 2.5.

La optimización multi-objetivo lidia con diferentes objetivos \bar{f}_i tales que cumplen con diferentes compromisos establecidos para el diseño. En general, los objetivos de diseño deben contraponerse entre sí, i.e., mientras un objetivo se mejora los demás se empeoran. Si esta condición no se cumpliera, bastaría con mejorar un único objetivo de diseño. Por tal motivo, se muestran las siguientes definiciones aplicables a la optimización multi-objetivo:

Definición 5. Dominancia de Pareto [65]

Sea un vector $\bar{\mathbf{F}}(\bar{\mathbf{p}}) = [\bar{f}_1(\bar{\mathbf{p}}), \dots, \bar{f}_{m_1}(\bar{\mathbf{p}})]$ se dice que domina a $\bar{\mathbf{F}}(\bar{\mathbf{q}}) = [\bar{f}_1(\bar{\mathbf{q}}), \dots, \bar{f}_{m_1}(\bar{\mathbf{q}})]$ (denotado por $\bar{\mathbf{F}}(\bar{\mathbf{p}}) \preceq \bar{\mathbf{F}}(\bar{\mathbf{q}})$) si y solo si $\bar{\mathbf{F}}(\bar{\mathbf{p}})$ es parcialmente menor que $\bar{\mathbf{F}}(\bar{\mathbf{q}})$, i.e., $\bar{\mathbf{F}}(\bar{\mathbf{q}})$ es tan bueno como $\bar{\mathbf{F}}(\bar{\mathbf{p}})$ para todos los objetivos $f_i(\bar{\mathbf{p}}) \leq f_i(\bar{\mathbf{q}}) \forall i \in \{1, \dots, m_1\}$ y para al menos un

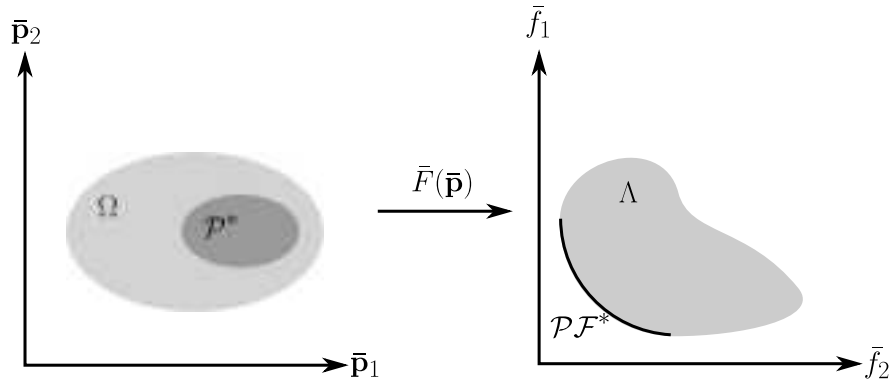


Figura 2.5: Espacios del problema de optimización multi-objetivo

objetivo se cumple que $f_i(\bar{\mathbf{p}}) < f_i(\bar{\mathbf{q}})$.

Definición 6. Optimalidad de Pareto [65]

Una solución $\bar{\mathbf{p}} \in \Omega$ es un óptimo de Pareto si y solo si no hay una solución $\bar{\mathbf{q}} \in \Omega$ tal que $\bar{\mathbf{F}}(\bar{\mathbf{q}})$ domine al vector $\bar{\mathbf{F}}(\bar{\mathbf{p}})$ ($\bar{\mathbf{F}}(\bar{\mathbf{q}}) \preceq \bar{\mathbf{F}}(\bar{\mathbf{p}})$).

Definición 7. Conjunto óptimo de Pareto [65]

El conjunto óptimo de Pareto \mathcal{P}^* contiene a todos los posibles vectores de variables de decisión $\bar{\mathbf{p}} \in \Omega$ tal que $\mathcal{P}^* := \{\bar{\mathbf{p}} \in \Omega \mid \nexists \bar{\mathbf{q}} \in \Omega, \bar{\mathbf{F}}(\bar{\mathbf{q}}) \preceq \bar{\mathbf{F}}(\bar{\mathbf{p}})\}$.

Definición 8. Frente de Pareto óptimo [65]

La proyección del conjunto óptimo de Pareto \mathcal{P}^* en el espacio objetivo es conocido como frente de Pareto \mathcal{PF}^* , i.e., $\mathcal{PF}^* := \{\bar{\mathbf{F}}(\bar{\mathbf{p}}) \mid \bar{\mathbf{p}} \in \mathcal{P}^*\}$.

2.5.1. Algoritmos evolutivos multi-objetivo

La resolución de problemas de optimización es posible mediante la aplicación de técnicas o algoritmos de optimización, que utilizan de forma iterativa operadores de búsqueda para proporcionar una o más soluciones prometedoras para un problema determinado.

Actualmente en la literatura existen diversas técnicas para la resolución de problemas de optimización, que dependiendo de las características del problema se seleccionará el más adecuado. Entre estas técnicas se encuentran los algoritmos evolutivos, que son métodos de búsqueda estocásticos que imitan los principios de la evolución natural de las especies [66]. Estos algoritmos al basarse en los principios del neodarwinismo, aplican los siguientes tres procesos principales:

- **Cruza:** es el proceso a través del cual se produce un nuevo individuo a partir de un conjunto de padres de la población actual.
- **Mutación:** este refiere al cambio probabilístico de la información heredable de un individuo.

- **Selección:** se define como el acto de elegir a los individuos más aptos que persisten en la población para las generaciones subsecuentes.

Al ser enfoques aproximados, no se puede garantizar convergencia de los algoritmos evolutivos al óptimo del problema de optimización. Sin embargo, suelen proveer de soluciones altamente competitivas a problemas complejos. Además, poseen ventajas tales como una operación simple, aplicables a una amplia variedad de problemas, entre otras.

Los algoritmos evolutivos han mostrado ser una buena herramienta para resolver problemas de optimización multi-objetivo debido a que su funcionamiento emplea un conjunto de soluciones, llamada población, para resolver el problema. Esta característica les da la posibilidad de encontrar paralelamente un conjunto de soluciones que satisfacen diferentes compromisos de diseño.

Enfoques de búsqueda

Los algoritmos evolutivos tienen la capacidad de resolver problemas multi-objetivo, proporcionando un conjunto de soluciones que satisfacen diferentes compromisos en los objetivos, sin embargo, estos no pueden garantizar la obtención del conjunto óptimo de Pareto \mathcal{P}^* y en consecuencia el frente de Pareto óptimo \mathcal{PF}^* . En su lugar pueden proporcionar un conjunto aproximado de Pareto \mathcal{P}^A , que mapeado al espacio de las funciones objetivo se obtiene el frente de Pareto aproximado \mathcal{PF}^A .

Los algoritmos evolutivos para optimización multi-objetivo se pueden ver como una extensión de los algoritmos de optimización mono-objetivo, ya que estos emplean los operadores de cruce y mutación, adicionado mecanismos de selección que dirigen la búsqueda a un conjunto \mathcal{P}^A tal que puedan satisfacer diferentes compromisos entre los objetivos de optimización. Por tal motivo, el mayor de los esfuerzos se ha concentrado en los últimos años. Estos mecanismos pueden clasificarse de la siguiente forma [67, 68]:

- **Basado en dominancia:** Este enfoque emplea los conceptos de optimalidad y dominancia de Pareto para dirigir la búsqueda del frente de Pareto aproximado. Este enfoque le proporciona una mayor preferencia a aquellas soluciones que tengan un menor nivel de dominancia, persistiendo estas soluciones a lo largo de la búsqueda. Algunos algoritmos evolutivos multi-objetivo que trabajan bajo este enfoque son el NSGA-II [69], el SPEA2 [70] y el MOEEADE [71].
- **Basados en descomposición:** Estos algoritmos evolutivos multi-objetivo descomponen, mediante algún método de escalarización, el problema multi-objetivo en varios subproblemas mono-objetivo, que serán simultáneamente optimizados. El MOEA/D [72] y el MOEA/D-DE [73] son algoritmos conocidos que emplean descomposición.

- **Basados en métricas:** La búsqueda del frente de Pareto aproximado en estos algoritmos se realiza auxiliando a la dominancia de Pareto mediante indicadores de rendimiento, que proporciona información de soluciones para seleccionar aquellas que son potencialmente buenas. Por ejemplo el SMS-EMOA [74] es un algoritmo representativo de este enfoque.
- **Híbridos:** Los algoritmos multi-objetivo con un enfoque de búsqueda híbrido utilizan de forma conjunta dos o más enfoques para dirigir la búsqueda del Frente de Pareto aproximado. El NSGA-III [75] representa un ejemplo claro de estos algoritmos, pues combina un enfoque de Pareto con uno de descomposición.

Características deseables del frente de Pareto aproximado

En optimización multi-objetivo, en comparación con la optimización mono-objetivo, existen diferentes características a satisfacer por el conjunto de Pareto aproximado, de acuerdo con [76], el respectivo frente de Pareto aproximado debería satisfacer lo siguiente:

- La distancia entre el frente de Pareto óptimo \mathcal{PF}^* y el frente de Pareto aproximado \mathcal{PF}^A debería ser minimizado.
- Es deseable presentar una buena distribución de las soluciones en el frente de Pareto aproximado.
- La extensión del frente de Pareto aproximado debería ser maximizado, i.e., por cada objetivo, los puntos no dominados deberían cubrir una amplia gama de soluciones.

Las cualidades de un conjunto de Pareto aproximado \mathcal{P}^A se determina mediante métricas de rendimiento, que asignan un valor de aptitud a su correspondiente frente de Pareto aproximado \mathcal{PF}^A . Los valores proporcionados por las métricas de rendimiento sirven como medio para evaluar y comparar cuantitativamente la eficiencia de un conjunto de algoritmos, seleccionados previamente, para la resolución de un problema en particular. Además, la información que puedan proporcionar las métricas de rendimiento acerca del comportamiento del/los algoritmo(s) en la resolución de un problema determinado, sirve como base para el diseño de mejoras o nuevos algoritmos de optimización.

En el contexto de la optimización multi-objetivo se han propuesto una vasta cantidad de métricas de rendimiento que proporcionan información determinada de los frentes de Pareto aproximados obtenidos, y de acuerdo con [77, 78] estas pueden ser agrupadas de la siguiente manera:

- **Métricas de cardinalidad:** Este grupo cuantifica el número o proporción de las soluciones no dominadas que conforma al frente de Pareto aproximado \mathcal{PF}^A .

- 1) Total de soluciones no dominadas generadas (ONVG): Proporciona el número de elementos en el frente de Pareto aproximado \mathcal{PF}^A .
 - 2) Tasa de error (ER): Considera el error en la intersección entre el frente de Pareto aproximado \mathcal{PF}^A y el frente de Pareto óptimo.
 - 3) Cobertura de dos conjuntos (métrica C): Es una métrica binaria que obtiene la proporción de soluciones no dominadas de un frente de Pareto aproximado \mathcal{PF}^A con respecto a otro frente de Pareto aproximado \mathcal{PF}^B .
- Métricas de convergencia: Estas sirven para cuantificar el grado de proximidad del frente de Pareto aproximado \mathcal{PF}^A al frente de Pareto óptimo \mathcal{PF}^* .
 - 1) Distancia Generacional (GD): proporciona la distancia promedio entre cada elemento del frente de Pareto aproximado \mathcal{PF}^A y su vecino más cercano correspondiente al frente de Pareto óptimo \mathcal{PF}^* .
 - 2) Indicador epsilon (I_ϵ): dados dos frentes de Pareto aproximados \mathcal{PF}^A y \mathcal{PF}^B , esta métrica binaria se define como el factor mínimo requerido para escalar/trasladar un subconjunto de \mathcal{PF}^A para ser dominado por \mathcal{PF}^B .
 - Métricas de diversidad: miden la distribución (indica qué tan uniformemente dispersas están las soluciones del \mathcal{PF}^A) y extensión (indica qué tan bien llegan las soluciones del \mathcal{PF}^A a los extremos del \mathcal{PF}^*).
 - 1) Espaciamiento (SP): captura la variación de distancia mínima entre soluciones en el frente de Pareto aproximado \mathcal{PF}^* .
 - 2) Indicadores delta (Δ, Δ^*): dado un frente de Pareto aproximado \mathcal{PF}^A , estos obtienen información acerca de su extensión y la variación de distancia entre soluciones cercanas.
 - Métricas de convergencia y diversidad: Estos miden tanto el grado de convergencia como el de diversidad en un solo indicador.
 - 1) Hipervolumen (HV): dado un punto de referencia r en el espacio de las funciones objetivo, este mide el volumen que ocupa un frente de Pareto aproximado \mathcal{PF}^A en el espacio de las funciones, proporcionando información acerca de su grado de convergencia y diversidad de las soluciones.
 - 2) Distancia Generacional Invertida (IGD): captura la distancia mínima promedio entre cada elemento del frente de Pareto óptimo \mathcal{PF}^* y su vecino más cercano en el frente de Pareto aproximado \mathcal{PF}^A .

Los valores que las métricas de rendimiento pueden tomar puede ser variable según el rango de valores que tenga las muestras. Sin embargo, se sugiere que los valores de las muestras sean transformados y que se encuentren dentro del rango $[0, 1]$, lo que proporciona una mayor comodidad para el análisis de los resultados y así un mejor entendimiento del comportamiento de los algoritmos de optimización en la resolución de un problema en particular.

Sintonización óptima multi-objetivo del control disparado por eventos

3.1. Introducción

En el presente capítulo se establece el problema de sintonización del control disparado por eventos como un problema de optimización multi-objetivo considerando dos criterios de diseño a satisfacer para la estabilización de un robot manipulador. Además, se exponen los algoritmos evolutivos multi-objetivo que se emplean para resolver el problema de optimización, considerando uno por cada método de búsqueda.

3.2. Establecimiento del problema de optimización

3.2.1. Modelo dinámico del robot manipulador y el sistema de control

Sea el vector de variables de estado $\mathbf{x} = [\vartheta, \dot{\vartheta}]^T \in \mathcal{X} \subset \mathbb{R}^{n_1}$, $\mathbf{u} = \tau \in \mathcal{U} \subset \mathbb{R}^{n_2}$ el vector de señales de entrada (señales de control), $\mathbf{M} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ la matriz no singular y simétrica de inercias, $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ la matriz de fuerzas de Coriolis y centrífugas, y $\mathbf{G} \in \mathbb{R}^n$ el vector de gravedad donde $\dot{\vartheta}$, $\vartheta \in \mathbb{R}^n$ son los vectores de velocidad y posición generalizados, τ expresa el vector de pares de entrada proporcionados por los actuadores y $\mathbf{0} \in \mathbb{R}^{n \times r}$ es una matriz de ceros de dimensiones correspondientes; entonces, el modelo dinámico de un robot manipulador de n grados de libertad se puede representar en el espacio de estados como se muestra en (3.1), con $f(\mathbf{x}) \in \mathcal{F} \subset \mathbb{R}^{n_1}$, $g(\mathbf{x}) \in \mathcal{G} \subset \mathbb{R}^{n_1 \times n_2}$.

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= f(\mathbf{x}) + g(\mathbf{x})\mathbf{u} \\ &= \begin{bmatrix} [x_{n+1}, \dots, x_{2n}]^T \\ \mathbf{M}(\mathbf{x})^{-1}[-\mathbf{C}(\mathbf{x})[x_{n+1}, \dots, x_{2n}]^T - \mathbf{G}(\mathbf{x})] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}(\mathbf{x})^{-1} \end{bmatrix} \mathbf{u}\end{aligned}\quad (3.1)$$

Para regir el comportamiento del robot manipulador y desarrollar tareas de regulación, que consiste en estabilizar al sistema en algún estado deseado, se incorpora un controlador no lineal asíncrono (control disparado por eventos (CDE)). El CDE que se adopta en este trabajo, es el propuesto en [20] para sistemas no lineales. Este controlador emplea una función de retroalimentación $\bar{\mathbf{k}}(\bar{\mathbf{m}})$ y una función de evento dinámica $\bar{e}(\mathbf{z}, \bar{\mathbf{m}})$ que varía con base en la tasa de cambio de una función de control de Lyapunov (FCL) $V(\mathbf{z})$, las cuales quedan descritas en (3.2) y (3.3) respectivamente.

$$\bar{\mathbf{k}}(\bar{\mathbf{m}}) = -\Psi \mathbf{b}^T(\mathbf{z}) \delta(\mathbf{z}) \gamma(\mathbf{z}) \quad (3.2)$$

$$\bar{e}(\mathbf{z}, \bar{\mathbf{m}}) = -a(\mathbf{z}) - \mathbf{b}(\mathbf{z}) \bar{\mathbf{k}}(\bar{\mathbf{m}}) - \sigma \sqrt{a(\mathbf{z})^2 + \bar{\theta}(\mathbf{z}) \mathbf{b}(\mathbf{z}) \Delta(\mathbf{x}) \mathbf{b}(\mathbf{z})^T} \quad (3.3)$$

Los términos en (3.2) y (3.3) son:

- $\mathbf{z} = \mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}} \in \mathcal{Z} \subset \mathbb{R}^{2n}$ es el error entre los estados actuales \mathbf{x} y los deseados $\bar{\mathbf{x}}$.
- $a(\mathbf{z}) := \frac{\partial V(\mathbf{z})}{\partial \mathbf{z}} f(\mathbf{z} + \mathbf{x}_d)$ y $\mathbf{b}(\mathbf{z}) := \frac{\partial V(\mathbf{z})}{\partial \mathbf{z}} g(\mathbf{z} + \mathbf{x}_d)$, donde se asume que la función $V(\mathbf{z})$ es una función de control de Lyapunov. Para este trabajo $V(\mathbf{z})$ queda descrita a continuación:

$$V(\mathbf{z}) = \frac{1}{2} \mathbf{z}^T \begin{bmatrix} \mathbf{P}_1 & \mathbf{P}_3 \\ \mathbf{P}_3 & \mathbf{P}_2 \end{bmatrix} \mathbf{z} \quad (3.4)$$

donde $\mathbf{P}_1 = \text{diag}(P_{11}, P_{12}, \dots, P_{1n})$, $\mathbf{P}_2 = \text{diag}(P_{21}, P_{22}, \dots, P_{2n})$ y $\mathbf{P}_3 = \text{diag}(P_{31}, P_{32}, \dots, P_{3n}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ son matrices definidas positivas y sus elementos están dados por:

$$P_{1i} = \sqrt{\varrho_i \varrho_{i+n} + 2\sqrt{\varrho_i^3 / \epsilon_i}} \quad (3.5)$$

$$P_{2i} = \sqrt{\varrho_{i+n} / \epsilon_i + 2\sqrt{\varrho_i / \epsilon_i^3}} \quad (3.6)$$

$$P_{3i} = \sqrt{\varrho_i / \epsilon_i} \quad (3.7)$$

- $\Delta(\mathbf{z}) = \text{diag}(\delta_1(\mathbf{z}), \delta_1(\mathbf{z}), \dots, \delta_r(\mathbf{z})) \mathbb{R}^{r \times r}$ se establece como una matriz de parámetros constantes.
- $\bar{\theta}(\mathbf{z})$ se define en (3.8) con ω como un parámetro a sintonizar.

$$\bar{\theta}(\mathbf{z}) := \omega (z_1 + \dots + z_{2n})^2 \quad (3.8)$$

- σ es un parámetro de control ajustable en $[0, 1)$.
- $\bar{\mathbf{m}}$ es un vector de memoria del vector \mathbf{z} , correspondiente al último instante de tiempo en el que la función de evento $\bar{e}(\mathbf{z}, \bar{\mathbf{m}})$ se activó, i.e.:

$$\bar{\mathbf{m}} := \begin{cases} \mathbf{z} & \text{si } \bar{e}(\mathbf{z}, \bar{\mathbf{m}}) \leq 0 \wedge \mathbf{z} \neq 0 \\ 0 & \text{de otro modo} \end{cases} \quad (3.9)$$

- $\Psi = \text{diag}(\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_n) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es una matriz de parámetros constantes.
- $\gamma \in \mathbb{R}$ esta dada como sigue:

$$\gamma(\mathbf{z}) := \begin{cases} \frac{a(\mathbf{z}) + \sqrt{a(\mathbf{z})^2 + \bar{\theta}(\mathbf{z})\mathbf{b}(\mathbf{z})\Delta(\mathbf{z})\mathbf{b}(\mathbf{z})^T}}{\mathbf{b}(\mathbf{z})\Delta(\mathbf{z})\mathbf{b}(\mathbf{z})^T} & \text{if } \mathbf{z} \in \mathcal{D} \\ 0 & \text{if } \mathbf{z} \notin \mathcal{D} \end{cases} \quad (3.10)$$

3.2.2. Vector de parámetros de control

Considerando la estructura del sistema de control disparado por eventos seleccionado, los parámetros involucrados en su rendimiento están dados por: Los elementos $\varrho_i, \varrho_{i+n}, \epsilon_i$ de las matrices $\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2$ y \mathbf{P}_3 establecidas en (3.5)-(3.7), que aseguran que $V(\mathbf{z})$ en (3.4) sea una FCL y consecuentemente los estados del sistema converjan a los estados deseados; δ_i y ω son parámetros ajustables que se consideran en la función de evento $\bar{e}(\mathbf{z}, \bar{\mathbf{m}})$ establecida en (3.3); σ indica la frecuencia actualización de la señal de control $\bar{\mathbf{k}}(\bar{\mathbf{m}})$; Ψ es una matriz que se ajusta para tener una mayor precisión de la función de control de retroalimentación $\bar{\mathbf{k}}(\bar{\mathbf{m}})$ descrita en (3.2). Entonces, el vector de variables de diseño se muestra a continuación:

$$\bar{\mathbf{p}} = [\varrho_i, \varrho_{i+n}, \epsilon_i, \delta_i(x), \sigma, \omega, \psi_i] \in \mathbb{R}^{5n+2} \quad \forall i = 1, \dots, n \quad (3.11)$$

3.2.3. Función de desempeño

En ingeniería de control es común que los criterios de diseño se contrapongan entre sí. En el caso de este trabajo, la actualización asíncrona que presenta la estrategia de control disparado por eventos presenta una disminución en el desempeño durante las tareas de control debido a que este tipo de controladores permite que se presente un error y posteriormente este lo corrige. Por lo tanto, la definición del problema de sintonización óptima del controlador adoptado se propone como un problema de diseño multi-objetivo. El problema de optimización considera dos criterios, de desempeño que deberán satisfacerse al evaluar un vector de parámetros $\bar{\mathbf{p}}$ dado.

$$\bar{\mathbf{F}}(\bar{\mathbf{p}}) = [\bar{f}_1(\bar{\mathbf{p}}), \bar{f}_2(\bar{\mathbf{p}})] \quad (3.12)$$

El primer criterio $\bar{f}_1(\bar{\mathbf{p}})$ implica que el vector de parámetros $\bar{\mathbf{p}}$ debe minimizar el error \mathbf{z} existente entre los estados deseados $\bar{\mathbf{x}}$ y los estados reales \mathbf{x} que logra alcanzar el sistema robótico

con la estrategia de control propuesto. El principal interés en las tareas de regulación es alcanzar, preferentemente sin sobreimpulsos, la referencia y mantenerse en estado estacionario en un tiempo finito. Para el caso de estudio de este trabajo, se considera realizar tareas de regulación en posición, esto es, los estados deseados que corresponden a las velocidades del sistema serán igual con cero. Con base en estas consideraciones se selecciona el conocido índice de desempeño ITAE (del inglés Integral Time-weighted Absolute Error) como criterio de desempeño, el cual pondera con mayor peso aquellos errores en estado estacionario. Entonces, en (3.13) se establece la primera función de desempeño \bar{f}_1 , donde t_f es el tiempo final de simulación.

$$\bar{f}_1(\bar{\mathbf{p}}) = \frac{1}{t_f} \sum_{i=1}^n \int_0^{t_f} t |z_i| dt \quad (3.13)$$

Por otro lado, el segundo criterio de diseño $\bar{f}_2(\bar{\mathbf{p}})$ involucra al número de ocurrencias donde la función de evento $\bar{e}(\mathbf{z}, \bar{\mathbf{m}})$ fue activada. Entonces, el segundo criterio de diseño minimiza la cantidad de activaciones de la función de evento durante la tarea de control con un vector de diseño $\bar{\mathbf{p}}$. En consecuencia, se presentará un menor uso de los recursos de cómputo, así como un menor desgaste mecánico debido a un cambio menos frecuente en la señal de control. Por lo tanto, este criterio queda establecido en (3.14), donde $H(\cdot)$ es la función de Heaviside o escalón unitario, que entregara 1 si la función de evento es negativa ($\bar{e}(\mathbf{z}, \bar{\mathbf{m}}) \leq 0$) y 0 en caso contrario ($\bar{e}(\mathbf{z}, \bar{\mathbf{m}}) > 0$).

$$\bar{f}_2(\bar{\mathbf{p}}) = \frac{1}{t_f} \int_0^{t_f} H(-\bar{e}(\mathbf{z}, \bar{\mathbf{m}})) dt \quad (3.14)$$

3.2.4. Restricciones de diseño

El problema de optimización queda sujeto a un conjunto de ecuaciones que restringen al problema. La primera de ellas consiste en el comportamiento dinámico del robot manipulador, que se puede ser descrita como (3.15), que considera el reposo $\mathbf{x}(0) = \mathbf{0} \in \mathbb{R}^n$ como el estado inicial del sistema.

$$\bar{h}_1(\bar{\mathbf{p}}, \mathbf{x}, \bar{\mathbf{x}}, t) : \frac{d\mathbf{x}}{dt} - f(\mathbf{x}) - g(\mathbf{x})\mathbf{u} = 0 \quad (3.15)$$

donde el sistema en lazo cerrado considera que la señal de control es parametrizada por la función de retroalimentación (3.2) y la función de evento (3.3), que considerando el problema de regulación en la estabilización robot manipulador en una posición deseada en un intervalo de tiempo definido, estas dependen del error de estabilización $\mathbf{z} = \mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}}$.

Un aspecto importante en el control de sistemas, es la máxima amplitud de la señal de control. En general para sistemas robóticos, no es deseable tener un par de fuerzas de control no acotada, para ello, se establece en (3.16) las restricciones que limitan la señal de control \mathbf{u} con u_{\max} como sus límites.

$$\bar{g}_i(\bar{\mathbf{p}}, \mathbf{x}, \bar{\mathbf{x}}, t) : |u_i| - u_{\max} \leq 0 \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \quad (3.16)$$

Por otro lado, con el propósito de acotar el espacio de búsqueda de las soluciones se consideran las restricciones de límite inferior ($\bar{\mathbf{p}}_{\min}$) y superior ($\bar{\mathbf{p}}_{\max}$) para las variables de diseño, establecidas en (3.17) y (3.18) respectivamente.

$$\bar{g}_{n+1}(\bar{\mathbf{p}}) : \bar{\mathbf{p}}_{\min} - \bar{\mathbf{p}} \leq 0 \quad (3.17)$$

$$\bar{g}_{n+2}(\bar{\mathbf{p}}) : \bar{\mathbf{p}} - \bar{\mathbf{p}}_{\max} \leq 0 \quad (3.18)$$

3.2.5. Formulación del problema de optimización

Una vez establecidas las variables de diseño, la función objetivo y las restricciones de diseño correspondientes para la sintonización de los parámetros del control disparado por eventos para la estabilización de robots manipuladores, es posible establecer el problema de optimización de manera formal.

El problema de optimización consiste en encontrar un conjunto de vectores de diseño $\bar{\mathbf{p}} \in \Omega$ que minimice el vector funciones de desempeño (3.12), sujeto a la dinámica (3.15) del robot manipulador, a los límites de la señal de control (3.16) y a los límites en las variables de diseño (3.18) y (3.17). Por lo tanto, la formulación general del problema de optimización queda establecido a continuación en (3.19):

$$\min_{\bar{\mathbf{p}} \in \mathbb{R}^{5n+2}} \bar{\mathbf{F}}(\bar{\mathbf{p}}) \quad (3.19)$$

Sujeto a:

$$\begin{aligned} \bar{h}_1(\bar{\mathbf{p}}, \mathbf{x}, \bar{\mathbf{x}}, t) &= 0 \\ \bar{g}_i(\bar{\mathbf{p}}, \mathbf{x}, \bar{\mathbf{x}}, t) &\leq 0 \quad \forall i = 1, \dots, n \\ \bar{g}_{n+1}(\bar{\mathbf{p}}) &\leq 0 \\ \bar{g}_{n+2}(\bar{\mathbf{p}}) &\leq 0 \end{aligned}$$

3.3. Algoritmos de Optimización

La resolución de problemas de optimización en la actualidad se realiza generalmente mediante métodos de búsqueda que pueden ser calculados por una computadora. Los algoritmos de búsqueda que han presentado un rendimiento competitivo entorno a la resolución de problemas reales de optimización multi-objetivo esta dado por los Algoritmos Evolutivos (AE). La característica principal por la cual los AE presentan un buen rendimiento al resolver problemas multi-objetivo, se debe a que se basan de forma natural en poblaciones, lo que proporciona la generación de varias soluciones en el frente de Pareto en una sola ejecución..

Los AE como se ha comentado, son algoritmos basados en poblaciones que emulan burdamente el proceso evolutivo de las especies para construir procedimientos de optimización y búsqueda. Entonces de forma general estos algoritmos consideran el proceso de selección, cruza y mutación de la teoría evolutiva Neodarwinista. Actualmente existe una amplia variedad de AE para resolver problemas multi-objetivo, donde se aplican diferentes operadores para realizar la búsqueda, sin embargo, la mayor importancia se ha concentrado en la forma de seleccionar las soluciones para dirigir la búsqueda del frente de Pareto aproximado. Por este motivo, en el presente trabajo de investigación por cada método de búsqueda, basado en dominancia, en descomposición, en métricas e híbrido, se selecciona un algoritmo representativo. Entonces, para resolver el problema de sintonización del control disparado por eventos establecido en la sección previa, se eligen los algoritmos NSGA-II, MOEA/D-DE, SMS-EMOA y NSGA-III, que son algoritmos representativos por cada método de búsqueda.

3.3.1. Enfoque de búsqueda basado en dominancia

NSGA-II

El algoritmo genético de ordenamiento por no dominancia versión II (NSGA-II por sus siglas en inglés de Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II) [69] es un algoritmo simple y eficiente para la resolución de problemas donde los criterios se contraponen. Este algoritmo, en comparación con otros, no utiliza archivos externos o poblaciones secundarias, ya que este es un algoritmo elitista; i.e., el NSGA-II conserva a los mejores individuos obtenidos del proceso evolutivo. Para ello, emplea una asignación de aptitud con base en su nivel de no dominancia (número de individuos dominados por una solución) y debido a que este algoritmo es elitista utiliza un estimador de densidad para preservar la diversidad de soluciones.

La operación general del NSGA-II se describe en el Algoritmo 1. En primera instancia, de forma aleatoria se crea una población inicial \mathcal{P} con NP individuos distribuidos en el espacio de búsqueda. Posterior a la creación de la población inicial, se aplica el Ordenamiento Rápido por No Dominancia (ORND) y la distancia de agrupación (DA) calculada en el espacio de las funciones, descritos respectivamente en los Algoritmos 2 y 3. En estos algoritmos, se asigna a cada individuo un valor de aptitud “rank” con base en su nivel de dominancia (un nivel de rank más bajo indica una mejor aptitud) y una indicador de distancia entre sus individuos vecinos.

En el ciclo de evolución del algoritmo, durante G_{\max} generaciones a cada individuo \bar{p}_i de la población \mathcal{P} se le aplicará cada uno de los operadores genéticos, selección, cruza y mutación para generar una población de descendientes \mathcal{U} , un descendiente \bar{u}_i por cada padre \bar{p}_i . Aquí, se ocupa como operador de selección al Torneo Binario (TB) que consiste en hacer competir pares de individuos y elegir al mejor como padre, en este caso se consideran las siguientes reglas en el TB: 1) Entre soluciones con el mismo nivel de no dominancia, se selecciona la de mayor distancia de agrupa-

ción, 2) Entre soluciones en diferente jerarquía de no dominancia, se selecciona la de jerarquía más baja. Una vez que se han seleccionado los padres se toman pares de forma ordenada y se les aplica el operador de cruce binaria simulada (SBX del inglés Simulated Binary Crossover) mostrado en (3.20)-(3.22), donde a y b son los índices del par de padres a cruzar y $rand \in [0, 1]$ es un número aleatorio. Para la mutación se aplica la Mutación Polinomial (MP) mostrado en (3.23)-(3.24), donde $rand \in [0, 1]$ es un número elegido aleatoriamente diferente al de la cruce, p_m es el índice de mutación polinomial y η_m es el índice de distribución de la mutación.

Posterior a la obtención de la población de hijos \mathcal{U} , esta se une con la población \mathcal{P} y se crea la población $\mathcal{Q} \in \mathbb{R}^{2NP \times D}$, la cual se ordena con base en su jerarquía y su valor de DA. Finalmente se mantienen en la población \mathcal{P} los NP mejores individuos que se encuentren en \mathcal{Q} .

Algoritmo 1: Non-dominated sorting genetic algorithm II (NSGA-II)

- 1 $G = 1$
 - 2 Genera una población inicial aleatoria: $\mathcal{P} \in \mathbb{R}^{NP \times D}$
 - 3 Evalúa los individuos en \mathcal{P}
 - 4 Ordena los individuos en \mathcal{P} (usando ORND y DA)
 - 5 **while** $G < G_{max}$ **do**
 - 6 Selecciona $\frac{NP}{2}$ pares de individuos padre de \mathcal{P} (usando TB)
 - 7 Genera una población de hijos $\mathcal{U} \in \mathbb{R}^{NP \times D}$ (usando operador SBX)
 - 8 Muta a los individuos en \mathcal{U} (usando MP)
 - 9 Evalúa los individuos en \mathcal{U}
 - 10 Une la población \mathcal{P} y \mathcal{U} : $\mathcal{Q} \leftarrow \mathcal{P} \cup \mathcal{U}$
 - 11 Ordena los individuos en \mathcal{Q} (usando ORND y DA)
 - 12 Reemplaza a los individuos en \mathcal{P} con los NP mejores individuos de \mathcal{Q} (con base en el nivel de pareto y distancia de agrupación)
 - 13 $G \leftarrow G + 1$
-

$$\bar{\beta} = \begin{cases} (2rand)^{\frac{1}{\eta_c+1}} & \text{si } rand \leq 0.5 \\ \left(\frac{1}{2-2rand}\right)^{\frac{1}{\eta_c+1}} & \text{de otro modo.} \end{cases} \quad (3.20)$$

$$u_{2(i-1)+1}^j = 0.5(\bar{p}_a^j + \bar{p}_b^j - \bar{\beta}^j(\bar{p}_b^j - \bar{p}_a^j)) \quad (3.21)$$

$$u_{2(i-1)+2}^j = 0.5(\bar{p}_a^j + \bar{p}_b^j + \bar{\beta}^j(\bar{p}_b^j - \bar{p}_a^j)) \quad (3.22)$$

$$u_i^j = \begin{cases} u_i^j + \sigma^j(\bar{p}_{\max}^j - \bar{p}_{\min}^j) & \text{si } rand(0, 1) \leq p_m \\ u_i^j & \text{de otro modo.} \end{cases} \quad (3.23)$$

$$\sigma^j = \begin{cases} (2 \times rnd)^{\frac{1}{\eta_{m+1}}} - 1 & \text{si } rand(0, 1) \leq 0.5 \\ 1 - (2 - 2 \times rnd)^{\frac{1}{\eta_{m+1}}} & \text{de otro modo.} \end{cases} \quad (3.24)$$

Algoritmo 2: Ordenamiento Rápido por No Dominancia (ORND)

```

1 Sea  $\mathcal{P}$  la población a ordenar
2 foreach  $\bar{\mathbf{p}}_i \in \mathcal{P}$  do
3    $\mathcal{S}_i \leftarrow \emptyset$ 
4    $n_i \leftarrow 0$ 
5   foreach  $\bar{\mathbf{p}}_j \in \mathcal{P}$  do
6     if  $\bar{\mathbf{p}}_i \prec \bar{\mathbf{p}}_j$  then
7        $\mathcal{S}_i \leftarrow \mathcal{S}_i \cup \{\bar{\mathbf{p}}_j\}$ 
8     else if  $\bar{\mathbf{p}}_j \prec \bar{\mathbf{p}}_i$  then
9        $n_i \leftarrow n_i + 1$ 
10  if  $n_i = 0$  then
11     $rank \leftarrow 1$ 
12     $\mathcal{F}_1 \leftarrow \mathcal{F}_1 \cup \{\bar{\mathbf{p}}_i\}$ 
13 while  $\mathcal{F}_{rank} \neq \emptyset$  do
14    $\mathcal{F}_a \leftarrow \emptyset$ 
15   foreach  $\bar{\mathbf{p}}_i \in \mathcal{F}_{rank}$  do
16     foreach  $\bar{\mathbf{p}}_j \in \mathcal{S}_i$  do
17        $n_j \leftarrow n_j - 1$ 
18       if  $n_j = 0$  then
19          $\mathcal{F}_a \leftarrow \mathcal{F}_a \cup \{\bar{\mathbf{p}}_j\}$ 
20    $rank \leftarrow rank + 1$ 
21    $\mathcal{F}_{rank} \leftarrow \mathcal{F}_a$ 

```

3.3.2. Enfoque de búsqueda basado en descomposición

MOEA/D-DE

El algoritmo evolutivo Multi-objetivo con base en descomposición y en evolución diferencial (MOEA/D-DE por sus siglas en inglés de Multi-Objective Evolutionary Algorithm Based on Decomposition and Differential Evolution) es un AE propuesto por Li y Zhang en 2009 [73]. Este algoritmo descompone el problema de optimización multi-objetivo en un conjunto de subproblemas de

Algoritmo 3: Distancia de Apiñamiento (DA)

```

1 Sea  $\mathcal{P}$  la población a calcular su distancia de agrupación
2  $l \leftarrow |\mathcal{P}|$ 
3  $I \in \mathbb{R}^l \leftarrow 0$ 
4 foreach objetivo  $f_i^j \in \mathcal{P}$  do
5    $I = \text{sort}(I, j)$ 
6    $I_1 \leftarrow \infty$ 
7    $I_l \leftarrow \infty$ 
8   for  $i \leftarrow 2$  to  $(l - 1)$  do
9      $I_i \leftarrow I_i + (f_{i+1}^j - f_{i-1}^j) / (f_{\max}^j - f_{\min}^j)$ 

```

optimización mono-objetivo que son resueltos simultáneamente. En este algoritmo cada individuo es asociado a un subproblema y pertenece a una vecindad de soluciones que comparten información en la búsqueda. De la literatura existente se pueden encontrar diferentes enfoques de descomposición, en el actual trabajo se utiliza el método de descomposición Tchebycheff que se muestra en (3.25), donde $\lambda = [\lambda^1, \dots, \lambda^{m_1}]$ es el vector de pesos tal que $\sum_{j=1}^{m_1} \lambda^j = 1$ y $\bar{\mathbf{z}}^* = [\bar{z}_1^*, \dots, \bar{z}_{m_1}^*]$ es el punto de referencia, esto es, por cada $j = 1, \dots, m_1$ se tiene $\bar{z}_j^* = \mathbf{min}\{\bar{f}_j(\bar{\mathbf{p}}) \mid \bar{\mathbf{p}} \in \Omega\}$.

$$\mathbf{min} g^{te}(\bar{\mathbf{p}} \mid \lambda, \bar{\mathbf{z}}^*) = \mathbf{max}_{1 \leq j \leq m} \{\lambda^j | f^j(\bar{\mathbf{p}}) - \bar{z}_j^* | \} \quad (3.25)$$

La operación general del MOEA/D-DE queda descrito en el Algoritmo 4. Para comenzar se genera aleatoriamente una población inicial \mathcal{P} de NP individuos que durante G_{\max} generaciones se les aplicará los operadores de selección, cruza y mutación para encontrar las soluciones que mejor se adapten al problema de optimización. Posteriormente se escogen NP vectores de pesos $\Lambda = [\lambda_1, \dots, \lambda_{NP}]$ uniformemente distribuidos en $[0, 1]$. Una vez seleccionados los pesos, se asigna en $\mathcal{B} = \{\mathbf{B}_1, \dots, \mathbf{B}_{NP}\}$ a cada individuo T individuos cercanos con base a la distancia euclidiana que existe entre el vector de pesos asociado de cada individuo y el de los demás. Adicionalmente, se establece el vector de referencia $\bar{\mathbf{z}}^*$.

En cada generación G , se creará un descendiente $\mathbf{u}_i \in \mathcal{U}$ por cada individuo $\bar{\mathbf{p}}_i \in \mathcal{P}$ mediante los operadores de mutación y cruza del algoritmo mono-objetivo de Evolución Diferencial (ED). Del AE de ED se emplea el operador de mutación diferencial mostrado en (3.27) del que se genera un individuo mutante \mathbf{v}_i donde $\bar{\mathbf{p}}_{r_1}$ es un vector base, $\bar{\mathbf{p}}_{r_2}$ y $\bar{\mathbf{p}}_{r_3}$ son vectores de diferencia elegidos aleatoriamente de la población \mathcal{H} como se observa en (3.26) y F es la tasa de mutación; tal que $r_1 = i, r_2 \neq r_3 \neq i$ y $F \in [0, 1]$. Luego de obtener el vector mutante \mathbf{v}_i este es recombinado con el padre $\bar{\mathbf{p}}_i$ para generar el vector hijo \mathbf{u}_i como se muestra en el operador de cruza binomial (3.28). Una vez que el hijo se ha creado, se vuelve a mutar con el operador de mutación polinomial para algoritmos genéticos mostrado en (3.23) y (3.24), donde $rand \in [0, 1]$ es un número elegido aleatoriamente,

p_m es el índice de mutación polinomial y η_m es el índice de distribución de la mutación.

Finalmente, si la solución \mathbf{u}_i es mejor que a lo más n_r soluciones $\bar{\mathbf{p}}_k$ de la población \mathbf{B}_i estas se reemplazan con base en el método de descomposición empleado.

Algoritmo 4: Multi-objective evolutionary algorithm based on decomposition and differential evolution (MOEA/D-DE)

```

1 G = 1
2 Genera una población inicial aleatoria:  $\mathcal{P} \in \mathbb{R}^{NP \times D}$ .
3 Evalúa los individuos en  $\mathcal{P}$ .
4 Genera un conjunto de vectores de peso  $\Lambda \in \mathbb{R}^{NP \times m_1}$ .
5 Asigna en  $\mathcal{B}$  a cada individuo de  $\mathcal{P}$  un conjunto de  $T$  vecinos.
6 Establece el punto de referencia  $\mathbf{z}^*$ 
7 while  $G < G_{max}$  do
8   foreach  $\bar{\mathbf{p}}_i \in \mathcal{P}$  do
9     Establece los índices  $r_1 = i$  y  $\{r_2 \neq r_3 \neq i\} \in \mathcal{H}$  (ver (3.26)).
10    Genera un individuo mutante  $\mathbf{v}_i$  (usar operador de (3.27)).
11    Genera un individuo hijo  $\mathbf{u}_i$  (usar operador de (3.28)).
12    Muta el individuo hijo  $\mathbf{u}_i$  (usar MP).
13    Evalúa el individuo  $\mathbf{u}_i$ .
14    Actualiza el punto de referencia  $\mathbf{z}^*$ .
15    while  $c \neq n_r \wedge \mathcal{H} \neq \emptyset$  do
16      Selecciona aleatoriamente un índice  $k$  de  $\mathcal{H}$ .
17      if  $g^{te}(\mathbf{u}_i | \lambda_k, \mathbf{z}^*) \leq g^{te}(\bar{\mathbf{p}}_k | \lambda_k, \mathbf{z}^*)$  then
18         $\bar{\mathbf{p}}_k \leftarrow \mathbf{u}_i$ .
19         $c \leftarrow c + 1$ .
20  G  $\leftarrow$  G + 1

```

$$\mathcal{H} = \begin{cases} \mathcal{B}_i & \text{si } rand(0, 1) < \delta \\ \mathcal{P} & \text{de otro modo} \end{cases} \quad (3.26)$$

$$\mathbf{v}_i = \bar{\mathbf{p}}_{r_1} + F(\bar{\mathbf{p}}_{r_2} - \bar{\mathbf{p}}_{r_3}) \quad (3.27)$$

$$\mathbf{u}_i^j = \begin{cases} \mathbf{v}_i^j & \text{si } rand(0, 1) \leq CR \text{ o } j = j_{rand} \\ \bar{\mathbf{p}}_i^j & \text{de otro modo} \end{cases} \quad (3.28)$$

3.3.3. Enfoque de búsqueda basado en métrica

SMS-EMOA

El algoritmo de optimización evolutivo multi-objetivo con selección basada en la métrica S (SMS-EMOA por sus siglas en inglés de S-Metric Selection Evolutionary Multi-objective Optimization Algorithm) [74] es un algoritmo basado en la producción de nuevos individuos mediante operadores genéticos y en la selección de individuos mediante la jerarquización de soluciones según su nivel de dominancia y en la contribución de cada solución al valor de la métrica S (métrica de hipervolumen). Con la finalidad de proporcionarle al algoritmo un mejor grado diversidad y convergencia del frente de Pareto aproximado, este algoritmo adiciona la métrica S mostrada en (3.29), donde \mathcal{S} es un conjunto de soluciones en el espacio de las funciones, r es un punto de referencia y v_k es el volumen entre el punto de referencia y una solución de \mathcal{S} .

$$HV(\mathcal{S}, r) = \prod_{k=1}^{|\mathcal{S}|} v_k \quad (3.29)$$

La forma en que trabaja el SMS-EMOA se muestra en el Algoritmo 5, el cual comienza con establecer aleatoriamente una población inicial \mathcal{P} , de manera que se encuentre uniformemente distribuido en el espacio de búsqueda. Posterior a establecer la población inicial, por cada par de padres, \bar{p}_a y \bar{p}_b seleccionados de \mathcal{P} por medio de torneo binario, se crea un descendiente \mathbf{u}_i mediante los operadores genéticos de cruce y mutación, SBX y MP respectivamente. Una vez creado el descendiente, este se une con la población principal \mathcal{P} creando $\mathcal{P} \leftarrow \mathcal{P} \cup \mathbf{u}_i$, a la cual se aplicará el operador de ORND para obtener el nivel de Pareto al cual pertenece cada solución en \mathcal{P} . De \mathcal{P} se identifican a los individuos con el peor nivel de Pareto y se obtiene la contribución de cada solución a la métrica S, para posteriormente eliminar de \mathcal{P} al individuo con peor contribución a la métrica.

3.3.4. Enfoque de búsqueda híbrido

NSGA-III

El algoritmo genético de ordenamiento por no dominancia III (NSGA-III por sus siglas en inglés de Non-dominated Sorting Genetic Algorithm III) [79, 75] es el sucesor del NSGA-II, que emplea niveles de dominancia en conjunto con un punto de referencia como mecanismo de selección, promoviendo que las soluciones se concentren cerca de un conjunto de puntos.

El Algoritmo 6 muestra la operación general del NSGA-III. Este inicia creando aleatoriamente en el espacio de búsqueda a la población \mathcal{P} con NP individuos. A continuación, se evalúan la soluciones y se ordenan por nivel de dominancia. Entrando al ciclo de búsqueda, el algoritmo recombinará a los individuos en \mathcal{P} con el operador de cruce SBX, creando una población de descendientes \mathcal{U} , donde los individuos recombinados son seleccionados mediante TB. Una vez que se obtiene la

Algoritmo 5: S-metric selection evolutionary multi-objective optimization algorithm (SMS-EMOA)

```

1 G = 1
2 Genera una población inicial aleatoria:  $\mathcal{P} \in \mathbb{R}^{NP \times D}$ 
3 Evalúa los individuos en  $\mathcal{P}$ 
4 Ordena los individuos en  $\mathcal{P}$  (usando FNDS)
5 while  $G < G_{max}$  do
6   for  $i \leftarrow 1$  to  $NP$  do
7     Selecciona un par de individuos padre  $\bar{p}_a$  y  $\bar{p}_b$  (usando TB)
8     Genera un descendiente  $\mathbf{u}_i$  (usando el operador SBX)
9     Muta el descendiente  $\mathbf{u}_i$  (usando MP)
10    Evalúa el individuo  $\mathbf{u}_i$ 
11    Une la población  $\mathcal{P}$  y  $\mathbf{u}_i$ :  $\mathcal{P} \leftarrow \mathcal{P} \cup \mathbf{u}_i$ 
12    Elimina al peor individuo en  $\mathcal{P}$  con base en su nivel de dominancia y contribucion
        a la metrica S
13   $G \leftarrow G + 1$ 

```

descendencia \mathcal{U} , se mutan los individuos de la población mediante el operador de MP. Posteriormente, se une la población de padres y su descendencia para generar la población $\mathcal{Q} = \mathcal{P} \cup \mathcal{U}$ a la cual se aplicará el ORND proporcionado a cada individuo un nivel de dominancia.

Seguido de crear la población \mathcal{Q} , iterativamente se incluirán en \mathcal{S} a todas aquellas soluciones que pertenezcan al mismo nivel de dominancia $\mathcal{F}_i \forall i \in \{1, 2, \dots, NP\}$ hasta alcanzar un tamaño de población mayor o igual a NP . El último conjunto de soluciones agregado se denominará como \mathcal{F}_l . Todas aquellas soluciones con un nivel de dominancia menor a \mathcal{F}_l pasaran a formar directamente parte de la población de padres de la siguiente generación, i.e. $\mathcal{P} \leftarrow \mathcal{S} - \mathcal{F}_l$.

En caso de que $|\mathcal{S}| > NP$, se deberán seleccionar a los individuos más prometedores de \mathcal{F}_l con base en un conteo de nichos. Para construir este conteo, se requiere realizar lo siguiente:

- Normaliza cada elemento en \mathcal{S} de acuerdo con (3.30), donde $\bar{\mathbf{z}}^* = [\bar{z}_i^{\min}, \dots, \bar{z}_{m_1}^{\min}]$ es el punto ideal con $\bar{z}_i^{\min} = \mathbf{min}\{f_i(\bar{\mathbf{p}}) \mid \bar{\mathbf{p}} \in \mathcal{S}\}$, el valor de función objetivo desplazado se define por $\bar{f}'_i(\bar{\mathbf{p}}) = \bar{f}_i - \bar{z}_i^{\min}$ y $\mathbf{a} = [a_1, \dots, a_{m_1}]$ es el vector de intersección con a_i que intercepta a cada eje objetivo y el vector extremo $\bar{\mathbf{z}}^{\max} = [\bar{z}_i^{\max}, \dots, \bar{z}_{m_1}^{\max}] := \mathbf{argmin} AFS(\bar{\mathbf{p}}, w_i)$ es obtenido mediante (3.31) donde $w_i = 10^{-6}$.

$$\bar{f}_i = \frac{\bar{f}'_i(\bar{\mathbf{p}})}{a_i - \bar{z}_i^{\min}} \quad \forall i = 1, \dots, m_1 \quad (3.30)$$

$$AFS(\bar{\mathbf{p}}, \mathbf{w}) = \mathbf{max}_{1 \leq i \leq m_1} \frac{\bar{f}'_i(\bar{\mathbf{p}})}{w_i} \quad (3.31)$$

- Asocia a cada solución normalizada en \mathcal{S} con un punto de referencia en \mathcal{Z}^r tomando en cuenta la distancia perpendicular mínima que une del punto de referencia al origen.
- Contar el número de soluciones en $\mathcal{S} - \mathcal{F}_l$ asociados con cada punto de referencia en \mathcal{Z}^r . Las soluciones en \mathcal{F}_l con menor número de puntos de referencia contados pasa directamente a la población \mathcal{P} . En caso de que se le asocie a una solución más de un punto de referencia se elige el que presente menor distancia perpendicular. Esto se realiza hasta que $|\mathcal{P}| = NP$.

El algoritmo finaliza una vez que se alcanza la última generación G_{\max} , devolviendo el mejor conjunto de soluciones.

Algoritmo 6: Non-dominated sorting genetic algorithm III (NSGA-II)

```

1 G = 1
2 Genera una población inicial aleatoria:  $\mathcal{P} \in \mathbb{R}^{NP \times D}$ 
3 Evalúa los individuos en  $\mathcal{P}$ 
4 Ordena los individuos en  $\mathcal{P}$  usando ORND
5 while  $G < G_{\max}$  do
6     Genera una población de hijos  $\mathcal{U} \in \mathbb{R}^{NP \times D}$  (usando operador SBX)
7     Muta a los individuos en  $\mathcal{U}$  (usando MP)
8     Evalúa los individuos en  $\mathcal{U}$ 
9     Une la población  $\mathcal{P}$  y  $\mathcal{U}$ :  $\mathcal{Q} \leftarrow \mathcal{P} \cup \mathcal{U}$ 
10    Ordena los individuos en  $\mathcal{Q}$  usando ORND
11    Introduce en  $\mathcal{S}$  cada frente  $\mathcal{F}_i$  de  $\mathcal{Q}$  hasta que  $|\mathcal{S}| \geq NP$ 
12    if  $|\mathcal{S}| = NP$  then
13         $\mathcal{P} \leftarrow \mathcal{S}$ ;
14    else
15         $\mathcal{P} \leftarrow \mathcal{S} - \mathcal{F}_l$ 
16        Normaliza las soluciones en  $\mathcal{S}$ 
17        Asocia cada solución en  $\mathcal{S}$  con los puntos de referencia en  $\mathcal{Z}^r$ 
18        Introduce cada solución de  $\mathcal{F}_l$  en  $\mathcal{P}$  tomando en cuenta el recuento de nichos hasta
        que  $|\mathcal{P}| = NP$ 

```

3.4. Técnicas de manejo de restricciones

3.4.1. Técnica de manejo de restricciones funcionales

Los problemas de optimización planteados para resolver problemas reales de ingeniería, frecuentemente se encuentran restringidos. Para manejar esto y decidir qué solución es mejor que otra, en este trabajo se emplean las reglas de factibilidad propuestas por K. Deb [80]. Este toma en cuenta la distancia de restricción (ver (3.32)) y el valor de las funciones objetivo para decidir qué solución es mejor que otra, entonces, a continuación se presenta este conjunto de reglas:

- Entre dos soluciones factibles, se elige aquella que tiene mejor valor de función objetivo.
- Entre una solución factible y una solución no factible, se elige la solución factible.
- Entre dos soluciones no factibles, se prefiere aquella con menor distancia de restricción.

Note que la primera regla de factibilidad es aplicable únicamente a problemas donde solo se mejora un criterio de diseño. En consecuencia, debido a su concepción, solo puede emplearse en algoritmos de optimización basados en descomposición. Por otro lado, para problemas de optimización multi-objetivo con restricciones se debe incorporar el concepto de dominancia de Pareto en la primera regla de factibilidad, quedando de la siguiente manera:

- Entre dos soluciones factibles, se elige aquella solución no dominada.

$$\phi(\bar{\mathbf{p}}) = \sum_{i=1}^{m_2} \max(0, \bar{g}_i(\bar{\mathbf{p}})) + \sum_{j=1}^{m_3} |\bar{h}_j(\bar{\mathbf{p}})| \quad (3.32)$$

3.4.2. Técnica de manejo de restricciones de límite

Las restricciones de límite tienen como propósito delimitar el espacio de búsqueda \mathcal{S} . Usualmente, los algoritmos de optimización crean una población inicial dentro del espacio de búsqueda, sin embargo, generalmente estos algoritmos poseen operadores que provocan que una o varias variables de diseño sobrepasen sus límites preestablecidos durante el proceso de búsqueda. Para solucionar esta problemática existen las conocidas técnicas de manejo de restricción de límite, cuyo propósito es relocalizar aquellas variables de diseño fuera del espacio de búsqueda a una región dentro de los límites establecidos.

La literatura ha reportado diferentes alternativas para el manejo de restricciones de límite, sin embargo, en este trabajo los algoritmos seleccionados utilizan la técnica de frontera. Esta técnica restablece las variables de diseño a la región factible situando a cada una en la frontera que sobrepasó, esto se muestra en (3.33).

$$\bar{p}_j = \begin{cases} \bar{p}_{\min}^j & \text{si } \bar{p}_j > \bar{p}_{\min}^j \\ \bar{p}_{\max}^j & \text{si } \bar{p}_j < \bar{p}_{\max}^j \\ \bar{p}_j & \text{de otro modo} \end{cases} \quad (3.33)$$

Resultados

4.1. Introducción

En el capítulo actual, se presenta el análisis de los resultados obtenidos de resolver el problema de optimización multi-objetivo propuesto en este trabajo de investigación, el cual modela el problema de sintonización del control disparado por eventos para robots manipuladores. Para el correcto desarrollo del presente apartado, este se divide en tres secciones.

En la Sección 4.2, aplicando diferentes indicadores estadísticos a un conjunto de soluciones obtenidas de los algoritmos de optimización preseleccionados, se desarrolla un análisis cuantitativo del rendimiento de los algoritmos de optimización. Este análisis proporciona información acerca de las características que favorecen en la búsqueda de soluciones prometedoras y a su vez ayuda a vislumbrar al o los algoritmos más efectivos para resolver el problema de sintonización propuesto. En la Sección 4.3, empleando diferentes vectores de diseño resultantes del frente de Pareto obtenido del proceso de optimización de cada algoritmo, se ejecutan múltiples experimentos en simulación. Estos vectores de diseño involucran diferentes compromisos entre la exactitud en la regulación del error de posición y la eficiencia en la activación de eventos obtenidos dentro del mismo enfoque de optimización multi-objetivo, por lo que el fin de esta sección es analizar las soluciones obtenidas por cada algoritmo desde un punto de vista del rendimiento en el sistema de control en lazo cerrado. A partir de los resultados de las simulaciones, se presenta un análisis de rendimiento del sistema de control disparado por eventos con estos vectores de diseño y con base en diferentes índices de control. El análisis proporciona información acerca de la respuesta del sistema de control en dos escenarios diferentes, así como información que ayuda a seleccionar alguna solución para una aplicación en particular. Finalmente, la Sección 4.4 consiste en un análisis comparativo entre una solución obtenida con el enfoque de optimización propuesto, que involucra tomar en cuenta de forma sinérgica la exactitud en la regulación del error de posición y la eficiencia en la activación de evento, y otro enfoque en donde de forma ideal sólo se toma en cuenta la exactitud en la regulación

por lo que la activación de eventos se asumirá síncrona. Los resultados muestran las ventajas que el enfoque propuesto presenta, tales como, un decremento considerable del número de actualizaciones de la señal de control con un incremento aceptable del error de estabilización y de forma indirecta un decremento energético y de variaciones de la señal de control.

4.2. Análisis estadístico de rendimiento de los algoritmos de optimización

4.2.1. Condiciones del proceso de optimización

Los experimentos en simulación consisten en estabilizar un robot manipulador de tres grados de libertad ($n = 3$) en la referencia $\bar{\mathbf{x}} = [\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4}, 0, 0, 0]$ con un tiempo máximo de $\Delta t_p = 3\text{s}$. El robot manipulador empleado, opera únicamente en el plano $X_w - Y_w$ y además considera que la fuerza de gravedad no afecta a su comportamiento, i.e., $g = 0$. El diagrama esquemático del robot manipulador empleado como caso de estudio, queda descrito en la Fig. 4.1, donde sus parámetros dinámicos y cinemáticos se detallan en la Tabla 4.1 (para más detalles del modelo dinámico ver Apéndice A). Para la evaluación de la dinámica del robot, los experimentos consideran el método de integración de Euler con un paso de integración de $\Delta t = 1\text{ms}$.

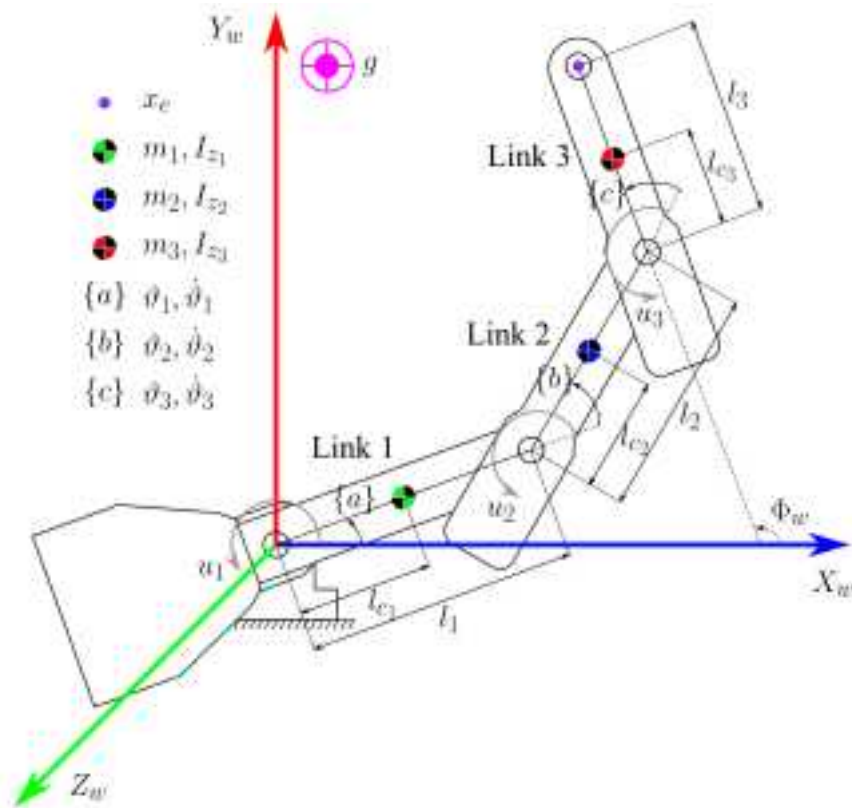


Figura 4.1: Diagrama esquemático del robot manipulador de tres grados de libertad.

Tabla 4.1: Parámetros dinámicos y cinemáticos del robot de tres grados de libertad

Parámetros	Descripción	Valor	Unidades
l_1	Longitud del eslabón 1	0.18	m
l_2	Longitud del eslabón 2	0.15	m
l_3	Longitud del eslabón 3	0.13	m
l_{c_1}	Longitud al centro de masa 1	-0.0679	m
l_{c_2}	Longitud al centro de masa 2	0.1186	m
l_{c_3}	Longitud al centro de masa 3	0.0104	m
I_1	Momento de inercia 1	0.0718	kgm ²
I_2	Momento de inercia 2	6.99×10^{-3}	kgm ²
I_3	Momento de inercia 3	1.37×10^{-3}	kgm ²
m_1	Masa del eslabón 1	5.8526	kg
m_2	Masa del eslabón 2	0.8769	kg
m_3	Masa del eslabón 3	0.3509	kg
u_{max}	Par de fuerzas máximo	20	Nm

Por otro lado, los algoritmos y la simulación dinámica del sistema de control son programados en MATLAB 9.7 sobre una computadora con un procesador Intel Core i7 a 3.20 GHz con 16 GB

de memoria RAM. Cabe mencionar que los algoritmos empleados son ejecutados en PlatEMO (del inglés Platform for Evolutionary Multi-Objective Optimization) [81], una plataforma desarrollada en MATLAB, que incluye un conjunto de algoritmos evolutivos multi-objetivo. Por cada algoritmo se realizan treinta ejecuciones independientes, con una población de $NP = 100$ individuos que cambiarán durante $G_{max} = 500$ generaciones. Esta población se localizará en cada generación dentro del espacio de búsqueda \mathcal{S} , que es acotado por las variables de diseño mostradas en la Tabla 4.2. Cabe señalar, que los límites de las variables de diseño son ajustados con base en un proceso exhaustivo de pruebas de cambio en los valores de las variables de diseño. Este proceso parte de los límites propuestos en [82], cuyos valores se incrementan o decrementan progresivamente en cada ejecución, dependiendo de la calidad del frente de Pareto aproximado con base en el hipervolumen.

Tabla 4.2: Límites de las variables de diseño

Variable (\bar{p}^k)	k	Límite inferior (\bar{p}_{min}^k)			Límite superior (\bar{p}_{max}^k)		
$\bar{p}^k = \varrho_k$	1 – 3	0	0	0	90×10^3	30×10^3	30×10^3
$\bar{p}^k = \varrho_k$	4 – 6	0	0	0	40	40	20
$\bar{p}^k = \epsilon_{k-6}$	7 – 9	0	0	0	6	6	8
$\bar{p}^k = \delta_{k-9}$	10 – 12	0	0	0	4	4	2
$\bar{p}^k = \sigma$	13			0		1	
$\bar{p}^k = \omega$	14			0		2	
$\bar{p}^k = \psi_{k-14}$	15 – 17	0	0	0	8	6	4

Una problemática recurrente en el área de optimización es la configuración de los parámetros de los algoritmos de optimización [83]. Esto se debe a que la posibilidad de los algoritmos para proporcionar soluciones prometedoras para el problema de optimización en cuestión, dependerá de una adecuada selección de sus parámetros. Esta tarea generalmente requiere de un proceso iterativo exhaustivo, que toma largos periodos de tiempo y un análisis estadístico para determinar aquellos parámetros más adecuados para el algoritmo de optimización. Por ello, en este trabajo se emplea el programa irace escrito en el lenguaje de programación matemático R [84]. Este programa obtiene de manera automatizada los parámetros del algoritmo de optimización, integrando un proceso iterativo y de pruebas estadísticas. Entonces, para realizar una comparación justa entre los diferentes métodos de búsqueda (basado en Pareto, en descomposición, en métricas e híbrido), se emplean las condiciones del proceso de optimización y un número total de evaluaciones del vector de funciones objetivo de 50000 como criterio de paro. Además, se considera la métrica de hipervolumen para evaluar el rendimiento del algoritmo en cada iteración. Los parámetros de configuración para cada algoritmo que ha encontrado el programa irace quedan descritos en la Tabla 4.3.

Tabla 4.3: Parámetros de los algoritmos de optimización multi-objetivo

Algoritmo	Parámetros			
NSGA-II	$p_c = 0.83$	$\eta_c = 20$	$p_m = 0.94$	
	$\eta_m = 20$			
MOEA/D-DE	$\bar{\delta} = 0.16$	$CR = 0.49$	$F = 0.63$	$T = 3$
	$n_r = 2$	$p_m = 0.64$	$\eta_m = 20$	
SMS-EMOA	$p_c = 0.97$	$\eta_c = 20$	$p_m = 0.63$	
	$\eta_m = 20$			
NSGA-III	$p_c = 0.83$	$\eta_c = 20$	$p_m = 0.86$	
	$\eta_m = 20$			

4.2.2. Resultados del proceso de optimización

El análisis empírico del rendimiento de los algoritmos de optimización, considera como muestras, al conjunto de frentes de Pareto aproximados \mathcal{PF}^A , obtenidos de las ejecuciones de cada algoritmo. La calidad de los frentes de Pareto aproximados de los AEMO se evalúa mediante tres métricas, hipervolumen, espaciamento y cobertura de dos conjuntos. En el presente estudio, los valores de cada métrica podrán tomar valores entre $[0, 1]$, donde para las métricas de HV y métrica-C un valor más próximo a “1” indicará un mejor rendimiento, y para el caso de SP un valor que se allegue más a “0” señalará un rendimiento superior.

El cálculo del valor de HV, a partir del conjunto de muestras, considera el punto de referencia $\mathbf{r} = [1, 1]$ y una normalización (realizar un mapeo de los valores originales a una región determinada, en el caso del presente trabajo se encuentra dentro del rango $[0, 1]$) de las soluciones en el espacio de las funciones objetivo, donde el vector ideal y nadir se establecen en $\mathbf{z}_I = [0, 0]$ y $\mathbf{z}_N = 1.1[\max(\bar{f}_1), \max(\bar{f}_2)] = [5.61, 1.10]$, respectivamente. Considerando simulaciones numéricas, se obtienen los valores máximos de los términos \bar{f}_1 y \bar{f}_2 . Por un lado, el valor máximo de la función de desempeño \bar{f}_1 (función objetivo relacionada con la minimización del error de estabilización) se toma como la integral del error obtenido durante el periodo de simulación cuando no existen eventos (la señal de control no es calculada y el sistema permanece en el estado inicial). Por otro lado, el máximo valor de la función \bar{f}_2 (función objetivo vinculada con el número de activaciones de la función de evento) se establece como el valor acumulado de la función de Heaviside cuando el controlador opera como una estrategia de control síncrona (la actualización de la señal de control se realiza en cada instante de muestreo activando la función de evento en cada instante de muestreo).

A partir del conjunto de treinta frentes de Pareto aproximados obtenidos por cada algoritmo de optimización, se determina un frente de Pareto filtrado. Este consiste, por algoritmo, de todas aquellas soluciones no dominadas del conjunto de frentes de Pareto aproximados. La Fig. 4.2 muestra en superposición los frentes de Pareto filtrados de cada algoritmo ejecutado y la Tabla 4.4 expone el

número de soluciones no dominadas que cada algoritmo ha encontrado en su correspondiente frente de Pareto filtrado. En primera instancia, esto muestra que el NSGA-II logra obtener un número mayor de soluciones del frente de Pareto, seguido por el NSGA-III, el MOEA/D-DE y el SMS-EMOA, en ese orden. Mostrando entonces que el NSGA-II podría proporcionar un mayor número de soluciones que se puedan ajustar a diferentes requerimientos.

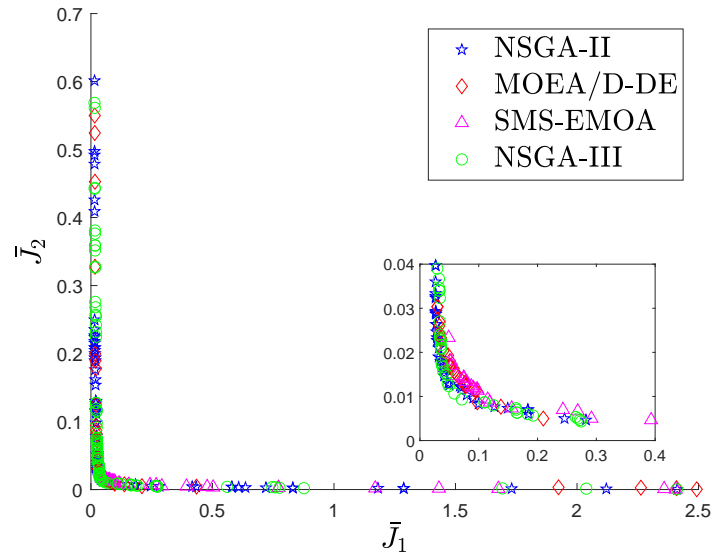


Figura 4.2: Frentes de Pareto acumulado.

Tabla 4.4: Número de soluciones no dominadas en los frentes de Pareto filtrados

Algoritmo	Soluciones no dominadas
NSGA-II	102
MOEA/D-DE	50
SMS-EMOA	27
NSGA-III	85

A partir de los valores proporcionados por las métricas de rendimiento (hípervolumen, espaciamiento y cobertura) aplicadas a las muestras, se emplean métodos de estadística descriptiva e inferencial para analizar los resultados. Los métodos de estadística descriptiva resumen las características del algoritmo en la muestra, y los métodos de estadística inferencial obtienen conclusiones generales sobre el rendimiento de los algoritmos basándose en una hipótesis. Por un lado, la estadística descriptiva aplica la media (Media (●)) y desviación estándar (Std (●)) como medidas estadísticas. Por otro lado, la estadística inferencial emplea, para las métricas de HV y SP, la prueba multicomparativa de Friedman con el método de corrección post-hoc de Bonferroni y para la métrica C aplica la prueba de Mann-Whitney-Wilcoxon. Estas pruebas consideran una hipótesis nula

y una alternativa. La hipótesis nula establece que las medianas de las muestras no son significativamente diferentes, es decir, no se puede confirmar que algún optimizador se desempeña mejor que otros. Mientras tanto, la hipótesis alternativa define el argumento opuesto, es decir, las medianas de las muestras son significativamente diferentes, lo que indica que un optimizador funciona mejor que otros. Entonces, las pruebas de estadística inferencial usan un nivel de significancia de $\alpha = 5\%$ para la prueba de hipótesis de dos colas, lo que indica que los valores de probabilidad (p -valor) por debajo del valor predefinido de α permiten establecer conclusiones válidas.

La Tabla 4.5 muestra la estadística descriptiva de los valores de HV obtenidos, donde el mejor rendimiento está marcado en negrita. Adicionalmente, la Fig. 4.3 muestra los diagramas de caja. La prueba de Friedman multi-comparativa obtuvo un p -valor = 5.6622×10^{-17} (ver Tabla 4.6), lo que sugiere diferencias significativas entre las muestras de HV. Por lo tanto, los niveles de significancia detallados por el método de corrección post-hoc para la comparación por pares se muestran en la Tabla 4.7. En negrita se indica el algoritmo ganador para la prueba de hipótesis de dos colas. Además, el valor z representa el rango de Friedman, donde su signo denota si el primero (signo menos) o el último (signo más) gana en las muestras comparativas por pares. La Tabla 4.8 resume el número de victorias y de Datos No contundentes (DNC) resultantes de la prueba del método de corrección post-hoc. Adicionalmente, la Fig. 4.4 muestra los intervalos de confianza obtenidos a partir de la prueba multicomparativa de Friedman y el método de corrección de Bonferroni, donde la superposición entre sus intervalos indica que las medias de dos grupos son significativamente diferentes y en donde sus intervalos son disjuntos señala lo contrario. A partir de estos resultados se han realizado los siguientes hallazgos:

- Los resultados proporcionados por la estadística descriptiva (Tabla 4.5 y Fig. 4.3), indican que el método de búsqueda basado en dominancia de Pareto (NSGA-II) posee un mejor grado de convergencia y diversidad de las soluciones. En contraste, los resultados de la prueba multicomparativa de Friedman con el método de corrección post-hoc de Bonferroni (Tablas 4.6-4.8), señalan que no existen diferencias significativas entre el método de búsqueda basado en Pareto (NSGA-II) y el método de búsqueda híbrido (NSGA-III). Esto, al empatar estos algoritmos con dos comparaciones ganadas cada uno. Basado en los principios de funcionamiento del NSGA-II y el NSGA-III (algoritmos que empatan en la prueba para HV) se observa lo siguiente:
 - El grado de convergencia y diversidad obtenida por estos algoritmos, superior al 0.99 con base en HV (ver Tabla 4.5), se atribuye a dos mecanismos incorporados en el NSGA-II y el NSGA-III. El primero de ellos es el mecanismo de selección basado en niveles de dominancia de Pareto, el cual solo mantiene a las mejores soluciones, descartando a todas aquellas que proporcionan un cumplimiento de los compromisos establecidos menor, exponiendo entonces a las soluciones a una presión de selección alta. El segundo

mecanismo se relaciona con la diversidad de las soluciones, donde el NSGA-II esta equipado con distancia de agrupamiento y el NSGA-III con el conteo de nichos con base en la mínima distancia a los puntos de referencia.

- Los algoritmos que muestran el peor desempeño en la obtención de soluciones, son el SMS-EMOA y MOEA/D-DE (ver Tablas 4.5-4.8).
 - En el caso del algoritmo basado en métricas (SMS-EMOA), a pesar de incorporar la clasificación de soluciones por dominancia como los algoritmos con base en Pareto y el híbrido, su combinación con la contribución de las soluciones a la métrica de hipervolumen no propicia una adecuada búsqueda de soluciones potenciales para la resolución del problema de optimización propuesto.
 - Referente al algoritmo basado en descomposición (MOEA/D-DE), su comportamiento pobre se atribuye a una menor presión de selección del mecanismo incorporado de este algoritmo.

Tabla 4.5: Estadística descriptiva de la métrica HV

Algoritmo	Media(HV)	Std(HV)
NSGA-II	0.9943	0.0005
MOEA/D-DE	0.9891	0.0067
SMS-EMOA	0.9740	0.0218
NSGA-III	0.9940	0.0005

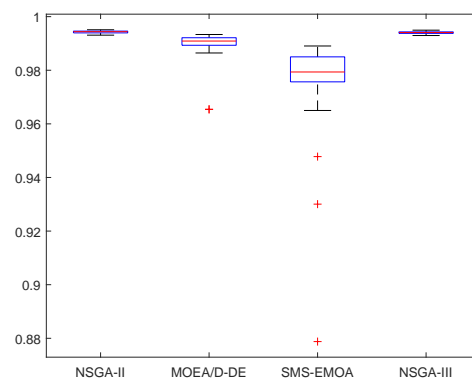


Figura 4.3: Distribución y tendencia central de HV dadas por los gráficos de caja.

Tabla 4.6: Rangos obtenidos por la prueba de Friedman para la métrica HV. Además, se muestra el valor estadístico de distribución de Pearson χ^2 y el p -valor relacionado.

Algoritmo	Rango
MOEA/D-DE	3.1
NSGAII	1.333
NSGAIII	1.667
SMSEMOA	3.9
χ^2	78.76
p -valor	5.6622×10^{-17}

Tabla 4.7: p -valores no ajustados y ajustados obtenidas de la prueba multicomparativa de Friedman con métodos de corrección post-hoc para la métrica HV.

Comparación	Bonferroni	z
MOEADDE vs NSGAII	6.9482×10^{-7}	5.3
MOEADDE vs NSGAIII	1.0248×10^{-4}	4.3
MOEADDE vs SMSEMOA	9.8370×10^{-2}	-2.4
NSGAII vs NSGAIII	1	-1
NSGAII vs SMSEMOA	8.1268×10^{-14}	-7.7
NSGAIII vs SMSEMOA	1.2505×10^{-10}	-6.7

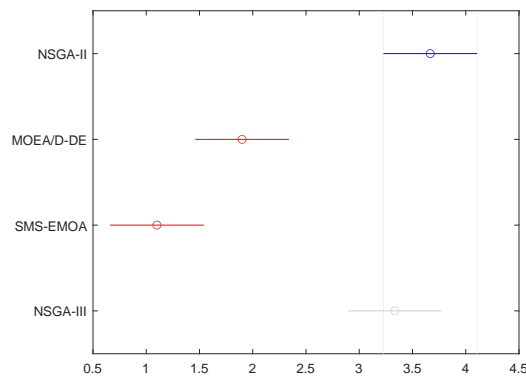


Figura 4.4: Intervalos de confianza en la métrica HV, considerando la prueba multicomparativa de Friedman y el método de ajuste post-hoc de Bonferroni

Tabla 4.8: Resumen de la prueba multicomparativa para la métrica HV.

Algoritmos	Victorias	DNC
MOEA/D-DE	0	1
NSGA-II	2	1
NSGA-III	2	1
SMS-EMOA	0	1

De manera similar a la métrica HV, se calculan las medidas de tendencia central y de distribución para la métrica SP, cuyos valores se muestran en la Tabla 4.9 y en la Fig. 4.5 se establecen sus respectivos diagramas de caja. En tanto, al estudio estadístico inferencial, se emplea la prueba de Friedman para determinar diferencias significativas entre las muestras obtenidas de las comparaciones múltiples de la métrica SP. La Tabla 4.12 proporciona los resultados de esta prueba en las respectivas muestras, mostrando un p -valor de 6.3537×10^{-14} , indicando diferencias significativas entre las muestras. Por lo tanto, se aplica el método de corrección post-hoc de Bonferroni, resultando en los valores de la Tabla 4.11. Los resultados de la prueba multicomparativa son sintetizados en la Tabla 4.12. Adicionalmente, la Fig. 4.6 muestra los intervalos de confianza a partir de la prueba de Friedman y el método de corrección post-hoc de Bonferroni. A partir de de la información derivada de las pruebas estadísticas, se han obtenido los siguientes hallazgos:

- Basado en la estadística descriptiva (examine Tabla 4.9 y Fig. 4.5), el conjunto de muestras dada por el método de búsqueda basado en dominancia de Pareto presenta una media más próxima a cero ($\text{Media}(\text{SP}) = 0.0504$). Este resultado indica una distribución y extensión superior de los frentes de Pareto proporcionados por el NSGA-II en comparación con sus competidores (referente únicamente a la muestra), que poseen un valor de tendencia central y de distribución mayor ($\text{Media}(\text{SP}) \geq 0.1136$ y $\text{Std}(\text{SP}) \geq 0.0717$).
- Los valores resultantes del método de corrección post-hoc (Tablas 4.11-4.12 y Fig. 4.6) revelan que el enfoque basado en dominancia de Pareto (NSGA-II) presenta un rendimiento superior a sus competidores, al obtener tres victorias en la prueba multicomparativa. Este es seguido por el enfoque híbrido (NSGA-III) y el basado en métricas (SMS-EMOA).
- Con base en los resultados de la estadística descriptiva e inferencial (revise Tablas 4.9-4.12 y Fig. 4.5), el método de búsqueda que muestra el peor rendimiento en diversidad de soluciones esta dado por el MOEA/D-DE. Esto indica que el empleo de métodos de búsqueda por descomposición no es viable para la resolución del problema de optimización definido en este trabajo de investigación.

Tabla 4.9: Resultados obtenidos de la estadística descriptiva para la métrica SP

Algoritmo	Media(SP)	Std(SP)
NSGA-II	0.0504	0.0330
MOEA/D-DE	0.3894	0.1279
SMS-EMOA	0.1251	0.0728
NSGA-III	0.1136	0.0717

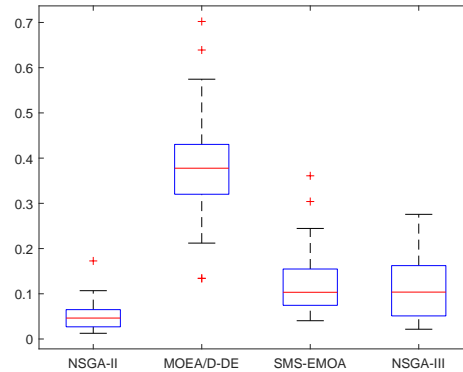


Figura 4.5: Distribución y tendencia central de la métrica SP dadas por los gráficos de caja

Tabla 4.10: Rangos de la prueba de Friedman, su distribución de Pearson χ^2 y su p -valor asociado a la métrica SP.

Algoritmo	Rango
MOEA/D-DE	3.967
NSGAII	1.333
NSGAIII	2.233
SMSEMOA	2.467
χ^2	64.52
p -valor	6.3537×10^{-14}

Tabla 4.11: p -valores ajustados por los métodos de corrección post-hoc para la métrica SP.

Comparación	Bonferroni	z
MOEADDE vs NSGAII	1.7319×10^{-14}	7.9
MOEADDE vs NSGAIII	1.1957×10^{-6}	5.2
MOEADDE vs SMSEMOA	4.0772×10^{-5}	4.5
NSGAII vs NSGAIII	4.1604×10^{-2}	-2.7
NSGAII vs SMSEMOA	4.0432×10^{-3}	-3.4
NSGAIII vs SMSEMOA	1	-0.7

Tabla 4.12: Resumen de la prueba multicomparativa para la métrica SP.

Algoritmo	Victorias	DNC ¹
MOEA/D-DE	0	0
NSGA-II	3	0
NSGA-III	1	1
SMS-EMOA	1	1

¹ Datos No Concluyentes.

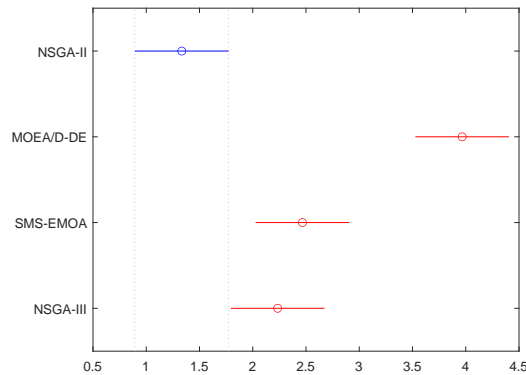


Figura 4.6: Intervalos de confianza en la métrica SP, considerando la prueba multicomparativa de Friedman y el método de ajuste post-hoc de Bonferroni.

La información resultante de los valores estadísticos descriptivos de la métrica C aparecen en la Tabla 4.13, en conjunto con sus gráficos de caja mostrados en la Fig. 4.7, donde el ganador de cada comparación por pares se marca en negrita. Los resultados de la prueba de Mann-Whitney-Wilcoxon para las muestras de la métrica C se expone en la Tabla 4.14. En esta tabla, la columna R_+ señala las veces que la primera alternativa supera a la segunda y la columna R_- denota lo contrario, denotando entonces, en negrita a los algoritmos ganadores. El resumen de esos resultados se ilustra en la Tabla 4.15. En función de estos resultados se observan los siguientes hallazgos:

- Los valores estadísticos descriptivos e inferenciales (revise Tablas 4.13-4.15 y Fig. 4.7), indica de manera contundente, que el comportamiento del método de búsqueda basado en Pareto mantiene una tendencia a cubrir mejor las aproximaciones de los frentes de Pareto dados por sus contendientes (métodos de búsqueda basados en deposición, en métricas e híbrido). Esta capacidad lo otorga la presión de selección dada por la selección por niveles de Pareto en combinación con la distancia de agrupamiento, ayudando esta combinación en la convergencia del algoritmo.
- De acuerdo con estos resultados, la segunda alternativa de rendimiento confiable es el NSGA-III con respecto al número de victorias (vea 4.15). Este comportamiento se atribuye a la com-

binación del método de selección basado en niveles de Pareto y al método para la diversificación de soluciones dado por nichos.

Tabla 4.13: Estadística descriptiva de la métrica cobertura

Comparación	Media(métrica C)	Std(métrica C)
NSGA-II vs MOEA/D-DE	0.6856	0.3325
MOEA/D-DE vs NSGA-II	0.1508	0.1746
NSGA-II vs SMS-EMOA	0.5871	0.2713
SMS-EMOA vs NSGA-II	0.0711	0.0468
NSGA-II vs NSGA-III	0.4419	0.2227
NSGA-III vs NSGA-II	0.2935	0.1735
MOEA/D-DE vs SMS-EMOA	0.1901	0.1900
SMS-EMOA vs MOEA/D-DE	0.1567	0.1812
MOEA/D-DE vs NSGA-III	0.1605	0.1413
NSGA-III vs MOEA/D-DE	0.7174	0.2228
SMS-EMOA vs NSGA-III	0.0829	0.0756
NSGA-III vs SMS-EMOA	0.5895	0.2148

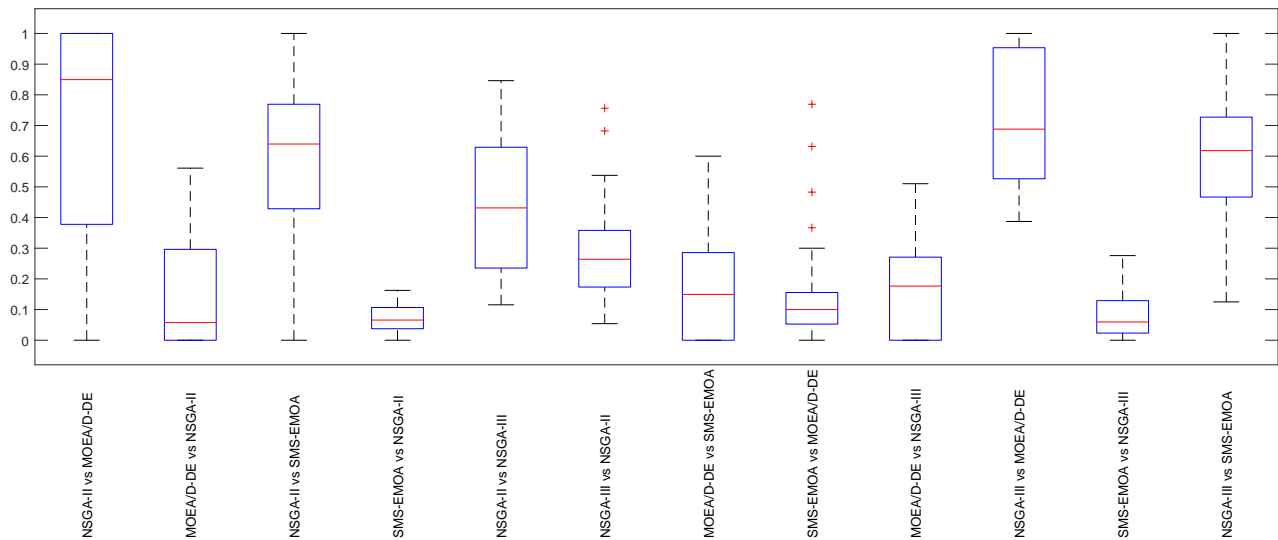


Figura 4.7: Gráfica de distribución de cobertura

Tabla 4.14: Prueba de Mann-Whitney-Wilcoxon para la métrica C

Comparación	R_+	R_-	p -valor
NSGA-II vs MOEA/D-DE	1273.50	556.50	7.10×10^{-09}
NSGA-II vs SMS-EMOA	1292.50	537.50	6.49×10^{-10}
NSGA-II vs NSGA-III	1089.00	741.00	9.50×10^{-03}
MOEA/D-DE vs SMS-EMOA	930.00	900.00	8.28×10^{-01}
MOEA/D-DE vs NSGA-III	472.00	1358.00	7.10×10^{-16}
SMS-EMOA vs NSGA-III	482.00	1348.00	1.89×10^{-14}

Tabla 4.15: Resumen de resultados de la prueba de Mann-Whitney-Wilcoxon para cobertura.

Algoritmos	Ganados	DNC ¹
NSGA-II	3	0
MOEA/D-DE	0	1
SMS-EMOA	0	1
NSGA-III	2	0

¹ Datos No Concluyentes.

4.2.3. Discusión general del análisis estadístico de los algoritmos de optimización

Las métricas de desempeño seleccionadas para medir el rendimiento de los algoritmos empleados en este trabajo, proporcionan información acerca de la calidad en diversidad y convergencia del conjunto de soluciones proporcionadas por cada algoritmo. Si bien, la métrica hipervolumen tiene la capacidad de medir simultáneamente ambas características, es bien sabido que esta métrica proporciona un mayor ponderación a aquellas soluciones que se encuentran en los extremos y en la región de la rodilla. Adicionalmente, dado los teoremas de No “No Free Lunch” and “Free Leftovers” [85] se requiere hacer uso de un número razonable de métricas de rendimiento para definir el AEOM adecuado para resolver el problema de interés. Por lo tanto, con base en los resultados obtenidos por las pruebas estadísticas aplicadas a los resultados de cada métrica, a continuación se presentan las observaciones generales de estos:

- La resolución del problema de sintonización del control disparado por eventos para robots manipuladores, es beneficiada por la presión de selección que ofrece el NSGA-II en combinación con el mecanismo de diversificación dado por la distancia de agrupamiento, esto debido a que el problema de optimización es susceptible a pequeños cambios en las variables de diseño.
- El algoritmo que muestra un rendimiento sobresaliente está dado por el NSGA-II, que emplea un método de búsqueda basado en Pareto. El adecuado comportamiento de este algoritmo vie-

ne dado por la combinación del mecanismo de selección basado en Pareto en conjunto con su mecanismo de diversificación basado en distancia de agrupamiento. El primer mecanismo brinda una presión de selección alta durante la búsqueda ayudando a la convergencia de las soluciones; dado este comportamiento, el segundo mecanismo proporciona al algoritmo la capacidad de descartar aquellas soluciones que se encuentren más cercanas entre sí. Por lo tanto, con esta combinación se logra así una distribución de las soluciones con un grado de convergencia superior al de sus competidores basados en métricas (SMS-EMOA), en descomposición (MOEA/D-DE) y en híbridaciones (NSGA-III).

- El algoritmo con peor rendimiento es proporcionado por el SMS-EMOA, debido a que el uso del hipervolumen como métrica para dirigir la búsqueda no favorece en la diversidad de las soluciones, propiciando la pérdida de información de aquellas soluciones en los extremos del frente de Pareto y concentrando la búsqueda en la región de la rodilla (ver Fig. 4.2)

4.3. Análisis comparativo del rendimiento del sistema de control considerando soluciones con diferentes algoritmos

4.3.1. Condiciones de las pruebas en simulación

Un sistema robótico se emplea comúnmente para diferentes tareas en las que puede ser útil. Por tal motivo, es necesario evaluar la efectividad de las soluciones obtenidas por cada AEMO en diferentes tareas de regulación considerando un ambiente (entorno) igual al que se optimizó (nombrado posteriormente como caso A) y otro ambiente (nombrado posteriormente como caso B) que presenta perturbaciones en el cálculo de la velocidad y cambios en la posición de referencia deseada en el efector final del robot. Para este objetivo y considerando el frente de Pareto filtrado obtenido de cada algoritmo, se seleccionan dos vectores de diseño por algoritmo con base en dos regiones de interés. La primera región (denotada por S1) logra obtener el mejor desempeño en la tarea de regulación sin tomar tanta importancia al número de actualizaciones de la señal de control. Entonces, se selecciona de cada algoritmo, la solución en el extremo con un menor valor del error de estabilización. Las soluciones en la región de interés se observan en la Fig. 4.8a. Tenga en cuenta que la solución obtenida por el SMS-EMOA no es equiparable con los demás algoritmos, por lo que este algoritmo no proporciona resultados dentro de esta región de interés y por lo tanto, no se tomará en cuenta dentro del análisis de la región S1. La segunda región (expresada como S2) considera el mejor compromiso entre el error de estabilización y el número de actualizaciones de la señal de control, es decir, considerando el espacio de las funciones objetivo, se selecciona la solución en la rodilla con la menor distancia euclidiana al origen. Las soluciones seleccionadas en dicha región se muestran en la Fig. 4.8b.

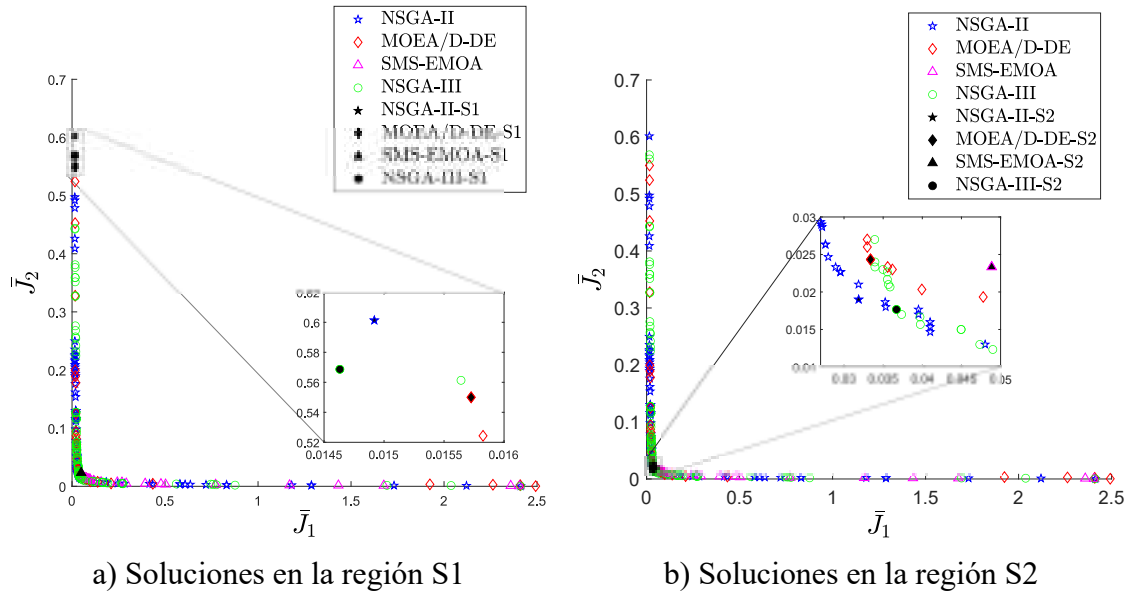


Figura 4.8: Soluciones del frente de Pareto que han sido seleccionadas para pruebas en simulación, considerando dos regiones de interés.

Posterior a definir las soluciones de interés, se establecen las condiciones de los experimentos en simulación. La primera simulación, como en el proceso de optimización, considera el mismo vector de referencia $\bar{\mathbf{x}} = [\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4}, 0, 0, 0]^T$, cuyo valor mapeado en el espacio de trabajo del efector final corresponde al vector $\bar{\mathbf{x}}_e = [-0.16, 0.19, \frac{13\pi}{12}, 0, 0, 0]$. El sistema en esta simulación se encuentra sujeto a un entorno sin incertidumbres no paramétricas y considerando las mismas condiciones del problema de optimización resuelto (ver Sección 4.2). Esta prueba, de aquí en adelante, se define como caso “A” también considerado como caso ideal en donde se considera un ambiente en el sistema en lazo cerrado con las mismas consideraciones a las que las ganancias fueron optimizadas (sintonizadas). Un problema común durante la comprobación experimental, es el comportamiento que presenta el sistema de control ante entornos no modelados dentro del enfoque de optimización, cuyo efecto puede alterar negativamente el comportamiento del sistema en un entorno diferente al que se optimizó, de manera que el sistema puede ofrecer un rendimiento pobre o incluso inestable. Por tanto, en comparación con el caso A, la segunda simulación considera que el sistema de control está expuesto a incertidumbres no paramétricas en los estados de velocidad. El vector de valores de incertidumbre ξ en los estados de velocidad, en cada instante de tiempo, se determina de forma aleatoria dentro del intervalo $\pm 5 \times 10^{-5}$. Adicionalmente, se le incluyó en la simulación una referencia diferente al caso A el cual fué optimizado. Ahora la referencia es $\bar{\mathbf{x}} = [-\frac{3\pi}{8}, -\frac{2\pi}{3}, \frac{\pi}{5}, 0, 0, 0]^T$ (diferente al caso A), localizada en el espacio de trabajo como lo define el vector $\bar{\mathbf{x}}_e = [-0.19, 0.20, \frac{101\pi}{120}, 0, 0, 0]$. Esta simulación es llamada a partir de aquí como caso “B” (también llamado caso con incertidumbres).

Para ambos casos de prueba, se estudian las soluciones S1 y S2 de cada algoritmo. Finalmente,

el resto de las condiciones de simulación se establecen como en el proceso de optimización.

4.3.2. Discusión del rendimiento del sistema de control activado por eventos con el enfoque de optimización propuesto considerando diferentes soluciones

Considerando las soluciones obtenidas en la región S1 para los casos A y B, la Fig. 4.9a representa el comportamiento de cada GdL del sistema robótico (comportamiento en el espacio articular del sistema robótico) y la Fig. 4.10a ilustra la señal de control aplicada. Los instantes de tiempo, en los cuales se activó la función de evento y se calculó la señal de control se muestran en la Fig. 4.11a. Además, la Fig. 4.12a muestra el comportamiento del efector final en el espacio de trabajo para X_w , Y_w y Φ_w . La Tabla 4.16 sintetiza cuantitativamente los resultados del caso A y B empleando las soluciones en la región S1, donde se marca en negritas a los mejores valores. Esta Tabla resume los valores de la función objetivo $\bar{\mathbf{F}} = [\bar{f}_1, \bar{f}_2]$ y el tiempo de estabilización (ST por sus sigla en inglés Settling Time), que considera un umbral de error $\xi = \pm 1\%$. Además, el porcentaje mostrado entre paréntesis indica la proporción de reducción con respecto al peor valor, esto es, aquel valor máximo obtenido en cada indicador se toma como referencia para obtener este porcentaje; indicando la flecha que acompaña dicho porcentaje (flecha hacia abajo), que existe una reducción. Finalmente, en la Tabla 4.17 se muestran los porcentajes de cambio del caso B con respecto al caso A, donde las flechas hacia arriba indican un incremento y las flechas hacia abajo indican un decremento. A partir de esos resultados se observan diferentes hallazgos:

- Las soluciones en la región S1, obtenidas por el enfoque de optimización propuesto, dotan al sistema de control de un desempeño aceptable en el error de estabilización (ver \bar{f}_1 en Tabla 4.16), ya que, en un tiempo menor a 1s (ver ST en Tabla 4.16), el sistema de control logra estabilizar al robot manipulador dentro del umbral de error predefinido ξ . Este comportamiento se obtiene incluso con una reducción considerable de hasta el 45% y 79.4% en el número de eventos activados necesarios durante la tarea de regulación para el caso A y B, respectivamente; esto es, considerando el valor máximo teórico $\bar{f}_2^{max} = 1$ de la función objetivo relacionada con el número de eventos, se observa que para el caso A con $\bar{f}_2 = 0.550$ y el caso B con $\bar{f}_2 = 0.206$, representan un valor del 55% y 20.6% del valor máximo teórico, indicando el residuo entre cada caso y el valor máximo teórico el porcentaje de reducción mencionado.
- La solución que presentan el mejor compromiso (con base en la distancia Euclidiana al origen) para el caso A esta dada por el MOEA/D-DE. En contraste, para el caso B con el mejor compromiso esta dado por la solución proporcionada por el NSGA-II.

- Con base en los porcentajes de cambio entre el caso A y el caso B, proporcionados en la Tabla 4.17:
 - Se observa que el menor incremento en el error de estabilización (\bar{f}_1), con un 226.7%, se proporciona por el algoritmo basado en Pareto (el NSGA-II). Indicando entonces, que si se tiene una mayor preferencia por reducir el error de estabilización en diferentes escenarios (entornos de trabajo del sistema de control), la solución proporcionada por el NSGA-II puede ser una mejor opción en comparación con sus competidores, para mantener un rendimiento superior mientras mantiene una reducción en el número de eventos dentro de la región de interés S1.
 - Referente a la solución con un menor porcentaje de cambio en la cantidad de eventos activados (\bar{f}_2), con un 56.4% de decremento, el MOEA/D-DE (algoritmo basado en descomposición) logra proporcionar la solución con una menor cantidad de eventos activados. Esto señala que la solución proporcionada por el algoritmo basado en descomposición, se convierte en la mejor opción si existe una mayor preferencia en reducir la cantidad de eventos activados mientras se mantiene un rendimiento dentro de la región de interés S1.
 - Observe que, en la Tabla 4.17, los algoritmos con un menor porcentaje de cambio en el error de estabilización y en el número de eventos activados, son aquellos que proporcionan el mayor incremento en su objetivo opuesto, es decir, el algoritmo basado en Pareto proporciona el mayor incremento en el número de eventos y el algoritmo basado en descomposición muestra el mayor incremento en el error de estabilización aumentando la tasa de proporción del número de eventos. Esto debido a la contraposición de los objetivos de diseño establecidos en el problema de optimización.
- Puesto que, para el caso de estudio B, las soluciones obtenidas no son las mejores que pueden ser encontradas por el enfoque de sintonización propuesto para el sistema de control activado por eventos, en la Fig. 4.9a se observa un comportamiento oscilatorio aún cuando el sistema ha llegado al estado estable, este comportamiento es consecuencia de no incluirse las condiciones dadas por el caso de estudio B. A pesar de este comportamiento, el robot manipulador mantiene un comportamiento estable y, posterior a alcanzar el estado estable, se mantiene dentro del umbral del error preestablecido ξ .
- El número de eventos activados proporcionado por el sistema de control en el caso A (ver Figs. 4.10a y 4.11a caso A), propicia que la señal de control enviada al robot manipulador mantenga un comportamiento donde los cambios son visualmente contiguos, principalmente durante el estado transitorio. Este comportamiento se debe a que durante el estado transitorio es, generalmente, donde el sistema requiere aplicar un mayor esfuerzo para lograr estabilizarse

en el menor tiempo posible, esto, con base en sus parámetros de control. Suceso contrario al caso B, donde el número de eventos es menor, pero se observa que durante el tiempo $t = [0.3, 0.80]$, existen más cambios en la señal de control (ver Figs. 4.10 y 4.11a caso B).

- De manera similar al comportamiento dado por cada estado de posición en el espacio de unión, se transmite a las posiciones en el espacio de trabajo, como se muestra en la Fig. 4.12a. Por tanto, para el caso B, las oscilaciones son observadas en el comportamiento del efector final. En contraste para el caso A, no se observan oscilaciones posterior a haber alcanzado el estado en estado estacionario, debido a que no existen perturbaciones en la señal de velocidad.

Como sucede con el análisis de las soluciones en la región de interés S1, para el análisis de las soluciones en la región de estudio S2, la Fig. 4.9b representa el comportamiento de cada GdL del sistema robótico para los dos ambientes de simulación, caso A y B. La Fig. 4.10b ilustra la señal de control aplicada y, los instantes de tiempo en los que se activó la función de evento y se calculó la señal de control, se muestran en la Fig. 4.11b. Además, la Fig. 4.12b muestra el comportamiento del efector final en el espacio de trabajo para X_w , Y_w y Φ_w . Por último, la Tabla 4.16 muestra los resultados de cada caso considerando las soluciones seleccionadas de cada AEOM para la región S2 y, la Tabla 4.17, muestra el porcentaje de cambio de cada resultado del caso B con respecto al caso A. Estas tablas resumen los valores de la función objetivo \bar{F} (\bar{f}_1 y \bar{f}_2) y el índice de rendimiento ST. Con base en estos resultados se determinaron diferentes hallazgos:

- Las soluciones en la rodilla del frente de Pareto (región S2), encontradas por el enfoque propuesto, proporcionan un comportamiento estable a pesar de los sobreimpulsos y oscilaciones durante el estado transitorio (ver Figs. 4.9b y 4.12b). Posterior a llegar al estado estacionario (ver columna ST en Tabla 4.16b), el sistema se mantiene dentro del umbral del error $\xi = \pm 1\%$ sin oscilaciones en apariencia visibles. Observe, que el máximo valor obtenido de la función objetivo relacionada con el número de ocurrencias de activación de la función de evento, esta dado por el NSGA-III en el caso B, con un valor de $\bar{f}_2 = 0.033$; lo que representa únicamente un 3.3% del número total de activaciones, tomando en cuenta que valor máximo teórico que puede tomar \bar{f}_2 es igual a 1.
- El cambio en el entorno de las condiciones del problema donde se desarrollan las simulaciones (caso B), con respecto al entorno original empleado en el proceso de optimización (caso A), propicia cambios más notorios en las soluciones en la región S2 en comparación con los mostrados por las soluciones en la región S1; tales como un mayor tiempo de estabilización y la presencia de sobreimpulsos y oscilaciones durante el estado transitorio. Esto se debe a la considerable disminución del número de actualizaciones de la señal de control requeridas para llevar a cabo la tarea de regulación definida, ya que, su decremento desencadena que la respuesta del controlador sea más lenta ante los cambios del error, permitiendo entonces

oscilaciones y sobreimpulsos, y ayudándose del comportamiento dinámico natural del sistema robótico.

- Las señales de control resultantes de los experimentos en simulación con las soluciones en S2 (ver Fig. 4.10b), muestran un comportamiento con una menor cantidad de variaciones en comparación con las obtenidas por las soluciones en la región S1. Este comportamiento se debe al decremento en el número de activaciones de la función de evento (ver columna \bar{f}_2 en Tabla 4.17 y Fig. 4.11b), donde existe un tiempo mayor entre eventos, la señal se mantendrá un mayor tiempo en el mismo nivel calculado en el instante de tiempo donde un evento tuvo lugar. Observe además, que la señal de control para el caso A mantiene una tendencia a cero con variaciones menores al mostrado por el caso B, ya que, las simulaciones en el caso A (caso original considerado en el enfoque de optimización propuesto) se desarrolla en un ambiente sin incertidumbres.
- De las soluciones obtenidas en la región S2, se observa que el algoritmo más competitivo para reducir el error de estabilización es el NSGA-II (algoritmo basado en dominancia de Pareto) para ambos casos de estudio A y B (ver Tabla 4.16). Por el contrario, para reducir el número de eventos está dado por el NSGA-III (algoritmo híbrido) en el caso A y por el MOEA/D-DE (algoritmo basado en descomposición) para el caso B con una reducción del 27.4 % y un 28.6 %, respectivamente, en referencia al peor resultado.
- El enfoque que presenta una menor variación en porcentaje de cambio, considerando las variaciones del caso B con respecto al caso A para ambas funciones objetivo propuestas en el enfoque de optimización (ver \bar{f}_1 y \bar{f}_2 en Tabla 4.17), está dado por el NSGA-II (basado en Pareto). La menor variación se define considerando al mismo tiempo los incrementos o decrementos en ambas funciones objetivo, i.e., se obtiene la distancia euclidiana y aquella con el menor valor es la que presenta un mejor comportamiento. Por tanto, estos resultados, junto con el mostrado en la variación de porcentaje en el tiempo de estabilización (ver ST en Tabla 4.17), indican que la solución en la región S2, obtenida por método de búsqueda basado en dominancia de Pareto, es menos susceptible a cambios en el entorno donde se desempeña y a la tarea requerida.
- Con base en los hallazgos previamente mencionados se determina que, el algoritmo que sobresale entre sus competidores para la resolución del problema de optimización multi-objetivo para la sintonización de control disparado por eventos, está dado por el NSGA-II al presentar el mejor balance entre ambos objetivos de diseño. Así también, la solución S2 dada por el algoritmo mencionado, es menos susceptible a cambios en el entorno donde se desarrolla (presencia de incertidumbres y cambio de posiciones originales) en comparación con el

entorno original (sin presencia de incertidumbres) empleado durante el proceso de optimización.

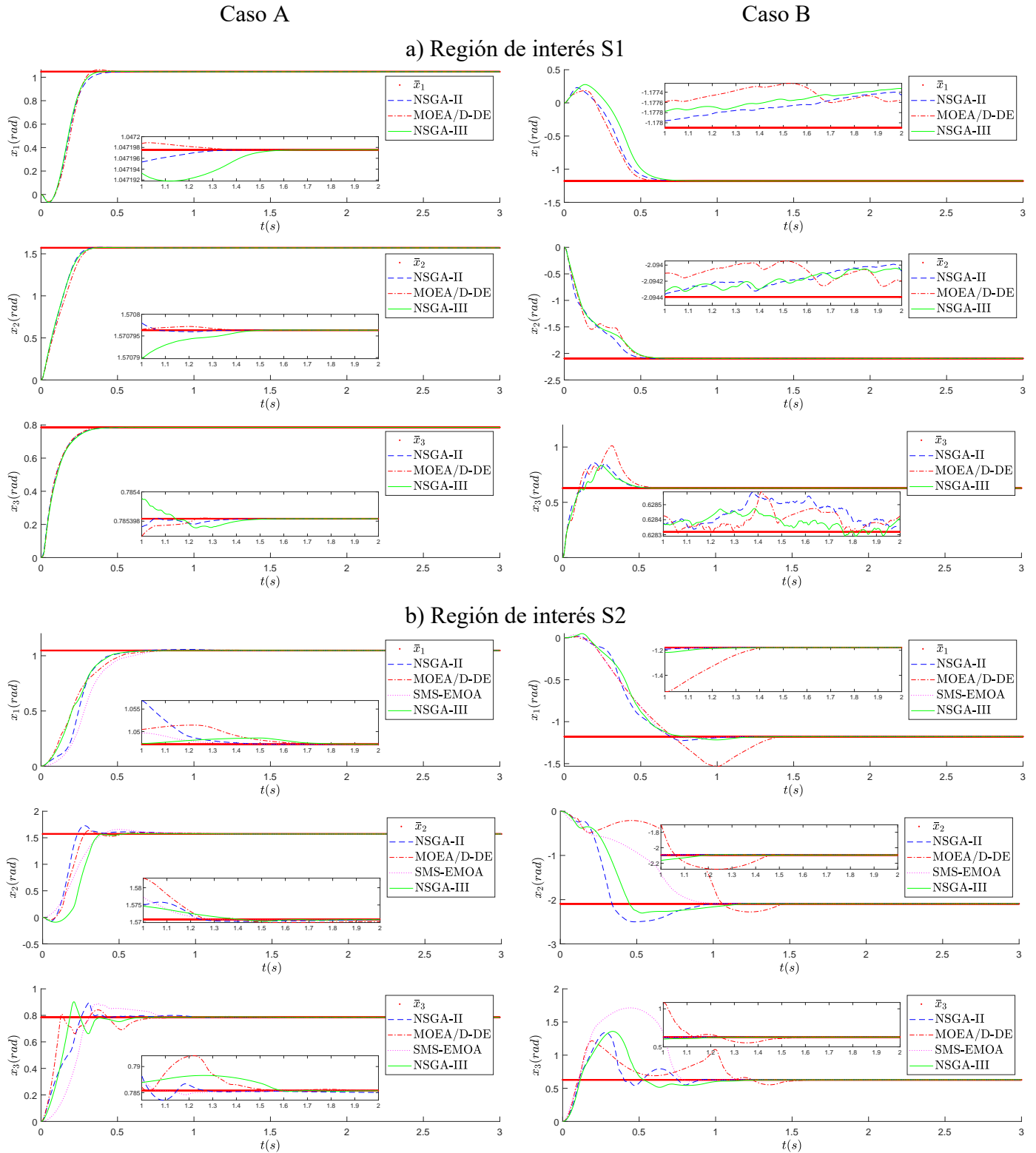


Figura 4.9: Comportamiento de los estados de posición del sistema robótico, considerando las soluciones en las regiones de interés S1 y S2.

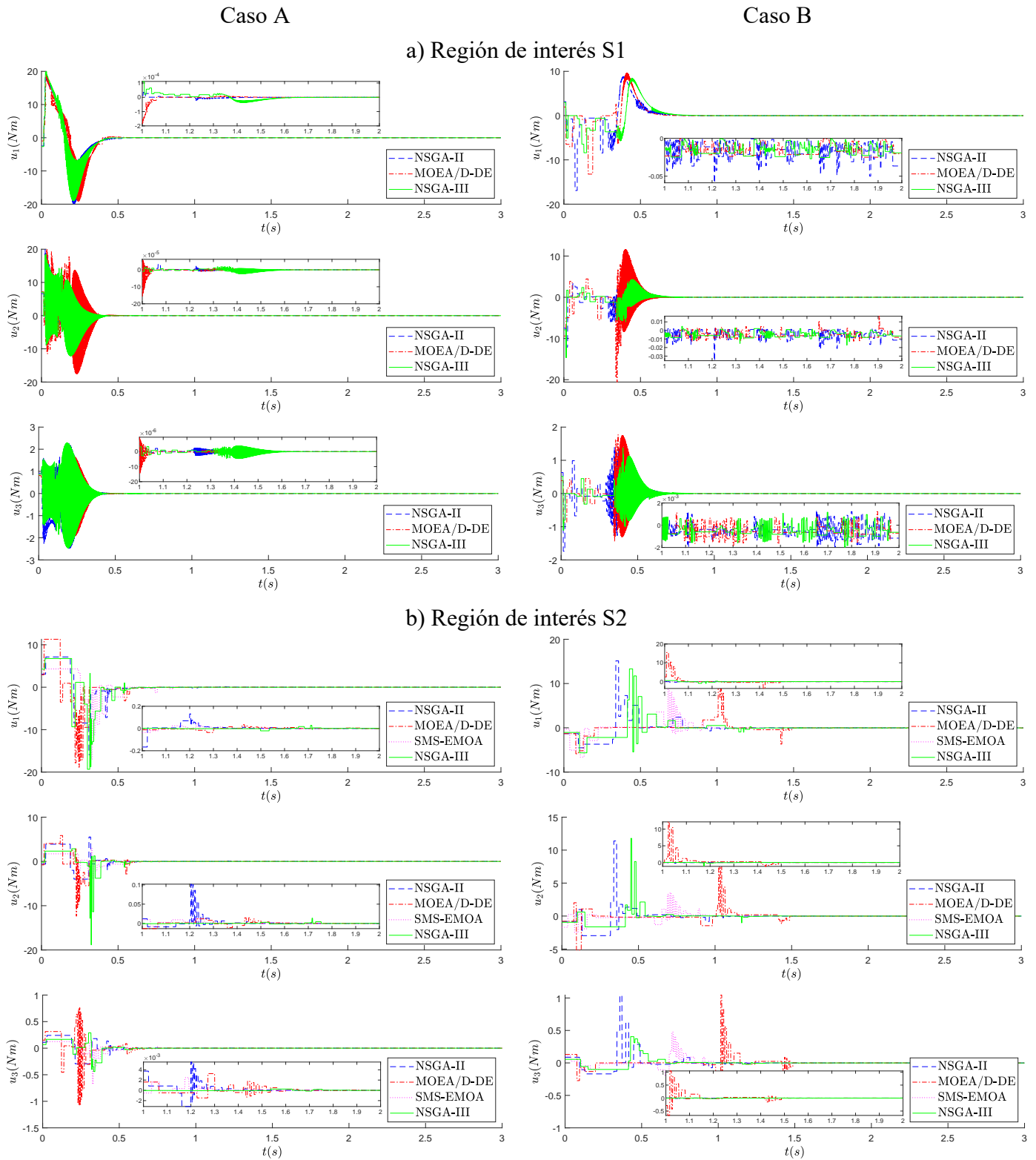


Figura 4.10: Señales de control resultante para la estabilización del sistema robótico en los casos de estudio A y B, considerando las soluciones en las regiones de interés S1 y S2.

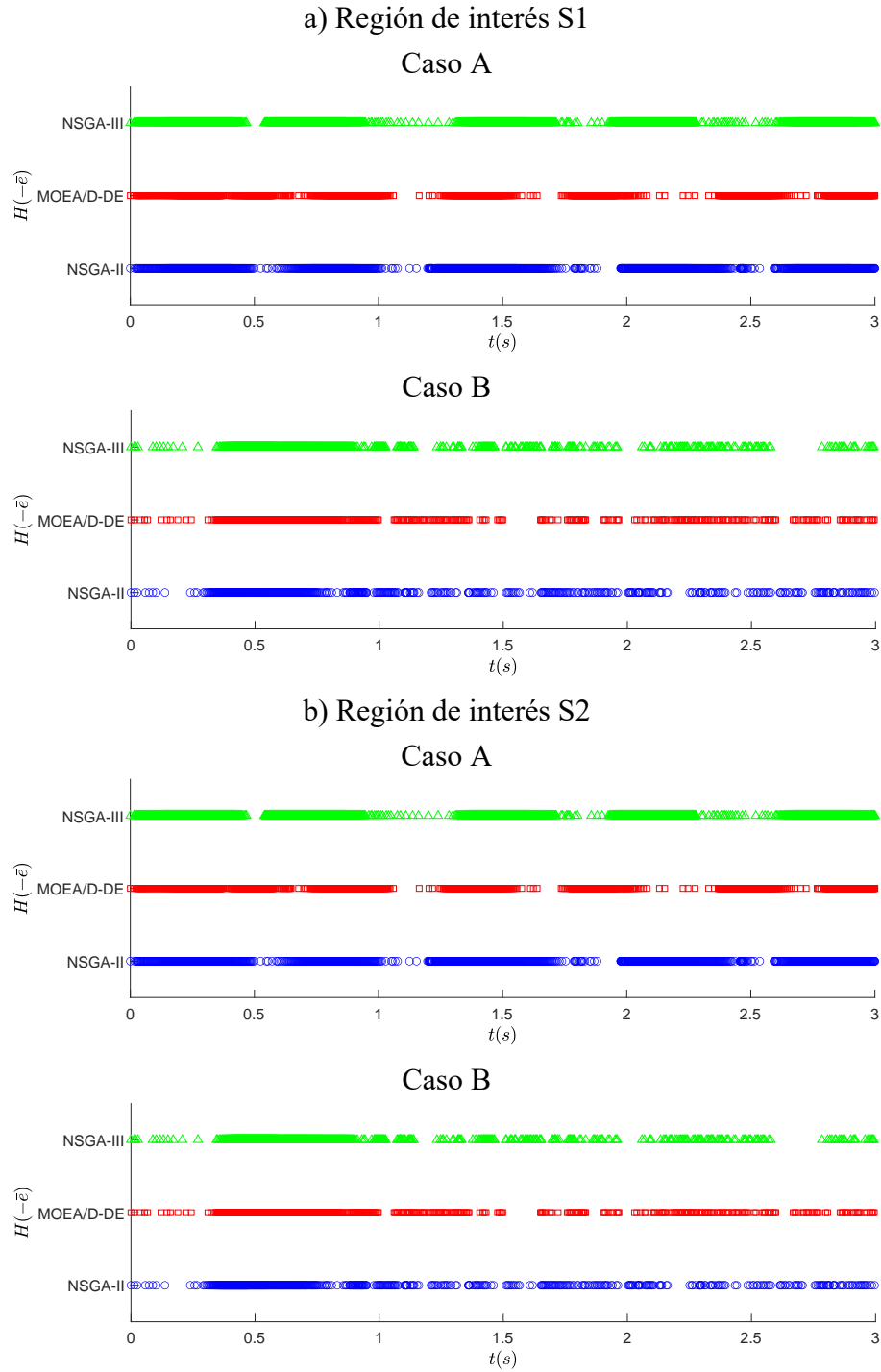


Figura 4.11: Instantes de tiempo donde la señal de control se calculó y aplicó al sistema robótico en los entornos de simulación para los casos A y B empleando las soluciones en las regiones de interés S1 y S2.

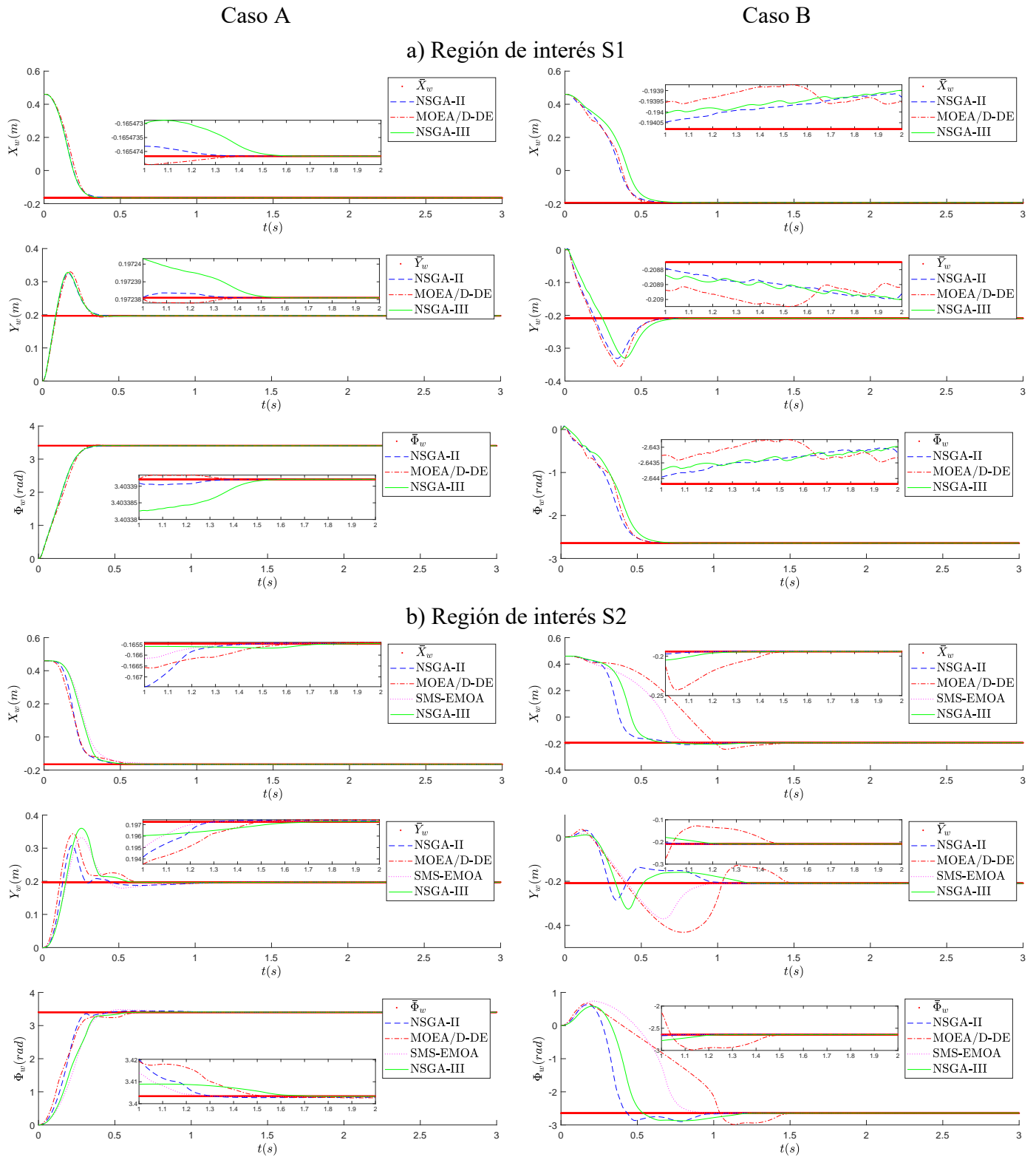


Figura 4.12: Comportamiento del efector final en el espacio de trabajo para el caso A y B, empleando las soluciones en la región de interés S1

Tabla 4.16: Índices de rendimiento del sistema de control para los casos de estudio A y B, considerando las soluciones en las regiones de interés S1 y S2

Solución	Caso	Algoritmo	\bar{f}_1	\bar{f}_2	ST
S1	A	NSGA-II	0.015(5.1% ↓)	0.601(0.0%)	0.412(4.0% ↓)
		MOEA/D-DE	0.016(0.0%)	0.550 (8.5% ↓)	0.429(0.0%)
		SMS-EMOA	—	—	—
		NSGA-III	0.015 (7.0% ↓)	0.577(4.1% ↓)	0.364 (15.2% ↓)
	B	NSGA-II	0.049 (21.6% ↓)	0.206(14.1% ↓)	0.645(9.3% ↓)
		MOEA/D-DE	0.053(14.3% ↓)	0.240(0.0% ↓)	0.589 (17.2% ↓)
		SMS-EMOA	—	—	—
		NSGA-III	0.062(0.0% ↓)	0.206 (14.3% ↓)	0.711(0.0% ↓)
S2	A	NSGA-II	0.032 (34.9% ↓)	0.023(5.5% ↓)	0.963(0.0%)
		MOEA/D-DE	0.033(31.7% ↓)	0.024(0.0%)	0.890(7.6% ↓)
		SMS-EMOA	0.049(0.0%)	0.024(1.4% ↓)	0.837(13.1% ↓)
		NSGA-III	0.037(24.9% ↓)	0.018 (27.4% ↓)	0.597 (38.0% ↓)
	B	NSGA-II	0.115 (71.4% ↓)	0.028(13.3% ↓)	1.045(34.2% ↓)
		MOEA/D-DE	0.400(0.0% ↓)	0.023 (28.6% ↓)	1.589(0.0% ↓)
		SMS-EMOA	0.221(44.8% ↓)	0.032(3.1% ↓)	0.981 (38.3% ↓)
		NSGA-III	0.130(67.5% ↓)	0.033(0.0% ↓)	1.192(25.0% ↓)

Tabla 4.17: Porcentaje de cambio de los indicadores de rendimiento entre los casos de estudio A y B empleando las soluciones obtenidas en las regiones de interés S1 y S2.

Solución	Algoritmo	\bar{f}_1	\bar{f}_2	ST
S1	NSGA-II	226.7% ↑	65.7% ↓	56.5% ↑
	MOEA/D-DE	231.3% ↑	56.4% ↓	37.2% ↑
	SMS-EMOA	-	-	-
	NSGA-III	313.3% ↑	64.3% ↓	95.3% ↑
S2	NSGA-II	259.4% ↑	21.7% ↑	8.5% ↑
	MOEA/D-DE	1112.1% ↑	4.2% ↓	78.5% ↑
	SMS-EMOA	351.0% ↑	33.3% ↑	17.2% ↑
	NSGA-III	251.4% ↑	83.3% ↑	99.7% ↑

Con base en los resultados mostrados previamente, se ha observado que los algoritmos que proporcionan soluciones prometedoras por el método de optimización propuesto para la sintonización del control disparado por eventos, considerando las condiciones mostradas en la sección 4.2 (empleadas para el caso de estudio A), esta dado por el enfoque basado en Pareto, el enfoque basado en descomposición y el enfoque híbrido. Sin embargo, al exponer a un conjunto de soluciones de interés ante un entorno diferente al mostrado en la sección 4.2, se observan incrementos en el valor de la función objetivo relacionada con el error de estabilización \bar{f}_1 (comportamiento mostrado en el caso B con las soluciones en las regiones de interés S1 y S2) y decrementos (caso B con las soluciones en

S1) e incrementos (caso B con las soluciones en S2) en la función \bar{f}_2 relacionada con el número de eventos requerido para completar exitosamente la tarea de control propuesta. A partir de ello, se ha determinado que la solución más prometedora, desde un punto de vista de ingeniería de control, son aquellas que ha proporcionado el algoritmo basado en dominancia de Pareto (NSGA-II); debido a que las soluciones mantienen un rendimiento adecuado (mantiene un error en estado estacionario dentro de un umbral de $\xi = \pm 1\%$) mientras se reduce considerablemente el número de eventos activados requeridos para llevar a cabo la tarea de control. Así también, las soluciones mostradas por este algoritmo presentan el mejor compromiso ante cambios en su entorno (caso B), mientras mantiene un rendimiento competitivo en el caso considerado en el proceso de optimización (caso A). Por lo tanto, desde el punto de vista de ingeniería de control, se determina que el método de búsqueda que mejor se adecua al método de optimización propuesto para la sintonización del control disparado por eventos, está dado por el método de búsqueda basado en dominancia de Pareto.

4.4. Análisis comparativo entre el enfoque de sintonización multi-objetivo con uno sin compromiso en el diseño

4.4.1. Condiciones de las pruebas comparativas

En términos generales, la resolución de un problema multi-objetivo considera encontrar soluciones que satisfagan diferentes compromisos de diseño y con ello sea posible seleccionar alguna solución que se adecue a las necesidades de una aplicación específica. La solución que sea seleccionada cumplirá con un compromiso en particular, pudiendo dar un mayor o menor beneficio a alguno de los objetivos de diseño; por lo cual, en aplicaciones del mundo real, es de suma importancia definir el compromiso que se desea cumplir de antemano, ya que, el diseño o comportamiento final del sistema puede verse fuertemente afectado de forma negativa al grado de no cumplir con el propósito de la aplicación [66].

Por otro lado, desde un punto de vista ideal, particularmente las soluciones que satisfacen las condiciones de diseño en los extremos teóricos de un frente de Pareto óptimo, consideran el mejor valor de uno de los objetivos de diseño y el peor para alguno de los demás criterios, i.e., dichas soluciones dejan de cumplir con algún compromiso, con aquel objetivo de diseño con el peor valor. En la problemática que se aborda en este trabajo de investigación, aquella solución en el extremo teórico donde existe un valor mínimo de la función objetivo \bar{f}_1 (función relacionada con el error de estabilización) y una valor máximo de la función \bar{f}_2 (función relacionada con la tasa de eventos activados), se concede la total prioridad a reducir el error de estabilización y se desprecia la cantidad de eventos activados, de tal manera que en cada instante de tiempo tiene lugar un evento y con ello la actualización de la señal de control. Esta solución cumple de manera teórica con las características del esquema de control disparado por tiempo, ya que, este esquema de control puede verse

como un caso particular del control disparado por eventos, debido a que este es el peor escenario donde el CDE puede verse inmerso cuando únicamente se desea satisfacer la reducción del error de estabilización, descartando el compromiso con la cantidad de eventos activados.

Dado lo anterior, en el presente apartado se aborda un análisis comparativo del comportamiento del sistema de control disparado por eventos, considerando diferentes compromisos a satisfacer entre el error de estabilización y número de veces que se ejecuta la señal de control (número de eventos); en comparación con el control disparado por tiempo, que descarta el compromiso con el número de eventos que se activan mientras se mejora primordialmente el error de estabilización. Por lo tanto, este análisis, busca develar la efectividad y beneficios del sistema de CDE sintonizado mediante el enfoque de optimización multi-objetivo propuesto en comparación con un enfoque de optimización para la sintonización del CDT en donde no se considera el compromiso con el número de actualización de la señal de control. Para lograr este cometido, por un lado, para el CDE, se seleccionan las soluciones en la región S1 y S2 dadas por el método de búsqueda basado en dominancia de Pareto y que cumplen con dos compromisos diferentes, como se muestra en la Sección 4.3. Por otro lado, para el CDT se emplea un enfoque de optimización mono-objetivo para la sintonización de los parámetros del controlador de este esquema de control, considerando únicamente el error de estabilización como función objetivo a optimizar. Con el propósito de realizar una comparación justa, el CDT emplea la misma estructura de control que el CDE (ver (3.2) en Capítulo 3), siendo diferente del primero, al actualizar periódicamente la señal de control en cada instante de tiempo, esto significa que, no se considera la función de evento (ver (3.3)). Esto implica que, en el problema de optimización, sea considerada únicamente la función objetivo \bar{f}_1 , ya que, el número de activaciones de la señal de control contemplada en la función objetivo \bar{f}_2 se mantiene constante.

Para ambos esquemas sintonizados mediante métodos de optimización, se considera el vector de variables de diseño en (3.11) y las restricciones en (3.15)-(3.18). Únicamente, en el esquema de CDT se remueve el parámetro de frecuencia de activación de evento σ del vector de variables de diseño. Cabe mencionar, que el CDT fue sintonizado mediante un algoritmo mono-objetivo (debido a que solo se desea satisfacer un criterio de diseño), específicamente con el algoritmo genético mostrado en [86], que emplea torneo binario, cruza binaria simulada y mutación polinomial como operadores búsqueda. Este algoritmo fue seleccionado debido a que el NSGA-II, que es el algoritmo que mostró el rendimiento más competitivo en la resolución del problema de sintonización multi-objetivo del CDE propuesto, emplea como núcleo principal de búsqueda al algoritmo genético, por lo que se espera un rendimiento competitivo en la resolución del problema de sintonización de CDT. Adicionalmente, de manera similar a como sucede con los algoritmos de búsqueda multi-objetivo, el proceso de ajuste del algoritmo genético es una tarea difícil. En este caso, se utilizó el programa irace para encontrar su configuración más apropiada para el problema, considerando las mismas condiciones que en la Sección 4.2.1 y las particularidades de CDT. Entonces, los vectores de diseño obtenidos para cada esquema de control, se muestran en la Tabla 4.18, donde los etiquetas CDE-S1

y CDE-S2 señalan las soluciones para el CDE en las regiones de interés S1 y S2, respectivamente. Adicionalmente, las pruebas en simulación consideran las mismas condiciones de estudio del caso A y B mostradas en la Sección 4.3.1 para ambos esquemas de control.

Tabla 4.18: Valores numéricos de cada parámetro para el sistema de control disparado por eventos (considerando dos compromisos diferentes localizados en las regiones de interés S1 y S2) y el control disparado por tiempo.

Algoritmo	Parámetro	Valor ($i = 1, 2, 3.$)		
CDE-S1	ϱ_i	41426.7465	39466.3894	22812.3045
	ϱ_{i+3}	8.8853	1.2641	0.7568
	ϵ_i	0.9257	3.3386	6.9134
	δ_i	4.7092	1.8681	0.4815
	σ		0.8912	
	ω		0.2777	
	ψ_i	7.5767	6.9439	0.8032
CDE-S2	ϱ_i	30069.6730	25024.5853	20464.9508
	ϱ_{i+3}	5.8075	5.1394	2.3197
	ϵ_i	0.1422	3.8610	6.8862
	δ_i	4.3562	1.2407	0.0540
	σ		0.6354	
	ω		0.0060	
	ψ_i	9.8990	6.6830	2.3665
CDT	ϱ_i	39191.1846	18346.1438	38493.6600
	ϱ_{i+3}	1.4941	18.1191	8.4611
	ϵ_i	0.2831	1.8344	6.7715
	δ_i	4.1086	1.2313	0.2666
	σ		0.5276	
	ω		1.6238	
	ψ_i	2.6889	2.1365	1.2691

4.4.2. Resultados del análisis comparativo

Los resultados cuantitativos del análisis comparativo entre el enfoque de CDE, que considera dos compromisos de diseño y el CDT, que no considera el compromiso con el número de eventos activados, se establecen en la Tabla 4.19. En esta tabla se colocan los valores contenidos en el vector de funciones objetivo $\bar{F} = [\bar{f}_1, \bar{f}_2]$, el tiempo de estabilización (ST) con un umbral de error de $\xi = \pm 1\%$, la integral absoluta de la señal de control (IAU por sus siglas en inglés Integral

Absolute of control signal) y la integral absoluta de la derivada de la señal de control (IADU por sus siglas en inglés Integral Absolute of Derivative of control signal). Considerando, el rendimiento del CDT, el porcentaje entre paréntesis denota el incremento o decremento del indicador con base en el resultado obtenido por el CDT. El comportamiento comparativo de cada estado de posición en el espacio de unión se muestra en la Fig. 4.13, y en la Fig. 4.14 se presenta el trayecto realizado por el efector final durante la tarea de regulación en el espacio de trabajo $X_w - Y_w - \Phi_w$. Las señales de control suministradas a cada eslabón del robot manipulador se muestran en la Fig. 4.15 y los instantes de tiempo donde estas fueron actualizadas se ilustran en la Fig. 4.16. En función de estos resultados se han producido los siguientes hallazgos:

- A partir de los resultados mostrados en la Tabla 4.19 se ha determinado que el CDE es una alternativa altamente competitiva al CDT, considerando un enfoque de optimización multi-objetivo para su sintonización, esto con base en los siguientes puntos:
 - Para el caso A (entorno considerado por el enfoque de optimización multi-objetivo propuesto), el comportamiento proporcionado por el CDE-S1 muestra un rendimiento superior al CDT, disminuyendo el error de estabilización en un 44.5 %, mientras reduce en un 39.9 % la cantidad de activaciones necesarias para realizar la tarea de regulación establecida (ver columnas \bar{f}_1 y \bar{f}_2 y Fig. 4.16). Por el contrario, el rendimiento del CDE-S2 incrementa el error de estabilización en 18.4 %, pero a su vez se reduce en un 97 % en comparación con el CDT.
 - Para el caso B (entorno no considerado en el enfoque de optimización multi-objetivo propuesto), se presenta un incremento en el error de estabilización del 18.7 % (dado por el CDE-S1) y 178.7 % (dado por el CDE-S2) en comparación con el CDT. Este comportamiento es debido a las incertidumbres introducidas al sistema, así como al cambio en las posiciones originalmente consideradas y a la cantidad de actualizaciones requeridas para desarrollar la tarea de control; ya que, contrario a lo que sucede con la función \bar{f}_1 , la función \bar{f}_2 exhibe un decremento en la cantidad de llamadas a la función de control en un 79.4 % (proporcionado por el CDE-S1) y en un 97.2 % (proporcionado por el CDE-S2) con respecto al CDT.
 - Para ambos casos, A y B, a pesar del incremento en el error de estabilización, estos mantienen un rendimiento competitivo al estabilizarse dentro del umbral del error ξ en un tiempo menor a 1s (ver columna ST y Figs. 4.13 y 4.14).
 - Las variaciones de la señal de control se ven reducidas en ambos casos de estudio por el CDE, con un decremento del 19.3 % y 41.1 % en el caso A, y en el caso B con un 36.6 % y 33.7 % de decremento (observe el índice IAU y Fig. 4.15). Esto se traduce en una menor cantidad de cambios de movimiento dado por los componentes mecánicos y

en los niveles eléctricos de los elementos electrónicos de potencia, es decir, los componentes mecánicos y electrónicos tendrán un menor desgaste aumentando así su tiempo de vida y en consecuencia la necesidad del mantenimiento preventivo y correctivo se alarga.

- El consumo energético se reduce considerablemente en un 32.8 % y 98.4 % en el caso A y en un 76.1 % y 97.7 % en el caso B (ver el índice IADU).

Tabla 4.19: Resultados comparativos de rendimiento del sistema de CDE (considerando las soluciones de interés S1 y S2) en comparación con el sistema de CDT (ambos sintonizados mediante métodos de optimización) para los casos de estudio A y B. Valores de función objetivo e índices de rendimiento de control.

Caso	Algoritmo	\bar{f}_1	\bar{f}_2	ST	IAU	IADU
A	CDE-S1	0.015 (44.5 % ↓)	0.601(39.9 % ↓)	0.412 (21.5 % ↓)	5.430(19.3 % ↓)	4.480(32.8 % ↓)
	CDE-S2	0.032(18.4 % ↑)	0.023 (97.7 % ↓)	0.963(83.4 % ↑)	3.964 (41.1 % ↓)	0.104 (98.4 % ↓)
	CDT	0.027(0.0)	1(0.0)	0.525(0.0)	6.727(0.0)	6.665(0.0)
B	CDE-S1	0.049(18.7 % ↑)	0.206(79.4 % ↓)	0.645 (4.3 % ↓)	3.313 (36.6 % ↓)	1.167(76.1 % ↓)
	CDE-S2	0.115(178.7 % ↑)	0.028 (97.2 % ↓)	1.045(55.0 % ↑)	3.465(33.7 % ↓)	0.114 (97.7 % ↓)
	CDT	0.041 (0.0)	1(0.0)	0.674(0.0)	5.224(0.0)	4.880(0.0)

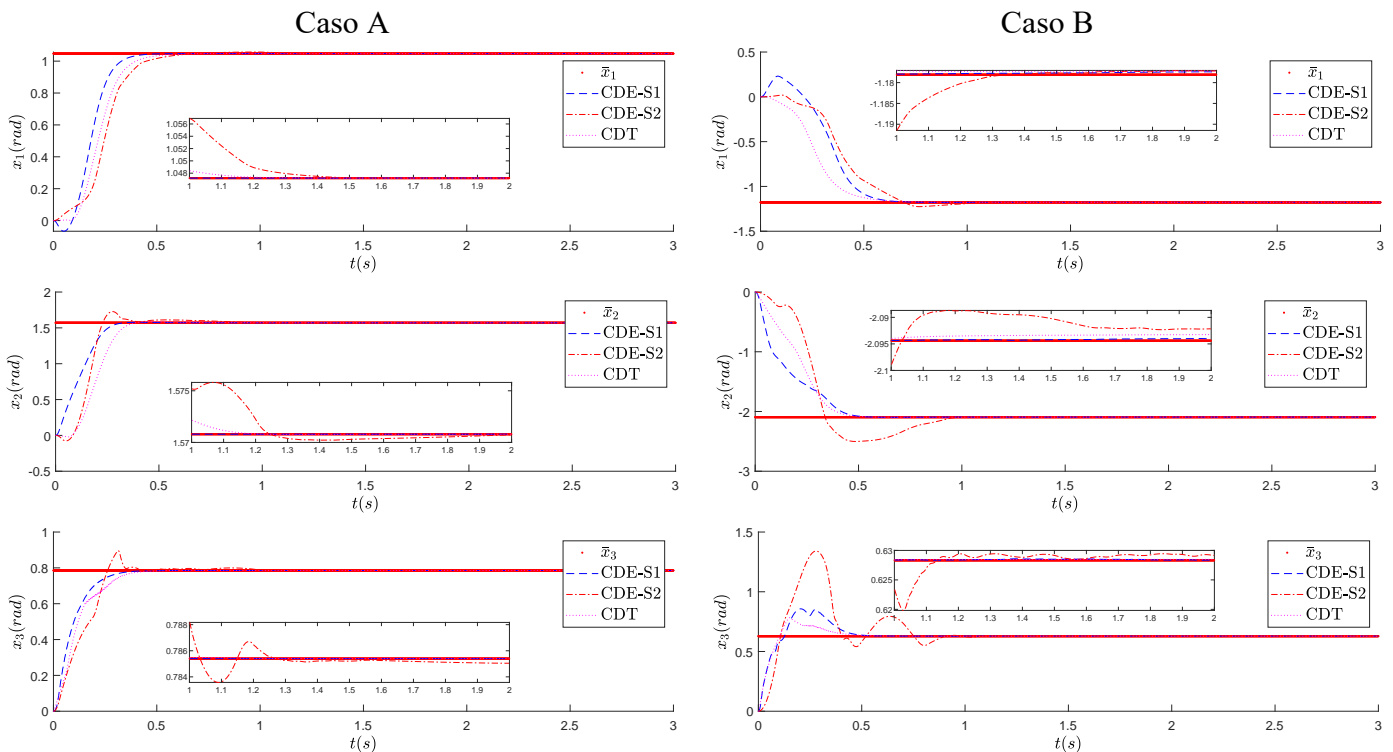


Figura 4.13: Comportamiento de los estados de posición del sistema robótico caso B.

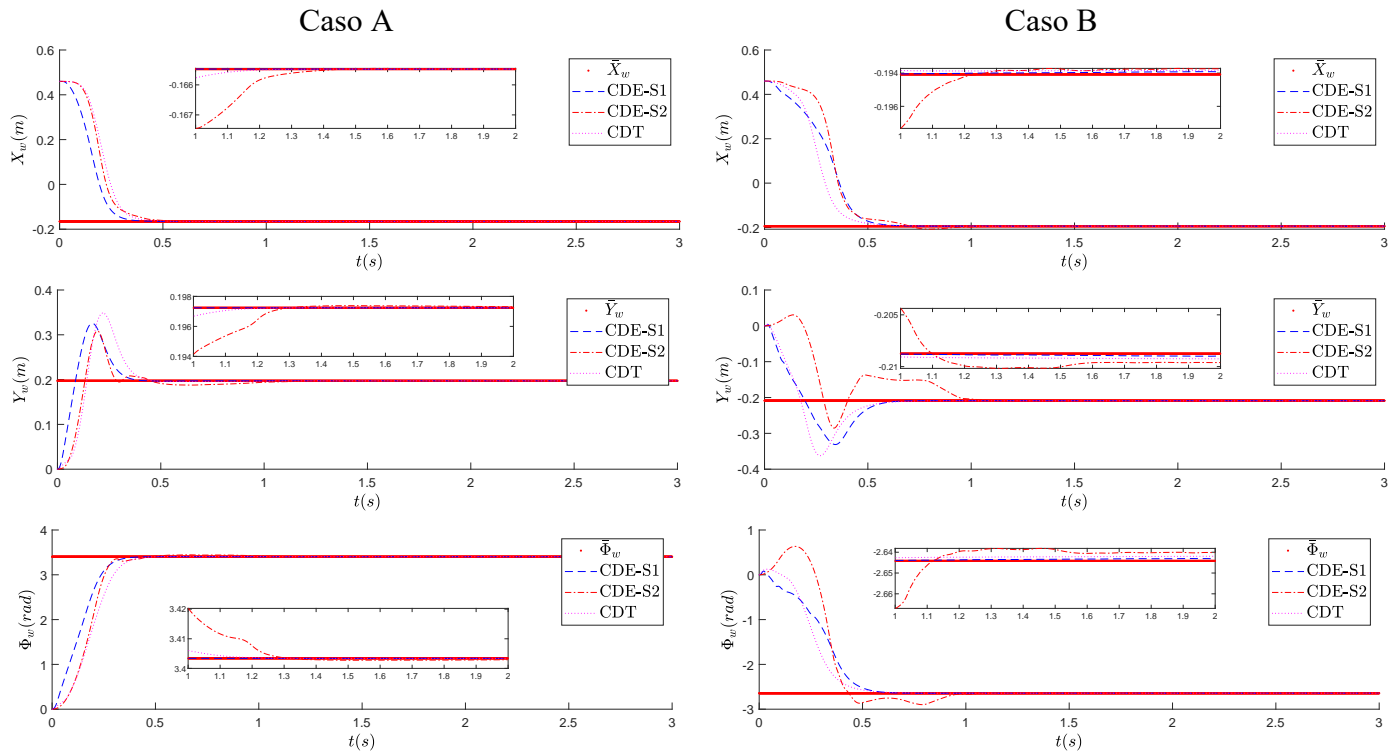


Figura 4.14: Desplazamiento desarrollado en el espacio de trabajo por el efector final para cada caso de estudio.

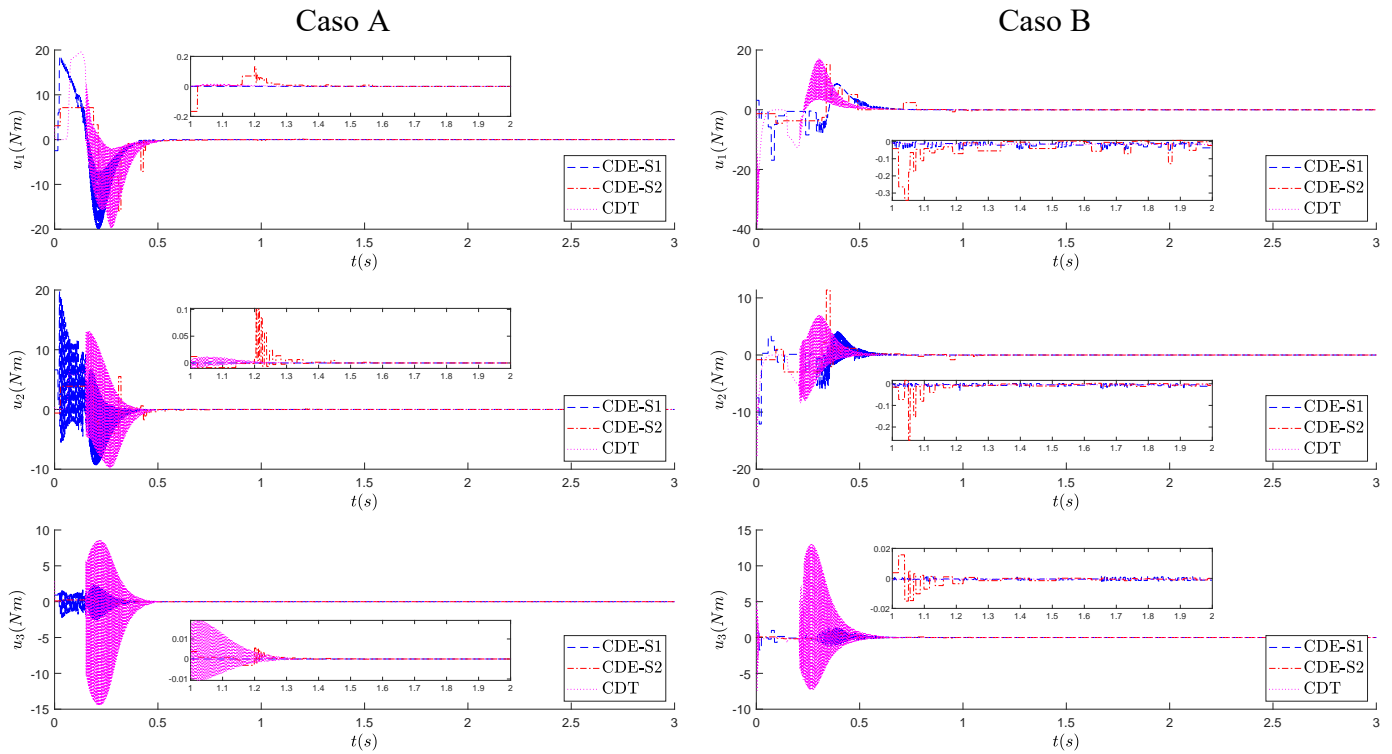


Figura 4.15: Comportamiento de la señal de control aplicada al sistema robótico para el caso de estudio A y B.

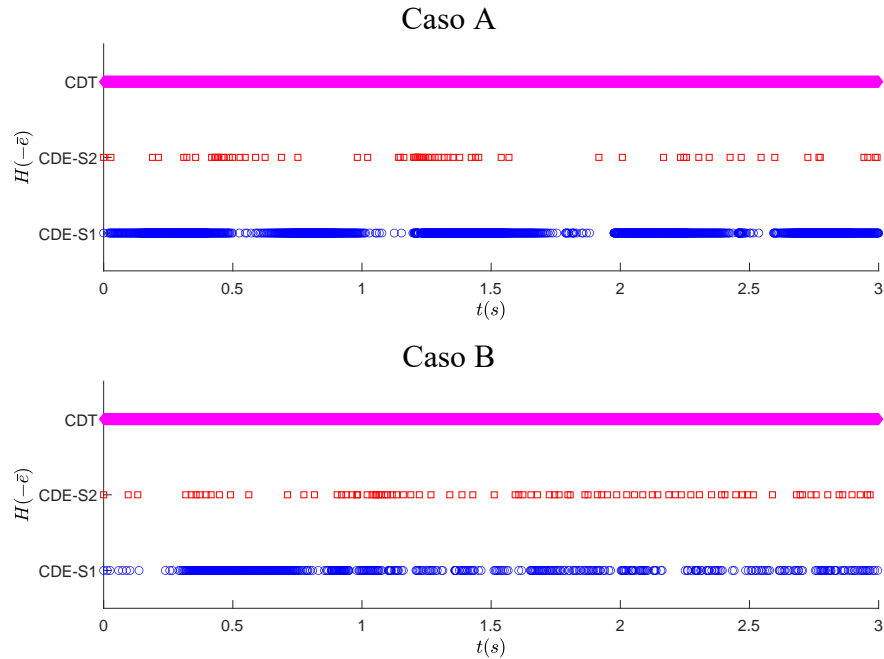


Figura 4.16: Instantes de tiempo en los que se calculó la señal de control y se aplicó al sistema robótico en los casos de estudio A y B.

Los hallazgos resultantes de las pruebas y observaciones realizadas en el presente apartado, indican que los dos diferentes compromisos que se satisfacen por las soluciones en las regiones de interés S1 y S2 para el CDE, además de reducir considerablemente el número de eventos activados, son competitivos en rendimiento en comparación con el CDT (tomando en cuenta que el error en estado estacionario debe permanecer dentro de $\xi = \pm 1\%$), que reduce únicamente el error de estabilización sin mantener ningún compromiso con el número de eventos. De manera particular, la solución que satisface el compromiso en la región S1 y el entorno que se muestra en la Sección 4.2 (también nombrado caso A o caso óptimo en las pruebas en simulación) donde no existen incertidumbres paramétricas, la sintonización del CDE mediante el enfoque de optimización multi-objetivo propuesto, logra incluso un rendimiento superior al CDT. Este resultado se atribuye principalmente a que los algoritmos multi-objetivo son estrategias de búsqueda mejor equipadas, tanto desde un punto de vista conceptual como del desarrollo del programa, de herramientas para la resolución de problemas de optimización. Otro punto a destacar, refiere al consumo energético (ver IAU en Tabla 4.19) y a las variaciones de la señal de control (ver IADU en Tabla 4.19) obtenidas por las soluciones seleccionadas para el CDE, cuyos valores porcentuales mantienen una comportamiento de reducción en contraste con los valores obtenidos por el CDT, lo que consecuentemente traerá un beneficio económico y ambiental a corto, mediano y largo plazo; esto es, el empleo de una estrategia de CDE sintonizada mediante un enfoque de optimización multi-objetivo puede reducir costos provenientes de las facturas de consumo energético y de mantenimiento preventivo y correc-

tivo de los sistemas robóticos y electrónicos de potencia al aumentar su tiempo de vida, y beneficia al medio ambiente decrementando la energía consumida y disipada en forma de calor que repercute en el cambio climático, así como la necesidad de sustituir elementos del sistema que requieren un proceso que conlleva un cierto grado de contaminación para su producción. Finalmente, es necesario mencionar que, si bien, los compromisos aquí analizados cumplen efectivamente la tarea de regulación manteniendo un rendimiento aceptable dentro del umbral del error $\xi = \pm 1\%$ mientras reducen considerablemente la cantidad de actualizaciones necesarias para llevar a cabo la tarea de regulación, si la tarea de control y el entorno cambian con respecto a lo planteado en el problema de optimización, el comportamiento se vera modificado, pero podrá mantener un rendimiento aceptable ante este nuevo entorno, como se muestra en el caso B que fue analizado. De aquí yace la importancia de seleccionar adecuadamente el compromiso que se desea satisfacer en la aplicación en cuestión.

Conclusiones y trabajo futuro

5.1. Conclusiones

En el presente trabajo se ha abordado el problema de sintonización del controlador disparado por eventos en robots manipuladores, en el cual coexisten dos criterios a satisfacer que inherentemente se contraponen entre sí, donde el primero de ellos se relaciona con el rendimiento del sistema robótico y el segundo con la cantidad de veces que la señal de control debe ser actualizada. Para abordar esta problemática, se ha propuesto un enfoque de sintonización mediante métodos de optimización. El enfoque propuesto consiste, primeramente, en el planteamiento de un problema de optimización multi-objetivo, que considera la minimización del error de estabilización (principalmente en estado estacionario) y la cantidad de ocurrencias donde la señal de control se actualiza para estabilizar al sistema. Así mismo se considera que el robot manipulador debe alcanzar una posición deseada en el espacio articular con un tiempo de estabilización predefinido. Posteriormente el problema matemático de optimización multi-objetivo es resuelto mediante un conjunto de técnicas de optimización multi-objetivo, que emplean diferentes métodos de búsqueda para localizar y proporcionar las soluciones más prometedoras para resolver el problema de sintonización propuesto. Finalmente, con el propósito de develar la efectividad del control disparado por eventos, sintonizado mediante el enfoque de optimización propuesto, desde el punto de vista de optimización y de ingeniería de control, se lleva a cabo un análisis cuantitativo y cualitativo de las soluciones obtenidas. Por tanto, en función de los resultados obtenidos, se han determinado las siguientes conclusiones:

- Con base en un análisis estadístico, se determinó que el método de búsqueda basado en dominancia de Pareto presenta un rendimiento sobresaliente en el método de optimización multi-objetivo propuesto para la resolución del problema de sintonización del control disparado por eventos, esto en comparación con los métodos de búsqueda basados en métricas, en descomposición e híbrido. Este comportamiento se atribuye a la presión de selección que muestra el mecanismo de búsqueda por niveles de dominancia y el mecanismo de diversificación por

distancia de agrupamiento que incorpora el NSGA-II.

- Considerando dos regiones de interés en las soluciones obtenidas por cada enfoque de optimización multi-objetivo (región S1 localizada en el extremo del frente de Pareto obtenido, donde se da prioridad a reducir el error de estabilización sin descartar la cantidad de eventos, y la región S2 localizada en donde existe el mejor compromiso para ambos objetivos de diseño, en la minimización del error de estabilización y la cantidad de eventos activados), se realizan experimentos en simulación en dos entornos distintos. El primero considera un entorno sin incertidumbres (caso empleado durante la resolución del problema de optimización multi-objetivo por lo que también es llamado caso óptimo) y la segunda toma en cuenta un entorno con incertidumbres y una tarea de control distinta al primero (caso comparativo no considerado durante el proceso de optimización, llamándose también caso no óptimo). Realizando una comparación en estos casos de estudio se concluyó lo siguiente:
 - Cada solución seleccionada, por método de búsqueda, proporciona un adecuado rendimiento al estabilizar al sistema robótico dentro de un umbral de error de $\xi = \pm 1\%$ con un decremento en el número de actualizaciones de la señal de control desde el 40% hasta el 97%. Mostrando por lo tanto, un decremento considerable de la cantidad de ocasiones en que el uso de los recursos del sistema de cómputo es empleado en el cálculo y envío de la señal de control para llevar a cabo la estabilización adecuada del sistema.
 - Las soluciones proporcionadas por el método de búsqueda basado en Pareto proporcionan un resultado competitivo para el primer caso de estudio (caso óptimo), pero al exponerse a un entorno desconocido (caso no óptimo), las soluciones dotan al control disparado por eventos de un rendimiento sobresaliente en comparación con sus competidores al reducir en un 21.6% al 71.4% el error de estabilización y en un 14.1% al 13.3% la cantidad de llamadas a la función de control con respecto al peor resultado. Además, el rendimiento y la cantidad de eventos activados resultantes de las soluciones proporcionadas por el método de búsqueda basado en Pareto, varían en una menor proporción en comparación con sus competidores, esto, considerando el porcentaje de cambio del caso no óptimo con respecto al caso óptimo.
- Considerando dos soluciones que satisfacen con dos compromisos diferentes entre el error de estabilización y el número de eventos (soluciones S1 y S2 obtenidas del NSGA-II), y una adicional que únicamente da prioridad al error de estabilización, descartando el número de eventos, se desarrolla un análisis comparativo entre ellas, donde las dos primeras soluciones son obtenidas del NSGA-II durante el proceso de optimización multi-objetivo para sintonización del CDE y la última coincide de forma teórica con el CDT. Cabe señalar que, ambos sistemas de control poseen la misma estructura, considerando las particularidades de cada

uno. Además, este análisis considera ambos entornos de estudio, donde el primero se establece tal como se emplea durante el proceso de optimización (llamado caso A u óptimo) y, el segundo introduciendo incertidumbres paramétricas y un cambio en la tarea de control a desarrollar (llamado caso B o no óptimo). Entonces, los resultados del análisis comparativo muestran lo siguiente:

- De manera general, las soluciones en cada esquema de control muestran un rendimiento adecuado al estabilizar al sistema en un tiempo menor a 3s y manteniendo un error en estado estacionario dentro del umbral $\xi = \pm 1\%$.
- En cuestión a la solución S1, que muestra un compromiso donde hay una mayor preferencia a reducir el error de estabilización en el CDE, se observó para el caso A (caso donde no existen incertidumbres u óptimo) un rendimiento superior del CDT respecto, al reducir en un 44.5% el error de estabilización, mientras decrece en un 39.9% el número de actualizaciones de la señal de control. En cambio, para el caso donde el sistema de control se enfrenta a un entorno donde existen incertidumbres (caso B o no óptimo), el error incrementa en un 18.7%, mientras reduce considerablemente en un 79.4% la cantidad de actualizaciones necesarias para desarrollar adecuadamente la tarea de control en comparación con el esquema de CDT.
- Tomando en cuenta la solución S2, que mantiene un compromiso equilibrado entre los compromisos de diseño considerados en el problema de sintonización, y tomado como referencia los valores obtenidos por el CDT, la solución proporciona un decremento del 97.7% al 97.2% en la cantidad de activaciones de la función de evento, manteniendo incluso un rendimiento dentro del umbral definido en ξ con un incremento del 18.4% al 178.7%. Mostrando, entonces, un rendimiento competitivo respecto control disparado por tiempo.
- El control disparado por eventos, para ambos compromisos dentro del análisis, logra reducir el consumo energético del 19.3% hasta el 41.1% en el caso A y del 33.7% al 36.6% en el caso B, esto respecto a los resultados obtenidos por el CDT. Con lo que es posible reducir los costos de operación del sistema robótico.
- Referente a las variaciones en la señal de control, estas se mantienen en un 32.8% al 98.4% por debajo al obtenido por el CDT en el caso de estudio donde las incertidumbres no son consideradas, y en un 76.1% al 97.7% en el caso donde existen incertidumbres paramétricas. Esto se traduce mayor tiempo de vida en los elementos mecánicos y en los dispositivos electrónicos de potencia por un menor desgaste en sus movimientos y conmutación, y por tanto un menor costo de mantenimiento y de contaminación por los elementos que se requieran reemplazar.

Basados en cada conclusión independiente mostrada previamente, finalmente se concluye de manera general que el control disparado por eventos es una alternativa altamente competitiva e incluso en algunos casos superior al control disparado por tiempo, esto, considerando un enfoque de optimización multi-objetivo en la sintonización del controlador en cuestión. Adicionalmente, el control disparado por eventos, sintonizado mediante el método propuesto, proporciona un beneficio extra al reducir el consumo energético y variaciones en la señal de control, lo que se traduce en un impacto económico y ambiental menor en el empleo de los sistemas de control de esta categoría en comparación con los sistemas de control con base en un enfoque periódico.

5.2. Trabajo futuro

El presente trabajo constituye el principio de uno de los eslabones que constituirán una línea de investigación relacionada con la sintonización de controladores a través de métodos de optimización, por lo que, algunos trabajos a futuro contemplan lo siguiente:

- Los sistemas de control por computadora actuales al encontrarse inmersos en un entorno donde sus componentes se comunican a través de una red de comunicación, se enfrentan a retardos de transmisión de información, lo que pudiera producir un comportamiento pobre del sistema de control o incluso volverlo inestable. Para abordar esta problemática, se plantea a largo plazo desarrollar un estudio donde se introduzcan retardos constantes o aleatorios al problema de optimización, ya modelado en este trabajo, y analizar el comportamiento del sistema de control disparado por eventos bajo estas nuevas condiciones.
- La robustez de los sistemas de control es una temática de fuerte interés en la literatura y para el autor de este trabajo, debido a que los sistemas robóticos pueden ser empleados en diferentes condiciones de operación, el sistema de control requiere de un conjunto de parámetros que provean al sistema con la capacidad de enfrentarse a ellas. Requiriendo, entonces, que el sistema trabaje ante un mayor espectro de operación ante perturbaciones, incertidumbres y cambios en la tarea de control. Por tal motivo, se buscará mejorar el espectro de funcionamiento del sistema de control disparado por eventos ante diferentes ambientes de operación.
- Una de las temáticas que se convierten en un reto en la investigación, es el desarrollo de pruebas en un entorno real, debido a las implicaciones físicas y tecnológicas que pudieran existir. Por ello, se plantea desarrollar pruebas experimentales en plataformas reales con el objetivo de validar cada aspecto teórico que se haya tomado en cuenta.

Bibliografía

- [1] Loris Barbieri, Fabio Bruno, Alessandro Gallo, Maurizio Muzzupappa, and Maria Laura Russo. Design, prototyping and testing of a modular small-sized underwater robotic arm controlled through a master-slave approach. *Ocean Engineering*, pages 253–262, 2018.
- [2] Yassine Bouteraa, Ismail Ben Abdallah, and Jawhar Ghommam. Task-space region-reaching control for medical robot manipulator. *Computers and Electrical Engineering*, page 1–17, 2017.
- [3] Qiankun Yu, Guolei Wang, Xiaotong Hua, Simin Zhang, Libin Song, Jiwen Zhang, and Ken Chen. Base position optimization for mobile painting robot manipulators with multiple constraints. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 54:56–64, 2018.
- [4] Sotiris Makris, Panagiota Tsarouchi, Aleksandros-Stereos Matthaiakis, Athanasios Athanasatos, Xenofon Chatzigeorgiou, Michael Stefos, Konstantinos Giavridis, and Sotiris Aivaliotis. Dual arm robot in cooperation with humans for flexible assembly. *CIRP Annals*, 66:13–16, 2017.
- [5] Selçuk Erkaya. Investigation of joint clearance effects on welding robot manipulators. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 28:449–457, 2012.
- [6] S. K. Tso and N. L. Lin. Neural-network-based adaptive controller for uncertainty compensation of robot manipulators. *13th Triennial World Congress*, page 5001–5006, 1996.
- [7] Yao Zhao, Yongzhi Sheng, and Xiangdong Liu. A novel finite time sliding mode control for robotic manipulators. *19th World Congress The International Federation of Automatic Control*, page 7336–7341, 2014.
- [8] Housseem Halalchi, G. Iuliana Bara, and Edouard Laroche. LPV controller design for robot manipulators based on augmented LMI conditions with structural constraints. *4th IFAC Symposium on System, Structure and Control*, page 289–295, 2010.

- [9] Jacob Wilson, Meaghan Charest, and Rickey Dubay. Non-linear model predictive control schemes with application on a 2 link vertical robot manipulator. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, page 23–30, 2016.
- [10] Yuan Chen, Kangling Wang, Longying Zhai, and Jun Gao. Feedforward fuzzy trajectory compensator with robust adaptive observer at input trajectory level for uncertain multi-link robot manipulators. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, page 3237–3266, 2017.
- [11] Karl Johan Aström and Björn Wittenmark. *Computer-Controlled Systems: Theory and Design*. Prentice Hall, Beijing, China, 1997.
- [12] Donald A. Pierre and John W. Pierre. Digital controller design — alternative emulation approaches. *ISA Transactions*, 34(3):219 – 228, 1995.
- [13] H. J. Lee, L. . Shieh, and D. W. Kim. Digital control of nonlinear systems: optimal linearisation-based digital redesign approach. *IET Control Theory Applications*, 2:337–351, 2008.
- [14] Jean-Jacques Slotine and Weiping Li. *Applied Nonlinear Control*. Prentice-Hal, United States of America, 1991.
- [15] Hassan K. Khalil. *Nonlinear Systems*. Prentice Hall, New Jersey, United States, 2002.
- [16] R. Kelly, V. Santibáñez, and A. Loria. *Control of Robot Manipulators in Joint Space*. Springer-Verlag, London, England, 2005.
- [17] Carlos Canudas-De-Wit, Bruno Siciliano, and Georges Bastin. *Theory of Robot Control*. Springer-Verlag, London, England, 1996.
- [18] Salvatore Monaco and Dorothée Normand-Cyrot. Advanced tools for nonlinear sampled-data systems’ analysis and control. *European Journal of Control*, pages 221–241, 2007.
- [19] Chen Peng and Fuqiang Li. A survey on recent advances in event-triggered communication and control. *Information Sciences*, 457-458:113 – 125, 2018.
- [20] Nicolas Marchand, Sylvain Durand, and Jose Fermi Guerrero Castellanos. A general formula for event-based stabilization of nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 58:1332–1337, 2013.
- [21] Pavankumar Tallapragada and Nikhil Chopra. On event triggered tracking for nonlinear systems. *IFAC-PapersOnLine*, 58:2343–2348, 2013.

- [22] W. P. M. H. Heemels, K. H. Johansson, and P. Tabuada. An introduction to event-triggered and self-triggered control. In *2012 IEEE 51st IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*, pages 3270–3285, 2012.
- [23] Sylvain Durand, Jonathan Dumon, and Nicolas Marchand. Event-based control for embedded and networked system application to a mini quadrotor helicopter using motion capture. *2014 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*, pages 27–30, 2014.
- [24] A. Vega-Alonzo, J. F. Guerrero-Castellanos, S. Durand, N. Marchand, S. E. Maya-Rueda, and G. Mino-Aguilar. Event-based control strategy for consensus of a group of vtol-uavs. *2016 Second International Conference on Event-based Control, Communication, and Signal Processing (EBCCSP)*, pages 1–8, 2016.
- [25] Miguel G. Villarreal-Cervantes, J. Fermi Guerrero-Castellanos, Soledad Ramírez-Martínez, and J. Pedro Sánchez-Santana. Stabilization of a (3,0) mobile robot by means of an event-triggered control. *ISA Transactions*, 58:605–613, 2015.
- [26] Sylvain Durand, J. Fermi Guerrero-Castellanos, Nicolas Marchand, and W. Fermin Guerrero-Sánchez. Event-based control of the inverted pendulum: Swing up and stabilization. *International Journal of Control, Automation and Systems*, pages 1–10, 2013.
- [27] Xiaojie Su, Fengqin Xia, Jianxing Liu, and Ligang Wu. Event-triggered fuzzy control of nonlinear systems with its application to inverted pendulum systems. *Automatica*, 94:236 – 248, 2018.
- [28] Niladri Sekhar Tripathy, I. N. Kar, and Kolin Paul. An event-triggered based robust control of robot manipulator. *13th International Conference on Control, Automation, Robotics & Vision*, pages 425–430, 2014.
- [29] Romain Postoyan, Marcos Cesar Bragagnolo, Ernest Galbrun, Jamal Daafouz, Dragan Nešić, and Eugênio B. Castelan. Event-triggered tracking control of unicycle mobile robots. *Automatica*, 52:302–308, 2015.
- [30] Caisheng Wei, Jianjun Luo, Chuan Ma, Honghua Dai, and Jianping Yuan. Event-triggered neuroadaptive control for postcapture spacecraft with ultralow-frequency actuator updates. *Neurocomputing*, 315:310 – 321, 2018.
- [31] A. Rodríguez-Molina, M. G. Villarreal-Cervantes, E. Mezura-Montes, and M. Aldape-Pérez. Adaptive controller tuning method based on online multiobjective optimization: A case study of the four-bar mechanism. *IEEE Transactions on Cybernetics*, pages 1–14, 2019.

- [32] M. G. Villarreal-Cervantes, A. Rodríguez-Molina, C. García-Mendoza, O. Peñaloza-Mejía, and G. Sepúlveda-Cervantes. Multi-objective on-line optimization approach for the dc motor controller tuning using differential evolution. *IEEE Access*, 5:20393–20407, 2017.
- [33] J. G. Ziegler, N. B. Nichols, and N. Y. Rochester. A systematic tuning method of PID controller for robot manipulators. *ASME Transactions*, 64(11), 1942.
- [34] Alberto Pajares, Xavier Blasco, Juan Manuel Herrero, and Gilberto Reynoso-Meza. A new point of view in multivariable controller tuning under multiobjective optimization by considering nearly optimal solutions. *IEEE Access*, 7:66435–66452, 2019.
- [35] G. Reynoso-Meza, J. Carrillo-Ahumada, Y. Boada, and J. Picó. PID controller tuning for unstable processes using a multi-objective optimisation design procedure. *IFAC-PapersOnLine*, 49:284–289, 2016.
- [36] Pengfei Wang, Xu Yan, and Fuyu Zhao. Multi-objective optimization of control parameters for a pressurized water reactor pressurizer using a genetic algorithm. *Annals of Nuclear Energy*, 124:9 – 20, 2019.
- [37] Helem Sabina Sánchez, Fabrizio Padula, Antonio Visioli, and Ramon Vilanova. Tuning rules for robust FOPID controllers based on multi-objective optimization with FOPDT models. *ISA Transactions*, 66:344 – 361”, 2017.
- [38] G. Reynoso Meza, X. Blasco Ferragud, J. Sanchis Saez, and J.M. Herrero Durá. Multiobjective optimization design procedure for controller tuning of a peltier cell process. *Springer Science and Engineering*, 85:201 – 213, 2017.
- [39] T. D. Chollom, N. Ofodile, and O. Ubadike. Application techniques of multi-objective particle swarm optimization: Aircraft flight control. *2016 UKACC 11th International Conference on Control (CONTROL)*, pages 1–6, 2016.
- [40] Xiangyang Zhou, Hao Gao, Beilei Zhao, and Libo Zhao. A ga-based parameters tuning method for an adrc controller of isp for aerial remote sensing applications. *ISA Transactions*, 81:318–328, 2018.
- [41] Omar Serrano-Pérez, Miguel Gabriel Villarreal-Cervantes, Juan C. González-Robles, and Alejandro Rodríguez-Molina. Meta-heuristic algorithms for the control tuning of omnidirectional mobile robots. *Engineering Optimization*, 7:1–18, 2019.
- [42] M. J. Mahmoodabadi, M. Taherkhorsandi, and A. Bagheri. Optimal robust sliding mode tracking control of a biped robot based on ingenious multi-objective pso. *Neurocomputing*, 124:194 – 209, 2014.

- [43] Rasoul Sadeghian and Mehdi Tale Masouleh. Controller tuning based on optimization algorithms of a novel spherical rolling robot. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 30(11):5207–5216, 2016.
- [44] Ouboti Djaneye-Boundjou, Xingsheng Xu, and Raúl Ordóñez. Automated particle swarm optimization based PID tuning for control of robotic arm. *Aerospace and Electronics Conference (NAECON) and Ohio Innovation Summit (OIS)*, 39:164–169, 2016.
- [45] Vijay Mohan, Himanshu Chhabra, Asha Rani, and Vijander Singh. An expert 2DOF fractional order fuzzy PID controller for nonlinear systems. *Neural Computing & Applications*, 31(8):4253–4270, 2019.
- [46] Helon Vicente Hultmann Ayala and Leandro dos Santos Coelho. Tuning of PID controller based on a multiobjective genetic algorithm applied to a robotic manipulator. *Expert Systems with Applications*, 39(10):8968 – 8974, 2012.
- [47] M.J. Mahmoodabadi and H. Jahanshahi. Multi-objective optimized fuzzy-PID controllers for fourth order nonlinear systems. *Engineering Science and Technology, an International Journal*, 19(2):1084 – 1098, 2016.
- [48] Miguel G. Villarreal-Cervantes and Jaime Alvarez-Gallegos. Off-line PID control tuning for a planar parallel robot using de variants. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 64:444–454, 2016.
- [49] D. H. Wolpert and W. G. Macready. No free lunch theorems for optimization. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 1(1):67–82, 1997.
- [50] Xinmin Wang, Brett Nener, and Qi Bian. A modified bacterial-foraging tuning algorithm for multimodal optimization of the flight control system. *Aerospace Science and Technology*, 2019.
- [51] Leandro dos Santos Coelho and Marcelo Wicthoff Pessôa. A tuning strategy for multivariable PI and PID controllers using differential evolution combined with chaotic zaslavskii map. *Expert Systems with Applications*, 38(11):13694 – 13701, 2011.
- [52] Muhammad Ilyas Menhas and Ling Wang. Coordinated controller tuning of a boiler turbine unit with new binary particle swarm optimization algorithm. *International Journal of Automation and Computing*, 8(2):185 – 192, 2011.
- [53] Anguluri Rajasekhar, Ajith Abraham, and Millie Pant. A hybrid differential artificial bee colony algorithm based tuning of fractional order controller for permanent magnet synchronous motor drive. *International Journal of Machine Learning and Cybernetics*, 5(3):327–337, 2014.

- [54] Bijnan Bandyopadhyay and Abhisek K. Behera. *Event-Triggered Sliding Mode Control*. Springer, Cham, Switzerland, 2018.
- [55] J. H. Sandee, W. P. M. H. Heemels, and P. P. J. van den Bosch. Event-driven control as an opportunity in the multidisciplinary development of embedded controllers. In *Proceedings of the 2005, American Control Conference, 2005.*, pages 1776–1781 vol. 3, 2005.
- [56] Karl-Erik Årzen. A simple event-based PID controller. *IFAC Proceedings Volumes*, 32(2):8687 – 8692, 1999. 14th sIFAC World Congress 1999, Beijing, Chia, 5-9 July.
- [57] S. E. Benitez-Garcia, M. G. Villarreal-Cervantes, J. F. Guerrero-Castellanos, and J. P. Sánchez-Santana. Periodic event-triggered control for the stabilization of robotic manipulators. *IEEE Access*, 8:111553–111565, 2020.
- [58] Marek Miskowicz. *Event-Based Control and Signal Processing*. CRC Press, Boca Raton, Florida, USA, 4 edition, 2015.
- [59] Jan Lunze and Françoise Lamnabhi-Lagarriue. *Handbook of Hybrid Systems Control: Theory, Tools, Applications*. Cambridge University Press, New York, United States of America, 2009.
- [60] Jan Lunze and Daniel Lehmann. A state-feedback approach to event-based control. *Automatica*, 46(1):211 – 215, 2010.
- [61] A. Girard. Dynamic triggering mechanisms for event-triggered control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 60(7):1992–1997, 2015.
- [62] W. P. M. H. Heemels, M. C. F. Donkers, and A. R. Teel. Periodic event-triggered control for linear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 58(4):847–861, 2013.
- [63] Alejandro Rodríguez Molina. *Study of meta-heuristic algorithms in the optimization of adaptive control of mechatronic systems*. PhD thesis, Centro de Innovación Y Desarrollo Tecnológico en Cómputo, CDMX, México, 2019.
- [64] Singiresu S. Rao. *Engineering Optimization*. John Wiley & Sons, Inc, Hoboken, New Jersey, USA, 4 edition, 2009.
- [65] Carlos A. Coello Coello, Gary B. Lamont, and David A. Van Veldhuizen. *Evolutionary Algorithms for Solving Multi-Objective Problems*. Genetic and Evolutionary Computation. Springer US, New York, USA, 2 edition, 2007.
- [66] Kalyanmoy Deb. *Multi-Objective Optimization using Evolutionary Algorithms*. Wiley Interscience Series in Systems and Optimization. John Wiley & Sons, Inc, New York, United States of America, 2009.

- [67] Michael T. M. Emmerich and André H. Deutz. A tutorial on multiobjective optimization: fundamentals and evolutionary methods. *Natural Computing*, 181(17):585–609, 2018.
- [68] Alejandro Rodríguez-Molina, Efrén Mezura-Montes, Miguel G. Villarreal-Cervantes, and Mario Aldape-Pérez. Multi-objective meta-heuristic optimization in intelligent control: A survey on the controller tuning problem. *Applied Soft Computing*, 93:106342, 2020.
- [69] K. Deb, A. Pratap, S. Agarwal, and T. Meyarivan. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 6(2):182–197, 2002.
- [70] Eckart Zitzler, Marco Laumanns, and Lothar Thiele. Parametric reconfiguration improvement in non-iterative concurrent mechatronic design using an evolutionary-based approach. *Proceedings of the International Conference on Evolutionary Methods for Design Optimisation and Control with Application to Industrial Problems*, page 95 – 100, 2002.
- [71] Miguel G. Villarreal-Cervantes. Approximate and Widespread Pareto Solutions in the Structure-Control Design of Mechatronic Systems. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 173(2):628–657, MAY 2017.
- [72] Q. Zhang and H. Li. MOEA/D: A multiobjective evolutionary algorithm based on decomposition. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 11(6):712–731, 2007.
- [73] H. Li and Q. Zhang. Multiobjective optimization problems with complicated pareto sets, MOEA/D and NSGA-II. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 13(2):284–302, 2009.
- [74] Nicola Beume, Boris Naujoks, and Michael Emmerich. SMS-EMOA: Multiobjective selection based on dominated hypervolume. *European Journal of Operational Research*, 181(3):1653 – 1669, 2007.
- [75] K. Deb and H. Jain. An evolutionary many-objective optimization algorithm using reference-point-based nondominated sorting approach, Part I: Solving problems with box constraints. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 18(4):577–601, 2014.
- [76] Eckart Zitzler, Kalyanmoy Deb, and Lothar Thiele. Comparison of multiobjective evolutionary algorithms: Empirical results. *Evolutionary Computation*, 8(2):173–195, 2000.
- [77] Siwei Jiang, Yew-Soon Ong, Jie Zhang, and Liang Feng. Consistencies and contradictions of performance metrics in multiobjective optimization. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 44(12):2391–2404, 2014.

- [78] Charles Audet, Jean Bigeon, Dominique Cartier, Sébastien Le Digabel, and Ludovic Salomon. Performance indicators in multiobjective optimization. *European Journal of Operational Research*, 292(2):397–422, 2021.
- [79] H. Jain and K. Deb. An evolutionary many-objective optimization algorithm using reference-point based nondominated sorting approach, Part II: Handling constraints and extending to an adaptive approach. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 18(4):602–622, 2014.
- [80] Kalyanmoy Deb. An efficient constraint handling method for genetic algorithms. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 186:311–338, 2000.
- [81] Y. Tian, R. Cheng, X. Zhang, and Y. Jin. PlatEMO: A matlab platform for evolutionary multi-objective optimization [educational forum]. *IEEE Computational Intelligence Magazine*, 12(4):73–87, 2017.
- [82] Saul Enrique Benitez-Garcia, Miguel Gabriel Villarreal-Cervantes, and Efrén Mezura-Montes. Event-triggered control optimal tuning through bio-inspired optimization in robotic manipulators. *ISA Transactions*, 2021.
- [83] C. Huang, Y. Li, and X. Yao. A survey of automatic parameter tuning methods for metaheuristics. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 24(2):201–216, 2020.
- [84] Manuel López-Ibáñez, Jérémie Dubois-Lacoste, Leslie Pérez Cáceres, Mauro Birattari, and Thomas Stützle. The irace package: Iterated racing for automatic algorithm configuration. *Operations Research Perspectives*, 3:43 – 58, 2016.
- [85] DW Corne and JD Knowles. No free lunch and free leftovers theorems for multiobjective optimisation problems. In Fonseca, CM and Fleming, PJ and Zitzler, E and Deb, K and Thiele, L, editor, *EVOLUTIONARY MULTI-CRITERION OPTIMIZATION, PROCEEDINGS*, volume 2632 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 327–341, 2003. 2nd International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization (EMO 2003), UNIV ALGARVE, FARO, PORTUGAL, APR 08-11, 2003.
- [86] Kalyanmoy Deb. *Optimization for Engineering Design*. Phi, New Delhi, India, 2 edition, 2012.

Modelo dinámico del robot manipulador

El modelo dinámico del robot manipulador en el espacio de estado queda descrito por (A.1), donde $x = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6]^T = [q, \dot{q}]^T \in \mathbb{R}^6$ es el vector de estados expresado en el espacio de unión de cada grado de libertad, y $u = [u_1, u_2, u_3]^T = [\tau_1, \tau_2, \tau_3]^T \in \mathbb{R}^3$ es el vector de señales de control.

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (\text{A.1})$$

donde:

$$f(x) = \begin{bmatrix} [x_4, x_5, x_6]^T \\ M^{-1}[-C[x_4, x_5, x_6]^T - G] \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^6$$

$$g(x) = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ M^{-1} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{6 \times 3}$$

Matriz de ceros $\mathbf{0} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$

Los elementos de la matriz de inercia $M \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ están dados por:

$$M_{11} = I_{z_1} + I_{z_2} + I_{z_3} + l_1^2 m_2 + l_1^2 m_3 + l_2^2 m_3 + l_{c_1}^2 m_1 + l_{c_2}^2 m_2 + l_{c_3}^2 m_3 + 2l_1 l_2 m_3 \bar{\beta}_1 \\ + 2l_1 l_{c_2} m_2 \bar{\beta}_1 + 2l_2 l_{c_3} m_3 \bar{\beta}_2 + 2l_1 l_{c_3} m_3 \bar{\beta}_3$$

$$M_{12} = I_{z_2} + I_{z_3} + l_2^2 m_3 + 2l_2 l_{c_3} m_3 \bar{\beta}_2 + l_1 l_2 m_3 \bar{\beta}_1 + l_{c_2}^2 m_2 + l_{c_3}^2 m_3 + l_1 l_{c_2} m_2 \bar{\beta}_1 + l_1 l_{c_3} m_3 \bar{\beta}_3$$

$$M_{13} = I_{z_3} + l_{c_3}^2 m_3 + l_1 l_{c_3} m_3 \bar{\beta}_3 + l_2 l_{c_3} m_3 \bar{\beta}_2$$

$$M_{21} = I_{z_2} + I_{z_3} + l_2^2 m_3 + 2l_2 l_{c_3} m_3 \bar{\beta}_2 + l_1 l_2 m_3 \bar{\beta}_1 + l_{c_2}^2 m_2 + l_{c_3}^2 m_3 + l_1 l_{c_2} m_2 \bar{\beta}_1 + l_1 l_{c_3} m_3 \bar{\beta}_3$$

$$M_{22} = I_{z_2} + I_{z_3} + l_2^2 m_3 + 2l_2 l_{c_3} m_3 \bar{\beta}_2 + l_{c_2}^2 m_2 + l_{c_3}^2 m_3$$

$$M_{23} = I_{z_3} + l_{c_3}^2 m_3 + l_2 l_{c_3} m_3 \bar{\beta}_2$$

$$M_{31} = I_{z_3} + l_{c_3}^2 m_3 + l_1 l_{c_3} m_3 \bar{\beta}_3 + l_2 l_{c_3} m_3 \bar{\beta}_2$$

$$M_{32} = I_{z_3} + l_{c_3}^2 m_3 + l_2 l_{c_3} m_3 \bar{\beta}_2$$

$$M_{33} = I_{z_3} + l_{c_3}^2 m_3$$

Los elementos de la matriz de fuerzas de Coriolis y Centrifuga $C \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ son:

$$\begin{aligned}
 C_{11} &= -x_5 l_1 l_2 m_3 \bar{\alpha}_2 - x_5 l_1 l_{c_2} m_2 \bar{\alpha}_2 - x_6 l_2 l_{c_3} m_3 \bar{\alpha}_3 - x_5 l_1 l_{c_3} m_3 \bar{\alpha}_5 - x_6 l_1 l_{c_3} m_3 \bar{\alpha}_5 \\
 C_{12} &= -(x_4 + x_5) l_1 l_2 m_3 \bar{\alpha}_2 - (x_4 + x_5) l_1 l_{c_2} m_2 \bar{\alpha}_2 - x_6 l_2 l_{c_3} m_3 \bar{\alpha}_3 - (x_4 + x_5 + x_6) l_1 l_{c_3} m_3 \bar{\alpha}_5 \\
 C_{13} &= -(x_4 + x_5 + x_6) (l_2 l_{c_3} m_3 \bar{\alpha}_3 + l_1 l_{c_3} m_3 \bar{\alpha}_5) \\
 C_{21} &= x_4 (l_1 l_{c_3} m_3 \bar{\alpha}_5 + l_1 l_2 m_3 \bar{\alpha}_2 + l_1 l_{c_2} m_2 \bar{\alpha}_2) - x_6 l_2 l_{c_3} m_3 \bar{\alpha}_3 \\
 C_{22} &= -x_6 l_2 l_{c_3} m_3 \bar{\alpha}_3 \\
 C_{23} &= -(x_4 + x_5 + x_6) l_2 l_{c_3} m_3 \bar{\alpha}_3 \\
 C_{31} &= (x_4 + x_5) l_2 l_{c_3} m_3 \bar{\alpha}_3 + x_4 l_1 l_{c_3} m_3 \bar{\alpha}_5 \\
 C_{32} &= (x_4 + x_5) l_2 l_{c_3} m_3 \bar{\alpha}_3 \\
 C_{33} &= 0
 \end{aligned}$$

Considerando:

$$\begin{aligned}
 \bar{\beta}_1 &= \cos(x_2) & \bar{\alpha}_1 &= \sin(x_1) & \bar{\alpha}_4 &= \sin(x_1 + x_2) \\
 \bar{\beta}_2 &= \cos(x_3) & \bar{\alpha}_2 &= \sin(x_2) & \bar{\alpha}_5 &= \sin(x_2 + x_3) \\
 \bar{\beta}_3 &= \cos(x_2 + x_3) & \bar{\alpha}_3 &= \sin(x_3) & \bar{\alpha}_6 &= \sin(x_1 + x_2 + x_3)
 \end{aligned}$$