Programación para la Inteligencia Artificial

Prolog en la IA

Dr. Alejandro Guerra-Hernández

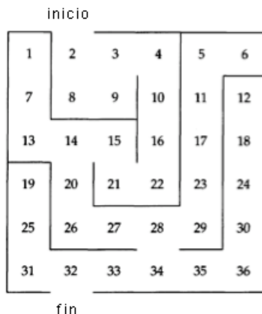
Instituto de Investigaciones en Inteligencia Artificial
Universidad Veracruzana
Campus Sur, Calle Paseo Lote II, Sección Segunda No 112,
Nuevo Xalapa, Xalapa, Ver., México 91097

mailto:aguerra@uv.mx
https://www.uv.mx/personal/aguerra/pia

Maestría en Inteligencia Artificial 2023

Laberinto

- ¿Cómo buscar la salida de este laberinto?



- Un movimiento válido es ir a una casilla adyacente, horizontal o vertical.
- ¿Cual será la estrategia para salir?

Representación de Conocimiento

- Adyacencia:

```
conecta(inicio,2).
conecta(1,7).
conecta(2,8).
conecta(2,3). %%% agrega varias soluciones.
conecta(3,4).
conecta(3,9).
conecta(4,10).
...
conectado(Pos1,Pos2) :- conecta(Pos1,Pos2).
conectado(Pos1,Pos2) :- conecta(Pos2,Pos1).
```

Universidad Veracruzana

Estrategia

- Una búsqueda en profundidad, evitando ciclos:

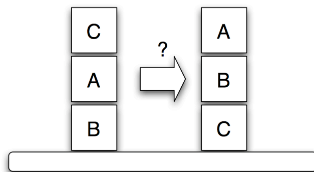
```
1  sol :-
2      camino([inicio],Sol), write(Sol).
3
4  camino([fin|RestoDelCamino],[fin|RestoDelCamino]).
5  camino([PosActual|RestoDelCamino],Sol) :-
6      conectado(PosActual,PosSiguiente),
7      \+ member(PosSiguiente,RestoDelCamino),
8      camino([PosSiguiente,PosActual|RestoDelCamino],Sol).
```

- ¿Qué sucede si eliminamos la línea 7?
- ¿Donde estamos representando la meta?

Universidad Veracruzana

Estados y Acciones

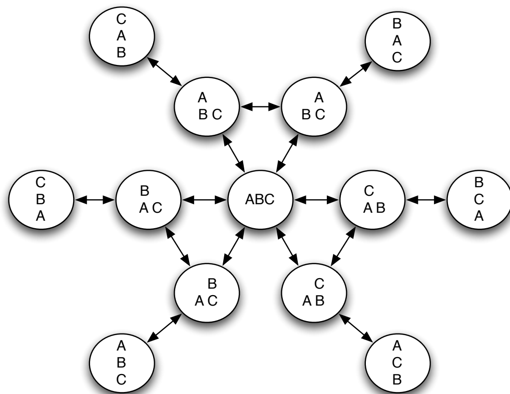
- ¿Cómo podemos definir un problema y sus soluciones sistemáticamente de manera declarativa?
- Ejemplo:



- Las acciones son del tipo `pon_en(a,b)`, etc.
- Los estados son configuraciones de cubos.

Espacio de estados de un problema

- Estados y acciones configuran un grafo dirigido:



Adaptado de Bratko [1], p. 262.

Soluciones en un espacio de estados

- La solución a un problema dado consiste en encontrar un camino desde un nodo representando el estado inicial, hasta el estado final deseado.
- Cada paso en ese camino está dado por una acción válida.
- ¿Cómo podemos representar todo esto en Prolog?

Universidad Veracruzana

Gráficamente

C
A
B

B
A
C

A
B C

A
B C

C
B
A

B
A C

ABC

C
A B

B
C
A

B
A C

C
A B

A
B
C

A
C
B

Universidad Veracruzana

Sucesor

- El espacio de estados se representa mediante la relación $s/2$ cuyos argumentos son estados del problema.
- `s(E0,E1)` denota que existe un movimiento o acción válida para ir del estado E_0 al estado E_1.
- Podemos definir esta relación por extensión, aunque para problemas interesantes esto no suele ser posible, p. ej., $\mathit{conectado}/2$.
- Así, la definición de sucesor suele ser intensional.

Estados

- La representación de los estados debe ser compacta y favorecer el computo eficiente de los sucesores.
- Ejemplo. En el mundo de los cubos representaremos los estados como una lista de pilas, que a su vez son listas de cubos.
- Asumiendo que solo caben tres pilas en la mesa, el estado inicial es: `[[c,a,b],[],[]]`
- Nota. También asumimos que la posición de la pila de interés no es importante, i.e., está a la izquierda, pero podría estar al centro o a la derecha en la mesa.

Metas

- Bajo los mismos supuestos, la meta puede representarse como:
  - [[a,b,c],[],[]], ó
  - [[],[a,b,c],[]] ó
  - [[],[],[a,b,c]].
- Intencionalmente:

```
1  meta(E) :-
2    member([a,b,c], E).
```

Cómputo de sucesores

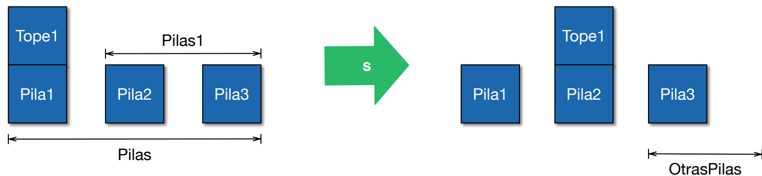
- Si quito el *Tope*1 de la *Pila*1 y lo pongo en la pila *Pila*2, obtengo un sucesor:

```
1  s(Pilas, [Pila1,[Tope1|Pila2]|OtrasPilas]) :-
2    quitar([Tope1|Pila1], Pilas, Pilas1),
3    quitar(Pila2, Pilas1, OtrasPilas).
4
5  quitar(X,[X|Ys],Ys).
6  quitar(X,[Y|Ys],[Y|Ys1]) :-
7    quitar(X,Ys,Ys1).
8  quitar(_,[],[]).
```

- Corrida:

```
1  ?- s([[a],[b],[c]],Succ).
2  Succ = [[], [a, b], [c]] ;
3  Succ = [[], [a, c], [b]] ;
4  ...
5  false.
```

Gráficamente



Slowing Down

- ¿Qué hace *quitar*/3? En general:

```
1 ?- quitar(2,[1,2,3],L).
2 L = [2,3]
3 ?- quitar(E,[1,2,3],L).
4 E = 1,
5 L = [2,3] ;
6 E = 2,
7 L = [1,3] ...
```

- En este caso:

```
1 ?- quitar([T1|P1],[[a],[b],[c]],Pilas1), quitar(P2,Pilas1,OtrasP),
2 T1 = a,
3 P1 = [],
4 Pilas1 = [[b], [c]],
5 P2 = [b],
6 OtrasP = [[c]].
```

Estrategia

- Para encontrar un camino solución Sol, que va de un nodo dado N a un nodo meta:
    1. Si N es un nodo meta, entonces $Sol = [N]$, o
    2. Si existe un nodo $N1$, sucesor de N, tal que existe un camino $Sol1$ de $N1$ a un nodo meta, entonces $Sol = [N|Sol1]$. El valor de $Sol1$ se encuentra recursivamente.
- Lo cual traduce a Prolog como:

```
1  solucion(N,[N]) :-
2      meta(N).
3  solucion(N, [N|Sol1]) :-
4      s(N,N1),
5      solucion(N1,Sol1).
```

Corrida

- Usando el mundo de los bloques:

```
1 ?- solucion([[a,b,c],[],[]],S).
2 S = [[[a, b, c], [], []]]
3
4 ?- solucion([[c,b,a],[],[]],S).
5 S = [[[c, b, a], [], []],
6 [[b, a], [c], []],
7 [[a], [b, c], []],
8 [[], [a, b, c], []]]
```

- Pero, los ciclos pueden dar problemas:

```
1 ?- solucion([[b,c,a],[],[]],S).
2 ERROR: Out of local stack
3 % Execution Aborted
```

- Nota. Usen los archivos `mundoBloques.pl` y `busquedaProfundidad.pl` del capítulo 4.

Evitando ciclos

- La idea es la que usamos al resolver el laberinto –No visites estados previamente visitados (línea 8):

```
1 solucion2(Nodo,Sol) :-
2     primeroProfundidad([],Nodo,Sol).
3
4 primeroProfundidad(Camino,N,[N|Camino]) :-
5     meta(N).
6 primeroProfundidad(Camino,Nodo,Sol) :-
7     s(Nodo,N1),
8     \+(member(N1, Camino)),
9 primeroProfunidad([Nodo|Camino],N1,Sol).
```

Corrida

- Claro que la salida está en orden inverso:

```
1 ?- solucion2([[b,c,a],[],[]],S).
2 S = [[[], [a, b, c], []], [[a], [b, c], []],
3      [[], [b, a], [c]], [[c], [b], [a]], [[], [b, c], [a]],
4      [[b], [c], [...]], [[], [...|...]|...],
```

- y es muy larga. Podemos formatearla con un *imprime_edos*/1:

```
1 impr_edos([]) :- write('Fin'),nl.
2 impr_edos([Edo|Edos]) :-  write(Edo),nl,impr_edos(Edos).
```

```
1 ?- solucion2([[b,c,a],[],[]],S), reverse(S,Saux), impr_edos(Saux).
2 [[b, c, a], [], []]
3 [[c, a], [b], []]
4 [[a], [c, b], []]...
```

Limitando la profundidad

- Agregamos un argumento para definir la máxima profundidad de búsqueda *MaxProf* y agregamos la restricción correspondiente:

```
1  solucion3(Nodo,Sol,MaxProf) :-
2      primeroProfundidad2(Nodo,Sol,MaxProf).
3
4  primeroProfundidad2(Nodo,[Nodo],_) :-
5       meta(Nodo).
6  primeroProfundidad2(Nodo,[Nodo|Sol],MaxProf):-
7      MaxProf > 0,
8      s(Nodo,Nodo1), Max1 is MaxProf-1,
9      primeroProfundidad2(Nodo1,Sol,Max1).
```

- Problema: ¿Qué profundidad?

Universidad Veracruzana

En profundidad iterativa

- Una solución elegante y declarativa para el camino más corto en profundidad, buscar inversamente desde la meta:

```
camino(Nodo,Nodo,[Nodo]).
camino(PrimerNodo,UltimoNodo,[UltimoNodo|Camino]) :-
    camino(PrimerNodo,MenosElUltimo,Camino),
    s(MenosElUltimo,UltimoNodo),
    \+ member(UltimoNodo,Camino).

solucion4(NodoInicial,Sol) :-
    camino(NodoInicial,NodoMeta,Sol), meta(NodoMeta).
```

```
?- solucion4([[b,c,a],[],[]],S), impr_edos(S).
[[],[a,b,c],[]]
[[],[b,c],[a]]
[[a],[c],[b]]
[[c,a],[b],[]]
[[b,c,a],[],[]]
Fin
S = [[[], [a, b, c],...
```

Estrategia

- Partimos de un solo camino candidato `[[NodoInicial]]`.
- Luego, dado un conjunto de caminos candidatos sucesores:
  - Si la cabeza del primer camino es un nodo meta, entonces esa es la solución al problema. De otra forma
  - Eliminar el primer camino del conjunto de caminos candidatos y generar el conjunto de todas las posibles extensiones de un paso de este camino.
  - Agregar este conjunto de extensiones al final del conjunto de candidatos.
  - Buscar recursivamente en este nuevo conjunto de caminos candidatos.
- Para generar las extensiones de un sólo paso, usemos el predicado predefinido *bagof*/3

El código

```
1       solucion5(Inicio,Sol) :-
2           primeroEnAmplitud([[Inicio]],Sol).
3
4       primeroEnAmplitud([[Nodo|Camino]|_],[Nodo|Camino]) :-
5           meta(Nodo).
6       primeroEnAmplitud([Camino|Caminos],Sol) :-
7           extender(Camino,NuevosCaminos),
8           append(Caminos,NuevosCaminos,Caminos1),
9           primeroEnAmplitud(Caminos1,Sol).
10
11      extender([Nodo|Camino],NuevosCaminos) :-
12      bagof([NuevoNodo,Nodo|Camino],
13              (
14                  s(Nodo,NuevoNodo),
15                  \+ (member(NuevoNodo, [Nodo|Camino]))
16              ),
17              NuevosCaminos),
18      !.
19      extender(_,[]).
```

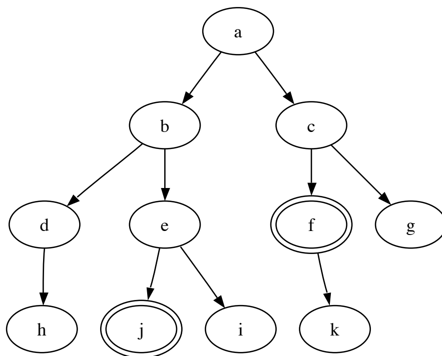
Corrida

- Nota. Use el archivo `busquedaAmplitud.pl`:

```
1 ?- solucion5([[c,b,a],[],[]], S).
2 S = [[[], [a, b, c], []], [[a], [b, c], []],
3      [[b, a], [c], []], [[c, b, a], [], []]]
```

Otro ejemplo

- Comparemos las dos estrategias implementadas hasta ahora sobre el grafo:



El programa

- Nota. El archivo `graflo.pl`:

```
1 s(a,b). s(a,c).
2 s(b,d). s(b,e).
3 s(d,h). s(e,i).
4 s(e,j). s(c,f).
5 s(c,g). s(f,k).
6
7 meta(j). meta(f).
```

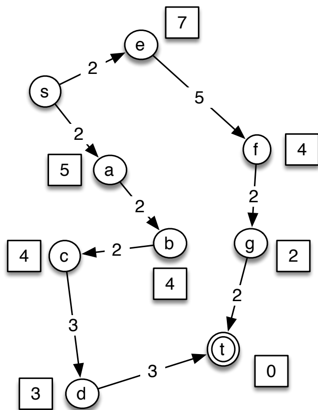
Las búsquedas

- La búsqueda en amplitud encuentra primero el nodo más cercano a la raíz.

```
1  ?- solucion5(a,R).
2  R = [f, c, a] ;
3  R = [j, e, b, a] ;
4  false.
5
6  ?- solucion4(a,R).
7  R = [a, b, e, j] ;
8  R = [a, c, f] ;
9  false.
```

Búsquedas optimizadas

- Dado el siguiente mapa, la tarea es encontrar la ruta más corta entre una ciudad inicial s y una ciudad meta t.



- Los círculos son estados a visitar.
- Las flechas representan sucesores.
- Las etiquetas en las flechas son distancias.
- Los cuadros son distancias lineales a la meta.

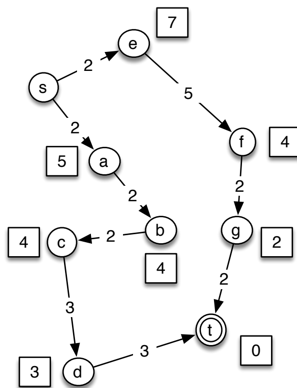
Heurísticas

- Las búsquedas anteriores son ciegas ante los criterios de optimización.
- Un algoritmo primero el mejor afina la búsqueda en amplitud, expandiendo el mejor candidato.
- Una función costo $s(n, m, c)$ representa el costo c de moverse de un nodo n al nodo m en el espacio de estados.
- Se puede diseñar una función heurística h que estime la dificultad de llegar de un nodo n a la meta.
- La búsqueda puede guiarse entonces minimizando el costo recorrido y la distancia por recorrer.

Grafo, costo, heurística y meta

- El grafo del ejemplo puede representarse, considerando costo, heurística y metas como:

```
1  s(s,a,2). s(s,e,2).
2  s(e,f,5). s(a,b,2).
3  s(f,g,2). s(b,c,2).
4  s(g,t,2). s(c,d,3).
5  s(d,t,3).
6
7  h(a,5). h(b,4).
8  h(c,4). h(d,3).
9  h(e,7). h(f,4).
10 h(g,2). h(t,0).
11
12 meta(t).
```



Costo y costo estimado

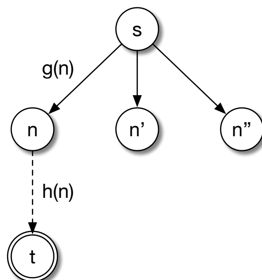
- $f(n)$ será construida para estimar el costo del mejor camino solución entre el nodo inicial s y el nodo meta t, con la restricción de que el camino pase por el nodo n.
- Supongamos que tal camino existe y que un nodo meta que minimiza su costo es n. Entonces el estimado de $f(n)$ puede calcularse como la suma de dos términos:

$$f(n) = g(n) + h(n)$$

donde $g(n)$ es el costo del camino óptimo de s a n; y $h(n)$ es el costo estimado de un camino óptimo de n a la meta t.

Gráficamente

- La heurística computa el costo hasta el momento $g(n)$ y estima el costo por venir $h(n)$:



- Evidentemente $g(n)$ es fácil de computar, mientras que $h(n)$ requiere de ingeniería del conocimiento.

Búsqueda

- Al inicio el proceso 1 (vía a) está más activo, porque los valores f en ese camino son más bajos que los del otro.
- Cuando llega a c y el proceso 2 (vía e) sigue en e, la situación cambia:

$$f(c) = g(c) + h(c) = 6 + 4 = 10$$

$$f(e) = g(e) + h(e) = 2 + 7 = 9$$

- $f(e) < f(c)$ y ahora el proceso 2 procede al nodo f y el proceso 1 espera. Pero entonces:

$$f(f) = 7 + 4 + 11, f(c) = 10, f(c) < f(f)$$

- El proceso 2 es detenido y se le permite al proceso 1 continuar...

Gráficamente

s

f(a) = 2+5 =7

f(e) = 2+7 = 9

a

e

f(b) = 4+4 =8

f(f) = 7+4 = 11

b

f

f(c) = 6+4 = 10

f(g) = 9+2 = 11

c

g

f(d) = 9+3 = 12

f(t)= 11+0 = 11

d

t

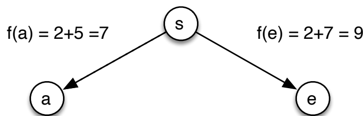
Representación

- Los nodos de búsqueda son de dos tipos:

  Hoja: $l(N, F/G)$, donde N es un nodo en el espacio de estados, G es $g(N)$ y F es $f(N) = G + h(N)$.

  Nodo interno: $t(N, F/G, Subarboles)$, donde F es el valor $f(N)$ actualizado por el valor para $f(N)$ del sucesor más prometedor.

- Nota. Los sub-árboles de t se ordenan de acuerdo a su f-valor.
- Ejemplo: `t(s,7/0,[l(a,7/2),l(e,9/2)])`



Actualización de los F-valores

- A partir del árbol `t(s,7/0,[l(a,7/2),l(e,9/2)]`, el proceso continua alcanzando el árbol:

```
1 t(s,9/0,[l(e,9/2),t(a,10/2,[t(b,10/4,[l(c,10/6)])])])
```

- Para una hoja N del árbol, mantenemos la definición original:

$$f(N) = g(N) + h(N)$$

- Para un nodo interno N con sub-árboles $S_1, S_2, \ldots$:

$$f(N) = \min_i f(S_i)$$

El código

- Interfaz:

```prolog
% primeroMejor(Inicio, Sol): Sol es un camino de Inicio
% a la meta. Asumimos 9999 > que todo f-valor

primeroMejor(Inicio, Sol) :-
    expandir([], l(Inicio,0/0), 9999, _, si, Sol).
```

- `expandir(Camino,Arbol,Umbral,Arbol1,Solucionado,Sol)`:

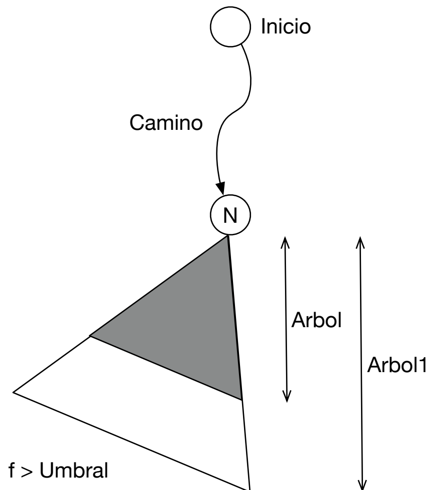
Camino. Recorrido entre *Inicio* y *Arbol*.
Arbol. El proceso de búsqueda actual.
Umbral. El limite-f para la expansión de *Arbol*.
Arbol1. es *Arbol* expandido bajo el limite-f, i.e. el f-valor de $Arbol1 > Umbral$ (al menos que una meta se haya encontrado).
Solucionado. Puede ser *si*, *no*, o *nunca*, refleja si se ha encontrado la solución.
Sol. Una solución desde *Inicio* a un nodo meta, que pasa por *Arbol*1 bajo el *Umbral*.

Resultados de expandir

- $Solucionado = si$. Sol tiene un camino solución encontrado al expandir $Arbol$ bajo el $Umbral$. $Arbol1$ no tiene valor.
- $Solucionado = no$. $Arbol1$ es la expansión de $Arbol$ con un f-valor mayor que el umbral. Sol no tiene valor.
- $Solucionado = nunca$. $Arbol1$ y Sol no tienen valor.

Universidad Veracruzana

Gráficamente



Expandir I

- Hay cinco casos posibles de expansión:

1. *Nodo* es una hoja meta del espacio de soluciones:

```
1  % Caso 1: nodo hoja meta, construir camino solución
2
3  expandir(Camino,l(Nodo,_),_,_,si,[Nodo|Camino]) :-
4      meta(Nodo).
```

Expandir II

2. Nodo es una hoja, cuyo *F*-valor es menor o igual que el *Umbral*.

```
% Caso 2: nodo hoja, f-valor < Umbral
% Generar sucesores y expandir bajo la Umbral.

expandir(Camino,l(Nodo,F/G),Umbral,Arbol1,Resuelto,Sol) :-
    F =< Umbral,
    ( bagof(Nodo2/C,(s(Nodo,Nodo2,C),\+ member(Nodo2,Camino)), Succ),
      !,                          % Nodo tiene sucesores
      listaSucs(G, Succ, As),     % Construir subárboles As
      mejorF(As, F1),             % f-valor del mejor sucesor
      expandir(Camino,t(Nodo,F1/G,As),Umbral,Arbol1,Resuelto,Sol)
      ;
      Resuelto = nunca            % Nodo sin sucesores
    ).
```

Expandir III

3. Nodo es interno con *F*-valor menor o igual que el *Umbral*.

```
1  % Caso 3: no hoja, f-valor < Umbral
2  % Expandir el subárbol más promisorio; dependiendo de
3  % resultados, continuar decidirá como proceder.
4
5  expandir(Camino,t(Nodo,F/G,[A|As]),Umbral,Arbol1,Resuelto,Sol) :-
6      F =< Umbral,
7      mejorF(As,MejorF),min(Umbral,MejorF,Umbral1),
8      expandir([Nodo|Camino],A,Umbral1,A1,Resuelto1,Sol),
9      continuar(Camino,t(Nodo,F/G,[A1|As]),Umbral,Arbol1,
10     Resuelto1,Resuelto,Sol).
```

Expandir IV

4. Cubre los puntos muertos, cuando no hay solución:

```
1 % Caso 4: Nodo interno sin subárboles
2 % No hay solución por esta vía
3
4 expandir(_,t(_,_,[]),_,_,nunca,_) :- !.
```

5. El *f*-valor es mayor que el *Umbral*, el árbol no crece:

```
1 % Caso 5:  f-valor > Umbral
2 % Arbol no debe crecer.
3
4 expandir(_,Arbol,Umbral,Arbol,no,_)  :-
5     f(Arbol,F), F > Umbral.
```

Continuar

- *continuar*/7 decide como procede la búsqueda de acuerdo al árbol expandido:

```
1  % continuar(Camino,Arbol,Umbral,NuevoArbol,SubarbolResuelto,
2  % ArbolResuelto,Sol)
3
4  continuar(_,_,_,_,si,si,Sol).
5
6  continuar(Camino,t(Nodo,_/G,[A1|As]),Umbral,Arbol1,no,Resuelto,Sol) :-
7    insertar(A1,As,NAs),
8    mejorF(NAs,F1),
9    expandir(Camino,t(Nodo,F1/G,NAs),Umbral,Arbol1,Resuelto,Sol).
10
11 continuar(Camino,t(Nodo,_/G,[_|As]),Umbral,Arbol1,nunca,Resuelto,Sol) :-
12   mejorF(As,F1),
13   expandir(Camino,t(Nodo,F1/G,As),Umbral,Arbol1, Resuelto,Sol).
```

Universidad Veracruzana

Corridas iniciales

- Se llama a $expandir([], l(s, 0/0), 9999,, si, Solucion)$
- La primer llamada no satisface $meta(Nodo)$.
- El primer caso es expandir la hoja $l(s, 0/0)$.
- La primera parte del trabajo, lo hace $bagof/3$ que computa los sucesores de s con sus distancias asociadas $Succ/[a/2, e/2]$.
- El predicado $listaSuccs/3$ construye la lista de posibles árboles sucesores $As/[l(a, 7/2), l(e, 9/2)]$.
- Con esa lista $mejorF/2$ encuentra que el mejor $F1/7$ y
- Se llama recursivamente a expandir con el árbol expandido a $t(s, 7/0, [l(a, 7/2), l(e, 9/2)])$.
  El resto no ha cambiado.

Continuación de la corrida

- La tercer llamada es $expandir([], t(s, 7/0, [l(a, 7/2), l(e, 9/2)]), 9999, _, si, Solucion)$.
- Como $F/7 \leq 9999$ la evaluación continua.
- Se actualiza el umbral, obteniendo el mejor F-valor del resto de los hijos de s. Como $MejorF/9 < 999$ el nuevo umbral es 9.
- Y se llama recursivamente a expandir el camino recorrido aumentado con $s|Camino$, $Arbol/l(a, 7/2)$, el $Umbral1/9$ y el resto sigue igual.

Funciones auxiliares I

```
1   % listaSucs(G0,[Nodo1/Costo1,...],[l(MejorNodo,MejorF/G),...]):
2   % ordena la lista de hojas por F-valor
3
4   listaSucs(_,[],[]).
5   listaSucs(G0,[N/C|NCs],As) :-
6     G is G0 + C,
7     h(N,H),                              % Heuristica h(N)
8     F is G + H,
9     listaSucs(G0,NCs,As1),
10    insertar(l(N,F/G),As1,As).
11
12  % Insertar A en una lista de arboles As, preservando orden por
13  % f-valor.
14
15  insertar(A,As,[A|As]) :-
16    f(A,F), mejorF(As,F1),
17    F =< F1, !.
18  insertar(A,[A1|As],[A1|As1])  :-
19    insertar(A,As,As1).
20
```

Funciones auxiliares II

```
21  % Extraer f-value
22
23  f(l(_,F/_),F).          % f-valor de una hoja
24  f(t(_,F/_,_),F).        % f-valor de un árbol
25
26  mejorF([A|_],F) :-      % mejor F de una lista de árboles
27    f(A,F).
28
29  mejorF([],9999).
30
31  min(X,Y,X)  :-
32    X =< Y, !.
33  min(_,Y,Y).
```

Corrida

- Primero consultamos la base de conocimiento con el mapa de las ciudades:

```
?- [ciudades].
true
```

- Luego corremos la consulta:

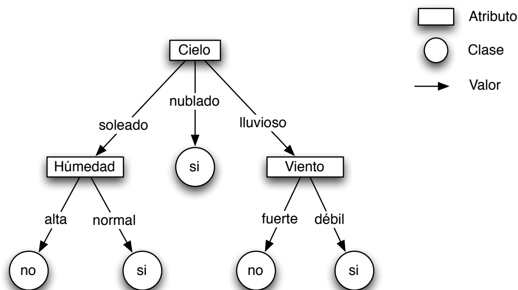
```
?- primeroMejor(s,Sol).
Sol = [t, g, f, e, s] ;
Sol = [t, d, c, b, a, s] ;
false.
```

Introducción

- El aprendizaje de árboles de decisión es una de las técnicas de inferencia inductiva más usadas.
- Se trata de un método para aproximar funciones de valores discretos, capaz de expresar hipótesis disyuntivas y robusto al ruido en los ejemplos de entrenamiento.
- La descripción que presento en este capítulo, cubre el algoritmo ID3 de Quinlan [2].
- Aunque también aplica a C4.5 [3] y su implementación en Weka J48.

Representación del árbol

- Cada nodo del árbol está conformado por un atributo y puede verse como la pregunta: ¿Qué valor tiene este atributo en el caso a clasificar?
- Las ramas que salen de los nodos, corresponden a los posibles valores del atributo correspondiente.

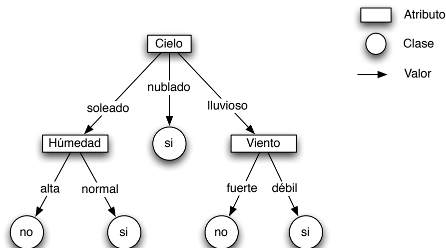


Representación de los casos

- Los casos a clasificar se representan como tuplas finitas de pares atributo–valor (proposicional):

$$\langle\ cielo = soleado, temperatura = caliente, humedad = alta, viento = fuerte \rangle$$

- Un árbol de decisión clasifica un caso, filtrándolo descendentemente, hasta encontrar una hoja, i.e., valor de clasificación buscado.



Algoritmo clasificación

```
1: function clasifica(Caso, Arbol)
2:     Clase ← tomaValor(raiz(Arbol), Caso);
3:     if hoja(raiz(Arbol)) then
4:         return Clase
5:     else
6:         clasifica(Caso, subArbol(Arbol, Clase));
7:     end if
8: end function
```

Semántica del árbol de decisión

- En general, un árbol de decisión representa una disyunción de conjunciones de restricciones en los posibles valores de los atributos de los ejemplares.
- Cada rama que va de la raíz del árbol a una hoja, representa una conjunción de tales restricciones y el árbol mismo representa la disyunción de esas conjunciones.
- Ejemplo: Uno juega tenis si:

$$\begin{array}{ll} & (cielo = soleado \;\wedge\; humedad = normal) \\ \vee & (cielo = nublado) \\ \vee & (cielo = lluvia \;\wedge\; viento = débil) \end{array}$$

Problemas adecuados

- Representación pares atributo-valor, donde cada atributo tiene un dominio discreto y cada valor es disjunto. Hay extensiones para valores continuos.
- Función objetivo discreta. Además de los casos binarios, un árbol de decisión puede ser extendido fácilmente, para más de dos valores posibles.
- Se necesitan descripciones disyuntivas.
- El método es robusto al ruido en los ejemplos de entrenamiento, tanto errores de clasificación, como errores en los valores de los atributos.
- Valores faltantes en los ejemplos.

Universidad Veracruzana

Conjunto de entrenamiento y clase

día	cielo	temperatura	humedad	viento	jugar-tenis?
d1	soleado	calor	alta	débil	no
d2	soleado	calor	alta	fuerte	no
d3	nublado	calor	alta	débil	si
d4	lluvia	templado	alta	débil	si
d5	lluvia	frío	normal	débil	si
d6	lluvia	frío	normal	fuerte	no
d7	nublado	frío	normal	fuerte	si
d8	soleado	templado	alta	débil	no
d9	soleado	frío	normal	débil	si
d10	lluvia	templado	normal	débil	si
d11	soleado	templado	normal	fuerte	si
d12	nublado	templado	alta	fuerte	si
d13	nublado	calor	normal	débil	si
d14	lluvia	templado	alta	fuerte	no

Particiones

- La decisión central de ID3 consiste en seleccionar qué atributo colocará en cada nodo del árbol de decisión.
- La función `mejor-particion`, toma como argumentos un conjunto de ejemplos de entrenamiento, regresando la partición inducida por el atributo que, sólo, clasifica mejor los ejemplos de entrenamiento:

```
1  ?- mejor_particion(Ejs,MejorPart).
2  MejorPart = [temperatura [frio d5 d6 d7 d9]
3                           [caliente d1 d2 d3 d13]
4                           [templado d4 d8 d10 d11 d12 d14]]
```

- La función *mejor-partición* encuentra el atributo que mejor separa los ejemplos con respecto a la clase.

Entropía

- Para cuantificar la bondad de un atributo, se puede considerar la cantidad de información que éste proveerá, tal y como lo define la teoría de la información de Shannon y Weaver [4].
- Un bit de información es suficiente para determinar el valor de un atributo booleano, por ejemplo, si/no, verdadero/falso, 1/0, etc., sobre el cual no sabemos nada.
- Si los posibles valores del atributo v_i, ocurren con probabilidades $P(v_i)$, entonces en contenido de información, o entropía, E de la respuesta actual está dado por:

$$E(P(v_i), \ldots, P(v_n)) = \sum_{i=1}^{n} -P(v_i) \log_2 P(v_i)$$

Ejemplo (volados)

- Consideren nuevamente el caso booleano de un volado con una moneda confiable –la probabilidad de obtener aguila o sol es 1/2:

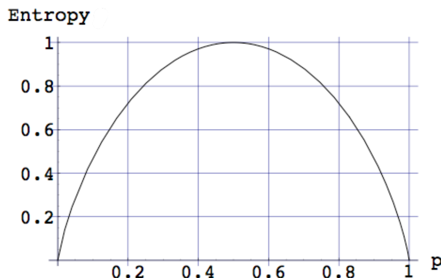
$$E(\frac{1}{2},\frac{1}{2}) = -\frac{1}{2}\ \log_2\ \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\ \log_2\ \frac{1}{2} = 1$$

- Ejecutar el volado nos provee 1 bit de información, de hecho, nos provee la clasificación del experimento: si fue águila o sol.
- Si usamos una moneda cargada que da 99 % de las veces sol, $E(1/100, 99/100) = 0{,}08$ bits de información. Menos que en el caso de la moneda justa, porque ahora tenemos más evidencia sobre el posible resultado del experimento.

Universidad Veracruzana

Gráficamente

- Si la probabilidad de que el volado de sol es del 100 %, entonces $E(0,1) = 0$ bits de información, ejecutar el volado no provee información alguna.
- La gráfica de la función de entropía es:



Regresando al tenis

- De 14 ejemplos, 9 son positivos (si) y 5 son negativos. La entropía de este conjunto de entrenamiento es:

$$E(\frac{9}{14}, \frac{5}{14}) = 0{,}940$$

- Si todos los ejemplos son positivos o negativos, p. ej., pertenecen todos a la misma clase, la entropía será 0. Una posible interpretación de esto, es considerar la entropía como una medida de ruido o desorden en los ejemplos.

Universidad Veracruzana

Ganancia de Información

- La reducción de la entropía en el conjunto de entrenamiento S, causada por particionar S con respecto a un atributo A:

$$Ganancia(S, A) = E(S) - \sum_{v \in A} \frac{|S_v|}{|S|} E(S_v)$$

Observen que el segundo término es la entropía con respecto al atributo A.

Ganancia y tenis

- Al utilizar esta medida en ID3, sobre los ejemplos del tenis:

```
Ganancia del atributo CIELO : 0.24674976
Ganancia del atributo TEMPERATURA : 0.029222548
Ganancia del atributo HUMEDAD : 0.15183544
Ganancia del atributo VIENTO : 0.048126936
Máxima ganancia de informacion: 0.24674976
Partición:
(CIELO (SOLEADO D1 D2 D8 D9 D11) (NUBLADO D3 D7 D12 D13)
       (LLUVIA D4 D5 D6 D10 D14))
```

- Esto indica que el atributo con mayor ganancia de información fue *cielo*, de ahí las particiones de los ejemplos.

Universidad Veracruzana

Algoritmo de inducción

```
1:  function ID3(Ejs, Atrbs, Clase)
2:      Default ← valMasComun(Ejs, Clase);
3:      if CriterioDeParo() then
4:          return A ← hoja(Default);
5:      else if Atrbs = ∅ then
6:          return A ← hoja(Default);
7:      else
8:          MejorParticion ← mejorParticion(Ejs, Atrbs);
9:          A ← hoja(first(MejorParticion));
10:         for all P ∈ rest(MejorParticion) do
11:             VAtrb ← first(P);
12:             SubEjs ← rest(P);
13:             agregaRama(A, VAtrb, ID3(SubEjs, {Atrbs \ A}, Clase));
14:         end for
15:         return A
16:     end if
17: end function
```

Consideraciones

- El espacio de hipótesis de ID3 es completo con respecto a las funciones de valores discretos que pueden definirse a partir de los atributos considerados.
- ID3 mantiene sólo una hipótesis mientras explora el espacio de hipótesis posibles.
- El algoritmo básico ID3 no reconsidera (*backtracking*) en su búsqueda. La vuelta atrás puede implementarse con alguna técnica de poda.
- ID3 utiliza todos los ejemplos en cada paso de su búsqueda basada en *ganancia de información*.
- Una ventaja es que la búsqueda es menos sensible al ruido en los datos.

Interfaz

```prolog
:- dynamic
    ejemplo/3,
    nodo/3.

id3(ArchCSV) :-
    id3(ArchCSV,1). % Umbral = 1, por default.

id3(ArchCSV,Umbral) :-
    reset,
    cargaEjs(ArchCSV,Atrs),
    findall(N,ejemplo(N,_,_),Inds), % Obtiene índices de los ejemplos
    inducir(Inds,raiz,Atrs,Umbral),
    imprimeArbol, !.
```

Ejemplos de entrenamiento: `tenis.pl`

```
ejemplo(1,no,[cielo=soleado,temperatura=alta,humedad=alta,viento=debil]).
ejemplo(2,no,[cielo=soleado,temperatura=alta,humedad=alta,viento=fuerte]).
ejemplo(3,si,[cielo=nublado,temperatura=alta,humedad=alta,viento=debil]).
ejemplo(4,si,[cielo=lluvioso,temperatura=templada,humedad=alta,viento=debil]).
ejemplo(5,si,[cielo=lluvioso,temperatura=fresca,humedad=normal,viento=debil]).
ejemplo(6,no,[cielo=lluvioso,temperatura=fresca,humedad=normal,viento=fuerte]).
ejemplo(7,si,[cielo=nublado,temperatura=fresca,humedad=normal,viento=fuerte]).
ejemplo(8,no,[cielo=soleado,temperatura=templada,humedad=alta,viento=fuerte]).
ejemplo(9,si,[cielo=soleado,temperatura=fresca,humedad=normal,viento=debil]).
ejemplo(10,si,[cielo=lluvioso,temperatura=templada,humedad=normal,viento=debil])
ejemplo(11,si,[cielo=soleado,temperatura=nublado,humedad=normal,viento=fuerte]).
ejemplo(12,si,[cielo=nublado,temperatura=templado,humedad=alta,viento=fuerte]).
ejemplo(13,si,[cielo=nublado,temperatura=alta,humedad=normal,viento=debil]).
ejemplo(14,no,[cielo=lluvioso,temperatura=templada,humedad=alta,viento=fuerte]).
```

Universidad Veracruzana

Ejemplos de entrenamiento: tenis.csv

```
1  cielo, temperatura, humedad, viento, jugarTenis
2  soleado, alta, alta, debil, no
3  soleado, alta,  alta,  fuerte, no
4  nublado, alta,  alta, debil, si
5  lluvioso, templada,  alta, debil, si
6  lluvioso, fresca, normal, debil, si
7  lluvioso, fresca, normal, fuerte, no
8  nublado, fresca, normal, fuerte, si
9  soleado, templada, alta, debil, no
10 soleado, fresca, normal, debil, si
11 lluvioso, templada, normal, debil, si
12 soleado, templada, normal, fuerte, si
13 nublado, templada, alta, fuerte, si
14 nublado, alta, normal, debil, si
15 lluvioso, templada, alta, fuerte, no
```

Universidad Veracruzana

leeCSV

```
1  ?- leeCSV("tenis.csv",Atrs,Ejs), dominios(Atrs,Ejs,Doms).
2  14 ejemplos de entrenamiento cargados.
3  Atrs = [cielo, temperatura, humedad, viento, jugarTenis],
4  Ejs = [[soleado, alta, alta, debil, no], [soleado, alta, alta,
5          fuerte, no], [nublado, alta, alta, debil, si], ...],
6  Doms = [[cielo, [soleado, nublado, lluvioso]], [temperatura,
7          [alta, templada, fresca]], [humedad, [alta, normal]],
8          [viento, [debil, fuerte]], [jugarTenis, [no, si]]].
```

Auxiliares: last [1] y butlast

```
1  %%% last(L,E): E es el último elemento de la lista L.
2
3  last([],[]).
4  last(L,E) :-
5      append(_,[E],L).
6
7  %%% butLast(L1,L2): L2 es L1 sin el último elemento.
8
9  butlast([],[]).
10 butlast(L1,L2) :-
11     last(L1,Last),
12     append(L2,[Last],L1).
```

```
1  ?- last([1,2,3],L).
2  L = 3
3  ?- butlast([1,2,3],BL).
4  BL = [1,2]
```

[1] Predefinido en swi-prolog.

csv2ejs: corrida

```
1  ?- csv2ejs("tenis.csv",Ejs,Atrs).
2  14 ejemplos de entrenamiento cargados.
3  Ejs = [ejemplo(1, no, [cielo=soleado, temperatura=alta,
4         humedad=alta, viento=debil]), ejemplo(2, no,
5         [cielo=soleado, temperatura=alta, humedad=alta,
6         viento=fuerte]), ejemplo(3, si, [cielo=nublado,
7         temperatura=alta, humedad=alta, viento=debil]), ...],
8  Atrs = [cielo, temperatura, humedad, viento, jugarTenis]
```

Universidad Veracruzana

csv2ejs: Definición

```
1  % csv2ejs(ArchCSV,Ejs,Atrs): transforma las lista de salida de
2  % leerCSV/2 en una lista de ejemplos(Ind,Clase,[Atr=Val]) y otra
3  % lista de atributos.
4
5  csv2ejs(ArchCSV,Ejs,Atrs) :-
6      leeCSV(ArchCSV,Atrs,EjsCSV),
7      butlast(Atrs,AtrsSinClase),
8      procEjs(1,AtrsSinClase,EjsCSV,Ejs).
9
10 procEjs(_,_,[],[]).
11
12 procEjs(Ind,AtrsSinClase,[Ej|Ejs],[ejemplo(Ind,Clase,EjAtrsVals)|Resto]) :-
13     last(Ej,Clase),
14     butlast(Ej,EjSinValorClase),
15     maplist(procAtrVal,AtrsSinUltimo,EjSinValorClase,EjAtrsVals),
16     IndAux is Ind + 1,
17     procEjs(IndAux,AtrsSinClase,Ejs,Resto).
18
19 procAtrVal(Atr,Val,Atr=Val).
```

cargaEjs

```
% cargaEjs(ArchCSV): carga ArchCSV como hechos estilo
% ejemplo(Ind,Clase,[Atr=Val]).

cargaEjs(ArchCSV,Atrs) :-
    csv2ejs(ArchCSV,Ejs,Atrs),
    maplist(assertz,Ejs).
```

```
?- listing(ejemplo).
:- dynamic ejemplo/3.

ejemplo(1, no, [cielo=soleado, temperatura=alta, humedad=alta,
viento=debil]).
ejemplo(2, no, [cielo=soleado, temperatura=alta, humedad=alta,
viento=fuerte]).
...
```

Universidad Veracruzana

Arbol de decisión: Representación

```
1  ?- listing(nodo).
2  :- dynamic nodo/3.
3
4  nodo(1, cielo=lluvioso, raiz).
5  nodo(2, viento=fuerte, 1).
6  nodo(hoja, [no/2], 2).
7  nodo(3, viento=debil, 1).
8  nodo(hoja, [si/3], 3).
9  nodo(4, cielo=nublado, raiz).
10 nodo(hoja, [si/4], 4).
11 nodo(5, cielo=soleado, raiz).
12 nodo(6, humedad=normal, 5).
13 nodo(hoja, [si/2], 6).
14 nodo(7, humedad=alta, 5).
15 nodo(hoja, [no/3], 7).
```

imprimeArbol

```
1  imprimeArbol :-
2    imprimeArbol(raiz,0).
3
4  imprimeArbol(Padre,_) :-
5    nodo(hoja,Clase,Padre), !,
6    write(' => '),write(Clase).
7
8  imprimeArbol(Padre,Pos) :-
9    findall(Hijo,nodo(Hijo,_,Padre),Hijos),
10   Pos1 is Pos+2,
11   imprimeLista(Hijos,Pos1).
12
13 imprimeLista([],_) :- !.
14
15 imprimeLista([N|T],Pos) :-
16   nodo(N,Test,_),
17   nl, tab(Pos), write(Test),
18   imprimeArbol(N,Pos),
19   imprimeLista(T,Pos).
```

Universidad Veracruzana

Arbol impreso

```
1 cielo=lluvioso
2   viento=fuerte => [no/2]
3   viento=debil => [si/3]
4 cielo=nublado => [si/4]
5 cielo=soleado
6   humedad=normal => [si/2]
7   humedad=alta => [no/3]
```

Universidad Veracruzana

Inducción: Caso 1

```
1  % Caso 1. El número de ejemplos a clasificar es menor que el
2  % umbral. Se crea un nodo hoja con las distribución Distr,
3  % apuntando al padre del nodo.
4
5  inducir(Ejs,Padre,_,Umbral) :-
6    length(Ejs,NumEjs),
7    NumEjs=<Umbral,
8    distr(Ejs, Distr),
9    assertz(nodo(hoja,Distr,Padre)), !. % al final de los nodos.
```

Inducción: Caso 2

```
1  % Caso 2. Todos los ejemplos a clasificar son de la misma clase.
2  % Se crea un nodo hoja con la distribución [Clase], apuntando al
3  % padre del nodo.
4
5  inducir(Ejs,Padre,_,_) :-
6    distr(Ejs, [Clase]),
7    assertz(nodo(hoja,[Clase],Padre)).
```

Inducción: Caso 3

```
1  % Caso 3. Se debe decidir que atributo es el mejor clasificador
2  % para los ejemplos dados.
3
4  inducir(Ejs,Padre,Atrs,Umbral) :-
5    eligeAtr(Ejs,Atrs,Atr,Vals,Resto), !,
6    particion(Vals,Atr,Ejs,Padre,Resto,Umbral).
```

Inducción: Caso 4

```
% Caso 4. Los datos no se pueden particionar.

inducir(Ejs,Padre,_,_) :- !,
  nodo(Padre,Test,_),
  write('No es posible construir partición de '),
  write(Ejs), write(' en el nodo '), writeln(Test).
```

Distribución de clases: Ejemplos

```
1  ?- findall(E,ejemplo(E,_,_),Ejs), distr(Ejs,Dist).
2  Ejs = [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9|...],
3  Dist = [no/5, si/9].
4  ?- distr([1,2,6,8],Dist).
5  Dist = [no/4].
```

Distribución de clases: Definición I

```
1  %%% distr(+Ejs,-DistrClaseEjs)
2  %%% Computa la Distribución de clases para el conjunto de
3  %%% Ejs. La notación X^Meta causa que X no sea instanciada
4  %%% al solucionar la Meta.
5
6  distr(Ejs,DistClaseEjs) :-
7    % Extrae Valores de Clase de los Ejs
8    setof(Clase,Ej^AVs^(member(Ej,Ejs),ejemplo(Ej,Clase,AVs)),Clases),
9    % Cuenta la distribución de los valores para la Clase
10   cuentaClases(Clases,Ejs,DistClaseEjs).
```

```
1  ?- setof(Clase,
2        Ej^AVs^(member(Ej,[1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14]),
3                ejemplo(Ej,Clase,AVs)),
4        Clases).
5  Clases = [no, si].
```

Distribución de clases: Definición II

```
1  cuentaClases([],_,[]) :- !.
2  cuentaClases([Clase|Clases],Ejs,[Clase/NumEjsEnClase|RestoCuentas]) :-
3    % Extrae los ejemplos con clase Clase en la lista Cuentas
4    findall(Ej,(member(Ej,Ejs),ejemplo(Ej,Clase,_)),EjsEnClase),
5    % Computa cuantos ejemplos hay en la Clase
6    length(EjsEnClase,NumEjsEnClase), !,
7    % Cuentas para el resto de los valores de la clase
8    cuentaClases(Clases,Ejs,RestoCuentas).
```

```
1  ?- numlist(1,14,Ejs), cuentaClases([no,si],Ejs,Distr).
2  Ejs = [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9|...],
3  Distr = [no/5, si/9].
```

setof vs findall

- Alternativamente, se puede usar `findall/3` y `sort/2` para obtener las clases:

```
1 ?- findall(C,ejemplo(_,C,_), TodasClases), sort(TodasClases, Clases).
2 TodasClases = [no, no, si, si, si, no, si, no, si|...]
3 Clases = [no, si].
```

- `setof/3` está basado en `bagof/3`, por lo que es necesario usar existenciales para obtener el mismo resultado que `findall/3`:

```
1 ?- bagof(C,I^AV^ejemplo(I,C,AV),Clases).
2 Clases = [no, no, si, si, si, no, si, no, si|...].
```

El mejor atributo I

```
1   % eligeAtr(+Ejs,+Atrs,-Atr,-Vals,-Resto)
2   % A partir de un conjunto de ejemplos Ejs y atributos Atrs,
3   % computa el atributo Atr en Atrs con mayor ganancia de
4   % información, sus Vals y el Resto de atributos en Atrs.
5
6   eligeAtr(Ejs,Atrs,Atr,Vals,RestoAtrs) :-
7     length(Ejs,NumEjs),
8     contenidoInformacion(Ejs,NumEjs,I), !,
9     findall((Atr-Vals)/Gain,
10            ( member(Atr,Atrs),
11              vals(Ejs,Atr,[],Vals),
12              separaEnSubConjs(Vals,Ejs,Atr,Parts),
13              informacionResidual(Parts,NumEjs,IR),
14              Gain is I - IR
15            ),
16            Todos ),
17    maximo(Todos,(Atr-Vals)/_),
18    eliminar(Atr,Atrs,RestoAtrs), !.
```

Universidad Veracruzana

El mejor atributo II

```
?- numlist(1,14,Ejs),
   Atrs = [cielo, temperatura, humedad, viento, jugarTenis],
   butlast(Atrs, AtrsSinClase),
   eligeAtr(Ejs,AtrsSinClase, BestAtr, Dom, RestoAtrs).
[ (cielo-[lluvioso,nublado,soleado])/0.246749819774439,
(temperatura-[fresca,templada,alta])/0.029222565658954647,
(humedad-[normal,alta])/0.15183550136234136,
(viento-[fuerte,debil])/0.04812703040826927 ]
Ejs = [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9|...],
AtrsSinClase = [cielo, temperatura, humedad, viento],
BestAtr = cielo,
Dom = [lluvioso, nublado, soleado],
RestoAtrs = [temperatura, humedad, viento],
Atrs = [cielo, temperatura, humedad, viento, jugarTenis]
```

El mejor atributo III

```
1  contenidoInformacion(Ejs,NumEjs,I) :-
2    setof(Clase,
3          Ej^AVs^(member(Ej,Ejs),ejemplo(Ej,Clase,AVs)),
4          Clases), !,
5    sumaTerms(Clases,Ejs,NumEjs,I).
6
7  sumaTerms([],_,_,0) :- !.
8  sumaTerms([Clase|Clases],Ejs,NumEjs,Info) :-
9    findall(Ej,(member(Ej,Ejs),ejemplo(Ej,Clase,_)),EjsEnClase),
10   length(EjsEnClase,NumEjsEnClase),
11   sumaTerms(Clases,Ejs,NumEjs,I),
12   Info is I -
13     (NumEjsEnClase/NumEjs)*(log(NumEjsEnClase/NumEjs)/log(2)).
```

El mejor atributo IV

```
1  ?- findall(N,ejemplo(N,_,_),E), length(E,NumEjs),
2              contenidoInformacion(E,NumEjs,I).
3  E = [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9|...],
4  NumEjs = 14,
5  I = 0.9402859586706309.
```

El mejor atributo V

```
1   informacionResidual([],_,0) :- !.
2   informacionResidual([Part|Parts],NumEjs,IR) :-
3     length(Part,NumEjsPart),
4     contenidoInformacion(Part,NumEjsPart,I), !,
5     informacionResidual(Parts,NumEjs,R),
6     IR is R + I * NumEjsPart/NumEjs.
7
8   separaEnSubConjs([],_,_,[]) :- !.
9   separaEnSubConjs([Val|Vals],Ejs,Atr,[Part|Parts]) :-
10    subconj(Ejs,Atr=Val,Part), !,
11    separaEnSubConjs(Vals,Ejs,Atr,Parts).
12
13  subconj([],_,[]) :- !.
14  subconj([Ej|Ejs],Atr,[Ej|RestoEjs]) :-
15    ejemplo(Ej,_,AVs),
16    member(Atr,AVs), !,
17    subconj(Ejs,Atr,RestoEjs).
18  subconj([_|Ejs],Atr,RestoEjs) :-
19    subconj(Ejs,Atr,RestoEjs).
20
21  vals([],_,Vals,Vals) :- !.
```

El mejor atributo VI

```
22  vals([Ej|Ejs],Atr,Vs,Vals) :-
23    ejemplo(Ej,_,AVs),
24    member(Atr=V,AVs), !,
25    (
26      member(V,Vs), !, vals(Ejs,Atr,Vs,Vals);
27      vals(Ejs,Atr,[V|Vs],Vals)
28    ).
```

Alternativa con findall

```
1  separaEnSubConjs2(Atr,Vals,Ejs,Partes) :-
2    findall(Atr=V, member(V,Vals), AVs),
3    findall(Parte, (member(AV,AVs), subConj2(Ejs,AV,Parte)), Partes).
4
5  subConj2(Ejs,AV,SubConj) :-
6    findall(Id, (member(Id,Ejs), ejemplo(Id,_,AVs), member(AV,AVs)), SubConj).
```

Universidad Veracruzana

Ganancias de información: Corrida

```
1  ?- findall(N,ejemplo(N,_,_),E),
2     findall((A-Valores)/Gain,
3     (member(A,[cielo,temperatura,humedad,viento]),
4     vals(E,A,[],Valores),
5     separaEnSubConjs(Valores,E,A,Ess),
6     informacionResidual(Ess,14,R),
7     Gain is 0.940286 - R),
8     All).
9  |    E = [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9|...],
10 All = [(cielo-[lluvioso, nublado, soleado])/0.2467498611038803,
11        (temperatura-[fresca, templada, alta])/0.029222606988323685,
12        (humedad-[normal, alta])/0.1518355426917104,
13        (viento-[fuerte, debil])/0.04812707173763805].
```

Partición

```
1  % particion(+Vals,+Atr,+Ejs,+Padre,+Resto,+Umbral)
2  % Por cada Valor del atributo Atr en Vals, induce una partición
3  % en los ejemplos Ejs de acuerdo a Valor, para crear un nodo del
4  % árbol y llamar recursivamente a inducir.
5
6  particion([],_,_,_,_,_) :- !.
7  particion([Val|Vals],Atr,Ejs,Padre,RestoAtrs,Umbral) :-
8    subconj(Ejs,Atr=Val,SubEjs), !,
9    generaNodo(Nodo),
10   assertz(nodo(Nodo,Atr=Val,Padre)),
11   inducir(SubEjs,Nodo,RestoAtrs,Umbral), !,
12   particion(Vals,Atr,Ejs,Padre,RestoAtrs,Umbral).
```

Ejecutando todo el experimento

```
1  ?- id3('tenis.csv').
2  cielo=lluvioso
3    viento=fuerte => [no/2]
4    viento=debil => [si/3]
5  cielo=nublado => [si/4]
6  cielo=soleado
7    humedad=normal => [si/2]
8    humedad=alta => [no/3]
9  true.
```

Predicados auxiliares I

```
1  genera_nodo_id(M) :-
2    retract(id(N)),
3    M is N+1,
4    assert(id(M)), !.
5
6  genera_nodo_id(1) :-
7    assert(id(1)).
8
9  eliminar(X,[X|T],T) :- !.
10 eliminar(X,[Y|T],[Y|Z]) :-
11   eliminar(X,T,Z).
12
13 subconjunto([],_) :- !.
14 subconjunto([X|T],L) :-
15   member(X,L), !,
16   subconjunto(T,L).
17
18 maximo([X],X) :- !.
19 maximo([X/M|T],Y/N) :-
20   maximo(T,Z/K),
```

Predicados auxiliares II

```
21      (M>K,Y/N=X/M ; Y/N=Z/K), !.
22
23    % elimina ejemplo y nodo en el espacio de trabajo
24
25    reset :-
26      retractall(ejemplo(_,_,_)),
27      retractall(nodo(_,_,_)).
```

Evitando un sobre ajuste

- Dado un espacio de hipótesis H, se dice que una hipótesis $h \in H$ está sobre ajustada a los ejemplos de entrenamiento, si existe una hipótesis alternativa $h' \in H$, tal que h' tiene un error de clasificación más pequeño que h sobre la distribución completa de los casos del problema.
- Por ruido o por conjunto de entrenamiento demasiado pequeño.

Universidad Veracruzana

Sobre ajuste por ruido

- Al agregar el siguiente caso mal clasificado ($jugarTenis = no$):

$$\langle \ cielo = soleado, temperatura = alta, humedad = normal, viento = fuerte \ \rangle$$

- El ejemplo con ruido será filtrado junto con los ejemplos 9 y 11 ($cielo = soleado$ y $humedad = normal$), que son ejemplos positivos. Dado que el nuevo ejemplo es negativo, ID3 buscará refinar el árbol a partir del nodo *humedad*, agregando un atributo más al árbol.

Universidad Veracruzana

Estrategias de solución

- Enfoques que detienen el crecimiento del árbol anticipadamente, antes de que alcance un punto donde clasifique perfectamente los ejemplos de entrenamiento.
- Enfoques en donde se deja crecer el árbol para después podarlo.
- Los segundos han sido más exitosos.

¿Cual es el tamaño correcto del árbol?

- Usar un conjunto de ejemplos no usados en el entrenamiento, para evaluar la utilidad de eliminar nodos del árbol. Por ejemplo: Poda.
- Usar los ejemplos disponibles para el entrenamiento, aplicando una prueba para estimar cuando expandir el árbol (o detener su crecimiento). Por ejemplo: El test χ^2.
- Usar explícitamente una medida de complejidad para codificar los ejemplos de entrenamiento y el árbol de decisión, deteniendo el crecimiento del árbol cuando el tamaño de la codificación sea minimizado. Por ejemplo: Descripción de longitud mínima (*MDL*).

Universidad Veracruzana

Poda del árbol

- Un enfoque llamado *reduced-error pruning* [2], consiste en considerar cada nodo del árbol como candidato a ser podado.
- La poda consiste en eliminar todo el subárbol que tiene como raíz el nodo en cuestión, convirtiéndolo así en una hoja, cuya clase corresponde a valor más común de los casos asociados a ese nodo.
- Un nodo solo es eliminado si el árbol podado que resulta de ello, no presenta un desempeño peor que el árbol original sobre el conjunto de validación.
- Se eliminan coincidencias fortuitas en los datos del entrenamiento.
- Únicamente efectivo si contamos con suficientes ejemplos

Universidad Veracruzana

Poda de reglas

1. Inducir el árbol de decisión permitiendo sobre ajuste, por ejemplo, con nuestro algoritmo básico ID3.
2. Convertir el árbol aprendido en un conjunto de reglas equivalente, esto es, una conjunción por cada rama del árbol que va de la raíz a una hoja.
3. Podar (generalizar) cada regla, eliminando cualquier condición que resulte en una mejora de la precisión estimada.
4. Ordenar las reglas por su precisión estimada, y aplicarlas en ese orden al clasificar nuevos casos.

Universidad Veracruzana

Atributos continuos

- Para un atributo continuo A, el algoritmo puede crear dinámicamente un atributo discreto A_c que es verdadero si $A > c$ y falso en cualquier otro caso.
- Ejemplo:

temperatura	40	48	60	72	80	90
jugar-tenis?	No	No	Si	Si	Si	No

- Dos umbrales pueden localizarse en los puntos $(48 + 60)/2$ y $(80 + 90/2)$. La ganancia de información puede entonces calcularse para los atributos $\mathit{temperatura}_{>54}$ y $\mathit{temperatura}_{>85}$.

Universidad Veracruzana

Medidas alternativas: Gain Ratio

- Split information:

$$splitInformation(S, A) = -\sum_{i=1}^{c} \frac{|S_i|}{|S|} \; log_2 \frac{|S_i|}{|S|}$$

- Gain ratio:

$$gainRatio(S, A) = \frac{gain(S, A)}{splitInformation(S, A)}$$

- Problemas: denominador indefinido cuando $|S_i| \approx |S|$.

Universidad Veracruzana

Referencias I

[1] I Bratko. *Prolog programming for Artificial Intelligence*. Fourth. Essex, England: Pearson, 2012.

[2] JR Quinlan. "Induction of Decision Trees". En: *Machine Learning* 1 (1986), págs. 81-106.

[3] JR Quinlan. *C4. 5: programs for machine learning*. Vol. 1. San Mateo, CA, USA: Morgan kaufmann, 1993.

[4] C Shannon y W Weaver. "The mathematical theory of communication". En: *The Bell System Technical Journal* 27 (jul. de 1948), págs. 623-656.