Programación para la Inteligencia Artificial

Paradigmas de Programación

Dr. Alejandro Guerra-Hernández

Instituto de Investigaciones en Inteligencia Artificial
Universidad Veracruzana
Campus Sur, Calle Paseo Lote II, Sección Segunda No 112,
Nuevo Xalapa, Xalapa, Ver., México 91097

mailto:aguerra@uv.mx
https://www.uv.mx/personal/aguerra/pia

Maestría en Inteligencia Artificial 2022

Universidad Veracruzana

¿Qué es un paradigma?

- Según Kuhn [13], un paradigma es un modelo de trabajo compartido por una comunidad científica, cuyos miembros están de acuerdo en qué es un problema legítimo y cuál es una solución legítima del problema.
- Los paradigmas permiten compartir conceptos básicos, procedimientos, etc.
- Las revoluciones científicas han emergido de cambios en los paradigmas dominantes.

Universidad Veracruzana

Paradigmas de Programación

- Floyd [10] (*ACM Turing Award*, 1978), discute el paradigma aplicado a las Ciencias de la Computación:
  - Los libros de texto parecen implicar que el contenido de la ciencia está exclusivamente ejemplificado por las observaciones, leyes y teorías descritos en sus páginas.
  - El estudio de los paradigmas constituye la fuente principal en la formación del estudiante, para preparar su integración a una comunidad científica particular donde llevará a cabo su práctica.
  - Los lenguajes de programación estimulan el uso de algunos paradigmas, mientras que inhiben notoriamente otros.

Universidad Veracruzana

Problemas en la programación y los paradigmas

- Los problemas al considerar aspectos como:
  - Confianza.
  - Puntualidad.
  - Flexibilidad.
  - Eficiencia.
  - Costo.
- Se deben a:
  - Un repertorio inadecuado de paradigmas de programación.
  - Un conocimiento deficiente de los paradigmas existentes.
  - La manera en que enseñamos esos paradigmas.
  - Y a la manera en que los lenguajes de programación soportan, o no, los paradigmas de sus comunidades de usuarios.

Universidad Veracruzana

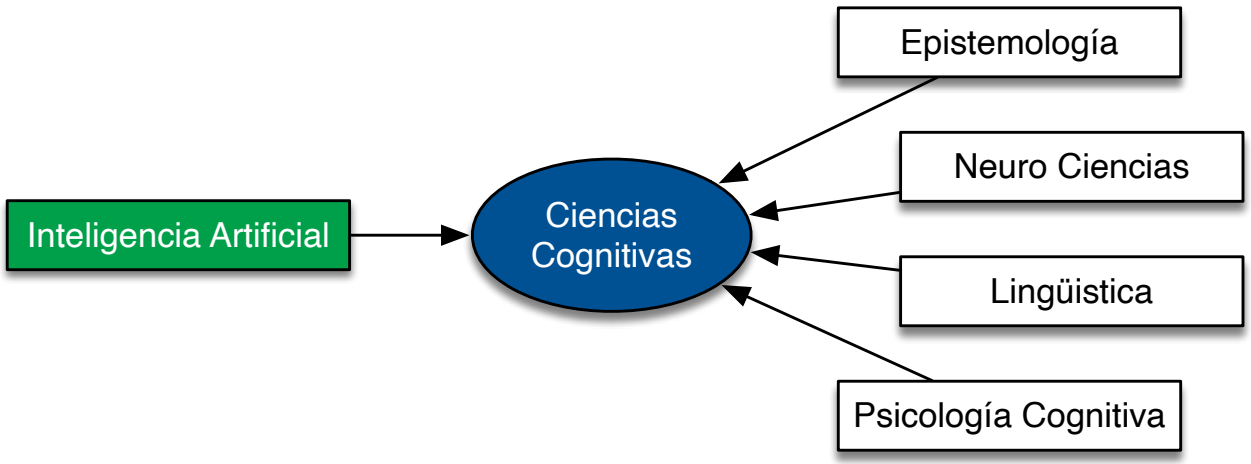
Solución

- Si el avance general del arte la programación requiere de la continua invención y elaboración de paradigmas; el avance individual requiere de la expansión del repertorio personal de paradigmas.
- Esto constituye la justificación del diseño curricular de nuestro curso, que propone expandir el repertorio de Paradigmas de Programación y posibilitar la elaboración de nuevos paradigmas, para alcanzar el objetivo del mismo.
- ¿Qué Paradigmas de Programación son relevantes en la Inteligencia Artificial (IA)?
- ¿IA?

Universidad Veracruzana

¿Cual es el sujeto de estudio de la IA?

- La IA tiene como objeto el estudio de las entidades inteligentes.



- *Modus operandi:* La construcción de agentes racionales [19].
- Es una ciencia de lo artificial [23].

Universidad Veracruzana

Línea de tiempo

- 1936 — Máquina de Turing - Cálculo-λ
- 1943 — Cálculo Lógico del Sistema Nervioso
- 1950 — ¿Puede la Máquina de Turing pensar?
- 1960 — Funciones recursivas de expresiones simbólicas (Lisp)
- 1965 — Principio de resolución
- 1972 — Lógica para Funciones Computables (ML)
- 1973 — Programación Lógica (Prolog)
- 1976 — Hipótesis del Sistema Simbólico Físico

Universidad Veracruzana

Church y Turing

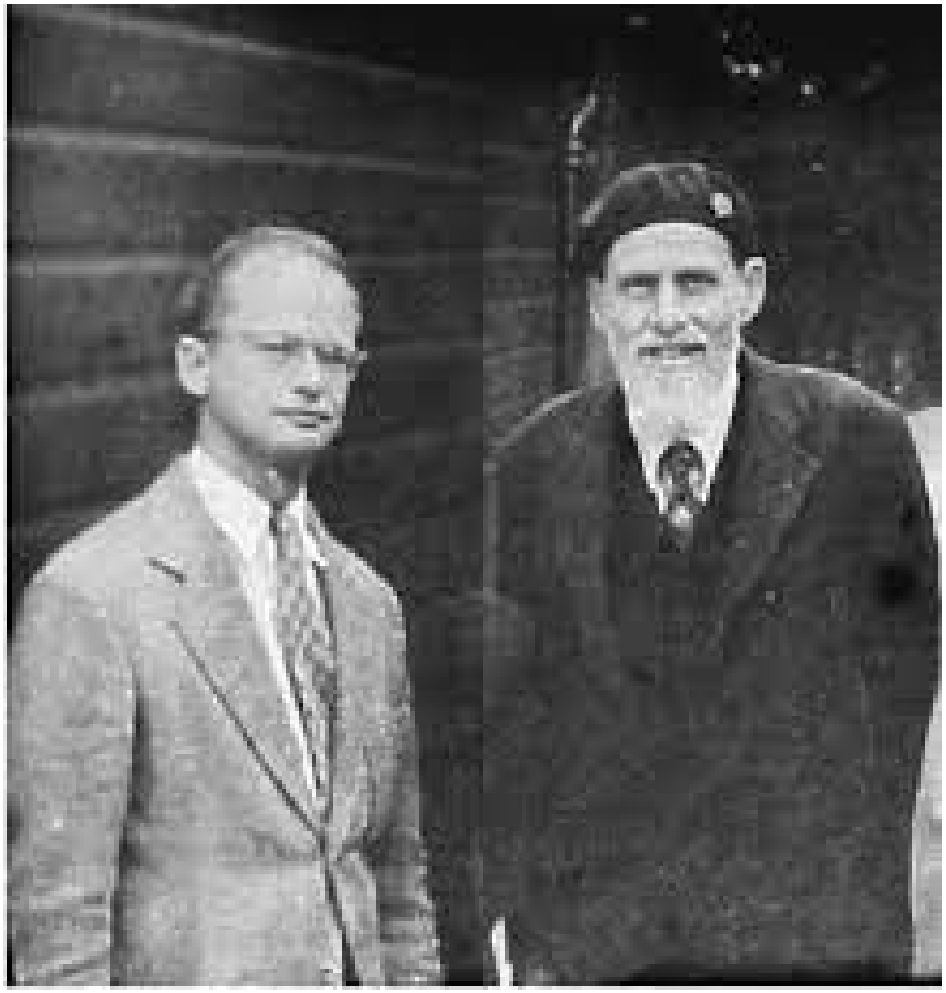
Universidad Veracruzana

Máquinas inteligentes ¿Qué máquinas?

- Turing [25]: ¿Pueden las máquinas pensar?
- Objeciones, p. ej., Searle [20] y Dreyfus y Dreyfus [9].
- La adopción de la computadora digital como el tipo de máquina a considerar, provee uno de los fundamentos teóricos de la IA: Pensar es una computación.
- Turing [24]: Una computación es una manipulación formal de símbolos, no interpretados, mediante la aplicación de reglas formales.
- Church [5]: Un formalismo equivalente, el Cálculo-λ.

Universidad Veracruzana

Pitts y McCulloch



Universidad Veracruzana

Paradigma conexionista

- McCulloch y Pitts [15] son los primeros en proponer un cómputo inspirado en nuestro sistema nervioso, una abstracción de las redes neuronales:
  - Ciertos tipos de red neuronal estrictamente definidos (acíclicos y de estructura fija) pueden computar, en principio, cierta clase de funciones lógicas.
  - Toda función del cálculo proposicional puede computarse con una red neuronal relativamente simple.
  - Toda red computa una función que es computable en una máquina de Turing, y vice-versa, toda función computable en una máquina de Turing puede computarse con una red neuronal.

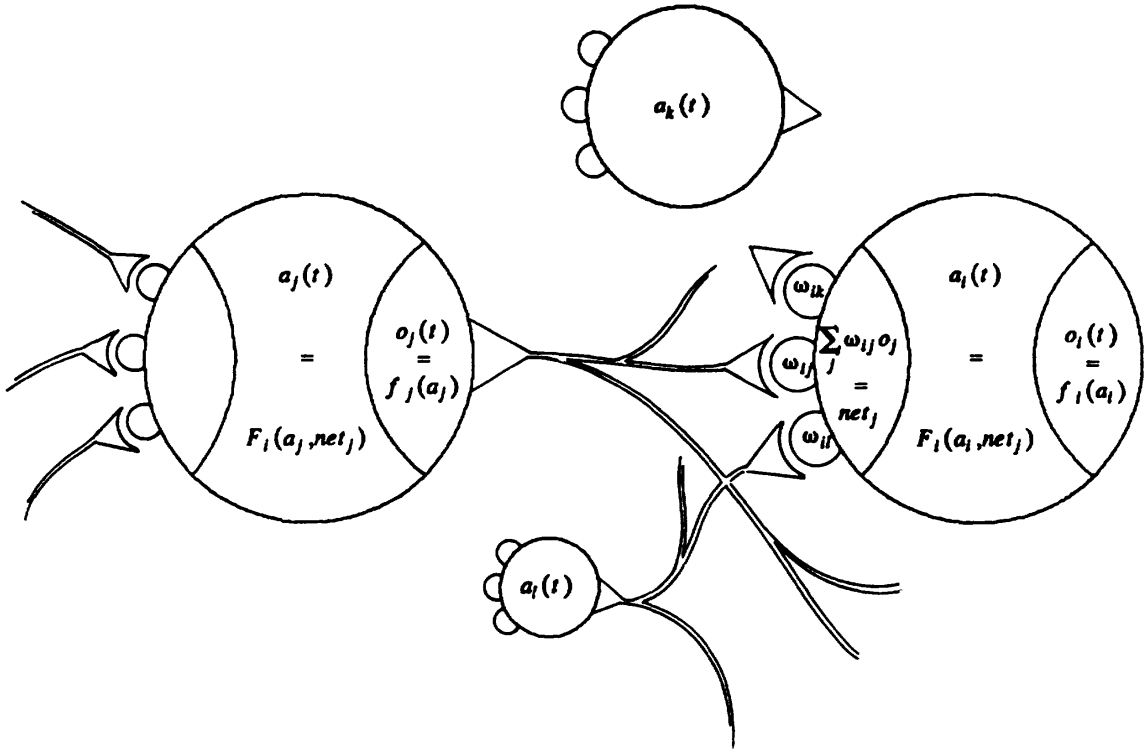
Universidad Veracruzana

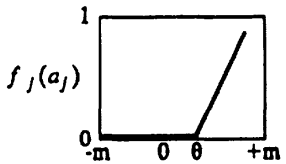
Procesamiento Distribuido Paralelo (PDP) I

- Se debe a Rumelhart, Hinton, McClelland et al. [18] y está caracterizado por:
  - Un conjunto de unidades de procesamiento.
  - Un nivel de activación para cada unidad.
  - Un patrón de conectividad.
  - Una regla de propagación de la activación.
  - Una regla de activación para combinar las entradas de cada unidad.
  - Una regla de aprendizaje para modificar los pesos de las conexiones con base en la experiencia.
  - Un ambiente que provee al sistema con experiencias.
- Siegelman y Sontag [22] demuestran que, en principio, una red neuronal puede simular una máquina de Turing.

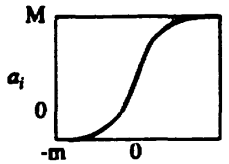
Universidad Veracruzana

El modelo PDP gráficamente





Threshold Output Function



$net_i = \sum \omega_{ij} o_j(t)$

Sigmoid Activation Function

Universidad Veracruzana

¿Paradigma de programación?

- No es evidente que el enfoque conexionista haya producido paradigmas de programación propios.
- Los paradigmas imperativo, orientado a objetos y principalmente el de cómputo científico (Octave, Matlab, R), parecieran cubrir las necesidades de esta comunidad.
- En todo caso, estas herramientas serán revisadas en la experiencia educativa optativa Redes Neuronales (tercer semestre).

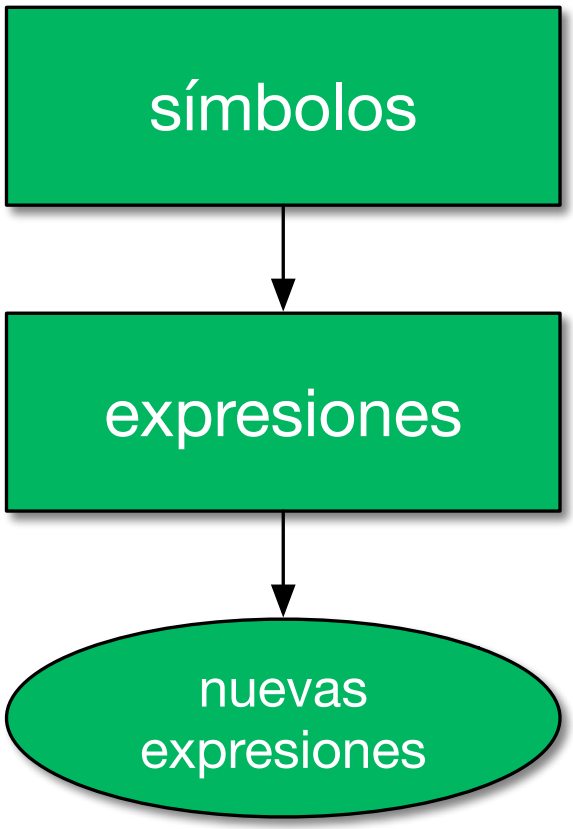
Universidad Veracruzana

Paradigma simbólico

- Newell y Simon [16] Un Sistema Simbólico Físico:
  - Un conjunto de símbolos, patrones físicos, que pueden ser componentes de expresiones u otras estructuras simbólicas.
  - Toda expresión está compuesta por ocurrencias de símbolos relacionados de alguna forma física, p. ej., un símbolo es el siguiente con respecto a otro.
  - En todo momento, el sistema contiene una colección de expresiones.
  - Una colección de procesos que operan sobre expresiones para producir nuevas expresiones: creación, modificación, reproducción y destrucción.
  - Tal sistema existe en un mundo de objetos más extenso que sus expresiones.

Universidad Veracruzana

Gráficamente



3, 4, +, (,)

(+ 3 4)

7

Nociones auxiliares

Designación. Una expresión designa a un objeto, si dada la expresión, el sistema puede afectar al objeto o comportarse de maneras dependientes del objeto.

Interpretación. El sistema puede interpretar una expresión, si ésta designa un proceso y, dada la expresión, el sistema puede ejecutar ese proceso.

Universidad Veracruzana

Restricciones adicionales

- Un símbolo debe poder ser usado para designar cualquier expresión, sin prescripciones *a priori* sobre que expresiones puede designar.
- Existen expresiones para designar todos los procesos que el sistema puede ejecutar.
- Existen procesos para crear y modificar cualquier expresión de manera arbitraria.
- Las expresiones son estables, una vez creadas, seguirán existiendo hasta que sean explícitamente modificadas o borradas.
- El número de expresiones que un sistema puede contener, es ilimitado.

Universidad Veracruzana

Hipótesis del Sistema Simbólico Físico

Un sistema simbólico físico tiene los medios necesarios y suficientes para generar comportamiento inteligente general.

- Precisiones:

  Necesario. Cualquier sistema que exhiba inteligencia general, podrá verificarse mediante análisis, es un sistema simbólico físico.

  Suficiente. Cualquier sistema simbólico físico del tamaño adecuado, puede ser organizado para exhibir inteligencia general.

- Puesto que todo sistema simbólico físico es una máquina universal de Turing, esto implica que la inteligencia es implementable en una computadora universal.

Universidad Veracruzana

Paradigmas de Programación Simbólicos I

Lógico. La deducción lógica es una forma de computación universal. Su lenguaje más representativo es Prolog [8], basado en el principio de resolución-SL de Kowalski y Kuehner [12], una regla de inferencia para demostrar que una cláusula es consecuencia de un conjunto de ellas y computar los valores de las variables en la cláusula, que hacen esto posible. Otros lenguajes: Datalog, Mercury, Logtalk.

Universidad Veracruzana

Paradigmas de Programación Simbólicos II

Funcional. La computación en términos de funciones matemáticas y su transformación a través de formas funcionales. Su concepción original se debe a Backus [2], aunque tiene raíces en el Cálculo-λ de Church [6]. El primer lenguaje con características funcionales fue Lisp de McCarthy [14], que es de nuestro interés porque además es una implementación de sistema simbólico físico. Otros lenguajes más próximos a la idea original de Backus incluyen ML, Ocaml y Haskell.

Universidad Veracruzana

Un trabajito propuesto en 1970 [7]

- ¿Cómo programar un sistema como el siguiente?

```
> Los gatos matan ratones.
> Tom es un gato al que no le gustan los
ratones que comen queso.
> Jerry es un ratón que come queso.
> Max no es un gato.
> Qué hace Tom?
A Tom no le gustan los ratones que comen queso.
Tom mata ratones.
> Quién es un gato?
Tom.
> Qué come Jerry?
Queso.
```

Universidad Veracruzana

Elementos de una Lógica

- Observen que este lenguaje define símbolos para:
  - Designar elementos (Tom, Jerry, etc.).
  - Designar conjuntos (Gatos, Ratones, etc.).
  - Relaciones binarias (Comer, Matar, Gustar, etc.).
  - Funciones (The, Subset, True)
- Reglas para formar expresiones válidas (sintaxis).
- Un método de razonamiento automático (semántica).

Universidad Veracruzana

À la française

1965 Alan Robinson [17] formula el principio de resolución. Reglas de inferencias menos humanas, pero más eficientes.

1970 Alain Colmerauer, Philippe Roussel y Robert Pasero [7] trabajan en traducción automática y procesamiento de lenguaje natural.

1971 Robert Kowalski [12] define la resolución-SL.

1974 El lenguaje Prolog.

Universidad Veracruzana

Una versión más universal

Siglo XIX En su segunda mitad, Gottlob Frege introduce la lógica de primer orden. Modificada a su forma actual por Giuseppe Peano y Bertrand Russell.

1930s Kurt Göedel y Jacques Herbrand estudiaron la noción de computabilidad basada en derivaciones.

1965 La resolución y unificación por Alain Robinson.

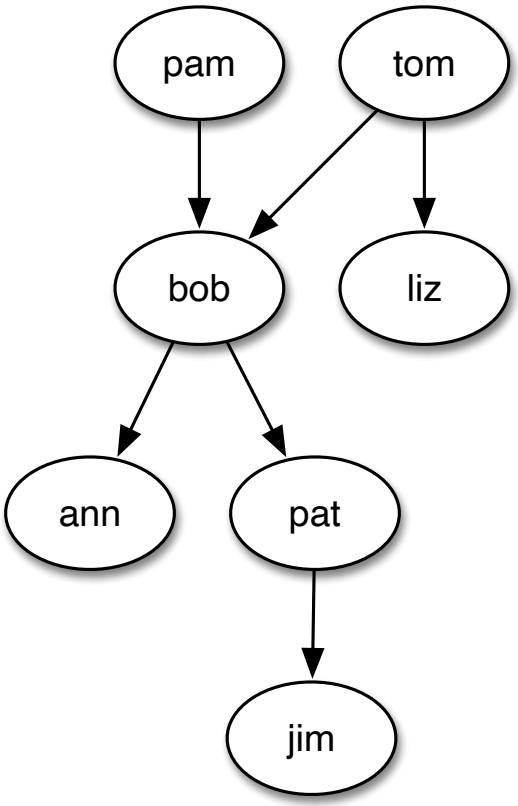
1974 La resolución-SLD de Kowalski: fin del debate (en ese momento) sobre representaciones declarativas y procedimentales. Prolog.

1983 La máquina abstracta de Warren (WAM) [26]. Compilación independiente al procesador usado.

Universidad Veracruzana

Objetos, Relaciones y Programas

- Asumamos que queremos razonar sobre una genealogía [3]:




```
1  progenitor(pam,bob).
2  progenitor(tom,bob).
3  progenitor(tom,liz).
4  progenitor(bob,ann).
5  progenitor(bob,pat).
6  progenitor(pat,jim).
```

Universidad Veracruzana

Cargando Prolog

- Prolog se ejecuta desde una terminal:

```
> swipl
Welcome to SWI-Prolog (threaded, 64 bits, v 8.1.8)
SWI-Prolog comes with ABSOLUTELY NO WARRANTY.
This is free software.
Please run ?- license. for legal details.

For online help, visit http://www.swi-prolog.org
For built-in help, use ?- help(Topic). or ?- apropos(Word).

?-
```

Universidad Veracruzana

REPL

- El sistema está en un ciclo Read-Eval-Print (REPL).

```
?- [clase01].
% progenitor compiled
true.
?- progenitor(bob,pat).
true
?- progenitor(liz,pat).
false.
?- progenitor(tom,ben).
false.
?-
```

```
progenitor(pam,bob).
progenitor(tom,bob).
progenitor(tom,liz).
progenitor(bob,ann).
progenitor(bob,pat).
progenitor(pat,jim).
```

Universidad Veracruzana

Variables

- Se pueden hacer preguntas más interesantes usando variables:

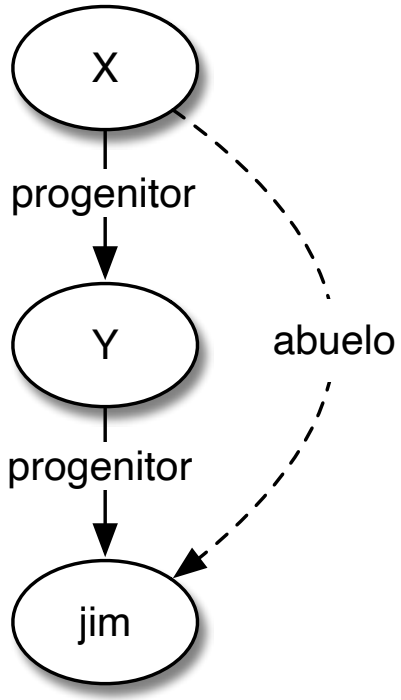
```
?- progenitor(X,liz).
X = tom.
?- progenitor(bob,X).
X = ann ;
X = pat.

?-
```

```
progenitor(pam,bob).
progenitor(tom,bob).
progenitor(tom,liz).
progenitor(bob,ann).
progenitor(bob,pat).
progenitor(pat,jim).
```

Universidad Veracruzana

¿Quién es el abuelo de Jim?

```
?- progenitor(Y,jim), progenitor(X,Y).
Y = pat
X = bob
?- progenitor(X,Y), progenitor(Y,jim).
X = bob
Y = pat
?- progenitor(tom,X), progenitor(X,Y).
X = bob
Y = ann ;
X = bob
Y = pat ;
false.
```



Universidad Veracruzana

Resumiendo

- Es sencillo definir en Prolog una relación especificando las n-tuplas de objetos que la satisfacen. n es conocido como aridad.
- Un programa Prolog consiste de cláusulas.
- Los argumentos de una relación pueden ser: objetos concretos o constantes como `tom` y `ann`; objetos generales o variables como `X` e `Y`.
- Las preguntas planteadas a Prolog consisten en una o más metas. Una secuencia de metas significa conjunción.
- La respuesta a una pregunta puede ser positiva o negativa, dependiendo de si la meta se puede satisfacer o no.
- Si varias respuestas satisfacen una pregunta, Prolog encontrará tantas como el usuario quiera.

Universidad Veracruzana

Reglas

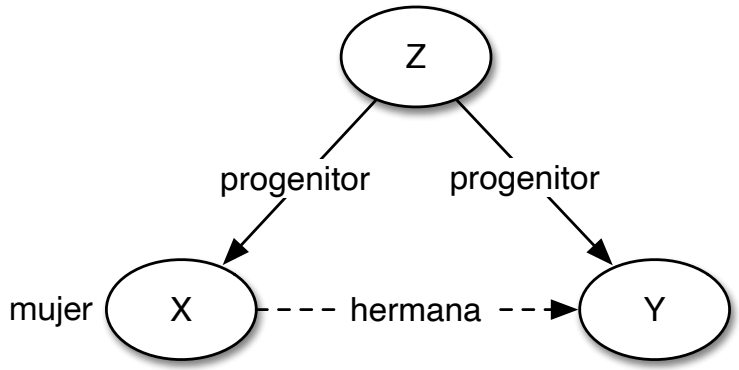
- Las reglas tienen dos partes:
  - Una parte condicional (el lado derecho de la regla o cuerpo de la regla).
  - Una conclusión (el lado izquierdo de la regla o cabeza de la regla).
- Ejemplo:

```
1  vastago(Y,X) :- progenitor(X,Y).
```

Universidad Veracruzana

Extendiendo nuestro conocimiento

```
1  mujer(pam).
2  mujer(liz).
3  mujer(pat).
4  mujer(ann).
5  hombre(tom).
6  hombre(bob).
7  hombre(jim).
8  hermana(X,Y) :-
9    progenitor(Z,X),
10   progenitor(Z,Y),
11   mujer(X).
12 abuela(X,Y) :-
13   progenitor(X,Z),
14   progenitor(Z,Y),
15   mujer(X).
16 madre(X,Y) :-
17   progenitor(X,Y),
18   mujer(X).
```



Universidad Veracruzana

Probando el nuevo conocimiento

- La relación *hermana*/2 presenta una anomalía:

```
?- hermana(ann,pat).
true.
?- hermana(X,pat).
X = ann ;
X = pat ;
false.
```

```
hermana(X,Y) :-
  progenitor(Z,X),
  progenitor(Z,Y),
  mujer(X),
  dif(X,Y).
```

Universidad Veracruzana

Resumiendo I

- Los programas Prolog pueden extenderse fácilmente agregando nuevas cláusulas.
- Las cláusulas en Prolog son de tres tipos: hechos, reglas y metas.
- Los hechos declaran cosas que son verdaderas siempre, incondicionalmente.
- Las reglas declaran cosas que son verdaderas dependiendo de ciertas condiciones.
- Por medio de las metas el usuario puede computar qué cosas son verdaderas.
- Las cláusulas de Prolog tienen cabeza y cuerpo. El cuerpo es una lista de metas separadas por comas. Las comas implican conjunción.

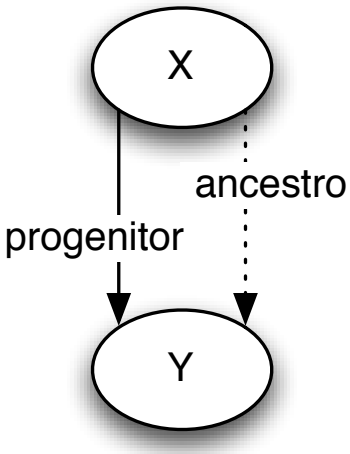
Universidad Veracruzana

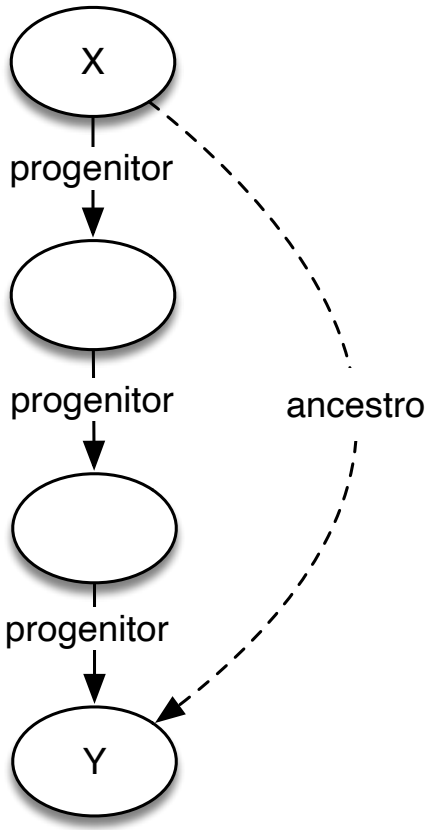
Resumiendo II

- Los hechos son cláusulas con el cuerpo vacío; las preguntas tienen la cabeza vacía; y las reglas tienen cabeza y cuerpo.
- En el curso de una computación, las variables pueden ser substituidas por otros objetos.
- Las variables se asumen cuantificadas universalmente. La cuantificación existencial sólo es posible en las variables que aparecen en el cuerpo de una cláusula.

Universidad Veracruzana

Extensional vs Intensional






```
1  ancestro(X,Z) :-
2    progenitor(X,Z).
3  ancestro(X,Z) :-
4    progenitor(X,Y),
5    progenitor(Y,Z).
6  ancestro(X,Z) :-
7    progenitor(X,Y0),
8    progenitor(Y0,Y1),
9    progenitor(Y1,Z).
10 ...
```

Universidad Veracruzana

Definición recursiva

- Ancestro definido en términos de ancestro:

```
?- ancestro(pam,X).
X = bob ;
X = ann ;
X = pat ;
X = jim ;
false.
?- ancestro(X,jim).
X = pat ;
X = bob ;
X = pam ;
X = tom ;
false.
```

```
ancestro(X,Z) :-
  progenitor(X,Z).

ancestro(X,Z) :-
  progenitor(X,Y),
  ancestro(Y,Z).
```

Universidad Veracruzana

Resumiendo

- Las reglas recursivas definen conceptos en términos de ellos mismos.
- Están definidas por al menos dos casos: uno terminal (no recursivo) y la llamada recursiva.
- Una relación recursiva define intensionalmente un concepto.
- intenSional $\neq$ intenCional.

Universidad Veracruzana

Demostración como cómputo

- Satisfacer una meta implica demostrar que la meta es verdadera, asumiendo que las relaciones en el programa lógico son verdaderas.
- Satisfacer una meta significa entonces demostrar que la meta es una consecuencia lógica de los hechos y reglas definidas en un programa.
- Si la pregunta contiene variables, Prolog necesita también computar cuales son los objetos particulares (que remplazaran a las variables) para los cuales la meta se satisface.

Universidad Veracruzana

Programas lógicos como matemáticas

- Prolog acepta hechos y reglas como un conjunto de axiomas.
- El usuario plantea preguntas teoremas.
- Prolog trata de probar este teorema, es decir, demostrar que el teorema se sigue lógicamente de los axiomas.

Universidad Veracruzana

Ejemplos

Axioma 1 Sócrates es un hombre.

Axioma 2 Todos los hombres son falibles.

Conclusión Sócrates es falible.

```
1  hombre(socrates).
2  falible(X) :-
3    hombre(X).
```

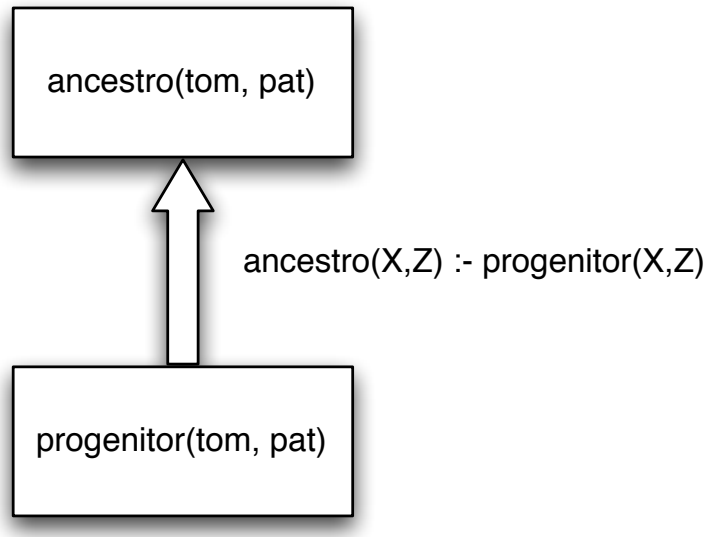
```
1  ?- falible(socrates)
2  true.
```

Universidad Veracruzana

?- ancestro(tom,pat).

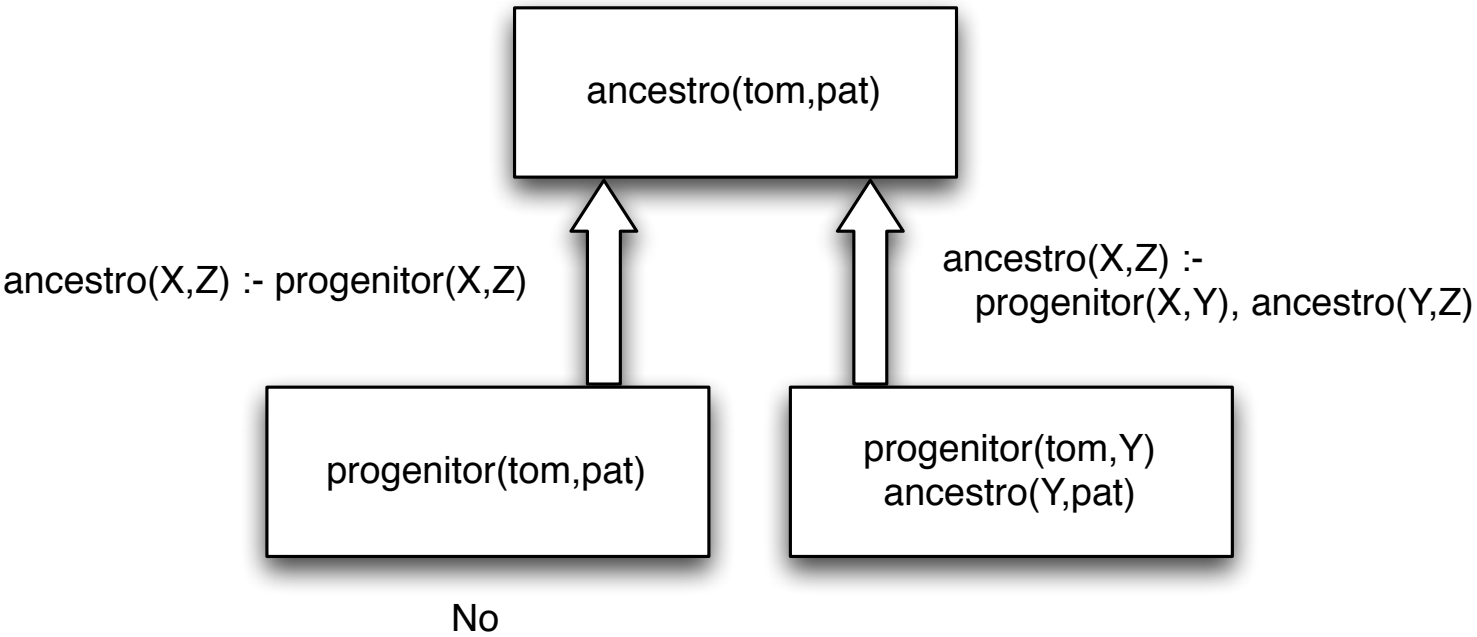
- El proceso en un paso:

```
1  ancestro(X,Z) :-
2    progenitor(X,Z).
3
4  ancestro(X,Z) :-
5    progenitor(X,Y),
6    ancestro(Y,Z).
```



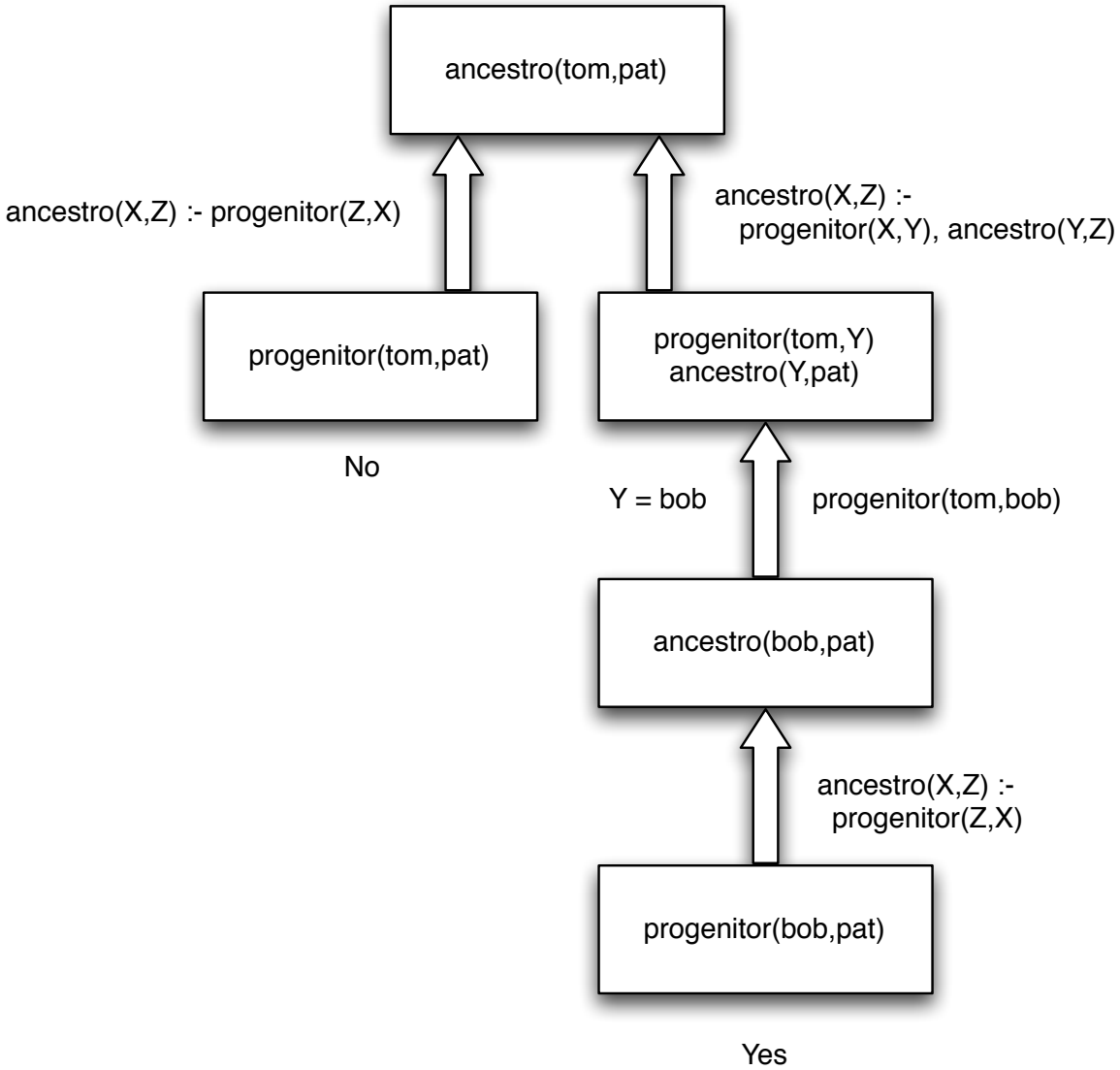
?- ancestro(tom,pat).

- El proceso en dos pasos:



Universidad Veracruzana

?- ancestro(tom,pat). Recursión



Universidad Veracruzana

Traza de un programa

```
?- trace.
true.
[trace]  ?- ancestro(tom,pat).
Call: (6) ancestro(tom, pat) ?
Call: (7) progenitor(tom, pat) ?
Fail: (7) progenitor(tom, pat) ?
Redo: (6) ancestro(tom, pat) ?
Call: (7) progenitor(_G404, pat) ?
Exit: (7) progenitor(bob, pat) ?
Call: (7) ancestro(tom, bob) ?
Call: (8) progenitor(tom, bob) ?
Exit: (8) progenitor(tom, bob) ?
Exit: (7) ancestro(tom, bob) ?
Exit: (6) ancestro(tom, pat) ?
true
[trace]  ?- notrace, nodebug.
true.
?-
```

Universidad Veracruzana

Relevancia de la Programación Funcional

- ¿Cuales son las ventajas de la Programación Funcional sobre otros paradigmas de programación?
- Se suele expresar resaltando cuales son las prácticas de otros paradigmas de programación que no están presentes en la programación funcional:
  - En programación funcional no hay instrucciones de asignación;
  - La evaluación de un programa funcional no tiene efectos colaterales; y
  - Las funciones pueden evaluarse en cualquier orden, por lo que en programación funcional no hay que preocuparse por el flujo de control.

Universidad Veracruzana

Relevancia en términos positivos

- Siguiendo la propuesta de Hughes [11]:
  - Las funciones de orden superior y la
  - evaluación postergada,
  - son herramientas conceptuales de la programación funcional que nos permiten descomponer problemas más allá del
  - diseño modular que inducen otros paradigmas de programación, como la estructurada.

Universidad Veracruzana

Propiedades del Paradigma Funcional

1. Funciones puras y composición funcional.
2. Interfaz manifiesta.
3. Transparencia referencial.
4. Funciones de orden superior.
5. Recursividad.

Universidad Veracruzana

Funciones

- Una función provee un mapeo entre objetos tomados de un conjunto de valores llamado dominio y objetos en otro conjunto llamado codominio o rango.
- Ejemplo: La función *signo* mapea el conjunto de los enteros a uno de los valores en $\{pos, neg, cero\}$, dependiendo si el entero es positivo, negativo o cero. El dominio de *signo* es entonces el conjunto de los enteros y su rango es el conjunto $\{pos, neg, cero\}$.

$$signo : \mathbb{Z} \mapsto \{pos, neg, cero\}$$

Universidad Veracruzana

Caracterización por extensión

- Mostrando explícitamente los elementos en el dominio y el rango y el mapeo que establece la función.

$$
\begin{aligned}
&\vdots \\
\mathit{signo}(-2) &= \mathit{neg} \\
\mathit{signo}(-1) &= \mathit{neg} \\
\mathit{signo}(0) &= \mathit{cero} \\
\mathit{signo}(1) &= \mathit{pos} \\
\mathit{signo}(2) &= \mathit{pos} \\
&\vdots
\end{aligned}
$$

Universidad Veracruzana

Caraterización intensional

- Podemos caracterizar una función a través de reglas que describan el mapeo que establece la función. A esta caracterización se le llama por intensión o intensional.

$$signo(x) = \begin{cases} neg & \text{si } x < 0 \\ cero & \text{si } x = 0 \\ pos & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

- En la definición de $signo/1$, la x se conoce como el parámetro formal de la función y representa cualquier elemento del dominio.
- 1 se conoce como la aridad de la función y denota el número de parámetros formales de ésta.

Universidad Veracruzana

Funciones totales y parciales

- Si una función aplica a todos los elementos del dominio, se dice que se trata de una función total.
- Si la regla omitiera a uno o más elementos del dominio, diríamos que es una función parcial.

$$signo2(x) = \begin{cases} neg & \text{si } x < 0 \\ pos & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

- La signatura es $signo2 : \mathbb{Z} \backslash 0 \mapsto \{neg, pos\}$

Universidad Veracruzana

Lenguajes fuertemente tipificados

- En los lenguajes funcionales fuertemente tipificados, como Ocaml [4], el dominio y rango de una función deben especificarse, ya sea explícitamente o bien mediante un sistema de inferencia de tipos.
- Ejemplo: Definimos *add*/2 en Ocaml, una función que suma sus dos argumentos:

```
1  # let add x y = x + y ;;
2  val add : int -> int -> int = <fun>
```

Universidad Veracruzana

Signo en Ocaml

- Si queremos definir *signo*/1 en Ocaml, antes debemos definir un tipo de datos que represente al rango de la función: $\{pos, cero, neg\}$:

```
# type signos = Neg | Cero | Pos ;;
type signos = Neg | Cero | Pos
# let signo x =
    if x<0 then Neg else
      if x=0 then Cero else Pos ;;
val signo : int -> signos = <fun>
# signo 5 ;;
- : signos = Pos
# signo 0 ;;
- : signos = Cero
# signo (-2) ;;
- : signos = Neg
```

Universidad Veracruzana

Lenguajes tipificados dinámicamente

- En los lenguajes tipificados dinámicamente, como Lisp [21], esto no es necesario.
- Emeplo: En Lisp, la definición de *add*/2 sería como sigue:

```
1  CL-USER> (defun add (x y) (+ x y))
2  ADD
3  CL-USER> (add 3 4)
4  7
5  CL-USER> (type-of #'add)
6  FUNCTION
7  CL-USER> (type-of (add 3 4))
8  (INTEGER 0 461168601842738790 3)
9  CL-USER> (type-of (add 3.0 4.0))
10 SINGLE-FLOAT
```

Universidad Veracruzana

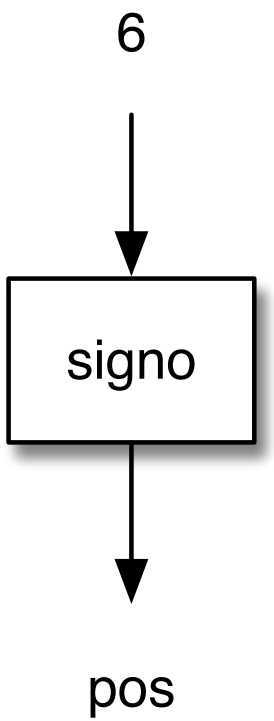
Signo en Lisp

- En Lisp, la definición de signo no requiere de una declaración de tipo:

```
CL-USER> (defun signo (x)
           (cond ((< x 0) 'neg)
                 ((zerop x) 'cero)
                 (t 'pos)))
SIGNO
CL-USER> (signo 3)
POS
CL-USER> (signo -2)
NEG
CL-USER> (signo 0)
CERO
```

Universidad Veracruzana

Funciones como cajas negras



- 6 aquí se conoce como parámetro actual de la función, es decir el valor que se le provee a la función.
- Al proceso de proveer un parámetro actual a una función se le conoce como aplicación de la función. En notación: $signo(6)$.
- Decimos que está aplicación evaluó a *pos*, lo que escribimos como: $signo(6) \rightarrow pos$.

Universidad Veracruzana

Composición funcional

- La idea de una función como una transformadora de entradas en salidas es uno de los fundamentos de la programación funcional.
- Las cajas negras proveen bloques de construcción para un programa funcional, y uniendo varias cajas es posible especificar operaciones más sofisticadas.
- El proceso de "ensamblar cajas" se conoce como composición de funciones.

Universidad Veracruzana

Ejemplo: *max*/1

- Para ilustrar este proceso de composición, definimos a continuación la función *max* que computa el máximo de un par de números m y n:

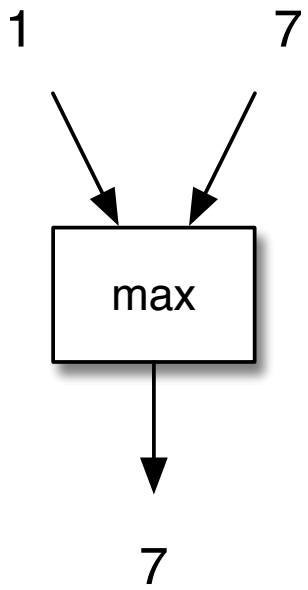
$$max(m, n) = \begin{cases} m & \text{si } m > n \\ n & \text{en cualquier otro caso} \end{cases}$$

- El dominio de *max* es el conjunto de pares de números enteros y el rango es el conjunto de los enteros. Esto se puede escribir en notación matemática como:

$$max : int \times int \rightarrow int$$

Universidad Veracruzana

max/1 como caja negra



- Podemos ver a *max* como una caja negra para computar el máximo de dos números.
- Lo cual escribimos:

$$max(1, 7) \rightarrow 7$$

Universidad Veracruzana

max/1 en Ocaml

- En Ocaml, nuestra función *max*/1 quedaría definida como:

```
1  # let max (m,n) = if m > n then m else n ;;
2  val max : 'a * 'a -> 'a = <fun>
3  # max(1,7) ;;
4  - : int = 7
```

- La línea 2 nos dice que *max*/1 es una función polimórfica, es decir, que acepta argumentos de varios tipos: Lo mismo puede computar el máximo de un par de enteros, que de un par de reales.

Universidad Veracruzana

max/1 estrictamente sobre enteros

- Si queremos estrictamente una función de pares de enteros a enteros podemos usar:

```
# let max ((m:int),(n:int)) = if m > n then m else n ;;
val max : int * int -> int = <fun>
```

- Como saben, la principal utilidad de los tipos es prevenir errores en tiempo de ejecución y hacer eficiente el código compilado.
- Observen que en Ocaml los tipos son inferidos.

Universidad Veracruzana

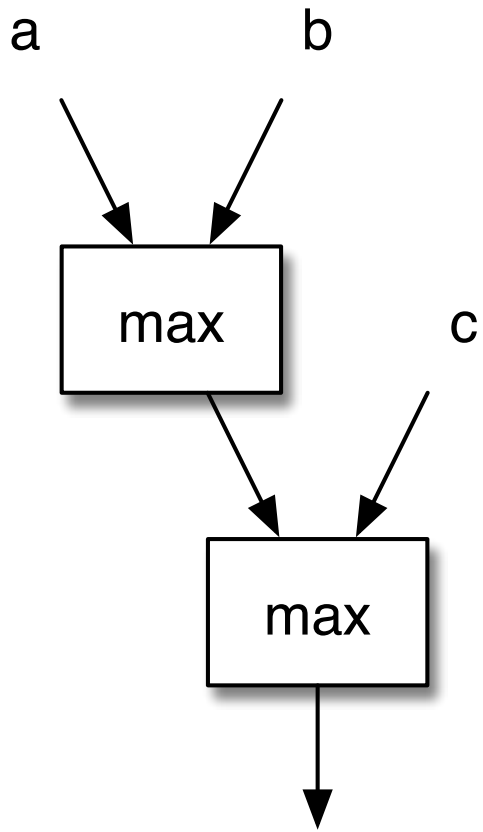
¿Y si ahora nos encargan *max*3/1 para tripletas?

- Podemos definir está función como *max*3:

$$max3(a,b,c) = \begin{cases} a & \text{si } a \geq b \text{ y } a > c \text{ ó } a \geq c \text{ y } a > b \\ b & \text{si } b \geq a \text{ y } b > c \text{ ó } b \geq c \text{ y } b > a \\ c & \text{si } c \geq a \text{ y } c > b \text{ ó } c \geq b \text{ y } c > a \\ a & \text{en cualquier otro caso} \end{cases}$$

Universidad Veracruzana

Pero es más divertido jugar con legos



Universidad Veracruzana

*max*3/1 en Ocaml

- En Ocaml, la función *max*3/1 se escribiría como:

```
# let max3 (a,b,c) = max(max(a,b), c) ;;
val max3 : int * int * int -> int = <fun>
```

- Ahora podemos olvidarnos de los detalles internos de *max*3 y usar esta función como una caja negra para construir nuevas funciones.

```
# let signomax4(a,b,c,d) = signo(max(max3(a,b,c),d)) ;;
val signomax4 : int * int * int * int -> signos = <fun>
```

Universidad Veracruzana

Transparencia referencial

- La propiedad fundamental de las funciones matemáticas que permite la analogía con los bloques de construcción se llama transparencia referencial: El valor de una expresión, depende exclusivamente del valor de las sub-expresiones que lo componen.
- Evitando así la presencia de efectos colaterales propios de lenguajes que presentan opacidad referencial.
- Una función con referencia transparente tiene como característica que dados los mismos parámetros para su aplicación, obtendremos siempre el mismo resultado.

Universidad Veracruzana

Contra ejemplo

- Consideren la siguiente pseudo función en Pascal:

```
1  function F (x:integer) : integer;
2    begin
3      a := a+1;
4      F := x*x;
5    end
```

- No podríamos eliminar la sub expresión común en la expresión:

$$(a + 2 * F(b)) * (c + 2 * F(b))$$

Universidad Veracruzana

Funciones de orden superior

- Son funciones que toman como argumentos otras funciones, o bien, regresan funciones como su resultado.
- Las funciones tipo *mapcar*/2 en Lisp reciben funciones como argumentos funciones y datos:

```
1 CL-USER> (defun inc1 (x) (+ x 1))
2 INC1
3 CL-USER> (mapcar #'inc1 '(1 2 3 4 5))
4 (2 3 4 5 6)
```

Universidad Veracruzana

Técnica de Curry

- En la técnica de Curry una función es aplicada a sus argumentos, uno a la vez.
- Cada aplicación regresa una función de orden superior que acepta el siguiente argumento.
- Ejemplo:

```
1  # let suma x y = x + y;;
2  val suma : int -> int -> int = <fun>
3  # let suma = function x -> function y -> x+y ;;
4  val suma : int -> int -> int = <fun>
5  # suma 3 4 ;;
6  - : int = 7
7  # suma 3 ;;
8  - : int -> int = <fun>
```

Universidad Veracruzana

Ejemplo: listas, sumatoria, producto y patrones

- Recuerden que una lista es un tipo de dato recursivo, la lista es una lista vacía (*nil*) o algo pegado (*cons*) a una lista.
- La *sumatoria* de los elementos de una lista:

$$\begin{aligned} sumatoria\ nil &= 0 \\ sumatoria\ (cons\ num\ lst) &= num + sumatoria\ lst \end{aligned}$$

- Y el *producto* de los elementos de una lista:

$$\begin{aligned} producto\ nil &= 1 \\ producto\ (cons\ num\ lst) &= num * producto\ lst \end{aligned}$$

Universidad Veracruzana

reduce/3 un patrón general

- un patrón recursivo recurrente general, conocido como *reduce*:

$$\begin{aligned} sumatoria &= reduce\ suma\ 0 \\ producto &= reduce\ mult\ 1 \end{aligned}$$

donde por conveniencia usamos las funciones prefijas *suma*/2 y *mult*/2:

$$suma\ x\ y = x + y$$

- La definición de *reduce*/3 es la siguiente:

$$\begin{aligned} reduce\ f\ x\ nil &= x \\ reduce\ f\ x\ (cons\ a\ l) &= (f\ a)(reduce\ f\ x\ l) \end{aligned}$$

Universidad Veracruzana

Sumatoria y Producto en OCaml

- Veamos la definición de *reduce*/3 y *sumatoria*/1:

```
# let rec reduce f x l = match l with
    [] -> x
  | h::t -> f h (reduce f x t) ;;
val reduce: ('a -> 'b -> 'b) -> 'b -> 'a list -> 'b = <fun>

# let sumatoria = reduce suma 0 ;;
val sumatoria : int list -> int = <fun>
# sumatoria [1;2;3;4] ;;
- : int = 10
```

Universidad Veracruzana

¿Y el producto?

- Y ahora lo interesante:

```
# let mult x y = x * y ;;
val mult : int -> int -> int = <fun>
# let producto = reduce mult 1;;
val producto : int list -> int = <fun>
# producto [1;2;3;4];;
- : int = 24
```

Universidad Veracruzana

Más patrones: *Cons*truyendo y pegando listas

- Definimos el operador *cons*:

```
# let cons x y = x :: y;;
val cons : 'a -> 'a list -> 'a list = <fun>
# cons 1 [] ;;
- : int list = [1]
# cons 1 (cons 2 []) ;;
- : int list = [1; 2]
```

- Ahora definimos *append*/2 usando reduce:

```
# let append lst1 lst2 = reduce cons lst2 lst1;;
val append : 'a list -> 'a list -> 'a list = <fun>
# append [1;2] [3;4] ;;
- : int list = [1; 2; 3; 4]
```

Universidad Veracruzana

Composición funcional y mapeos en Caml

- Las funciones de orden superior nos permiten definir fácilmente la composición funcional *o*; y el mapeo sobre listas *map*:

```
# let o f g h = f (g h);;
val o : ('a -> 'b) -> ('c -> 'a) -> 'c -> 'b = <fun>
# let map f = reduce (o cons f) [];;
val map : ('a -> 'b) -> 'a list -> 'b list = <fun>
```

- Ahora podemos incrementar en 1 una lista de números, como en Lisp:

```
# map (function x -> x+1) [1;2;3;4] ;;
- : int list = [2; 3; 4; 5]
```

Universidad Veracruzana

Sumatoria de matrices

- O bien, podemos extender nuestro concepto de sumatoria para que trabaje sobre matrices representadas como listas de listas:

```
# let sumatoria_matriz = o sumatoria (map sumatoria);;
val sumatoria_matriz : int list list -> int = <fun>
# sumatoria_matriz [[1;2];[3;4]];;
- : int = 10
```

Universidad Veracruzana

Recursividad y Programación Funcional

- Las funciones recursivas, como hemos visto, se definen en términos de ellas mismas, permitiendo de esta forma que una operación se repita una y otra vez.
- La recursión a la cola permite optimizar la implementación de estas funciones.
- La razón por la cual las funciones recursivas son naturales en los lenguajes funcionales, es porque normalmente en ellos operamos con datos recursivos.

Universidad Veracruzana

Listas y Arboles

- Aunque las listas están definidas en estos lenguajes, observen las siguientes definiciones de tipo "lista" y "arbolbin" en Ocaml:

```
# type 'a lista =
    Nil
  | Cons of 'a * 'a lista ;;
type 'a lista = Nil | Cons of 'a * 'a lista

# type 'a arbolbin =
    Hoja

    | N 'a * 'a arbolbin * 'a arbolbin ;;
    type 'a
    arbolbin = Hoja | Nodo of 'a * 'a arbolbin * 'a arbolbin
```

Universidad Veracruzana

Membresía I

- Definiremos *miembro*/2 para listas:

```
# let rec miembro elt lst = match lst with
    | Nil -> false
    | Cons(e,l) -> if e=elt then true else miembro elt l;;
val miembro : 'a -> 'a lista -> bool = <fun>

# miembro 2 (Cons(1,Nil)) ;;
- : bool = false
# miembro 1 (Cons(1,Nil)) ;;
- : bool = true
```

Universidad Veracruzana

Membresía II

- Y para árboles binarios:

```
# let rec miembro elt arbol = match arbol with
    Hoja -> false
  | Nodo(e,izq,der) -> if e=elt then true
                       else miembro elt izq ||
                            miembro elt der ;;
val miembro : 'a -> 'a arbolbin -> bool = <fun>

# miembro 2 (Nodo(1,Nodo(2,Hoja,Hoja),Nodo(3,Hoja,Hoja)));;
- : bool = true
```

Universidad Veracruzana

Listas y Arboles en Lisp

- También tienen estructura recursiva, aunque no es necesario definir un tipo de datos para ello.

```
1  (defun enlistap (elm lst)
2    (cond ((null lst) nil)
3          ((eq elm (car lst)) t)
4          (t (miembrop elm (cdr lst)))))
5
6  (defun enarbolp (elm arb)
7    (cond ((null arb) nil)
8          ((eq elm (car arb)) t)
9          (t (or (enarbolp elm (cadr arb))
10                (enarbolp elm (caddr arb))))))
```

Universidad Veracruzana

Ejemplos de corridas

```
CL-USER> (enlistap 1 '())
NIL
CL-USER> (enlistap 1 '(1 2 3 4 5))
T
CL-USER> (enlistap 1 '(0 2 1 3 4))
T
CL-USER> (enlistap 1 '(5 4 3 2 1))
T
CL-USER> (enarbolp 1 '(1 nil nil))
T
CL-USER> (enarbolp 2 '(1 (2 nil nil) (3 nil nil)))
T
CL-USER> (enarbolp 3 '(1 (2 nil nil) (3 nil nil)))
T
CL-USER> (enarbolp 4 '(1 (2 nil nil) (3 nil nil)))
NIL
```

Universidad Veracruzana

Consideraciones finales

- Hemos presentado las bondades de la programación funcional para responder a la pregunta de porqué es relevante estudiar este paradigma de programación.
- Una postura similar para responder a esta pregunta puede encontrarse en el artículo de Hugues [11] *Why Fuctional Programming matters.*

Universidad Veracruzana

Referencias I

[1] J Armstrong. "A history of Erlang". En: *Proceedings of the third ACM SIGPLAN conference on History of programming languages*. New York, NY, USA: ACM, 2007, págs. 6-1.

[2] J Backus. "Can programming be liberated from the von Neumann style? a functional style and its algebra of programs a functional style and its algebra of programs". En: *ACM Turing award lectures* (1977), págs. 613-641. URL: http://portal.acm.org/ft_gateway.cfm?id=1283933&type=pdf&coll=GUIDE&dl=GUIDE&CFID=72367179&CFTOKEN=75548516.

[3] I Bratko. *Prolog programming for Artificial Intelligence*. 3rd. Addison-Wesley, 2001.

[4] E Chailloux, P Manoury y B Pagano. *Developing Applications With Objective Caml*. Paris, France: O'Reilly, 2000.

[5] A Church. "A Note on the Entscheidungsproblem". En: *Journal of Symbolic Logic* 1 (1936), págs. 40-41.

[6] A Church. "An unsolvable problem of elementary number theory". En: *American journal of mathematics* 58.2 (1936), págs. 345-363.

[7] A Colmerauer y P Roussel. "The birth of Prolog". En: *History of Programming Languages*. Ed. por TH Bergin y RG Gibson. ACM Press / Addison-Wesley, 1996. Cap. The birth of Prolog, págs. 331-367.

Universidad Veracruzana

Referencias II

[8] A Colmerauer et al. *Un système de communication homme-machine en français*. Rapport préliminaire de fin de contrat IRIA. Marseille, France: Groupe Intelligence Artificielle, Faculté des Sciences de Luminy, Université d'Aix-Marseille II, 1972.

[9] HL Dreyfus y SE Dreyfus. "Making a mind versus modelling the brain: artificial intelligence back at a branchpoint". En: *Daedalus* 117.1 (1988), págs. 185-197.

[10] RW Floyd. "The paradigms of programming". En: *Communications of the ACM* 22.8 (1979), págs. 455-460.

[11] J Hughes. "Why Functional Programming Matters". En: *Computer Journal* 32.2 (1989), págs. 98-107.

[12] RA Kowalski y D Kuehner. "Linear Resolution with Selection Function". En: *Artificial Intelligence* 2.3/4 (1971), págs. 227-260.

[13] TS Kuhn. *The structure of scientific revolutions*. USA: University of Chicago Press, 1962.

[14] J McCarthy. "Recursive functions of symbolic expressions and their computation by machine, Part I". En: *Commun. ACM* 3.4 (1960), págs. 184-195. ISSN: 0001-0782.

[15] WS McCulloch y W Pitts. "A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity". En: *The bulletin of mathematical biophysics* 5.4 (1943), págs. 115-133.

Universidad Veracruzana

Referencias III

[16] A Newell y HA Simon. "Computer Science As Empirical Inquiry: Symbols and Search". En: *Commun. ACM* 19.3 (1976), págs. 113-126. ISSN: 0001-0782. URL: http://doi.acm.org/10.1145/360018.360022.

[17] JA Robinson. "A Machine-Oriented Logic based on the Resolution Principle". En: *Journal of the ACM* 12.1 (1965), págs. 23-41.

[18] DE Rumelhart, GE Hinton, JL McClelland et al. "Parallel distributed processing: Explorations in the microstructure of cognition". En: vol. 1. Cambridge, MA, USA: The MIT Press, 1986. Cap. A general framework for parallel distributed processing, págs. 45-76.

[19] SJ Russell y P Norvig. *Artificial Intelligence: A Modern Approach*. Third. Prentice Hall Series in Artificial Intelligence. USA: Prentice Hall, 2009.

[20] JR Searle. "Minds, brains, and programs". En: *Behavioral and brain sciences* 3.3 (1980), págs. 417-424.

[21] P Seibel. *Practical Common Lisp*. USA: Apress, 2005.

[22] HT Siegelman y ED Sontag. "Turing Computability with Neural Nets". En: *Applied Mathematical Letters* 4.6 (1991), págs. 77-80.

[23] HA Simon. *The Sciences of the Artificial*. Cambridge, MA, USA: The MIT Press, 1969.

Referencias IV

[24] AM Turing. "On the Computable Numbers, with Applications to the Entscheidungsproblem". En: *Proceedints of the London Mathematical Society*. Vol. 42. series 2. 1936, págs. 230-265.

[25] AM Turing. "Computing machinery and intelligence". En: *Mind* 59.236 (1950), págs. 433-460.

[26] DHD Warren. *An abstract Prolog instruction set*. Inf. téc. 309. SRI, 1983.

Universidad Veracruzana