

1. Suponer que

- a)  $f$  es continua para  $x \geq 0$ ,
- b)  $f'(x)$  existe para  $x > 0$ ,
- c)  $f(0) = 0$ ,
- d)  $f'$  es monótona creciente.

Defina la función  $g$  con dominio en  $(0, \infty)$  como

$$g(x) = \frac{f(x)}{x}.$$

Probar que  $g$  es monótona creciente.

2. Calcular la derivada de  $f$ , cuando  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  es una función continua, y

$$f(x, y, z) = \int_{xy}^{\sin(x \sin(y \sin z))} g(s) ds.$$

3. Hallar los valores máximos y mínimos absolutos de  $f(x, y) = x^2 + y^2 - 2y + 1$  en la región  $R = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 4\}$ .

4. Evaluar la integral

$$\iiint_W x^2 \cos z dx dy dz,$$

donde  $W$  es la región acotada por  $z = 0$ ,  $z = \pi$ ,  $y = 0$ ,  $y = 1$ ,  $x = 0$  y  $x + y = 1$ .

5. Calcular la forma canónica de Jordan  $J$  de la siguiente matriz

$$\begin{bmatrix} -6 & 1 & 4 \\ -5 & -2 & 5 \\ -9 & 1 & 7 \end{bmatrix}$$

y construye una matriz invertible  $P$  tal que  $AP = PJ$ .

6. Sean  $V$  y  $W$  los subespacios vectoriales de  $\mathbb{R}^4$  dados por  $V = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : x + 2y - z = 0, 2x + 5y = -z\}$  y  $W = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : x + z = -4y, x + 3y = z\}$ .

- a) Halle el subespacio  $V \cap W$  y su dimensión.
- b) Halle el subespacio  $V + W$  y su dimensión.