

- 1) Sea V el espacio de polinomios de grado menor o igual a 7 en la variable x con coeficientes reales. Encontrar la forma canónica de Jordan de la transformación lineal d^2/dx^2 . ¿Es esta transformación invertible?
- 2) Sea T un operador lineal en un espacio vectorial dimensionalmente finito. Supóngase que $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k$ son los eigenvalores distintos de T y que el mayor bloque de Jordan correspondiente a λ_j en una forma canónica de Jordan de T es de tamaño $p_j \times p_j$. Demostrar que el polinomio mínimo de T es

$$(t - \lambda_1)^{p_1}(t - \lambda_2)^{p_2} \dots (t - \lambda_k)^{p_k}.$$

- 3) Encontrar la solución de la siguiente ecuación diferencial:

$$y'' - 3y' + 2y = \frac{e^{3x}}{1 + e^x}.$$

- 4) Si $C_0 + \frac{C_1}{2} + \dots + \frac{C_{n-1}}{n} + \frac{C_n}{n+1} = 0$, donde C_0, \dots, C_n son constantes reales. Probar que la ecuación

$$C_0 + C_1x + C_2x^2 + \dots + C_{n-1}x^{n-1} + C_nx^n = 0$$

tiene al menos una raíz real entre 0 y 1.

- 5) Sea la integral $I = \int x^m(a + bx^n)^p dx$ Demostrar que si $\frac{m+1}{n} \in \mathbb{Z}$ entonces la sustitución $a + bx^n = t^s$ en donde s es el denominador de la fracción p , transforma I en un integral racional de t .