Examen de Admisión a la Maestría en Matemáticas
Universidad Veracruzana
Segunda Parte 10 de junio de 2019

Nombre del Alumno: ____

Instrucciones: De los problemas 1 a 3 resuelva solamente dos problemas. De los problemas 4 a 6 resuelva solamente dos problemas. No escriba la solución de dos o más problemas en una misma hoja.

1. Sea $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ continua y $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definida mediante $f(x, y, z) = \int_{\sin x}^{zy} g(t)dt$. Expresar la función f como composición de funciones diferenciables y usar la regla de la cadena para hallar $f'(a, b, c)$.

2. Dada la función $f(x, y) = x^4 + y^4 - 2x^2 + axy - 2y^2$, analizar el carácter del punto crítico $(0, 0)$ según los valores de $a \in \mathbb{R}$.

3. Dada la función $f(x; y; z) = (x + y + z; x - y - 2xz)$, demostrar que se puede resolver para $(x, y) = \varphi(z)$ cerca de $z = 0$. Hallar explícitamente $\varphi(z)$.

4. Sea $\{a_n\}_{n=0}^{\infty}$ una sucesión de números reales tales que $a_n > 0$ para cada $n = 0, 1, 2...$ Supongamos que la serie de potencias $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$ tiene radio de convergencia $R > 1$. Sea $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| < R, |y| < R\}$ y definimos $f : D \to \mathbb{R}^2$ por:

$$f(x; y) = \left(y \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n, x \sum_{n=0}^{\infty} a_n y^n \right).$$

Demostrar que f es de clase C_1 en todos los puntos de D.

5. Se sabe que el 7 % de los paquetes que envían en una ciudad a algún destinatario se pierden y nadie se hace responsable. Una persona tiene dos libros que desea enviar cuyo costo es de \$20.00 cada uno. El costo del envío por un paquete con los dos libros de \$5.20 pero si los envía por

separado cada paquete tiene un costo de \$3.30. El señor desea minimizar el valor esperado de su desembolso que es el gasto del correo más la posible perdida. ¿Qué es mejor, enviar los libros en un solo paquete o separados?

6. Sean, en un espacio metrico (X, d), un conjunto compacto A y un punto $x \in X \setminus A$. Demuestre que existen dos abiertos S y T con $x \in S$ y $A \subseteq T$ tales que $S \cap T = \phi$.