Universidad Veracruzana
Maestría en Física

Examen diagnostico- Métodos Matemáticos

10 de Octubre de 2016

Elaborado por: Dra. Abigail Álvarez Olarte

Nombre:

1. (10/3) Resuelva las siguientes ecuaciones no homogéneas
   a) $\boldsymbol{x^2 y'' - 3xy' + 3y = 2x^4 e^x}$ (Ecuación de Cauchy-Euler).
   b) $\boldsymbol{y'' - xy = 1}$, aplique el método de series de potencias.

2. (10/3)
   a) Demuestre que $\int_0^\infty e^{-\alpha\lambda^2} \cos\beta\lambda \, d\lambda = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}\, e^{-\beta^2/4\alpha}$.
   b) Mediante las propiedades
      $\lim_{z\to z_0} f(z) = \infty$ Si y sólo si $\lim_{z\to z_0} \frac{1}{f(z)} = 0$,
      $\lim_{z\to\infty} f(z) = w_0$ Si y sólo si $\lim_{z\to 0} f(1/z) = w_0$,
      $\lim_{z\to\infty} f(z) = \infty$ Si y sólo si $\lim_{z\to 0} \frac{1}{f(1/z)} = 0$.
      Demostrar que cuando
      $$T(z) = \frac{az+b}{cz+d} \qquad (ad - bc \neq 0)$$
      I. $\lim_{z\to\infty} T(z) = \infty$ si c=0
      II. $\lim_{z\to\infty} T(z) = \frac{a}{c}$ y $\lim_{z\to d/c} T(z) = \infty$ si c≠0

3. (10/3) Con $\boldsymbol{L} = i\boldsymbol{r} \times \boldsymbol{\nabla}$, verifique
   a) $\boldsymbol{\nabla} = \hat{\boldsymbol{r}} \frac{\partial}{\partial r} - i\, \frac{\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{L}}{r^2}$,
   b) $\boldsymbol{r}\nabla^2 - \boldsymbol{\nabla}\left(1 + r\frac{\partial}{\partial r}\right) = i\boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{L}.$