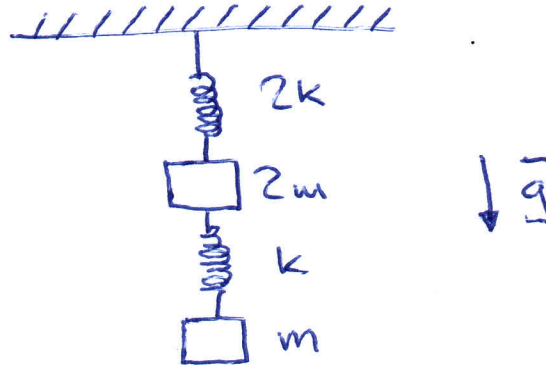


1. Utilizando la formulación lagrangiana de la mecánica, encuentra los modos normales de oscilación y las ecuaciones de movimiento de un sistema de dos masas acopladas mediante dos resortes de masas despreciables que oscilan verticalmente, según indica el diagrama. ¿Cómo se modifican las ecuaciones y su solución si se considera el campo gravitacional? Explica.

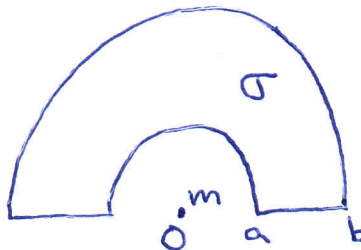


2. Una partícula de masa  $m$  se mueve a lo largo del eje  $x$  bajo la acción de un campo de fuerzas conservativo cuyo potencial es  $V(x)$ . Si la partícula está localizada en  $x_1$  y  $x_2$  en los tiempos  $t_1$  y  $t_2$ , respectivamente, demostrar que si  $E$  es la energía total, entonces la siguiente expresión es válida

$$t_2 - t_1 = \sqrt{\frac{m}{2}} \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{\sqrt{E - V(x)}} .$$

Encontrar la trayectoria de la partícula si ésta parte del reposo en  $x = a$  y el potencial es  $V = \frac{1}{2}kx^2$ . Grafica este potencial, la solución e interpreta tus resultados.

3. Una placa con densidad superficial de masa uniforme está formada por dos semicírculos concéntricos de radios interno  $a$  y externo  $b$ . Encuentra la fuerza de atracción gravitacional que ejerce la placa sobre una masa  $m$  localizada en el centro  $O$ .



Algunas integrales que pueden ser de utilidad

$$\int \frac{du}{\sqrt{a^2 + u^2}} = \ln(u + \sqrt{a^2 + u^2}), \quad \int \frac{du}{\sqrt{a^2 - u^2}} = \arcsin\left(\frac{u}{a}\right), \quad \int \frac{du}{a^2 - u^2} = \frac{1}{a} \arctan\left(\frac{u}{a}\right),$$