Examen de Ingreso

October 2, 2018

1 Problemas

Sea claro en sus desarrollos. Evite el uso de cualquier aparato electrónico durante la realización del examen. De ser detectadas acciones fraudulentas, se le retirará el examen.

1. Sea H el hamiltoniano. Muestre que para una función arbitraria que depende de las variables q_i, p_i y t tenemos:
$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + [f, H] \,.$$
2. Tenemos la siguiente relación:
$$L' = L + \frac{d\Lambda}{dt} \tag{1}$$
donde $\Lambda = \Lambda(q, t)$. Como ya sabemos ambos lagrangianos nos llevan a las mismas ecuaciones de movimiento. (a) Escriba la relación que existirá entre los momentos p' y p. (b) Escriba la relación entre los hamiltonianos H' y H. (c) Muestre explícitamente que las ecuaciones de Hamilton en las variables primadas son equivalentes a aquellas resultantes en las variables sin primar.
3. Derive las ecuaciones de Hamilton usando el principio variacional de Hamilton.
4. Las ecuaciones de movimiento de una partícula cargada con masa m y carga e que se mueve a lo largo de un campo magnético uniforme B el cual apunta en la dirección z, se pueden obtener a partir del siguiente lagrangiano
$$L = \frac{1}{2}m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) + \frac{eB}{2c}(x\dot{y} - y\dot{x}). \tag{2}$$
   - Encuentre los momentos (p_x, p_y, p_z) conjugados a las coordenadas (x, y, z).
   - Encuentre el hamiltoniano expresando primero su respuesta en términos de $(x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$ y posteriormente en términos de (x, y, z, p_x, p_y, p_z).
   - Evalúe los siguientes paréntesis de Poisson: $\{m\dot{x}, m\dot{y}\}$ y $\{m\dot{x}_i, H\}$, donde $i = x, y, z$, explique los resultados obtenidos de estos paréntesis.