

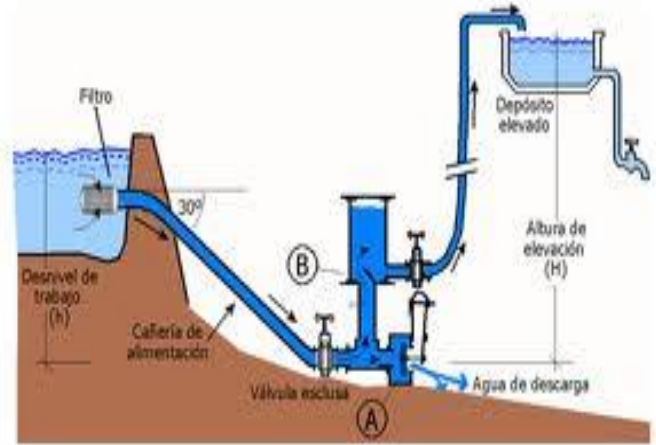
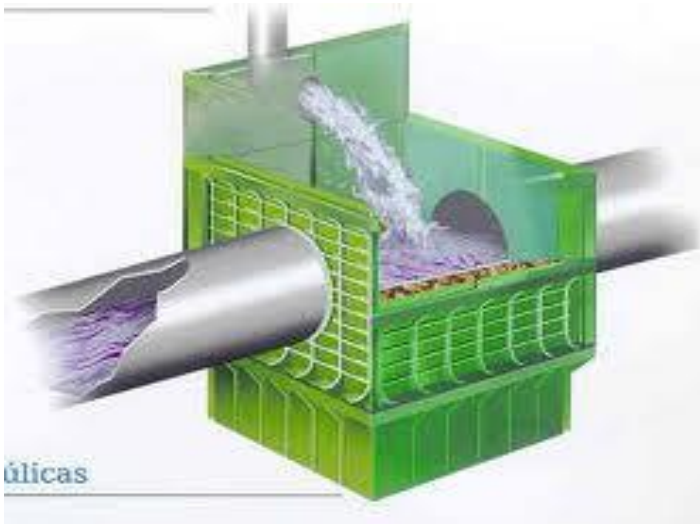
# Universidad Veracruzana

## Facultad de Ingeniería Civil

### Manual de Apuntes de la Experiencia Educativa de Hidráulica Básica

#### Autores

Ing. David Lozano Laez  
M.E. José Manuel Jiménez Terán  
Ing. Víctor Hugo García Pacheco  
Ing. Arturo Ortiz Cedano I  
Dr. Eduardo Castillo González



Este trabajo se encuentra bajo una licencia de atribución, no comercial y de licenciamiento recíproco 2.5 de Creative Commons México, por lo que puede ser reproducida, retransmitida y modificada siempre y cuando se respeta la licencia Creative Commons

## HIDRÁULICA BÁSICA

### Temario:

- 1.-Introducción a la Hidráulica
- 2.-Presión Hidrostática
- 3.-Rotación
- 4.-Traslación y rotación de masas
- 5.-Flujos de fluidos
- 6.-Ecuación de la energía

### BIBLIOGRAFIA BÁSICA

- Hidráulica General. Sotelo Gilberto
- Dinámica de fluidos. Mc Graw Hill

### JUSTIFICACIÓN

Esta experiencia educativa es importante debido a que introduce conceptos básicos sobre el comportamiento del agua y los fluidos en reposo y los efectos que producen al estar contenidos, permitiendo con ello diseñar estructuras que sean estables, resistencia y capaces de contener la presión ejercida por el agua.

### **HIDRAÚLICA :**

La hidráulica es la parte de la física que estudia la mecánica de los fluidos, analiza las leyes que rigen el movimiento de los líquidos y las técnicas para el mejor aprovechamiento de las aguas.

Para el estudio de la hidráulica lo dividiremos en tres ramas principales:

**Hidrostática:** Tiene por objetivo estudiar los líquidos en reposo

**Cinemática:** Estudia el movimiento de las partículas del agua, sin considerar las masas ni las fuerzas que actúan para producir el movimiento.

**Hidrodinámica:** Es la parte de la hidráulica que estudia el comportamiento de los líquidos en movimiento.

| Magnitud | Sistema Decimal | CGS | MKS | Sistema ingles |
|----------|-----------------|-----|-----|----------------|
|----------|-----------------|-----|-----|----------------|

|                 |         |                 |                 |                  |
|-----------------|---------|-----------------|-----------------|------------------|
| <b>Longitud</b> | m       | cm              | m               | Pie              |
| <b>Masa</b>     | Kg      | gr              | Kg              | Libra            |
| <b>Volumen</b>  | litro   | cm <sup>3</sup> | cm <sup>3</sup> | Pie <sup>3</sup> |
| <b>tiempo</b>   | segundo | segundo         | segundo         | segundo          |

## SISTEMA DE UNIDADES

1m = 3.28 ft

1ft = 12"

1 lb = 454 gr

1 cm<sup>3</sup> = 1ml

1 galón = 3.785 lts

## PROPIEDADES FISICAS DE LOS FLUIDOS

El término fluido significa, se aplica a los líquidos y a gases porque ambos tienen propiedades similares. No obstante conviene recordar que un gas es muy ligero y por tanto puede comprimirse con facilidad, mientras que un líquido es prácticamente incompresible.

Los fluidos están constituidos por una gran cantidad de partículas, estas se deslizan unas sobre otras en los líquidos, y en los gases se mueven sueltas. Recordemos que un gas es expandible, por consiguiente su volumen no es constante y el líquido por su parte no tiene forma definida pero sí volumen definido.

**Densidad:** Representa la masa del fluido contenida en la unidad del volumen. La densidad de los líquidos depende de la temperatura y es prácticamente independiente de la presión.

**Densidad relativa:** Se obtiene refiriendo la densidad del líquido con respecto a la del agua.

**Peso específico:** El peso específico es un líquido, representa el peso del fluido por unidad de volumen.

Es posible obtener una relación entre la densidad y el peso específico de un líquido:

$$P = \frac{m}{v} \quad \text{por lo tanto} \quad Pe = p .g$$

**Volumen específico:** El volumen específico es el volumen ocupado por la unidad de masa.

$$v_e = \frac{1}{\rho}$$

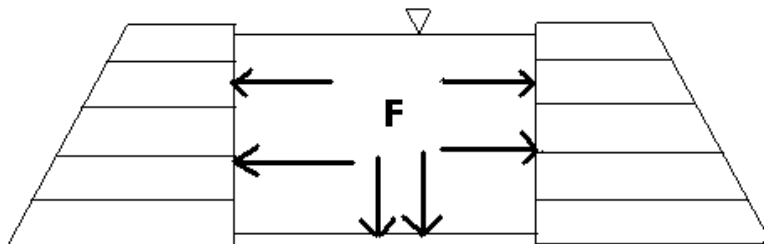
**Viscosidad:** Es una medida de resistencia a fluir, como resultado de la interacción y cohesión de sus moléculas. La viscosidad se puede definir como una medida de resistencia que opone un líquido al fluir.

### Hidrostática

La estática de los fluidos estudia las condiciones de equilibrio en reposo y cuando se trata solo de líquidos se denomina hidrostática. Se fundamenta en leyes y en principios como el de Arquímedes, Pascal o la paradoja histórica de Steven, mismos que contribuyen a cuantificar las presiones ejercidas por los fluidos y al estudio de sus características generales.

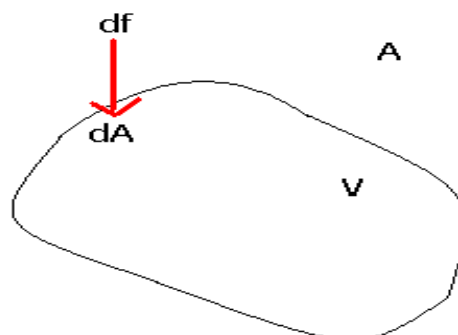
En la hidrostática es importante el estudio de las personas que ejercen los fluidos sobre los recipientes que los contienen.

El estudio de la hidrostática adquiere importancia para el diseño y construcción de barcos, presas de almacenamiento, tanques de almacenamiento y donde se requiera almacenar agua.



Cuando se considera la presión, implícitamente, se relaciona una fuerza a la unidad del área sobre la cual actúa.

Considerándose en el interior de cierta masa líquida, una presión de volumen "v" sobre la superficie "A"



Si  $dA$  representa un elemento de área de esta superficie y  $df$  la fuerza en ella actúa, la presión será:

$$P = \frac{df}{dA}$$

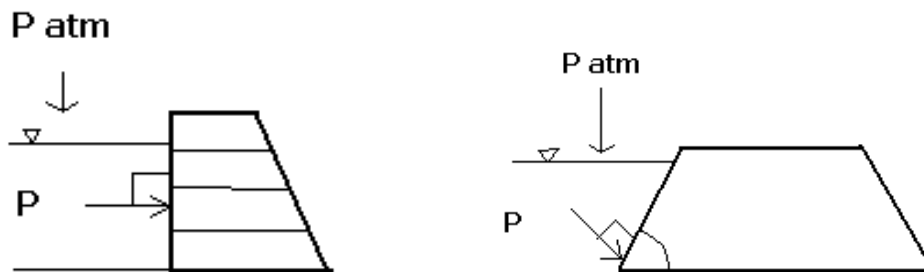
Tomando en cuenta toda el área, el efecto de presión producirá una fuerza resultante que es llamada empuje, que es dada por el valor de la siguiente integral:

$$E = \int_A P dA$$

Si la presión fuese la misma en toda el área el empuje será:

$$E = P \cdot A$$

**Nota:** La presión que ejercen los líquidos es perpendicular a las paredes del recipiente que los contiene, dicha presión actúa en todas las direcciones y solo es nula en la superficie libre del líquido.



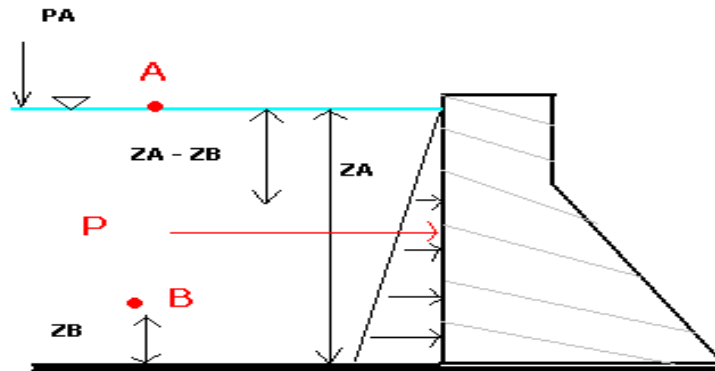
### Ley de Pascal

“ En cualquier punto en el interior de un líquido en reposo la presión es la misma en todas las direcciones”

$$\frac{P}{\rho = P_e} + Z = \text{constante}$$

A la ecuación anterior se le conoce como ecuación de la ley de Pascal. Esta depende exclusivamente de la coordenada Z, es decir, de la altura de cada punto respecto a un nivel de referencia cualquiera.

Considerando dos puntos A y B, donde A coincide con la superficie libre del agua y B localizado a una elevación Z, resulta entonces



$$\frac{P_{atm}}{\rho_e} + Z_A = \frac{P_B}{\rho_e} + Z_B$$

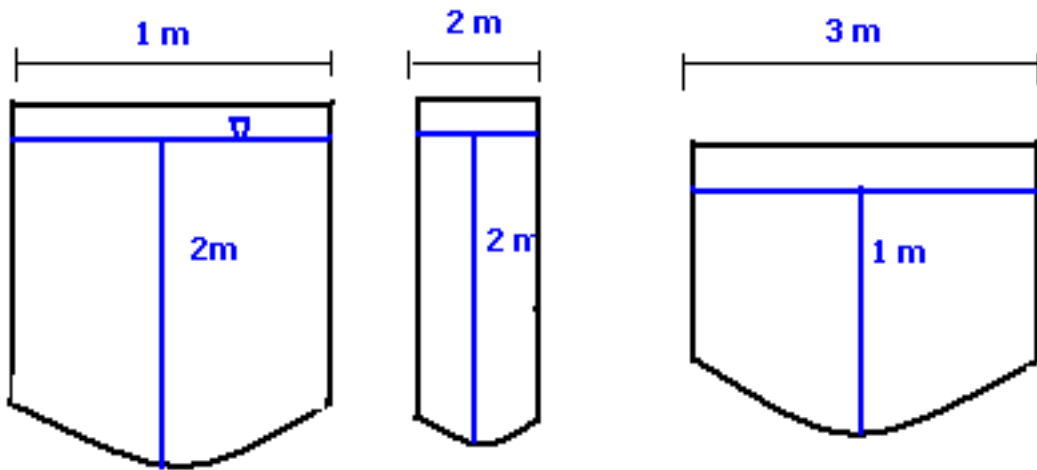
La presión absoluta del punto B es :  $P_B = P_A + \rho_e(Z_A - Z_B)$

Donde  $P_A$  es la presión atmosférica sobre la superficie libre del líquido y  $(Z_A - Z_B)$  las profundidades del punto considerado.  $P_B$  es la presión absoluta del punto considerado y se mide a partir del cero absoluto de presiones. La presión atmosférica local depende de la elevación sobre el nivel del mar.

Para medir la presión hidrostática se considera la presión atmosférica local con un valor de referencia igual a cero. A la presión así medida se le conoce como manométrica y la ecuación para calcularla se deduce de la ecuación anterior.

La presión hidrostática en cualquier punto puede multiplicarse el peso específico del líquido por la altura que hay desde la superficie hasta el punto considerado

- Calcular la presión hidrostática en el punto A de los recipientes 1,2, 3



$$P_{H1} = (1000 \text{ kg/m}^3) (9.81 \text{ m/s}^2) (2 \text{ m}) = 19620 \text{ kg/m}^2$$

$$P_{H2} = (1000 \text{ kg/m}^3) (9.81 \text{ m/s}^2) (2 \text{ m}) = 19620 \text{ kg/m}^2$$

$$P_{H3} = (1000 \text{ kg/m}^3) (9.81 \text{ m/s}^2) (1 \text{ m}) = 9810 \text{ kg/m}^2$$

### “La paradoja hidrostática”

Mide la cantidad de líquido contenido, sino únicamente del peso específico y la altura que hay del punto considerado a la superficie libre del agua.

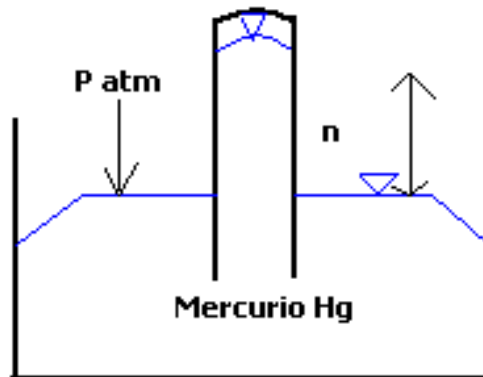
### MEDICIÓN DE LA PRESIÓN.

**Manómetros simples:** El manómetro es un dispositivo que se utiliza para medir las presiones producidas por un líquido en reposo.



**El barómetro:** Es un dispositivo para medir la presión atmosférica local. Consiste en un tubo de vidrio lleno de mercurio, con un extremo cerrado y el otro abierto, sumergido en un recipiente que contiene dicho elemento.

La fuerza atmosférica ejercida sobre la superficie del mercurio hace que el líquido se eleve dentro del tubo hasta que alcance una altura que equilibre la presión atmosférica.



$$P_e \text{ Hg} = 13600 \text{ kg/m}^3$$

$$\text{m}^3$$

$$\text{Nivel del Mar } P_{atm} = 101.293 \text{ N/m}^2$$

$$h = \frac{P_{atm}}{p.g} = 0.76 \text{ m}$$

**Tubo piezométrico:** Consiste en un tubo transparente de diámetro pequeño, conectado al interior de una tubería mediante un niple y con el extremo abierto a la atmosfera. La altura de la columna piezométrica multiplicada por el peso específico

### EMPUJE HIDROSTÁTICO

El empuje hidrostático es igual al volumen de la cuna de distribución de presiones, ya para superficies planas está dado en:

$$E = P_e A Z_G$$

E= Empuje hidrostático

$P_e$ = Peso específico del líquido  $\text{kg/m}^3$

A= Área sobre la que actúa el empuje hidrostático en  $\text{m}^2$

$Z_G$ = Elevación del centro de gravedad de la pared, donde actúa la cuna de presiones.

El centro de presiones es el punto sobre el cual actúa la fuerza resultante o el empuje hidrostático. Para determinarlo se utiliza la siguiente formula:

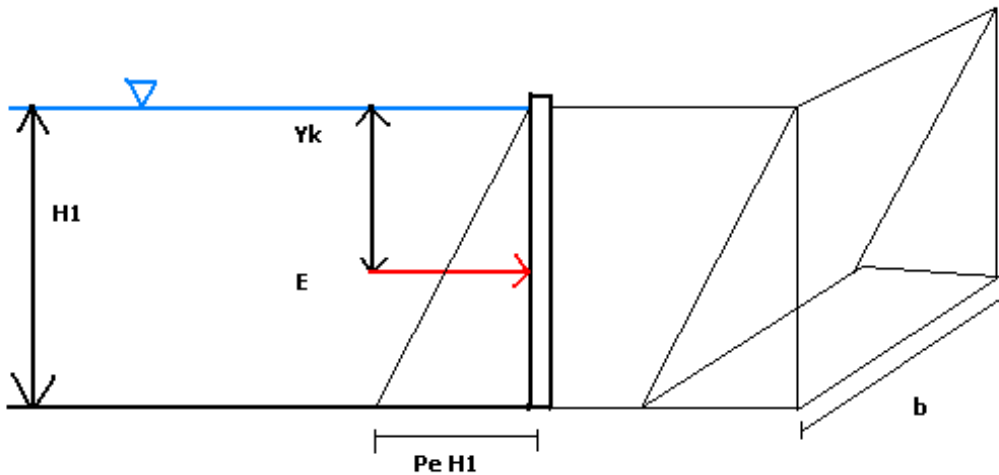
$$Y_k = \frac{I_x^2}{Y_G} + Y_G$$

$Y_k$  = Centro de presiones del empuje hidrostático sobre la superficie plana.

$I_x$  = Radio de giro de A respecto al eje centroidal paralelo a x .

$Y_G$  = Centro de gravedad de A.

**Caso 1 :** Una pared vertical con liquido de un solo lado parcialmente sumergida.



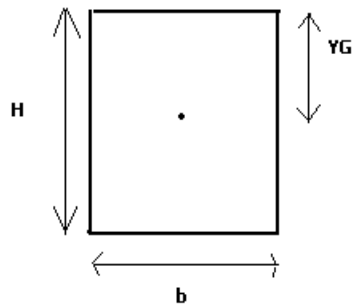
El volumen de la cuña de presiones repr

esenta la integral de las fuerzas que actúan sobre el área de una pared que retiene liquido.

$$Y_G = H/2$$

$$I_x^2 = \frac{H^2}{12}$$

$$A = b.H$$



$$Y_K = \frac{Ix^2}{YG} + Y_G = \frac{2H^2}{12H} + \frac{H}{2} = \frac{2}{3}$$

Calcular el empuje hidrostático que se genera sobre una compuerta plana, rectangular y vertical, la cual tiene un ancho de 30", esta compuerta retiene agua de un solo lado, la altura de la compuerta es de 2 m y la altura del fondo hasta el dique espejo libre de agua es de 1.6 m. Calcule y señale en un esquema la altura de presiones.

$$1 \text{ pulg} = 2.54 \text{ cm}$$

$$30 \text{ pulg} = 76.2 \text{ cm}$$

$$\text{Ancho} = .762 \text{ m}$$

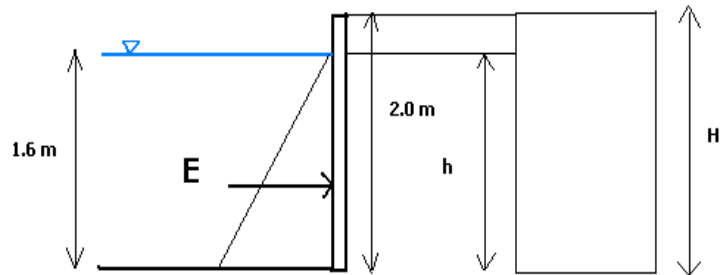
$$A = b.H \quad A = (0.76) (1.60)$$

$$A = 1.21 \text{ m}^2$$

$$E = \rho_e A Z_G$$

$$E = (1000\text{kg/m}^3) (1.21) (0.8)$$

$$E = 975.36 \text{ kg}$$



$$Y_K = \frac{2H^2}{12H} + \frac{H}{2} = \frac{2(1.6^2)}{12(1.6)} + \frac{1.6}{2} = 1.06 \text{ m}$$

Calcular la altura del agua que genera un empuje hidrostático de 1872 lb. Sobre una compuerta plana, rectangular y vertical de 50 cm. de ancho. Dibuje el esquema que representa la distribución de presiones e indique el punto donde se aplica dicho empuje.

$$1872 \text{ lb} = 849.12 \text{ kg}$$

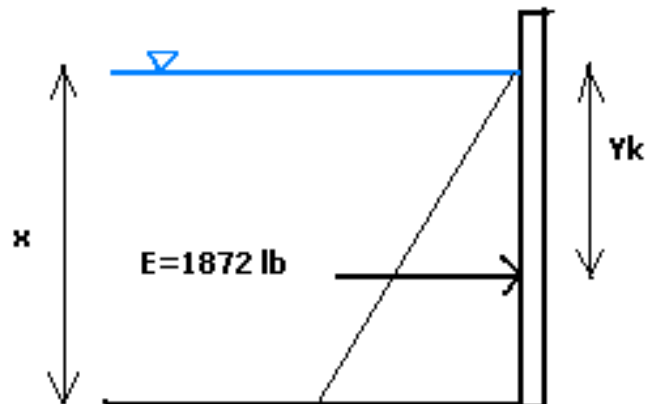
$$E = \rho_e A Z_G$$

$$E = (1000\text{kg/m}^3) (0.5\text{m}) \cdot \frac{H^2}{2}$$

$$849.12 \text{ kg} = (500 \text{ kg} / \text{m}^2) \cdot \frac{H^2}{2}$$

$$1.69 = \frac{H^2}{2}$$

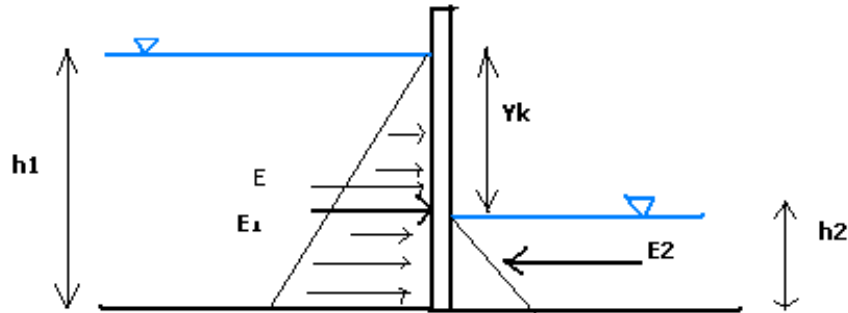
$$H = \sqrt{3.39}$$



$H = 1.84 \text{ m}$

-Para  $Y_K = \frac{2(1.84^2)}{12(1.84)} + \frac{1.84}{2} = 1.22 \text{ m}$

**Caso 2:** Pared vertical con liquido en ambos lados de la misma

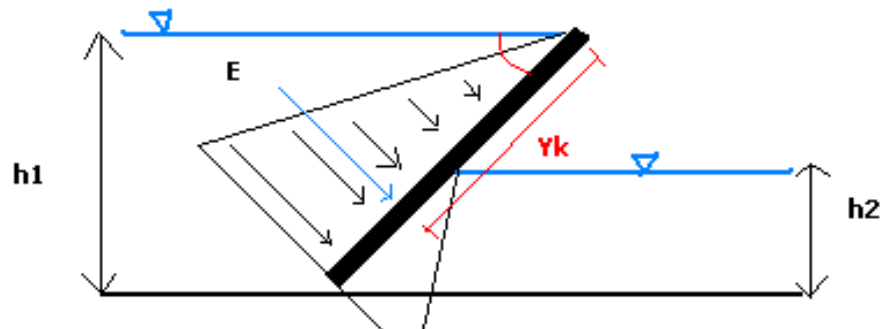


Formulas :

$$E = \rho g b \frac{(h_1^2 - h_2^2)}{2}$$

$$Y_K = h_1 - \frac{1}{3} \frac{h_1^3 - h_2^3}{h_1^2 - h_2^2}$$

**Caso 3:** Una pared inclinada con liquido en ambos lados de la misma

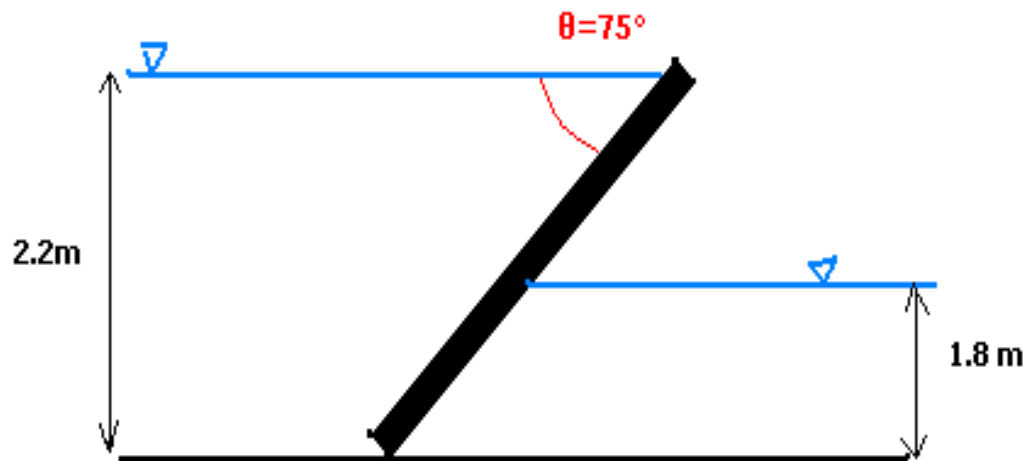


Fórmulas :

$$E = \rho g b \frac{(h_1^2 - h_2^2)}{2 \sin \theta}$$

$$Y_k = \frac{h_1}{\sin \theta} - \left[ \frac{1}{3 \sin \theta} \cdot \frac{h_1^3 - h_2^3}{h_1^2 - h_2^2} \right]$$

Calcular el empuje hidrostático que se genera sobre una pared plana y rectangular, inclinada  $75^\circ$  con respecto a la superficie libre del agua (aguas arriba de la pared) donde el tirante es igual a 2.2 m y el tirante aguas debajo de la pared es 1.8 m. Considere el ancho de la pared es de 90 cm y calcular el centro de presiones.



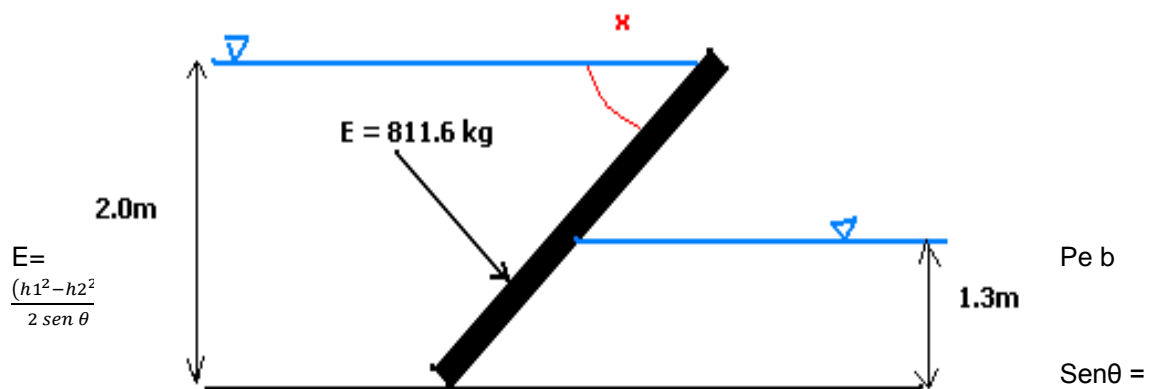
$$E = (1000\text{kg/m}^3)(0.9\text{m}) \frac{(2.2^2 - 1.8^2)}{2 \sin 75^\circ}$$

$$E = 746.11 \text{ kg}$$

$$Y_k = \frac{2.2}{\sin 75^\circ} - \left[ \frac{1}{3 \sin 75^\circ} \cdot \frac{2.2^3 - 1.8^3}{2.2 - 1.8^2} \right]$$

$$Y_k = 1.23 \text{ m}$$

Calcular  $\theta$  de un pared plana y rectangular respect a la superficie libre del agua (aguas arriba de la pared) que sostiene un tirante de agua a cada lado lo cual genera un empuje hidrostático de 811.6 kg, el tirante aguas arriba de la pared es de 2m y el tirante aguas abajo es de 1.3 m. el ancho de la pared es de 70 cm



$$\frac{Pe b(h_1^2 - h_2^2)}{E_2}$$

$$\text{Sen}\theta = \frac{(1000\text{kg/m}^3)(0.7\text{m})(2.31\text{m}^2)}{2(811.6)} = 0.99$$

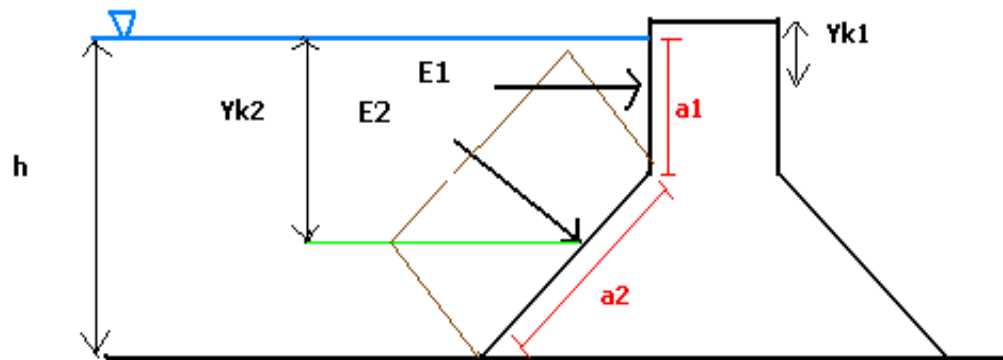
$$\Theta = 84.59^\circ \text{ o } 85^\circ$$

$$Y_k = \frac{2}{\text{sen } 85^\circ} - \left[ \frac{1}{3 \text{sen } 85^\circ} \cdot \frac{2^3 - 1.3^3}{2^2 - 1.3^2} \right]$$

$$Y_k = 2 - \left[ 0.33 \cdot \frac{5.80}{2.31} \right]$$

$$Y_k = 4.18 \text{ m}$$

**Caso 4 :** Un muro de contención combinado con una pared vertical y otra inclinada, donde el liquido se encuentra en un solo lado del muro.



$$E_1 = Pe b \frac{a_1^2}{2} \quad Y_k = \frac{2}{3} a_1$$

$$E_2 = Pe b \frac{(a_1 + h)}{2} a_2 \quad Y_k = \frac{a_2}{3} \cdot \frac{a_1 + 2h}{a_1 + h}$$

### EMPUJE HIDROSTÁTICO SOBRE SUPERFICIES CURVAS

Para determinar el empuje hidrostático sobre una superficie curva la fuerza resultante se descompone en sus 2 componentes vectoriales. "  $F_x$  y  $F_z$  "

$$F_x = Pe Y_k A_p$$

Donde:

$F_x$  = fuerza o empuje en el sentido horizontal

$Y_k$  = Centro de presiones

$A_p$  = Agua proyectada dimensión  $x$

La componente vertical de la fuerza ( $f_z$ ) sobre una superficie curva es igual al peso del liquido que se encuentra verticalmente por encima de dicha superficie y s extiende a la superficie libre.

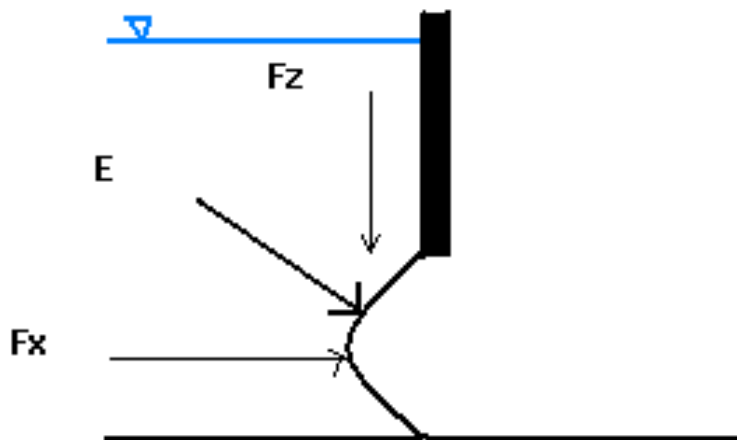
$$F_z = \rho \cdot g \cdot Vol$$

Donde :

$F_z$  = empuje vertical

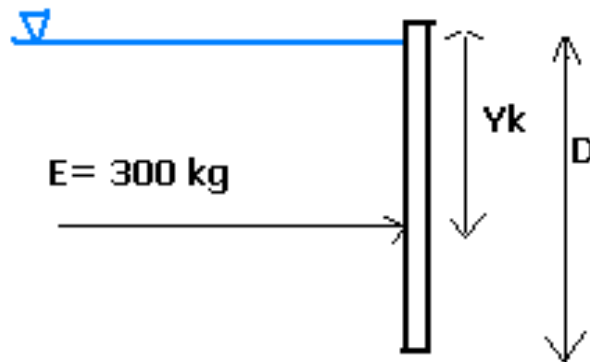
Vol = Volumen que se ubica por encima de la superficie curva que puede ser real o imaginario. Cuando el empuje es ascendente se dice que es imaginario

debe



Calcular el diámetro que tener una compuerta plana, vertical

y circular que recibe un empuje hidrostático de 300 kg, en este caso la altura del agua coincide con el diámetro de la compuerta. Calcular además el punto de aplicación del empuje .



$$Pe = 1000\text{kg/m}^3$$

$$E = Pe A Z_G$$

$$Y_K = \frac{2H^2}{12H} + \frac{H}{2}$$

$$300\text{kg} = Pe \left(\frac{\pi d^2}{4}\right) \left(\frac{d}{2}\right)$$

$$300 \text{ kg} = 392.7 d^3$$

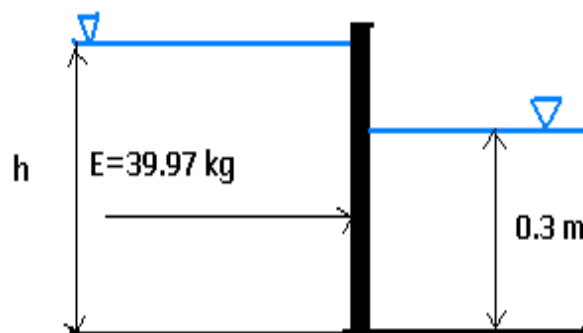
$$d^3 = \sqrt[3]{0.76}$$

$$d = 0.9125 \text{ m}$$

$$Y_k = \frac{2(0.91)^2}{12(0.91)} + \frac{0.91}{2} = 0.6 \text{ m}$$

$$Y_k = \frac{\left(\frac{R^2}{4}\right)}{0.45} + 0.45 = 0.45 \text{ m}$$

Calcular el tirante que existe aguas arriba de una pared plana, vertical y rectangular, considerando que recibe un empuje de 39,200,000 dinas, cuando el tirante aguas debajo de la pared es de 30 cm y el ancho de 50 cm.



$$E = 39,200,000 \text{ --- } 39.97 \text{ kg}$$

$$Pe = 1000\text{kg/m}^3$$

$$E = Pe b \frac{(h_1^2 - h_2^2)}{2}$$



$$39.97 \text{ kg} = (1000 \text{ kg/m}^3) (0.5 \text{ m}) \cdot \frac{(h_1^2 - h_2^2)}{2}$$

$$39.97 \text{ kg} = 500 \text{ kg/m}^2 \cdot \frac{(h_1^2 - 0.09)}{2}$$

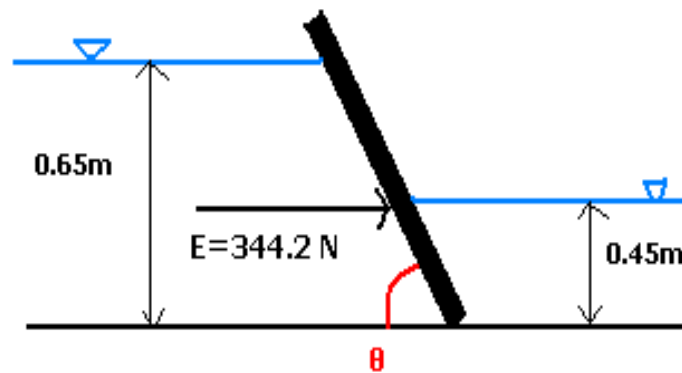
$$39.97 \text{ kg} = 22.5 h^2 \quad h = \sqrt{1.77} \quad \mathbf{h = 1.33 \text{ m}}$$

$$Y_k = 1.33 - \frac{1}{3} \frac{(1.3)^3 - (0.3)^3}{(1.3)^2 - (0.3)^2}$$

$$Y_k = 0.99 \left( \frac{2.32}{1.6} \right)$$

$$\mathbf{Y_k = 0.86 \text{ m}}$$

Calcular el ángulo de inclinación de una pared plana y rectangular respecto al fondo del depósito (aguas arriba de la pared) que sostiene un tirante de agua a cada lado, lo cual genera un empuje hidrostático de 344.2 N, el tirante aguas arriba es de 65 cm, el tirante aguas abajo es de 45 cm, el ancho de la pared es de 30 cm.



$$E = 344.2 \text{ N} \text{ ----- } 344.2 \text{ N} = mg \quad m = \frac{344.2}{9.8 \text{ m/s}^2} \quad m = 35.12 \text{ kg} \quad E = 35.12 \text{ kg}$$

$$P_e = 1000 \text{ kg/m}^3 \quad \text{Ancho} = 0.3 \text{ m}$$

$$E = P_e b \frac{(h_1^2 - h_2^2)}{2 \text{ sen } \theta}$$

$$\text{Sen } \theta = \frac{P_e b (h_1^2 - h_2^2)}{E^2} \quad \text{Sen } \theta = \frac{(1000 \text{ kg/m}^3)(0.3 \text{ m})(0.22)}{2(35.12)}$$

$$\text{Sen } \theta = 0.9396 \quad \mathbf{\text{Sen } \theta = 69.99^\circ \text{ o } 70^\circ}$$

$$Y_k = \frac{h_1}{\text{sen } \theta} - \left[ \frac{1}{3 \text{ sen } \theta} \cdot \frac{h_1^3 - h_2^3}{h_1^2 - h_2^2} \right]$$

$$Y_k = \frac{0.65}{\text{sen } 70^\circ} - \left[ \frac{1}{3 \text{ sen } 70^\circ} \cdot \frac{0.18}{0.22} \right]$$

$$Y_k = \frac{0.65}{\text{sen } 70^\circ} \quad [0.29]$$

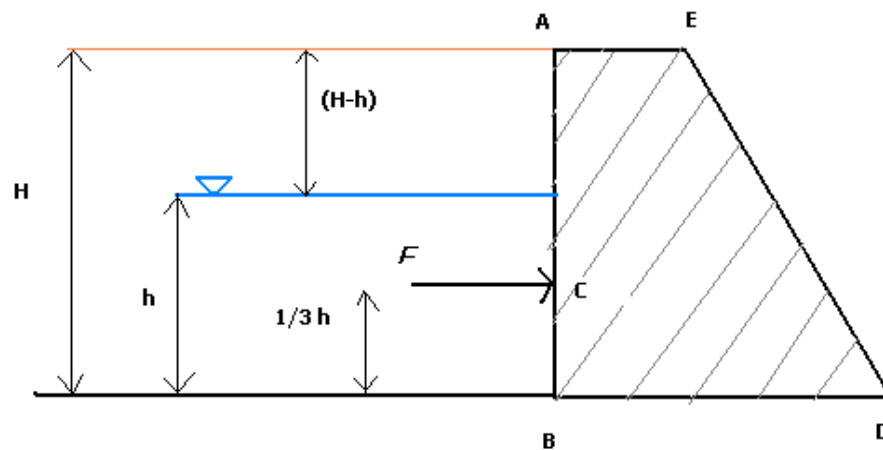
$$Y_k = 0.2 \text{ m}$$

## MUROS DE RETENCIÓN DE AGUAS QUE SE SOSTIENEN

Para el almacenamiento de agua, normalmente se hace uso de tanques formados en parte por muros con estabilidad depende de su propio peso, se les llama generalmente presas de gravedad

**Fuerzas a las que esta sometida una presa de gravedad.**

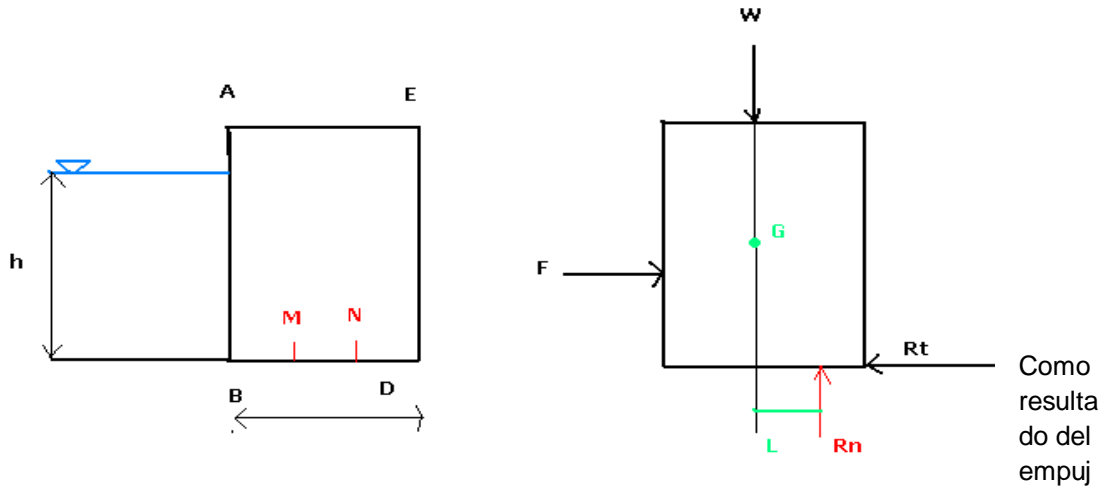
Supongamos un corte normal al eje de la cortina AB es el parámetro aguas arriba; ED es el parámetro aguas abajo, AE se llama corona de la pieza y BD la base, H la altura de la cortina y (H-h) es el bordo libre.



El agua

almacenada actúa con una fuerza "f" normal a la del parámetro mojado, que tiende hacer deslizar a la cortina sobre el piso. A este deslizamiento se opone una fuerza de fricción entre muro y la superficie del piso.

Supongamos un espesor unitario "Ancho" de 1m. y vamos a estudiar el equilibrio del prisma formado por el rectángulo AB, CD



e y del peso que actúan sobre el muro, tenemos la relación del piso sobre la mampostería, o el concreto, tal que, si el muro permanece en equilibrio, tendrá que equilibrar a  $W$  y  $F$  (empuje) . esta reacción del piso tiene 2 componentes: Una tangencial ( $R_T$ ) y otra normal ( $R_N$ );  $F$  y  $R_T$  forman un par que tienden a moldear el muro,  $W$ ,  $R_N$  es otro par que equilibra al anterior.

Tomando la proyección de las fuerzas  $F = R_T$  y  $W = R_N$ . El valor de  $W$  es el volumen del prisma multiplicado por  $P_e$  de la mampostería del concreto.

Para la estabilidad del muro, como condición de momentos que tiene :

$$f \frac{h}{3} = WL$$

Para que no haya volteamiento del muro, es necesario el desalojamiento de la reacción normal ( $R_N$ ) sea mejor que la mitad del ancho de la base, es decir:

$$L < \frac{B}{2} \quad \text{ya que} \quad L > \frac{B}{2}$$

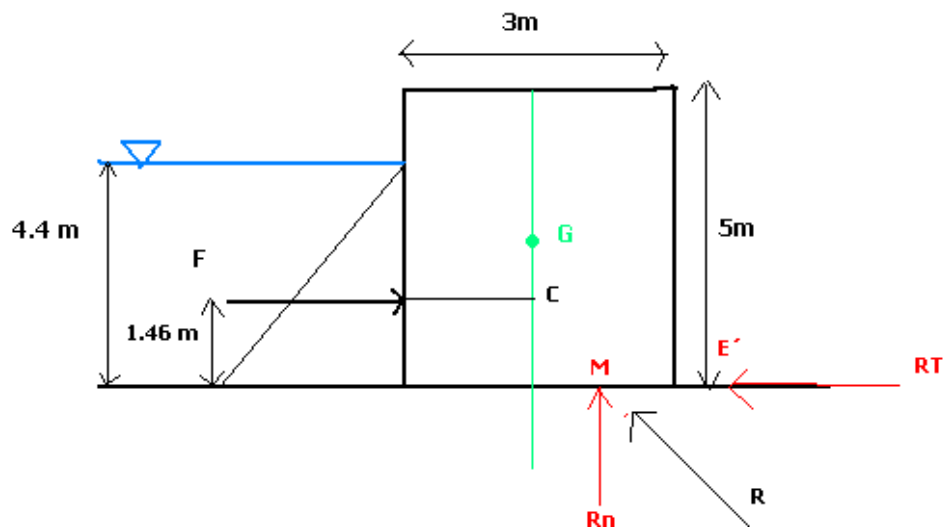
El punto de aplicación de la resultante de  $R_N$  y  $R_T$  se sale de la base de la cortina. Para que haya estabilidad  $L$  no solo tiene que ser menor de  $B/2$ , sino, que debe estar dentro del tercio medio  $MN$

Para que no haya deslizamiento es necesario que  $f \leq R_T$  . La  $R_T$  máxima que no se puede oponer al empuje  $F$  se obtiene multiplicando el peso por el coeficiente de fricción entre el terreno de concreto o mampostería.

Cuando el empuje  $F$ , supera la máxima de fricción, el muro desliza.

En el parámetro aguas arriba de un muro rectangular de mampostería de 3m de espesor o de base y 5m de altura, el agua llega a 4.4m de altura.

Suponiendo que el peso volumétrico de la mampostería es de  $2200 \text{ kg/m}^3$  y que no hay fugas por la presa. ¿Dónde interseca la base y la reacción total, y cual es el factor de seguridad contra el volteamiento y cual es el factor de seguridad contra el deslizamiento si el coeficiente de fricción del piso y muro es de 0.57.



Datos

$$B = 3\text{m} \quad \vartheta_{\text{mampostería}} = W = 2200 \text{ Kg/ m}^3$$

$$H = 5\text{m} \quad \vartheta_{\text{agua}} = W = 1000 \text{ Kg/ m}^3$$

$$h = 4.4\text{m} \quad \mu = 0.57$$

$$W = (\vartheta_{\text{mampostería}}) \text{ Vol}$$

$$E = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{(4.4 \times 1000)(4.4)}{2}$$

$$W = (2200) (15)$$

$$E = 9680 \text{ kg}$$

$$W = 33,000 \text{ kg}$$

Con el objeto de anular los momentos de  $R_N$  y  $R_T$ , los vamos a tomar con respecto al punto M.

$$F \frac{h}{3} = W X$$

$$X = \frac{F \frac{h}{3}}{W} = 0.43 \text{ m}$$

El momento máximo del par  $W \cdot R_N$ , se obtiene cuando  $R_N$  se ha alejado lo max. Posible, es decir, cuando pasa por E y es igual a:

$$W \frac{B}{2} = 49500 \text{ kg}$$

El momento de volteamiento actual o actuante:

$$f. \frac{h}{3} = 14230 \text{ kg}$$

El coeficiente de seguridad contra volteamiento es igual a :

$$\frac{M_{\text{maximo}}}{M_{\text{actuante}}} = \frac{49,500}{14230} = 3.48$$

La  $R_T$  máxima que se puede oponer al deslizamiento del muro es igual:

$$R_{T_{\text{max}}} = W.M = (33,000) (0.57) = 18810 \text{ kg}$$

Y la fuerza actual o actuante que tiende a producir el deslizamiento

$$\text{Fact} = 9680 \text{ kg}$$

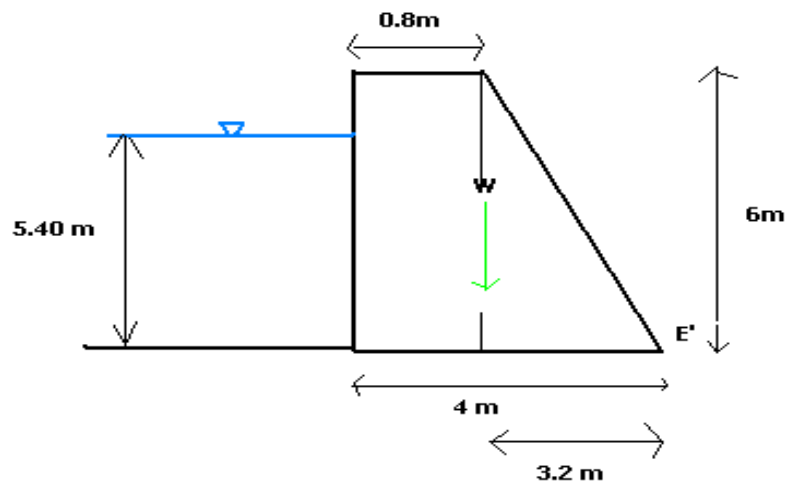
El coeficiente de seguridad de deslizamiento es igual a :

$$\frac{R_{T_{\text{max}}}}{R_{T_{\text{act}}}} = \frac{18,810}{9680} = 1.94$$

Una presa de mampostería de sección trapezoidal con una cara vertical, tiene un espesor de 0.8 m en la corona y 4 m en la base : La cara vertical está sujeta a la presión hidrostática del agua almacenada la cual llega a 5:40 marriba de la base la altura del muro es de 6m y su peso volumétrico es de 2200 Kg/ m<sup>3</sup>

- A) En q punto intersecta a la base la resultante del peso y la base
- B) ¿Cual es el coeficiente de seguridad contra el volteamiento?

C) Suponiendo que no hay fugas en la base y el coeficiente de fricción entre el muro y el suelo es de 0.52, cual es el coeficiente de seguridad contra el deslizamiento.



$$h = 5.4 \text{ m}$$

$$W = (\vartheta \text{ mampostería}) \text{ Vol}$$

$$H = 6 \text{ m}$$

$$W = (2200 \text{ Kg/m}^3) (14.4 \text{ m}^3)$$

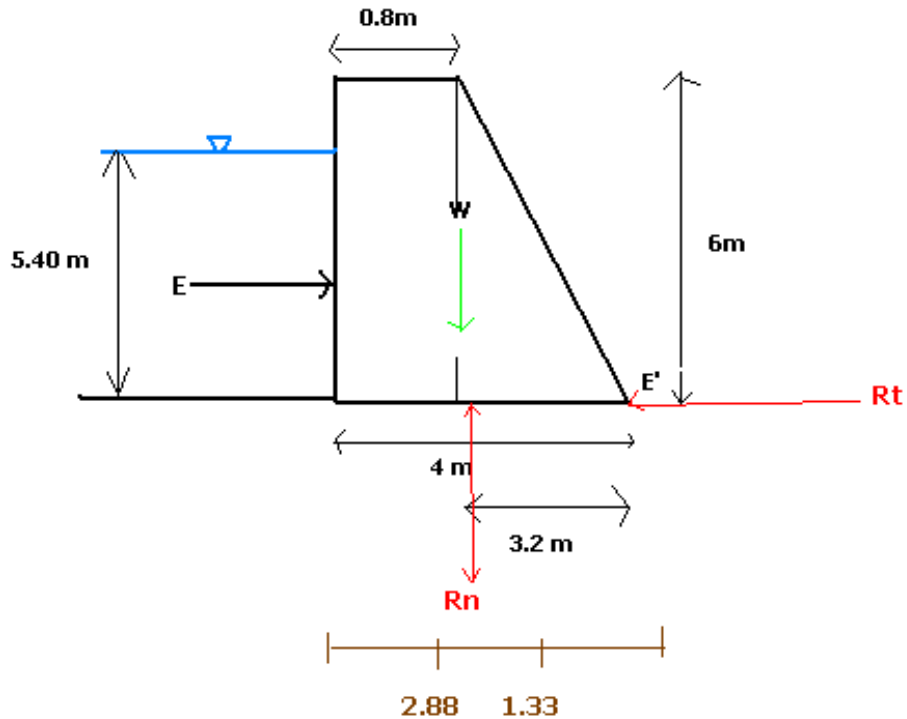
$$B_m = 0.8 \text{ m}$$

$$W = 31,708.8 \text{ kg}$$

$$B_M = 4.0 \text{ m}$$

$$E = \frac{(1000)(5.4)^2}{2} = 14,580 \text{ kg}$$

Para determinar la posición de la línea de acción del peso del muro, descomponemos el trapecio en 2 figuras, un triángulo y un rectángulo cuyo centro de gravedad es fácil de encontrar, tomando momentos estáticos con respecto a E'.



Para la estabilidad de la presa es necesario que :

$$\text{Excentricidad ( e )} = 0.21$$

El coeficiente de seguridad contra el volteamiento es igual :

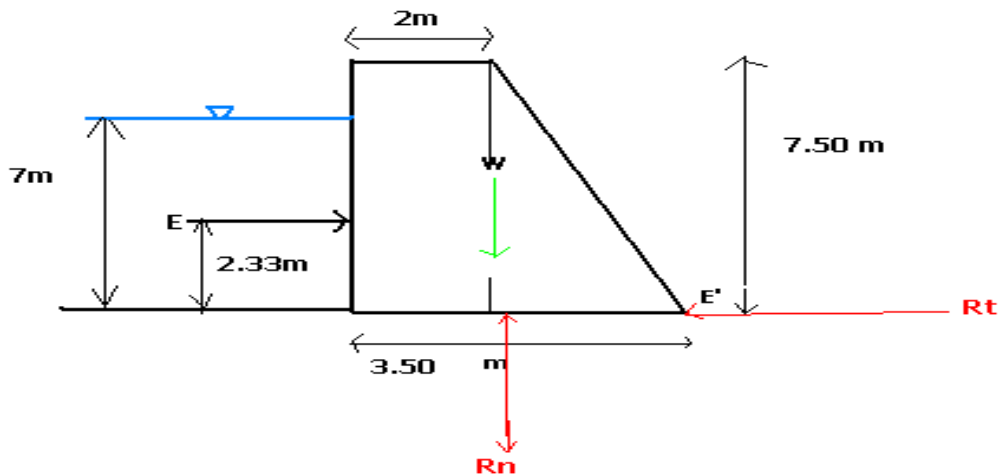
$$\frac{M_{\text{maximo}}}{M_{\text{actuante}}} = \frac{(31680)(2.62)}{(14580)(1.80)} = 3.2$$

El coeficiente de deslizamiento es igual

$$\frac{R_{\text{maximo}}}{R_{\text{actuante}}} = \frac{WM}{Emp} = 1.12$$

Una presa de mampostería de forma helicoidal tiene un espesor de 2m en la corona, 3.50 m en la base, la altura del agua es de 7m, la altura total de la presa 7.50 m, el peso volumétrico del concreto  $2400\text{kg/m}^3$  y su coeficiente de fricción es de 0.25

- A) En que punto interseca la resultante del empuje y el peso
- B) coeficiente de seguridad de deslizamiento
- C) coeficiente de seguridad de volteamiento



concreto =  $2400 \text{ Kg/m}^3$      $\mu = 0.25$

$$W = (2400 \text{ Kg/m}^3) (20.62) \qquad E = \frac{(1000)(7)(7)}{2} = 24500 \text{ kg/m}^3$$

$W = 49500 \text{ kg}$

Área del rect =  $15 \text{ m}^2$     Área del triángulo =  $5.63 \text{ m}^2$     Área del trapecio =  $20.63 \text{ m}^2$

$$ME'T = ME'r + ME't$$

$$ME'T = 20.63x \qquad ME'r = ((2)(7.5))(2.5) = 37.5 \qquad ME't = 5.63$$

$$20.63x = 37.5 + 5.63$$

$$X = \frac{43.13}{20.63} = 2.09 \text{ m}$$

$$WL = f \frac{h}{3} \qquad e = 1.75 - 2.09 = -0.34$$

$$L = \frac{(7)(24500)}{3(49500)} = 1.15 \text{ m}$$

Volteamiento

$$\frac{M \text{ maximo}}{M \text{ actuante}} = \frac{(49500)(2.09)}{(24500)(2.33)} = 1.83 \text{ m}$$



Deslizamiento

$$\frac{R_{t\text{maximo}}}{R_{t\text{actuante}}} = \frac{WM}{E} = \frac{(49500)(0.25)}{24,500} = 0.5 \dots\dots \text{No da}$$

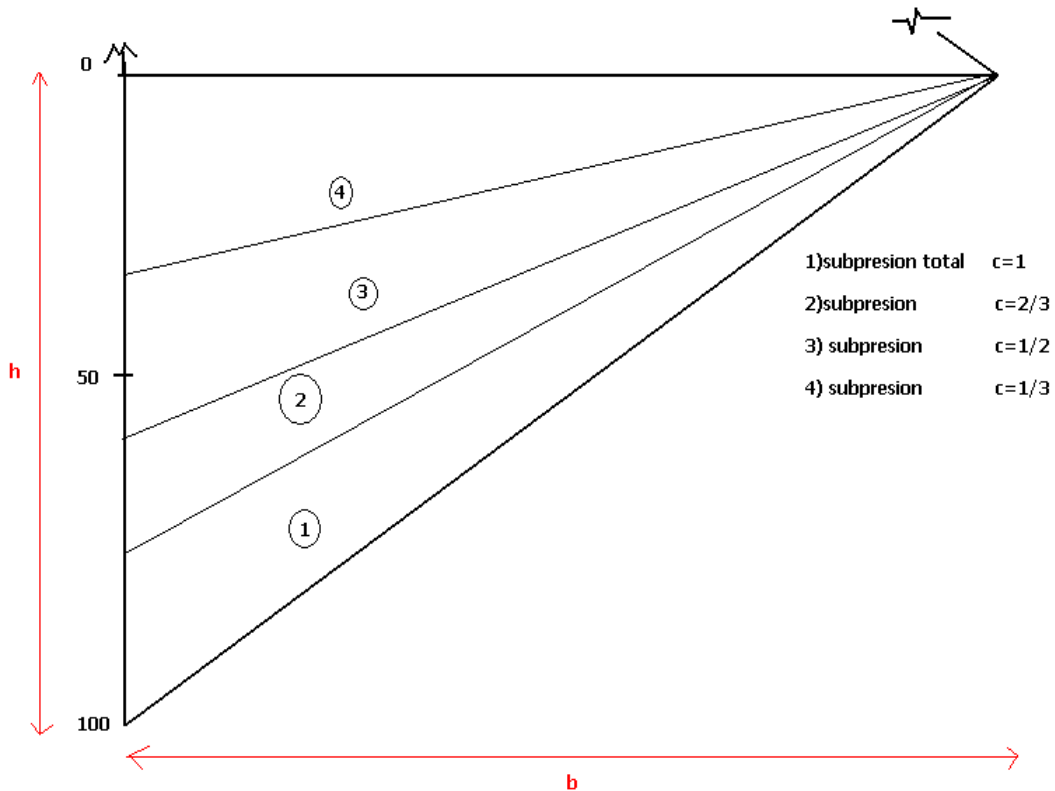
Tomemos  $\mu = 0.75$  en este mismo caso y el coeficiente de deslizamiento será 1.51

### SUBPRESIÓN

En virtud de la presión hidrostática y la ley de Pascal, el agua almacenada tiende a filtrarse por las juntas de la presa y por la base del muro de cimentación. Independientemente de las medidas tomadas para eliminar en lo posible estas filtraciones, diremos que esta agua ejerce una presión hacia arriba, en otras palabras podemos decir q el peso de la presa está soportado parte por esta agua y parte por la cimentación. A este efecto se le llama subpresión.

Podemos decir que la subpresión:

- 1.- Reduce la estabilidad contra el deslizamiento
- 2.- Reduce la estabilidad contra el volteamiento



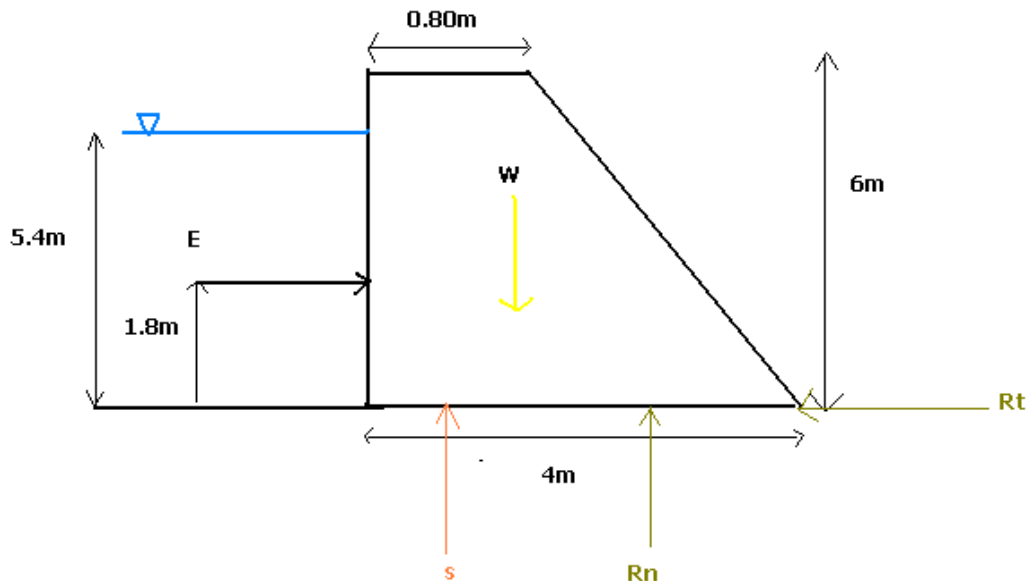
Una presa de mampostería de sección trapezoidal tiene un espesor de 0.8 m en la parte superior, 4 m de base. La altura del agua almacenada llega a 5.4m arriba de la base. La altura del muro es de 6m su peso volumétrico es de  $2200\text{Kg}7\text{m}^3$  : El terreno donde se desplanta es muy permeable, es decir, muy arenoso con un coeficiente  $c=1$ , o sea que la carga por perder es de 5.4m con un recorrido de filtración de 4m

A) En qué punto intercepta la base, la resultante del peso y el empuje

B) Los coeficientes de seguridad

$$W=31680 \text{ kg}$$

$$R_n = W - S$$



$$E=14520 \text{ kg}$$

$$R_n = 20880 \text{ kg}$$

$$C=1$$

$$S=10800 \text{ Kg}$$

Calculando el momento con respecto a  $E'$   $x=1.35\text{m}$

El coeficiente de volteamiento es de 1.07

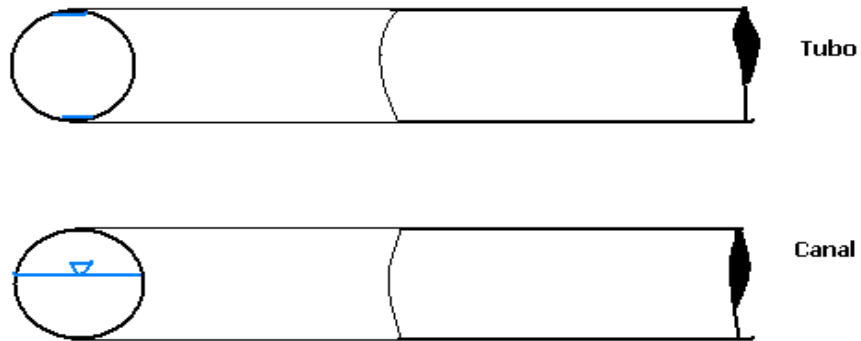
El coeficiente de deslizamiento es de 0.75

## HIDRODINÁMICA

Un fluido en movimiento presenta en algunos casos condiciones muy complejas y por lo tanto el fenómeno no puede ser expresado de una manera exacta en alguna forma matemática debido a las condiciones exteriores variables.

Cuando un líquido llena perfectamente un conducto de sección transversal circular ejerce una cierta presión sobre el mismo, se dice que el conducto está trabajando como tubo.

En otros casos el líquido que circula no puede llenar completamente el tubo, entonces se dice que está trabajando como canal.



“El volumen del agua que pasa por una sección recta es la unidad de tiempo, se llama gasto” y se designa con la letra Q

$$Q = \text{Vol} \cdot A \text{ (m}^3\text{/s)}$$

$$1 \text{ m}^3\text{/s} = 1000 \text{ lps (lts/seg)}$$

Si el diámetro de un conducto es d, entonces el gasto será :

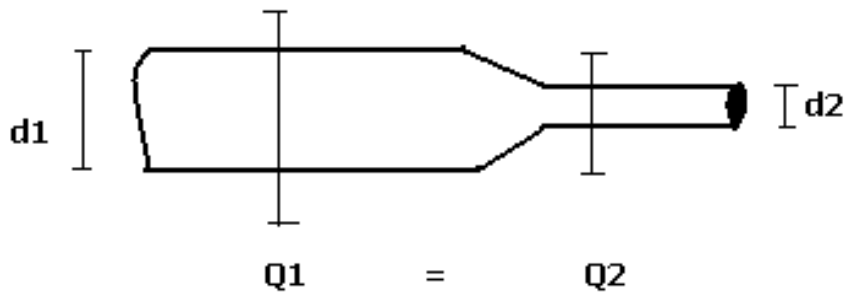
$$Q = \frac{\pi}{4} d^2$$

Cuando el gasto es igual en todas las secciones de un conducto, se dice que el régimen de escurrimiento es permanente.

Cuando el régimen es permanente y el conducto tiene el diámetro variable, la velocidad es diferente para cada sección e inversamente proporcional a ella, de tal manera que :

$$Q = A_1 V_1 = V_2 A_2 \dots \dots \dots = A_n V_n$$

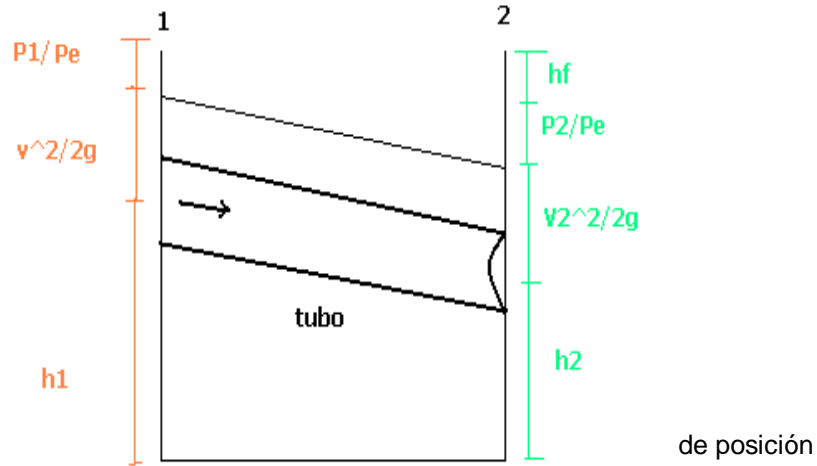
Esto se conoce como la ecuación de la continuidad.



**TEOREMA DE BERNOULLI**

$$h_1 + \frac{v_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\rho} = h_2 + \frac{v_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\rho} + h_f$$

Este teorema se interpreta como “ si no hay perdidas de carga entre 2 secciones de la circulación de un liquido el régimen permanente, la suma de las cargas de altura o de posición, de velocidad y de presión es constante en cualquier sección del liquido”

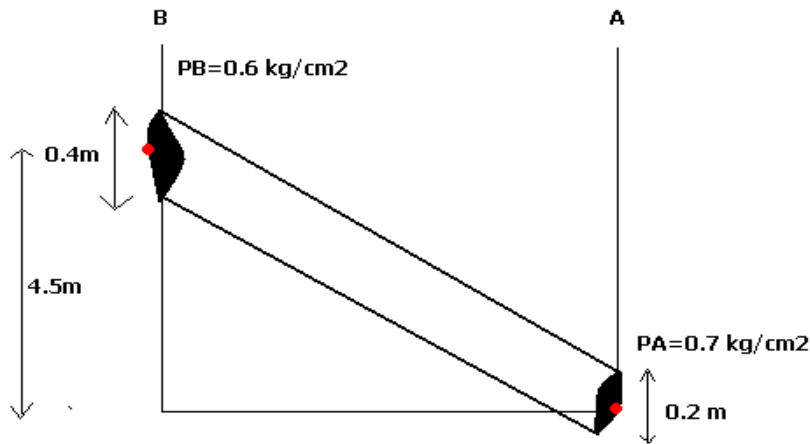


$h_1$  = altura o carga

$\frac{v_1^2}{2g}$  = carga de la velocidad

$\frac{P_1}{\rho}$  = carga de la presión

El diámetro de un tubo cambia gradualmente de 0.2 m hasta 0.4m en el punto B, el punto A está a 4.5m abajo del B, las presiones en el punto B y A son 0.7 kg/cm<sup>2</sup> y 0.6 kg/cm<sup>2</sup> despreciando la perdida por fricción. Calcular el gasto con lts/seg.



Punto B

1.- $h_B = 4.5m$

Punto A

$h_A=0$

$A_A= 0.03m^2$

$V_A=Q/ 0.03$

$$2. - \frac{VB^2}{2g}$$

$$Q = V_B A_B$$

$$A_B = 0.125 \text{ m}^2$$

$$V_B^2 = Q^2 / 0.016$$

$$\frac{VB^2}{2g} = \frac{Q^2}{0.31}$$

$$V_A^2 = Q^2 / 0.009$$

$$\frac{PA}{\vartheta} = 7.0 \text{ m}$$

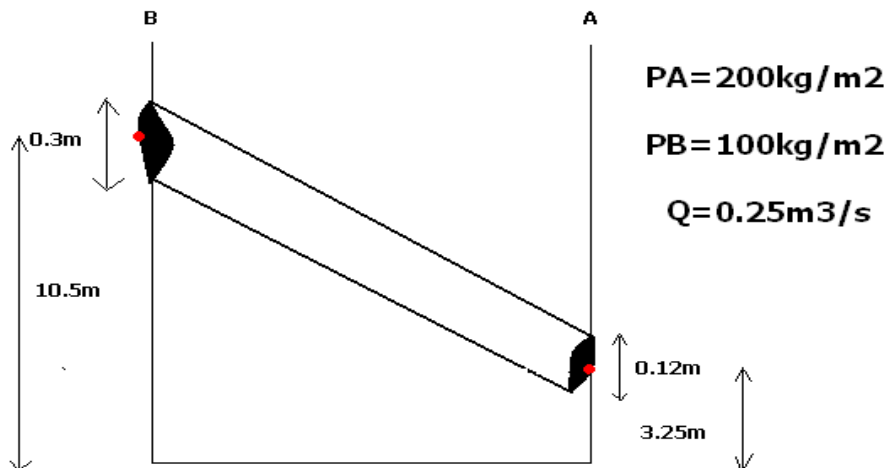
Sustitución

$$4.50 \text{ m} + \frac{Q^2}{0.31} + 6 = \frac{Q^2}{0.019} + 7$$

$$Q = 2.66 \text{ lts/seg}$$

$$3. - \frac{PB}{\vartheta} = 6 \text{ m}$$

$$4.50 \text{ m} + \frac{Q^2}{0.31} + 6 =$$



$$Q = VA$$

$$h_1 + \frac{VA^2}{2g} + \frac{PA}{\vartheta} = h_2 + \frac{VB^2}{2g} + \frac{PB}{\vartheta} + hf$$

Para el punto B

$$V_B = \frac{Q}{A} = \frac{0.25 \text{ m}^3/\text{s}}{0.07} = 3.57 \text{ m/s}$$

$$\frac{VB^2}{2g} = \frac{(3.57)^2}{19.62} = 0.64$$

Para el punto A

$$V_A = \frac{Q}{A} = \frac{0.25 \text{ m}^3/\text{s}}{0.011} = 22.72 \text{ m/s}$$

$$\frac{VA^2}{2g} = \frac{(22.72)^2}{19.62} = 26.30$$

$$\frac{PB}{\vartheta} = \frac{100}{1000} = 0.1$$

$$\frac{PA}{\vartheta} = \frac{200}{1000} = 0.2$$

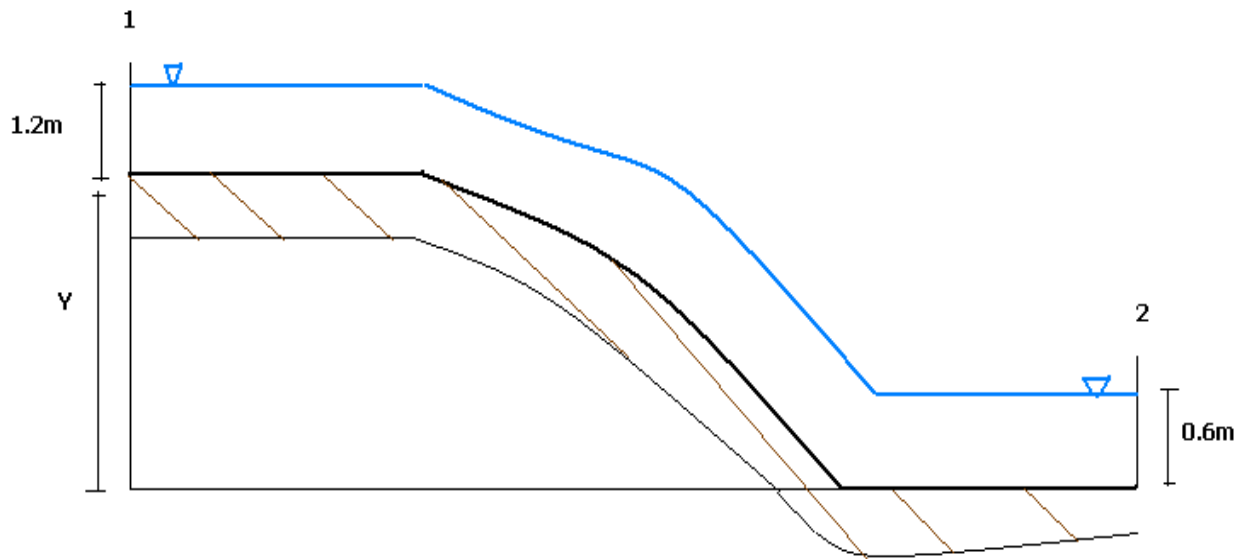
$$10.5 + 0.64 + 0.1 = 11.24\text{m}$$

$$3.25 + 26.30 + 0.2 = 29.75\text{m}$$

$$11.24 = 29.75 + hf$$

$$hf = 18.51\text{m}$$

En un canal de concreto, el tirante es de 1.2m y el agua fluye a una velocidad media de 2.4 m/s hasta un cierto punto, donde debido a una caída la velocidad se eleva a 12 m/s reduciéndose el tirante a 0.6m. Despreciando las pérdidas por fricción. Determinar las diferencias de nivel entre las dos partes del canal.



$$(Y+1.20) + \frac{VB^2}{2g} = 0.6 + \frac{VA^2}{2g}$$

$$(Y+1.20) + \frac{(2.4)^2}{19.62} = 0.6 + \frac{(12)^2}{19.62}$$

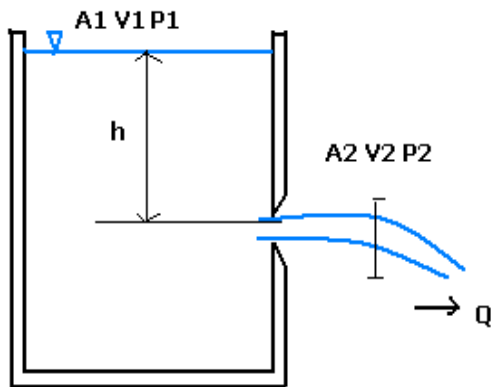
$$(Y+1.20) + 0.29 = 7.93$$

Y= 7.93 -0.29 – 1.20

Y= 6.44 m

## FLUJO DE ORIFICIOS

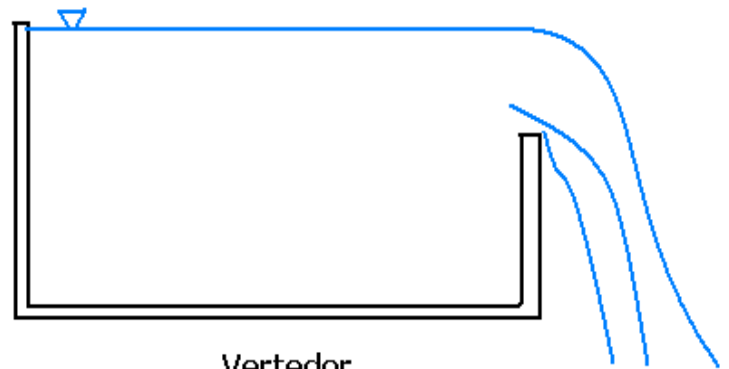
Desde el punto de vista hidráulico, los orificios son perforaciones que generalmente son de forma geométrica y perímetro cerrado, hechos por debajo de la superficie libre del líquido, en las paredes de los depósitos, tanques, canales o tuberías. Las aberturas hechas hasta la superficie libre del líquido constituyen vertedores



Orificio

$$Q = C \sqrt{2gh}$$

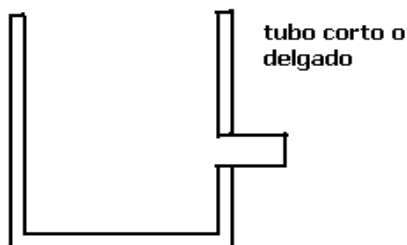
C= coeficiente de descarga



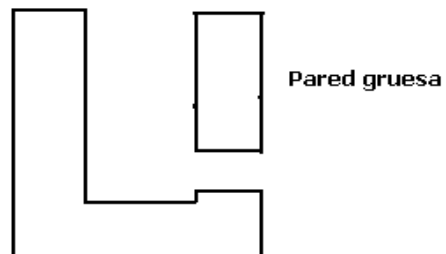
Vertedor

h= carga que tiene el orificio

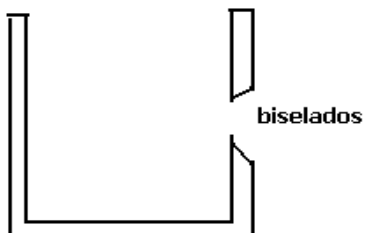
$$Q = V \cdot A$$



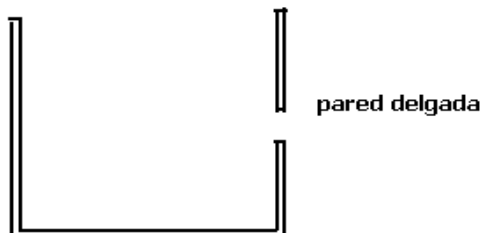
tubo corto o delgado



Pared gruesa



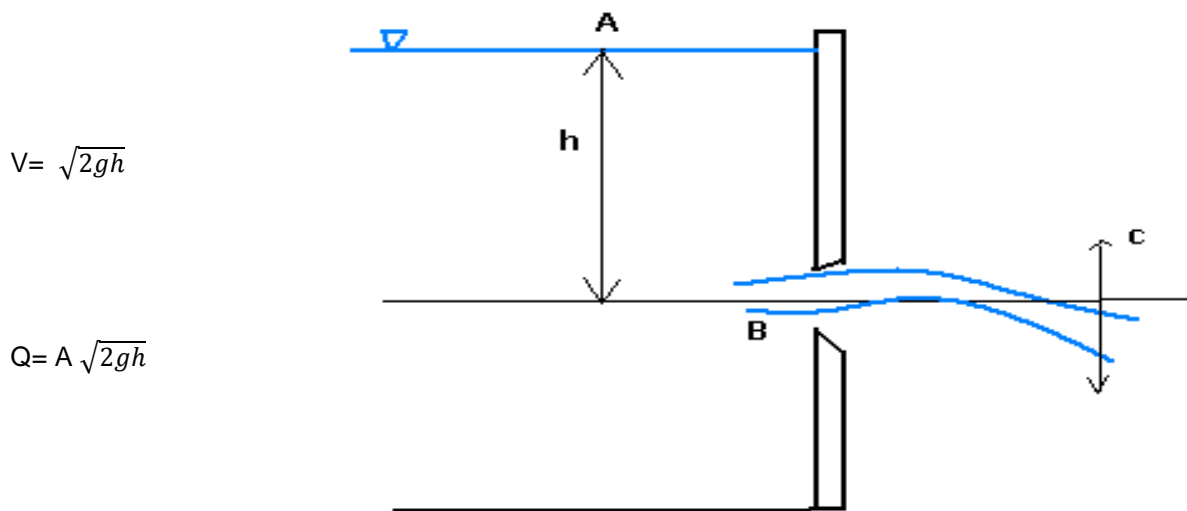
biselados



pared delgada

**Orificios de pared delgada:** a estos orificios también se les llaman biselados y tienen forma de cómo se indica en la figura. El agua al salir por el orificio lo llena completamente después inmediatamente la vena líquida sufre contracción que llega a ser extrema en la parte que se llama sección contraída y tiene mucha importancia a lo que se refiere a la forma como el líquido sale por el orificio,

Si calculamos el gasto en un orificio en el que no se considera si es pared gruesa o delgada y aplicando el teorema de Bernoulli entre los puntos A y B de la figura encontramos que la velocidad y el gasto son:



Si en la misma figura formamos la sección controlada "C" donde el líquido está en régimen normal, la presión en un punto de esa sección hacia adelante será igual a la atmosférica, pues el líquido está en contacto con ella, con lo anterior veremos que es lo que pasa con los puntos B y C.

La velocidad en el punto C comparada con la velocidad en B es mayor, debido a que en C la sección es menor como el gasto es constante resulta que la velocidad en B es menor que en C.

Para el teorema de Bernoulli tenemos:

$$h_1 + \frac{V_A^2}{2g} + \frac{P_A}{\rho} = h_2 + \frac{V_B^2}{2g} + \frac{P_B}{\rho} + hf$$

Asumiendo que  $h_B$  es igual a  $h_C$  y que la  $V_B < V_A$  para que se pueda verificar la ecuación anterior es necesario la presión en B sea mayor que la presión en el punto C.

Esto quiere decir que la presión en B es mayor que la atmosférica por lo que el teorema de Bernoulli deberá de aplicarse entre A y C y no entre A y B.



La velocidad teórica es  $V = \sqrt{2gh}$  y el gasto teórico es igual a  $Q = A \sqrt{2gh}$

Para modificar estas formulas y obtener los valores de la velocidad y gastos reales hay que tener en cuenta:

- 1.- Que velocidad de salida con el plano del orificio queda alterado por la fricción del liquido contra las paredes del tanque que lo contiene
- 2.- Que hay formación de una sección contraída que antes no se había tomado en cuenta. Por lo anterior la velocidad real será :

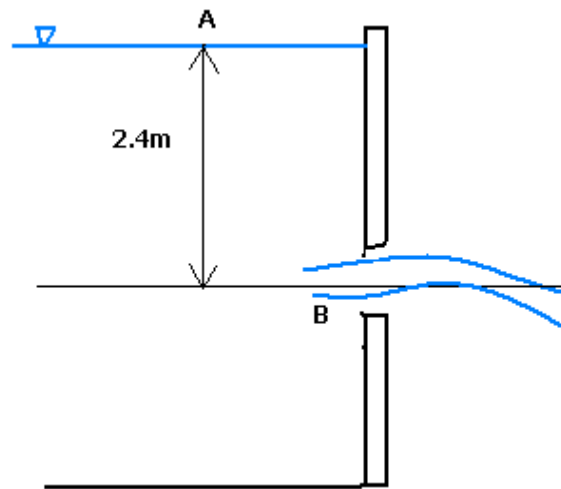
$$\text{Velocidad real} = C_v \sqrt{2gh}$$

$$\text{Gasto real} = 0.61 A \sqrt{2gh}$$

Se tiene un orificio practicado en una pared delgada de 12 cm de diámetro y a una profundidad de 2.4m de la superficie libre, el valor de la presión atmosférica en el lugar es de 58.6 cm/Hg.

Determinar :

- A) La velocidad y gasto teórico
- B) Gasto real
- C) La velocidad y presión del orificio
- D) La velocidad en la sección contraída
- E) El área de la sección contraída



Diámetro= 12 cm

$$V = \sqrt{2gh}$$

Patm= 58.6 cm/Hg

$$V = \sqrt{2(9.81)(2.4)}$$

P=2.4m

$$V = 6.86 \text{ m/s}$$

$$Q = A \sqrt{2gh}$$

$$A = \frac{\pi(0.12)^2}{4} = 0.011\text{m}^2$$

$$Q = 0.011 \sqrt{2(9.81)(2.4)}$$

$$Q = 75.48 \text{ lts/seg}$$

$$Q = 0.61 A \sqrt{2gh}$$

$$Q = 46.03 \text{ lts/seg}$$

$$Q = V \cdot A \quad V = Q/A \quad 46.03/0.011 =$$

$$V = 4.18 \text{ m/s}$$

$$V_c = C_v \sqrt{2gh} = 0.97 \sqrt{2(9.81)(2.4)} \quad V_c = 6.65 \text{ m/s}$$

58.6cm/ Hg-----7.97m

Aplicando bernoulli  $\frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho} = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho}$

$$\frac{(4.18)^2}{2(9.81)} + \frac{p_1}{\rho} = \frac{(6.65)^2}{2(9.81)} + 7.97 \rho \quad P_B = 9320 \text{ kg/m}^2$$

$$Q = V_c A_c \quad A_c = Q/V_c = 0.00711 \text{ m}^2 \quad d = 9.5 \text{ cm}$$

**Orificios practicados en pared gruesa:** Dándoles a estos orificios una forma conveniente, se puede en ellos eliminar la sección contraída de tal modo que al salir el líquido de la sección del orificio es igual a la del chorro. En estas condiciones del gasto, se obtendrá multiplicando la velocidad de salida por el orificio ( área) Si se trata de un orificio circular de diámetro "d" el gasto con orificios de pared gruesa es igual a:  $Q = 3.373 d^2 h^{1/2}$

Se tiene un orificio circular practicado en pared delgada de diámetro de 26cm y una carga de 5.5 m, determinar el gasto real.

Pared Delgada

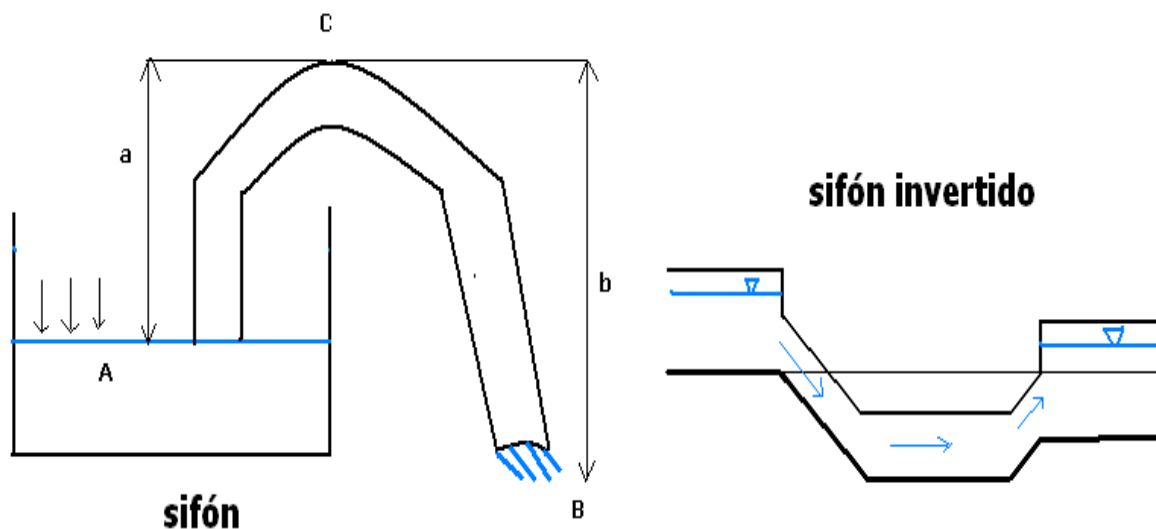
$$Q = 0.61 \left( \frac{(0.26)^2}{4} \right) \sqrt{2(9.81)(5.5)} \quad Q = 336 \text{ lts/seg}$$

Pared Guesa

$$Q = 3.373 (0.26)^2 (5.5) h^{1/2} \quad Q = 534 \text{ lts/seg}$$

### CONDICIONES HIDRAÚLICAS DEL SIFÓN

En algunos casos de conducción de agua, puede suceder que se interponga algunos cálculos: Para salvarlo se usa lo que es un sifón que puede ser de las siguientes maneras:

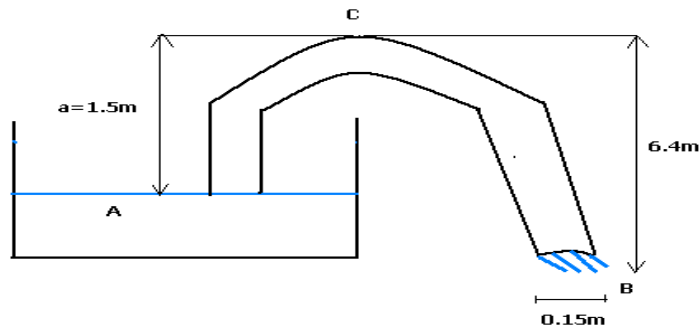


En la siguiente figura se muestra el sifón que descarga agua en un tanque la diferencia de nivel entre el punto A en la superficie libre y el vértice del sifón es  $a=1.5\text{m}$  y la diferencia de altura entre el vértice y el punto B es de  $6.4\text{m}$ . EL diámetro de la tubería es de  $0.15\text{m}$  Si hay una pérdida de fricción de  $0.90\text{ m}$  entre el punto A y el vértice del sifón y de  $1.10\text{ m}$  entre el vértice y el punto B.

-¿Cuál es la presión absoluta en el vértice expresado en  $\text{kg/cm}^2$ ?

-Determinar el gasto lts/seg

. La presión atmosférica del lugar es de  $58\text{ cm}$  de mercurio.



$$58.6\text{ cm de Hg} = 0.7710\text{ Kg/cm}^2$$

Para averiguar la velocidad de salida del liquido para el punto B aplicamos la ecuación de bernoulli entre A y B

$$h_1 + \frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho} = h_2 + \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho} + hf$$

$$V_B^2 = 2.9 (19.62) = 7.54\text{m/s}$$

Esta es la velocidad del sifón, vamos a ver si es posible que el agua suba del punto A al vértice C con esa velocidad tomando en cuenta que  $P_A = 7710\text{ Kg/m}$  para ver si es posible la circulación de A a C aplicamos bernoulli entre A y C

$$h_a + \frac{v_a^2}{2g} + \frac{p_a}{\rho} = h_c + \frac{v_c^2}{2g} + \frac{p_c}{\rho} + hf_{AC}$$

$$\frac{7710}{1000} = 1.5 + \frac{(7.54)^2}{19.22} + \frac{p_c}{1000} + 0.90$$

$$7.71 = 1.5 + 2.89 + \frac{p_c}{1000} + 0.90$$

$$2.42 = \frac{p_c}{1000}$$

$$P_c = 2420 \text{ kg/m}^2 \gggg 0.24 \text{ kg/cm}^2$$

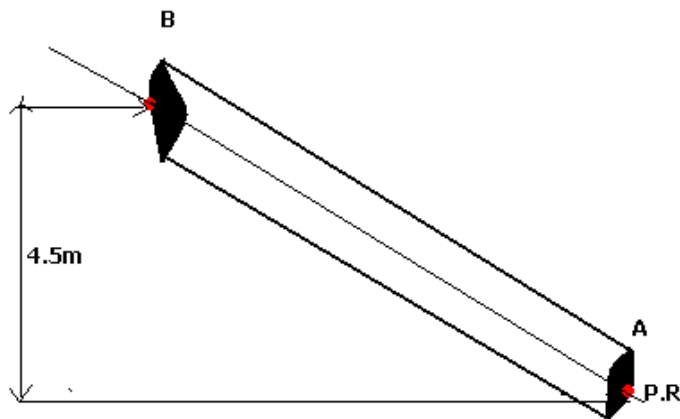
$$Q = VA$$

$$Q = 133 \text{ lts/seg}$$

Tabla de energías:

| Puntos | h    | $\frac{V^2}{2g}$ | $\frac{P}{\rho}$ | hf   | $\Sigma$ cargas |
|--------|------|------------------|------------------|------|-----------------|
| A      | 4.90 | 0                | 7.7              | 0    | 12.61           |
| B      | 6.40 | 2.89             | 2.4              | 0.90 | 12.61           |
| C      | 0    | 2.89             | 7.7              | 1.10 | 11.7            |

El diámetro de un tubo cambia gradualmente de 0.20m en el punto A a 0.40m en B . El punto A está a 4.5m abajo del punto B ¿Cuál debe ser la diferencia de presiones registrada por 2 manómetros colocados en A y B cuando hay un gasto de 200 lts/seg, despreciando la fricción?



$$h_A + \frac{V_A^2}{2g} + \frac{P_A}{\rho} = h_B + \frac{V_B^2}{2g} + \frac{P_B}{\rho} + hf$$

$$Q = VA$$

$$V_A = Q/A = 200/0.031 = 6451.61 \gg \gg \gg 6.45 \text{ m/s}$$

$$V_B = Q/A = 200/0.125 = 1600 \gg \gg \gg \gg 1.6 \text{ m/s}$$

$$\frac{(6.45)^2}{19.62} + \frac{P_A}{1000} = 4.5 + \frac{(1.6)^2}{19.62} + \frac{P_B}{1000}$$

$$2.12 + \frac{P_A}{1000} = 4.63 + \frac{P_B}{1000}$$

$$(2.12 + \frac{P_A}{1000} - \frac{P_B}{1000}) = 4.63$$

$$2120 + P_A - P_B = 4630$$

$$P_A - P_B = 2510 \text{ kg/m}^2$$

En la siguiente figura,  $a=1.80 \text{ m}$ ,  $b=6\text{m}$ ; el diámetro del vértice es de  $12.7 \text{ cm}$  y en  $b$  es de  $15.2 \text{ cm}$ .  
 Determinése el gasto en  $\text{Lts/seg}$ ; así como la presión absoluta en el vértice, despreciando la fricción. La  $P_{atm} = 7970 \text{ kg/m}^2$

Diámetro en  $c = 12.7 \text{ cm}$

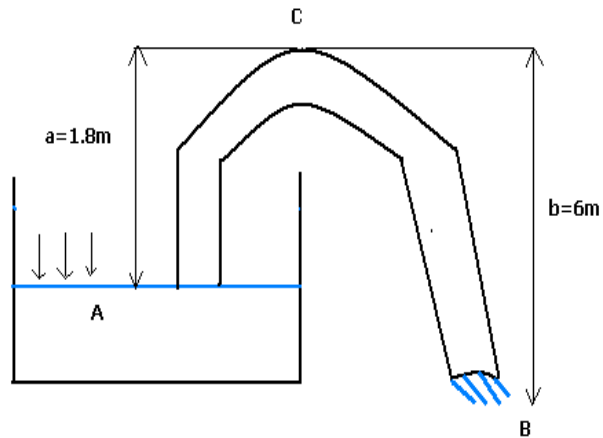
$$P_{atm} = 7970 \text{ kg/m}^2 \gg 7.97 \text{ Lts/m}^2$$

$$C = 0.127 \text{ m}$$

$$B = 0.152 \text{ m}$$

$$A_c = 0.012 \text{ m}^2$$

$$A_B = 0.018 \text{ m}^2$$



Aplicamos Bernoulli entre A y B

$$h_A + \frac{V_A^2}{2g} + \frac{P_A}{\rho} = h_B + \frac{V_B^2}{2g} + \frac{P_B}{\rho} \quad 4.2 = \frac{V_B^2}{2g} \quad V_B = 9.07 \text{ m/s}$$

Aplicamos Bernoulli entre A y C

$$h_A + \frac{V_A^2}{2g} + \frac{P_A}{\rho} = h_C + \frac{V_C^2}{2g} + \frac{7970}{1000} \quad 1.80 + \frac{(13.605)^2}{19.62} + \frac{P_C}{1000}$$

$$7.97 = 11.23 + \frac{P_C}{1000}$$

$P_c = -3260 \text{ kg/m}^2$  Al ser negativa quiere decir que no hay agua en el punto C

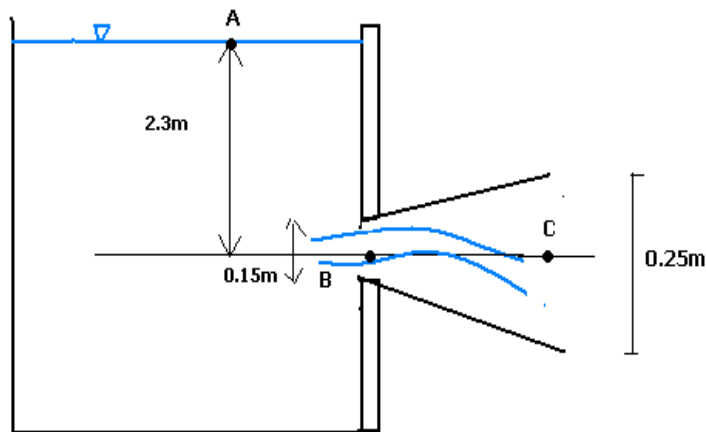
El gasto es constante

$$Q_B = V A_B$$

$$Q_B = (9.07) (0.018)$$

$$Q_B = 0.163 \text{ m}^3/\text{s} \gg \gg 163.26 \text{ lts/seg}$$

En el tanque de la figura demostrada, un tubo divergente acoplado a un orificio situado a una profundidad de 2.30 m debajo de la superficie del agua; el diámetro cambia gradualmente de 15 cm en la garganta a 25 cm en la salida despreciando la fricción, calcúlese el gasto en lts/seg; así como la correspondiente presión en la garganta.



$$V = \sqrt{2gh}$$

$$V_B = \sqrt{2(9.81)(2.3)} = 6.71 \text{ m/s}$$

$$A_B = 0.0176$$

$$Q = 0.0176(6.71)$$

$$Q = 118.57 \text{ lts/seg}$$

$$h_1 + \frac{V_A^2}{2g} + \frac{P_A}{\rho} = h_2 + \frac{V_B^2}{2g} + \frac{P_B}{\rho} +$$

Entre A y C

$$2.3 = \frac{V_C^2}{19.62}$$

$$V_C = 6.71 \text{ m/s}$$

Entre A y B

$$2.30 + \frac{P_A}{1000} = 0.27 + \frac{P_B}{\rho}$$

$$P_A - P_B = 2024 \text{ kg/m}^2$$

Entre B y C

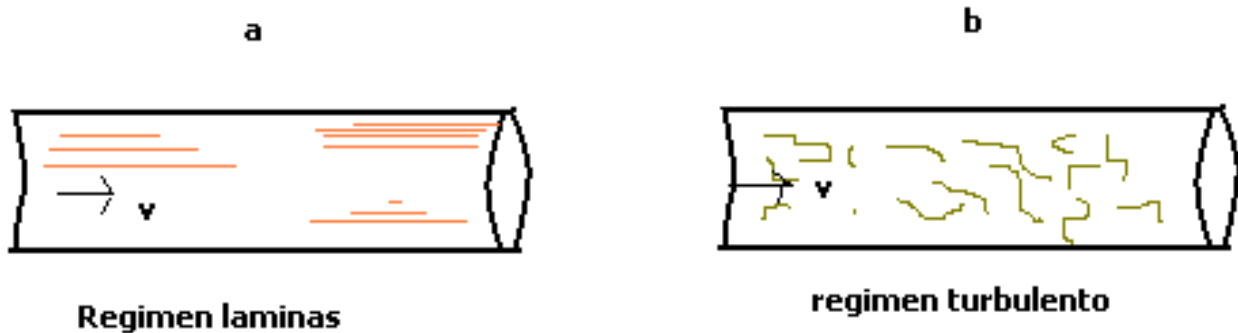
$$0.275 + \frac{P_B}{1000} = 2.29 + P_C$$

$$P_B - P_C = 2024 \text{ kg/m}^2$$

## CIRCULACIÓN DEL AGUA EN TUBERIAS

Supongamos que la figura representa la sección longitudinal de una parte de la tubería, si imaginamos una partícula cualquiera B del líquido, pueden suceder 2 cosas respecto al movimiento de esas partículas.

- 1.-Que tenga un movimiento dirigido en igual dirección del eje del tubo, es decir paralelo (a)
- 2.- Que tenga un movimiento con dirección indefinida (b)



Como el gasto depende de la velocidad de las partículas, en una sección dada para gastos grandes, el régimen es turbulento y para gastos pequeños se tendrá un régimen laminar.

Cuando el líquido comienza a moverse, y la velocidad es pequeña, el régimen es laminar; al ir aumentando la velocidad llega a un cierto valor a partir del cual el régimen se vuelve turbulento, este valor que tiene que alcanzar la velocidad para pasar el régimen laminar al turbulento se llama velocidad crítica alta y a la velocidad para la cual el régimen pasa de lo turbulento al laminar se llama velocidad crítica baja.

La determinación de la velocidad crítica ha sido verificada por Reynolds, los valores de estas velocidades críticas se llegaron a definir por medio de numerosos experimentos y así se puede asegurar cuando un escurrimiento tiene un número de Reynolds menor a 2100 el régimen es laminar y cuando es mayor a 3000 el régimen es turbulento

$$R = \frac{VDP}{M}$$

El comportamiento de los flujos es básicamente por los efectos de viscosidad y gravedad.

Viscosas < f inercia .....turbulenta

Viscosas > f inercia.....laminar

Estado transición- A medida de que gradualmente los efectos de corte comenzaran a efectuar las capas dentro del fluido y a reducir el tamaño del tapón en el centro del flujo, la velocidad aumenta desde el pozo hasta el tapón central, decae a 0

Cuando un líquido circula por un tubo sufre pérdidas en su energía. Estas pérdidas se deben a las siguientes causas.

- 1.-Pérdidas por fricción
- 2.-Pérdidas por entrada
- 3.-Pérdidas por salida
- 4.-Pérdidas por súbito ensanchamiento del tubo
- 5.-Pérdidas por súbita contracción del tubo
- 6.- Pérdidas por obstrucciones en el tubo
- 7.- Pérdidas por cambio de dirección

Generalmente la pérdida más importante es debida a la fricción, aunque en ciertos casos algunas de las otras pueden ser de importancia y en otros pueden incluso no existir.

Cuando la tubería es de gran longitud, esta pérdida es principal y llega a ser tan grande que a veces pueden despreciarse las demás por ser muy pequeñas comparadas con ella, esta pérdida la representamos ( $h_f$ ) y depende de:

- A) El material del que está constituido el tubo
- B) El estado de la tubería
- C) longitud de la tubería
- D) El diámetro
- E) Velocidad de circulación del agua en la tubería

$$h_f = f \frac{L}{D} \cdot \frac{v^2}{2g}$$

f= factor fricción

g= aceleración de la gravedad en  $m/s^2$

$h_f$ = pérdida de fricción en m

D= diámetro en m

L= Longitud del tubo en m

V= velocidad media medida en m/s

El factor fricción es función de la viscosidad y del número de Reynolds (Re) en el tubo



$$f=f(t,Re)$$

Si se representa la relación entre la pérdida de energía y la longitud del tubo en que este ocurre es :

$$Sf = \frac{hf}{L} = \frac{f}{D} \cdot \frac{v^2}{2g}$$

De acuerdo con lo anterior, las leyes que rigen la pérdida por fricción son:

- 1.- Es proporcional a la longitud de la tubería
- 2.- Es inversamente proporcional al diámetro del tubo
- 3.- Es directamente proporcional al cuadrado de la velocidad de circulación

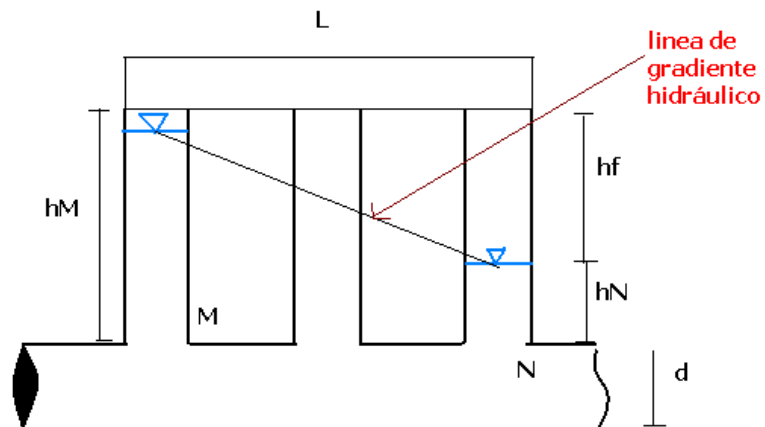
A estas 3 leyes se les conoce como Leyes de Chezy.

### GRADIENTE HIDRAULICO

Supongamos un tubo horizontal de sección constante, por el cual circula el agua en el sentido indicado en la figura. La energía total que el líquido posee en un punto dado, es la suma de la carga de posición la carga de velocidad y la carga de presión.

Si en un punto "m" el tubo se hace un orificio y se inserta un tubo que llamamos piezométrico, el agua penetrará y ascenderá hasta un determinado nivel cuya altura es justamente la medida de la presión ahí

$$h_M = \frac{PM}{\rho}$$



A medida de que el líquido circula por el tubo, su energía total va disminuyendo, debido a que la va empleando en vencer a la fricción. Como el tubo es de sección constante, la velocidad de circulación es igual en todo el tubo y por lo tanto la carga de velocidad es la misma en toda la sección.

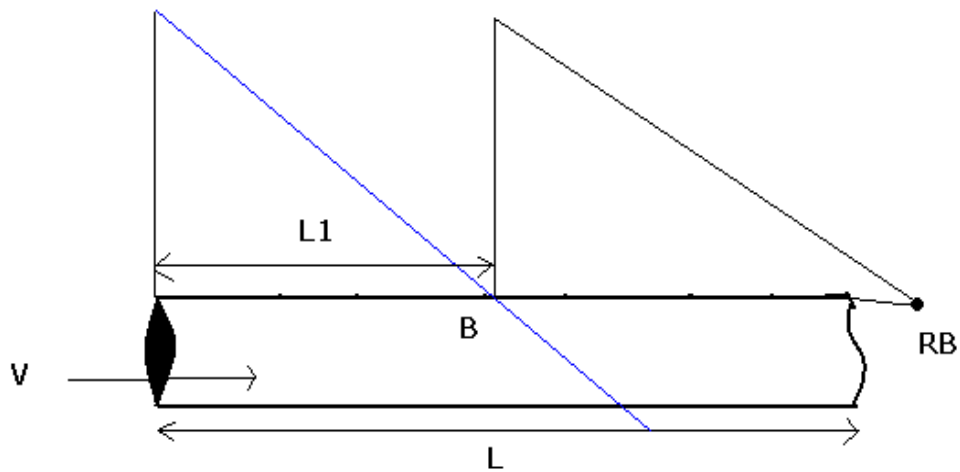
También dijimos que el tubo era horizontal, por lo tanto no hay pérdida de energía de posición.

Si en un punto N situado en una distancia L adelante del punto M insertamos un tubo piezometrico, vemos que la altura es igual.

Es decir, es menor, la energía total en N es menos que en M, puesto que si no ha habido variación en la carga de velocidad y posición, en cambio la carga de presión si ha disminuido, osea que ha habido una perdida de carga y esta se debió a la fricción.

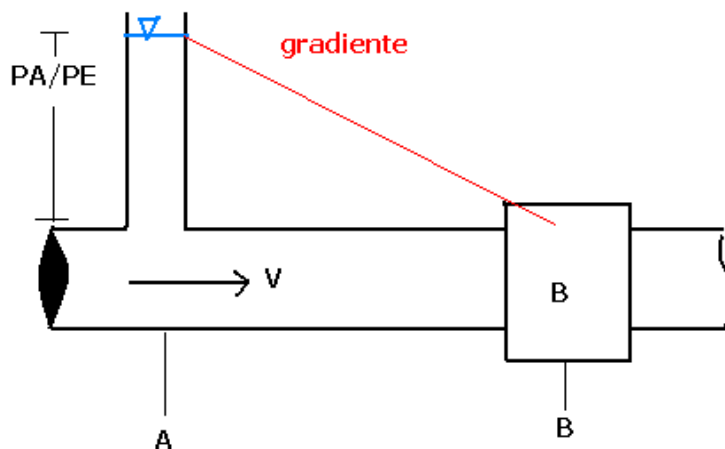
La línea de gradiente hidráulico esta estrechamente relacionada con el número de Reynolds, pues se ve afectada por la mayor o menor turbulencia de un liquido.

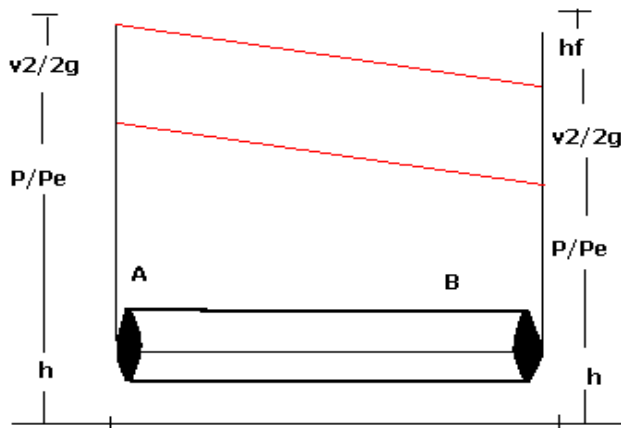
El cociente  $hf/L$  es la pendiente de la línea del gradiente hidráulico y también se llama pendiente hidráulica de la tubería, y es de mucha importancia del estado de escurrimiento del agua en los tubos.



Imagine mos

una tubería por el cual circula agua, con un tubo piezometrico insertado como se indica en la figura, marcando una determinada altura h. En el punto B don de la línea del gradiente toca a la tubería, la presión es cero. Quiere decir que toda la energía de presión que tenia en el agua en el punto A se ha empleado en producir circulación de A a B y que si queremos que la circulación continúe mas allá del punto B tendremos que colocar una bomba.

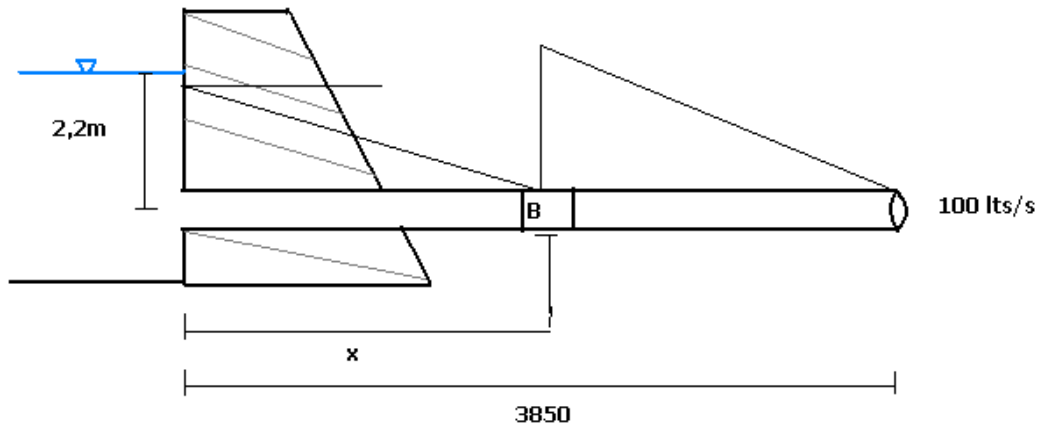




$$h_1 + \frac{v_A^2}{2g} + \frac{P_A}{\rho} = h_2 + \frac{v_B^2}{2g} + \frac{P_B}{\rho} + h_f$$

En un muro de retención de agua, a una profundidad de 2.2m se ha colocado la entrada de una tubería de concreto de 40 cm de diámetro y de 3850m. de longitud.

A la salida de la tubería se requiere un gasto de 100 lts/s. ¿A que distancia x de la entrada hay que poner una bomba y cual deberá de ser la potencia del motor de la bomba si la eficiencia del conjunto es de 67%. Desprecie las pérdidas de carga menores.



$$\frac{v_A^2}{2g} + \frac{P_A}{\rho} = h_2 + \frac{v_B^2}{2g} + \frac{P_B}{\rho} + h_f$$

$$h_f = 7.70 \text{ m}$$

$$\frac{v^2}{2g} = \frac{(0.79)^2}{19.62} = 0.031$$

$$h = 2.2 - 0.031 = 2.169$$

$$h = 7.7 - 2.16 = 5.54 \text{ m}$$

$h_1 +$

### VERTEDORES

Se llama vertedor a un dispositivo hidráulico que consiste en una escotadura o abertura a través de la cual se hace circular el agua.

Hay diferentes clases de vertedores según la forma que se obligue adoptar la sección líquida que circula por la escotadura.

De modo que puede ser rectangular, trapezoidal, triangular, circular o de cualquier otra sección curva.

Las formas más utilizadas son las primeras 3, con el fin de conocer el gasto, para lo cual se mide el ancho  $L$  de la presa y la carga  $H$  del vertedor, medida a una distancia  $d$  de la cresta para evitar que se vea afectado por el abatimiento del perfil. Esta distancia varía de 5 a 10 veces la carga.

Cuando la longitud de  $L$  de la cresta es relativamente pequeña comparada con la del ancho  $B$  del canal, entonces las líneas del flujo del agua toman las direcciones indicadas en la planta y el chorro después de la salida que sufre 2 contracciones laterales.

Para el cálculo de vertedores hay diversas fórmulas, para este curso solo estudiaremos la fórmula de Francis.

$$\text{Sistema inglés} \quad Q = 3.33(L - 0.1n)h^{3/2} \quad Q = \text{ft}^3/\text{seg}$$

$$\text{Sistema métrico} \quad Q = 1.84(L - 0.1n)h^{3/2} \quad Q = \text{m}^3/\text{seg}$$

En un canal de agua, está colocado un vertedor con 2 contracciones laterales, una longitud de cresta de 1.2m y una carga de 0.4m. Calcular el gasto que pasa por dicho canal.

$$\text{Inles: } 1.2\text{m} \gggg 3.93\text{ ft} \quad 0.4\text{ m} \gggg 1.31\text{ ft}$$

$$Q = 3.33(3.93 - 0.1(2))(1.31)(1.31)^{3/2}$$

$$Q = 18.31 \text{ ft}^3/\text{seg}$$

Métrico :

$$Q = 1.84(1.2 - 0.1(2))(0.4)(0.4)^{3/2}$$

$$Q = 0.52 \text{ m}^3/\text{seg}$$

Se tiene un vertedor con 2 contracciones laterales, con una longitud de cresta de 1.15m y una carga de 0.28 m : determinar la carga que debería de tener un vertedor sin contracciones laterales y con igual longitud de cresta, para dar salida al mismo gasto.

$$Q = 1.84(1.15 - 0.1(2))(0.28)(0.28)^{3/2}$$

$$Q = 0.29 \text{ m}^3/\text{seg}$$

$$0.29 = 1.84(1.15)(h)^{3/2}$$

$$h^{3/2} = 0.1465 \quad h = 0.27\text{m}$$

Se tiene un vertedor con dos contracciones laterales, con una longitud de cresta de 1.15m: Determinar la carga necesaria para dar salida a un gasto de 300 lts/seg

$$0.3 = 1.84 (1.15 - 0.1(2)(h)) (h)^{3/2}$$

$$\sqrt[3]{(0.163)^2} =$$

$$0.298 = [1.15 - 0.1(2)(h)] (h)$$

$$-0.2h^2 + 1.15h - 0.298 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{1.15 \pm \sqrt{1.15^2 - 4(0.2)(0.298)}}{2(0.2)}$$

$$X_1 = 5.47 \text{ m}$$

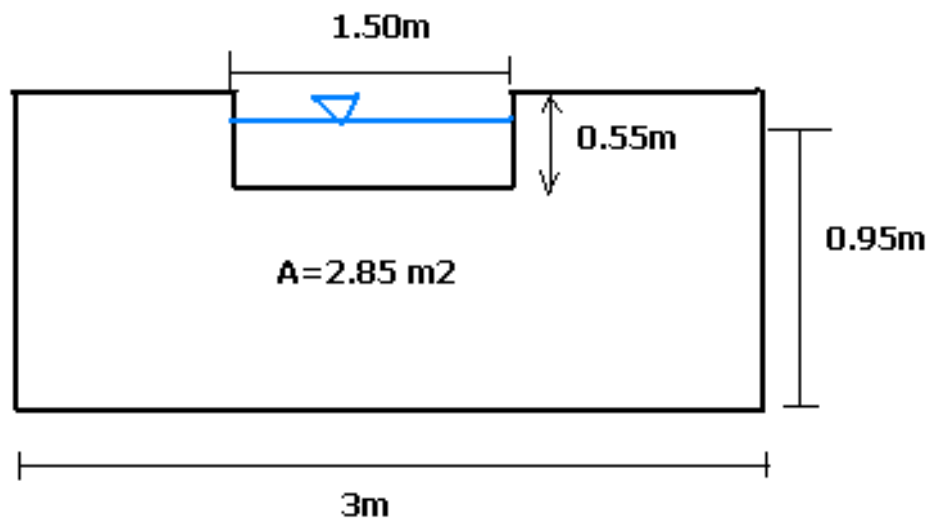
$$X_2 = 0.275 \text{ m}$$

### VELOCIDAD DE LLEGADA

Habrán casos en los cuales el agua llega al vertedor con una determinada velocidad, de tal manera que si la relación entre las dimensiones del vertedor y las del canal está en tal proporción, se alteran las condiciones mecánicas del escurrimiento que sirvieron para establecer la fórmula general.

Si la velocidad en el canal es grande, se puede sentir su efecto en el vertedor, incrementando el gasto, es decir, parecerá como si el vertedor estuviera trabajando con una carga mayor.

Un vertedor con contracciones laterales como se muestra en la figura tiene una longitud de cresta de 1.50 m y una carga de 0.55 m, está colocado a la salida de un canal rectangular de 3 m de ancho y en que circula el agua con un tirante de 0.45 m. Calcular el gasto.



$$Q = 1.84$$

$$(1.50 -$$

$$0.1(2)$$

$$(0.55))$$

$$(0.55)^{3/2}$$

$$V = Q/A = 1.04/2.85$$

$$Q = 1.84 (1.39)(0.407)$$

$$V = 0.36 \text{ m/s}$$

$$Q=1.04 \text{ m}^3/\text{seg}$$

Con el mismo fin de obtener el mismo gasto que se obtendrá con la velocidad de llegada, tenemos que aumentar la carga con una cantidad  $h_0$  equivalente a la velocidad de llegada.

$h_0$  =es una cantidad de presión apartir de las cargas de la velocidad de llegada.

$$h_0 = \frac{v_0^2}{2g}$$

Por lo que la ecuación modificada queda de la siguiente forma

$$Q=1.84 (L - 0.1 n h)( h +h_0)^{3/2}$$

$$h_0 = \frac{(0.36)^2}{19.62} = 0.0066\text{m}$$

1 tanteo :

$$Q=1.84 [1.50-0.1(2)(0.55)][0.55+ 0.066]^{3/2}$$

$$Q=1,84(1.39)(0.415)$$

$$Q=1.06\text{m}^3/\text{s}$$

$$V = \frac{1.062}{2.85} = 0.37 \text{ m/s} \quad h_0 = \frac{(0.37)^2}{19.62} = 0.0069\text{m}$$

2 tanteo:

$$Q=1,84(1.39)(0.415)$$

$$Q= 1. 063\text{m}^3/\text{s}$$

$$Q_{\text{inicial}} = 1.043 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q(1\text{tanteo}) = 1.06\text{m}^3/\text{s}$$

$$Q(2\text{ tanteo}) = 1. 063\text{m}^3/\text{s}$$

En el vertedor de la figura anteriro, determinar el gasto cuando se tienen las siguientes condiciones:

$$L=1.50\text{m}$$

$$h=0.55\text{m}$$

$$B=1.60\text{m}$$

$$d=0.73$$

$$n=0$$

$$Q=1.84 [1.60-0.1(2)(0.55)][0.55]^{3/2}$$

$$Q= 1.125\text{m}^3/\text{s}$$

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{1.125}{1.168} = 0.963 \text{ m/s}$$

$$h_o = \frac{(0.963)^2}{19.62} \quad h_o = 0.047\text{m}$$

### 1 tanteo

$$Q = 1.84(1.5)(0.461) \quad Q = 1.272 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$V = \frac{1.272}{1.168} = 1.089 \text{ m/s}$$

$$h_o = \frac{(1.089)^2}{19.62} = 0.060\text{m}$$

### 2 tanteo

$$Q = 1.84(1.5)(0.476) \quad Q = 1.313 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$V = \frac{1.313}{1.168} = 1.1275 \text{ m/s}$$

$$h_o = \frac{(1.1275)^2}{19.62} = 0.0647\text{m}$$

### 3 tanteo

$$Q = 1.84(1.5)(0.55 + 0.0647)^{3/2} \quad Q = 1.3301 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$V = \frac{1.3301}{1.168} = 1.1387 \text{ m/s}$$

$$h_o = \frac{(1.1387)^2}{19.62} = 0.0660\text{m}$$

### 4 tanteo

$$Q = 1.84(1.5)(0.55 + 0.066)^{3/2} \quad Q = 1.334 \text{ m}^3/\text{s} \gggg \text{ Q real OK}$$

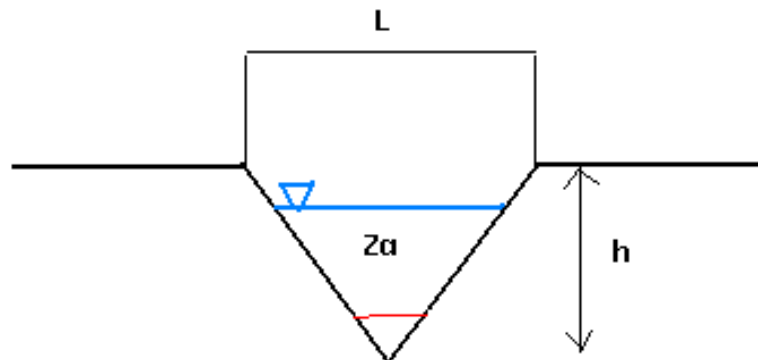
## VERTEDORES TRIANGULARES

Otras de las formas de escotadura comunmente eb vertedores es la triangular. Para obetener la fórmula del gasto llamaremos "Zα" al angulo del vertedor, h la distancia del vertice del ángulo hasta la superficie libre del agua como se muestra en la siguiente figura.

$$Q = C \tan \alpha h^{5/2}$$

$$\alpha = 45^\circ$$

$$\tan 45^\circ = 1$$



### Fórmulas generales.

$$Q = 2.54 h^{5/2} \text{ Sistema ingles}$$

$$Q = 1.40 h^{5/2} \text{ Sistema métrico}$$

Ejemplo

$$\text{Si } \alpha = 30^\circ$$

$$Q = (0.775) h^{2.47} \text{ Sistema métrico}$$

Calcular el gasto de un vertedor triangular con escotadura de angulo recto y una carga de 38 cm

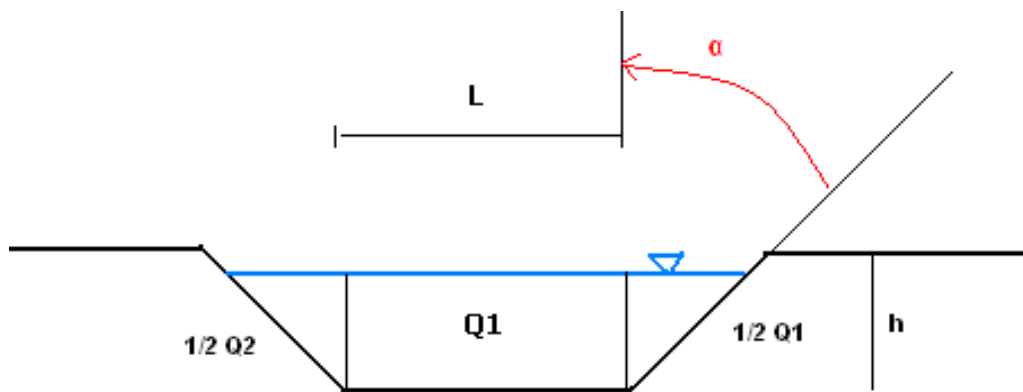
$$Q = 1.34 (0.38)^{2.47}$$

$$Q = 0.122 \text{ m}^3/\text{s}$$

Estos vertedores proporcionan un excelente método para medir gastos pequeños.

### VERTEDORES TRAPECIALES

Al vertedor de la siguiente figura lo podemos descomponer en 2 partes, un vertedor rectangular y un vertedor triangular, de tal manera que tomemos lo siguiente.





$Q_1 = Q$  rectangular

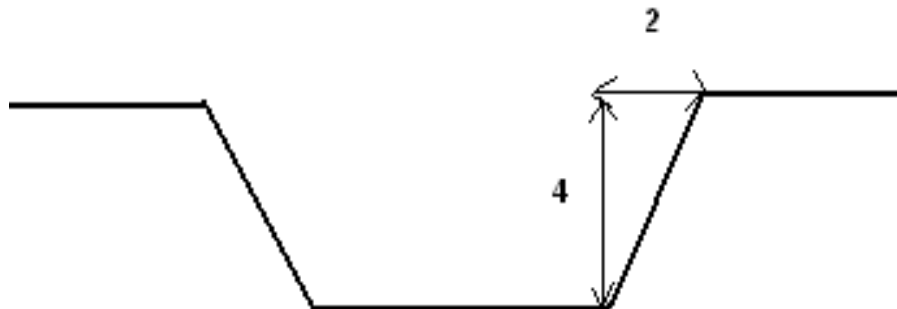
$Q_2 = Q$  triangular

$$Q = 1.84(L - 0.1nh) h^{3/2} + \frac{8}{15} \tan \alpha C \sqrt{2g} h^{5/2}$$

### VERTEDOR CIPOLLETI

Supongamos un vertedor rectangular sin contracciones laterales, con una carga  $h$  y una longitud de cresta  $L$ , este vertedor tiene un determinado gasto. Si se tuviese otro vertedor con igual longitud de cresta e igual carga pero con contracciones, el gasto sería menor, pero puede hacerse que las paredes formen un determinado ángulo para que aumente el gasto hasta hacerlo equivalente al primero, es decir, igual al de un rectangular sin contracciones, de igual longitud y de igual carga.

El vertedor cipoletti se caracteriza porque sus paredes tienen una inclinación tal de sus proyecciones son: 1 horizontal por 4 vertical y el gasto se calcula de la siguiente manera:



$$Q = 3.367 L h^{3/2} \quad \text{sistema ingles}$$

$$Q = 1.859 L h^{3/2} \quad \text{sistema métrico}$$

Determinar el gasto de un vertedor cipoletti que tiene una longitud de cresta de 1.85m y trabaja con una carga de 62 cm

$$Q = 1.859 (1.85)(0.62)^{3/2} \quad Q = 1.678 \text{ m}^3/\text{s}$$

Que longitud de cresta deberá darse a un vertedor cipoletti para que descargue hasta 1500 lts/seg con un carga máxima de 40 cm

$$1.5 = 1.859 L (0.40)^{3/2} \quad L = 3.189$$

Se tiene un vertedor cipoletti, con una longitud de cresta de 1.3 m y una carga de 0.45m, si este se localiza en un canal rectangular cuya base vale 1.35m y su tirante es de 0.75 m

- A) Cual será el gasto tomado en cuenta a la velocidad de llegada
- B) Cuanto valdrá la longitud del espejo del agua, sobre la cresta del vertedor
- C) Cuanto valdrá la carga de un vertedor rectangular con 2 contracciones para que con la misma longitud de cresta pase el mismo gasto
- D) Cuanto debe valer la carga para que por un vertedor triangular con 90° de abertura pase el mismo gasto.

A)  $Q = 1.859 L h^{3/2}$   $Q = 0.7259 \text{ m}^3/\text{s}$   
 $V = \frac{Q}{A} = \frac{0.7259}{1.0125} = 0.7169 \text{ m/s}$   $h_0 = \frac{(0.7169)^2}{19.62} = 0.0261 \text{ m}$

1 tanteo :  $Q = 1.859 (1.3) (0.0261 + 0.45)^{3/2}$   $Q = 0.7939 \text{ m}^3/\text{s}$   
 $V = \frac{0.7939}{1.0125} = 0.7840 \text{ m/s}$   $h_0 = \frac{(0.7840)^2}{19.62} = 0.0313 \text{ m}$

2 tanteo:  $Q = 1.859 (1.3) (0.45 + 0.0313)^{3/2}$   $Q = 0.8063 \text{ m}^3/\text{s}$   
 $V = \frac{0.8063}{1.0125} = 0.7963 \text{ m/s}$   $h_0 = \frac{(0.7963)^2}{19.62} = 0.0323 \text{ m}$

3 tanteo:  $Q = 1.859 (1.3) (0.45 + 0.0323)^{3/2}$   $Q = 0.8094 \text{ m}^3/\text{s} \gg Q \text{ real}$

B) Despeja la formula con el gasto real

$0.8094 = 1.859 L (h + h_0)^{3/2}$   $L = 1.3 \text{ m}$

C)  $Q = 1.84(L - 0.1nh)h^{3/2}$   $0.57 = (L - 0.1(2)h)h^{3/2}$   $= 0.57 = 1.3h - 0.2h^{2-0.57}$   
 $\frac{1.3 \pm \sqrt{1.3^2 - 4(0.2)(0.57)}}{2(1.3)} = 0.92 \text{ m}$

D)  $0.8094 = 1.40 h^{5/2}$   $h = \sqrt[5]{(0.5781)^2}$   $h = 0.80 \text{ m}$