



Universidad Veracruzana

Secretaría Académica
Dirección General de Investigaciones
Instituto de Filosofía

Convocatoria
Consejo Técnico

Núm. Acta: 077/2025

En cumplimiento a lo dispuesto en los artículos 77 de la Ley Orgánica de la Universidad Veracruzana, se convoca para el día 01 de septiembre de 2025 a las 10:00 horas, en el aula del Instituto de Filosofía, a la sesión de Consejo Técnico, bajo el siguiente:

Orden del día

1. Lista de asistencia.
2. Lectura del acta anterior y en su caso, aprobación del Orden del día.
3. Evaluación del proyecto de la Dra. Adaena Fernández Rivera con CVU 415152 candidata a la Convocatoria 2025 Estancias Posdoctorales por México, en su segunda etapa.
4. Evaluación del proyecto de la Dra. Marisol Ramírez Patiño con CVU 392031 candidata a la Convocatoria 2025 Estancias Posdoctorales por México, en su segunda etapa.
5. Evaluación del proyecto de la Dr. Luis Ernesto Guadarrama Navarro con CVU 471494 candidato a la Convocatoria 2025 Estancias Posdoctorales por México, en su segunda etapa.
6. Solicitud de aval académico del Dr. Adolfo García de la Sienra Guajardo para participar como ponente del 6 al 10 de octubre a la XXV Jornada Rolando Chuaqui Kettlun, en Concepción de Chile.
7. Asuntos generales.

Sin otro particular por el momento, reciba saludos cordiales.

Tuxpan # 29
Fracc. Veracruz

C. P. 91020 Xalapa –
Equez., Veracruz,
Xalapa, Ver.

Tel: (01228) 8.15.42.85

Email: iguepons@uv.mx

Página WEB:
<http://www.uv.mx/ifilosofia>

ATENTAMENTE
"LIS DE VERACRUZ: ARTE, CIENCIA, LUZ"
Xalapa, Ver a 29 de agosto de 2025


Dr. Ignacio Quepons Ramírez
Director



INSTITUTO DE FILOSOFIA
UNIVERSIDAD VERACRUZANA
www.uv.mx/ifilosofia

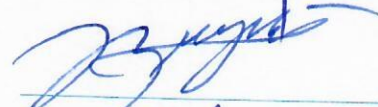
Dr. Jesús M. Turiso Sebastián.

Dr. Jacob Buganza Torio

Dr. Adolfo García de la Sienra Guajardo.

Dr. Julio Quesada Martín.

Mtro. Jesús Abimael Herrera Hernández




**Secretaría Académica
Dirección General de Investigaciones
Instituto de Filosofía**

**CONSEJO TÉCNICO
01 DE SEPTIEMBRE DE 2025**

Núm. Acta: 077/2025

En la ciudad de Xalapa, Veracruz, siendo las 10:00 horas del día 01 de septiembre de 2025, con fundamento en los artículos 20 fracción XI, 75, 76 y 77 de la Ley Orgánica; 303, 304 y 305 del Estatuto General, ambos de la Universidad Veracruzana, reunidos los CC. Dr. Ignacio Quepons Ramírez Director, Dr. Jacob Buganza Torio Coordinador del Doctorado, Dr. Jesús M. Turiso Sebastián Consejero Maestro, Dr. Adolfo García de la Sienna Guajardo, Dr. Julio Quesada Martín y Mtro. Jesús Abimael Herrera Hernández Consejero alumno, todos miembros del Consejo Técnico del Instituto de Filosofía, reunidos en el espacio que ocupa la Sala de Juntas del citado Instituto de Filosofía, con el objeto de tratar los asuntos mencionados en la convocatoria de fecha 29 de agosto de 2025, suscrita por Dr. Ignacio Quepons Ramírez, y que para mayor conocimiento se transcriben a continuación los puntos a tratar:-----

Orden del día

1. Lista de asistencia.
2. Lectura del acta anterior y en su caso, aprobación del Orden del día.
3. Evaluación del proyecto de la Dra. Adaena Fernández Rivera con CVU 415152 candidata a la Convocatoria 2025 Estancias Posdoctorales por México, en su segunda etapa.
4. Evaluación del proyecto de la Dra. Marisol Ramírez Patiño con CVU 392031 candidata a la Convocatoria 2025 Estancias Posdoctorales por México, en su segunda etapa.
5. Evaluación del proyecto de la Dr. Luis Ernesto Guadarrama Navarro con CVU 471494 candidato a la Convocatoria 2025 Estancias Posdoctorales por México, en su segunda etapa.
6. Solicitud de aval académico del Dr. Adolfo García de la Sienna Guajardo para asistir a la XXV Jornada Rolando Chuaqui Kettlun, en Concepción de Chile los días 8, 9 y 10 de octubre.
7. Asuntos generales

En el marco de lo anterior y con fundamento en el artículo 78 de la Ley antes citada, los miembros del Consejo Técnico hemos llegado a los siguientes:-----

ACUERDOS:-----

PRIMERO.- Hubo *quorum* para la celebración de la sesión.-----

SEGUNDO.- Queda aprobada el acta de la sesión anterior.-----

TERCERO.- El consejo técnico recibió el proyecto de la **Dra. Adaena Fernández Rivera con número de CVU 415152** titulado "El problema de la inclusión de las comunidades indígenas en la sociedad nacional, un enfoque holista", para participar en la convocatoria 2025 "Estancias Posdoctorales por México", que presenta en calidad de asesor el Dr. Adolfo García de la Sienna, investigador titular de tiempo completo adscrito al Instituto de Filosofía, y que cuenta con el proyecto SIREI registrado con el número 242362024109 "Lógica, metodología y Filosofía de la Ciencia". Una vez evaluada la viabilidad, calidad del proyecto, y congruencia con los objetivos y metas del PLADEA vigente, de acuerdo con la justificación que aparece en el oficio dirigido a este CT, así como su pertinencia para la LGAC "Racionalidad, ciencia y sociedad" del programa de doctorado en Filosofía, y el cuerpo académico "Ética, economía y mentalidad hispanoamericana" Registro UV-CA-398 el CT se pronunció a favor del otorgamiento del respectivo aval académico. En su comparecencia el Dr. García de la Sienna destacó que el proyecto involucra elementos metodológicos de la teoría de la acción racional de acuerdo con el pensamiento de Arrow, que se incorpora a cabalidad dentro de las investigaciones metodológicas realizadas por él, como parte de su proyecto y dentro de la agenda del cuerpo académico del que además es responsable. Inmediatamente después de su intervención, el Dr. Ignacio Quepons Ramírez, director del Instituto de Filosofía, señaló que es importante garantizar los espacios de trabajo de los



RECEIVED
JAN 10 1964
U.S. DEPARTMENT OF AGRICULTURE

WASHINGTON, D.C.

TO: DIRECTOR, AGRICULTURAL RESEARCH SERVICE
FROM: ASSISTANT SECRETARY FOR AGRICULTURAL RESEARCH
SUBJECT: [Illegible]

1. [Illegible]
2. [Illegible]
3. [Illegible]
4. [Illegible]
5. [Illegible]
6. [Illegible]
7. [Illegible]
8. [Illegible]
9. [Illegible]
10. [Illegible]

11. [Illegible]
12. [Illegible]
13. [Illegible]
14. [Illegible]
15. [Illegible]
16. [Illegible]
17. [Illegible]
18. [Illegible]
19. [Illegible]
20. [Illegible]
21. [Illegible]
22. [Illegible]
23. [Illegible]
24. [Illegible]
25. [Illegible]
26. [Illegible]
27. [Illegible]
28. [Illegible]
29. [Illegible]
30. [Illegible]
31. [Illegible]
32. [Illegible]
33. [Illegible]
34. [Illegible]
35. [Illegible]
36. [Illegible]
37. [Illegible]
38. [Illegible]
39. [Illegible]
40. [Illegible]
41. [Illegible]
42. [Illegible]
43. [Illegible]
44. [Illegible]
45. [Illegible]
46. [Illegible]
47. [Illegible]
48. [Illegible]
49. [Illegible]
50. [Illegible]
51. [Illegible]
52. [Illegible]
53. [Illegible]
54. [Illegible]
55. [Illegible]
56. [Illegible]
57. [Illegible]
58. [Illegible]
59. [Illegible]
60. [Illegible]
61. [Illegible]
62. [Illegible]
63. [Illegible]
64. [Illegible]
65. [Illegible]
66. [Illegible]
67. [Illegible]
68. [Illegible]
69. [Illegible]
70. [Illegible]
71. [Illegible]
72. [Illegible]
73. [Illegible]
74. [Illegible]
75. [Illegible]
76. [Illegible]
77. [Illegible]
78. [Illegible]
79. [Illegible]
80. [Illegible]
81. [Illegible]
82. [Illegible]
83. [Illegible]
84. [Illegible]
85. [Illegible]
86. [Illegible]
87. [Illegible]
88. [Illegible]
89. [Illegible]
90. [Illegible]
91. [Illegible]
92. [Illegible]
93. [Illegible]
94. [Illegible]
95. [Illegible]
96. [Illegible]
97. [Illegible]
98. [Illegible]
99. [Illegible]
100. [Illegible]

For [Illegible]

**Secretaría Académica
Dirección General de Investigaciones
Instituto de Filosofía**

**CONSEJO TÉCNICO
01 DE SEPTIEMBRE DE 2025**

investigadores postdoctorales en caso de que el proyecto sea aprobado. En ese sentido, luego de evaluar los espacios, recursos e infraestructura necesaria para la realización del proyecto se determinó que sí existen esas condiciones en las instalaciones del Instituto de Filosofía. No se requerirán recursos adicionales para su realización.-----

CUARTO.- El consejo técnico recibió el proyecto de la **Dra. Marisol Ramírez Patiño con número de CVU 392031** titulado "El resentimiento en clave scheleriana, orígenes, dinámica colectiva y consecuencias en los movimientos sociopolíticos actuales" para participar en la convocatoria 2025 "Estancias Postdoctorales por México", que presenta en calidad de asesor el Dr. Jesús Turiso Sebastián, investigador titular de tiempo completo adscrito al Instituto de Filosofía, y que cuenta con el proyecto SIREI registrado con el número 24722202356 "El reino de la cultura de los nacionalismos". Una vez evaluada la viabilidad, calidad del proyecto, y congruencia con los objetivos y metas del PLADEA vigente, de acuerdo con la justificación que aparece en el oficio dirigido a este CT, así como su pertinencia para la LGAC "Racionalidad, ciencia y sociedad" del programa de doctorado en Filosofía, así como en la LGAC "Historia de las Ideas sociales, culturales y políticas, del programa de Maestría en Filosofía e Historia de las Ideas, así como las propias del Cuerpo Académico "Ética, economía y mentalidad hispanoamericana" Registro UV-CA-398 el CT se pronunció a favor del otorgamiento del respectivo aval académico. En su comparecencia, el Dr. Jesús Turiso destacó que el proyecto aporta un marco teórico para estudiar las formas del resentimiento en el discurso cultural y social contemporáneo, que se incorpora a cabalidad dentro de las investigaciones realizadas por él, como parte de su proyecto y dentro de la agenda del cuerpo académico del que además es responsable. Inmediatamente después de su intervención, el Dr. Ignacio Quepons Ramírez, director del Instituto de Filosofía, señaló que es importante garantizar los espacios de trabajo de los investigadores postdoctorales en caso de que el proyecto sea aprobado. En ese sentido, luego de evaluar los espacios, recursos e infraestructura necesaria para la realización del proyecto, se determinó que sí existen esas condiciones en las instalaciones del Instituto de Filosofía. No se requerirán recursos adicionales para su realización.-----

QUINTO.- El consejo técnico recibió el proyecto del **Dr. Luis Ernesto Guadarrama Navarro con número de CVU 47149** con el proyecto titulado "Valores , emoción y normatividad: un estudio de axiología de la educación desde un enfoque fenomenológico", que presenta en su calidad de asesor el Dr. Ignacio Quepons Ramírez, investigador titular de tiempo completo adscrito al Instituto de Filosofía, y que cuenta con el proyecto SIREI registrado con el número 273172024145 "Subjetividad, vida afectiva y racionalidad práctica". Luego de evaluar la viabilidad, calidad del proyecto y objetivos y congruencia con los objetivos y metas del PLADEA vigente, de acuerdo con la justificación que aparece en el oficio dirigido a este CT, así como su pertinencia para la LGAC "Fenomenología y Metafísica" del programa de doctorado en Filosofía así como la LGAC "Historia de los sistemas filosóficos" del programa de maestría en filosofía e historia de las ideas, y el Cuerpo Académico Filosofía, justicia y vulnerabilidad CA-UV-531, el CT se pronunció a favor del otorgamiento del respectivo aval académico. En su comparecencia el Dr. Ignacio Quepons Ramírez destacó que el proyecto se alinea a cabalidad con su proyecto de investigación centrado en el pensamiento ético y axiológico de Husserl, y puso como prueba su reciente contribución a las traducciones de los escritos sobre ética fenomenológica de Husserl, así como la relevancia del perfil del Dr. Guadarrama, toda vez que tiene formación en filosofía y es doctor en ciencias con una investigación sobre epistemología de la historia conceptual, lo cual aportará de forma decisiva las actividades del programa de Maestría en Filosofía e Historia de las Ideas. Luego de su intervención, de nueva cuenta, se evaluó la disponibilidad de espacios e infraestructura y se determinó que el Instituto de Filosofía cuenta con todas las facilidades necesarias para la realización de este proyecto. No se requerirán recursos adicionales para su realización.-----

**Secretaría Académica
Dirección General de Investigaciones
Instituto de Filosofía**

**CONSEJO TÉCNICO
01 DE SEPTIEMBRE DE 2025**

SEXTO.- Luego de la lectura de la solicitud del Dr. Adolfo García De la Sienra para participar en la XXV Jornada Rolando Chuaqui Kettlun, en Concepción de Chile con la ponencia "Non-Archimidean Extensive Measurement" misma que se anexó a la solicitud, se procedió a su revisión y verificación de la carta de invitación oficial, así como la incorporación de esta solicitud dentro del proyecto SIREI correspondiente, así como su pertinencia para el cumplimiento de las metas y objetivos del PLADEA. Una vez concluida la revisión, el Consejo Técnico decidió otorgar su aval académico para solicitar **comisión académica internacional del 6 al 10 de octubre**, en los términos en que fue solicitado en su oficio.-----

SÉPTIMO.- Asuntos generales En asuntos generales, el Dr. Jesús Turiso Sebastián y el Mtro. J. Abimael Herrera Hernández, en calidad de consejero maestro y alumno respectivamente, informaron que en relación con la Sesión Solemne del Consejo Universitario General del día miércoles 27 de agosto de 2025, al cual habían sido convocados por oficio para participar a partir de las 17:00 hrs. en la Sala Principal de *Tlaqná*, Centro Cultural, en el Campus para la Cultura, las Artes y el Deporte (CAD), en la ciudad de Xalapa, con motivo de la presentación del 4º. Informe de labores 2024-2025 *Por una transformación integral*, se presentaron en las inmediaciones de la sede antes de la hora convocada, y no fueron informados sobre el cambio de sede, el cual se enteraron a través de los medios de comunicación. En este sentido, el Dr. Ignacio Quepons Ramírez señaló que tuvo lugar una manifestación que clausuró los accesos al recinto y él tampoco recibió ninguna comunicación al respecto por parte de las autoridades.-----

No habiendo nada más que agregar, se cierra la presente acta, siendo las 11:00 horas del mismo día de su fecha, firmando al margen y calce los que en ella intervenimos.-----



Dr. Ignacio Quepons Ramírez
Director



Dr. Jacob Buganza Torio
Coordinador del Doctorado



Dr. Jesús M. Turiso Sebastián
Consejero Maestro



Dr. Adolfo García de la Sienra G.
Representante



Dr. Julio Quesada Martín
Representante



Mtro. Jesús Abimael Herrera
Hernández
Consejero Alumno



Universidad Veracruzana
Dirección General Investigaciones
Xalapa

Xalapa, Ver., 8 de septiembre de 2025

Dra. Liza Elena Aceves López
Directora General de Becas y Apoyos a la
Comunidad Científica y Humanística (DGBACCYH)
SECIHTI
Presente.

En el marco de la Convocatoria 2025 (1) "Estancias Posdoctorales por México Iniciales" y con base en sus términos y requisitos, me dirijo a usted para respaldar institucionalmente la solicitud de beca en la Modalidad de Estancia Posdoctoral Académica a favor de la **Dra. Adaena Fernández Rivera**, (CVU # 415152).

El Proyecto académico a desarrollar tendrá las siguientes características:

Proyecto académico: **"El problema de la inclusión de las comunidades indígenas en la sociedad nacional. Un enfoque holista"**.

Asesor del Proyecto: **Dr. Adolfo García de la Sienra Guajardo** (CVU # 5670), Investigador de Tiempo Completo del Instituto de Filosofía.

Lugar físico donde se realizará la estancia: **Calle Tuxpam # 29, Fraccionamiento Veracruz, C. P. 91020, Xalapa, Veracruz.**

Inicio: **1 de febrero de 2026**

Duración: **48 meses.**

Dedicación de **Tiempo completo.**

En caso de que la propuesta sea evaluada positivamente, esta Institución aportará los recursos y la infraestructura necesarios para el desarrollo del proyecto.

ATENTAMENTE

"Lis de Veracruz: Arte, Ciencia, Luz"


Dr. Roberto Zenteno Cuevas
Director General de Investigaciones de la
Universidad Veracruzana y Representante Legal
ante la SECIHTI



Universidad Veracruzana
Dirección General Investigaciones
Xalapa

Xalapa, Ver., 8 de septiembre de 2025

Dra. Liza Elena Aceves López
Directora General de Becas y Apoyos a la
Comunidad Científica y Humanística (DGBACCYH)
SECIHTI
Presente.

En el marco de la Convocatoria 2025 (1) "Estancias Posdoctorales por México Iniciales" y con base en sus términos y requisitos, me dirijo a usted para respaldar institucionalmente la solicitud de beca en la Modalidad de Estancia Posdoctoral Académica a favor de la **Dra. Marisol Ramírez Patiño**, (CVU # 392031).

El Proyecto académico a desarrollar tendrá las siguientes características:

Proyecto académico: **"El resentimiento en clave scheleriana: orígenes, dinámica colectiva y consecuencias en los movimientos sociopolíticos actuales"**.

Asesor del Proyecto: **Dr. Jesús Martín Turiso Sebastián** (CVU # 22078), Investigador de **Tiempo Completo del Instituto de Filosofía**.

Lugar físico donde se realizará la estancia: **Calle Tuxpam # 29, Fraccionamiento Veracruz, C. P. 91020, Xalapa, Veracruz**.

Inicio: **1 de febrero de 2026**

Duración: **48 meses**.

Dedicación de **Tiempo completo**.

En caso de que la propuesta sea evaluada positivamente, esta Institución aportará los recursos y la infraestructura necesarios para el desarrollo del proyecto.

ATENTAMENTE

"Lis de Veracruz: Arte, Ciencia, Luz"

Dr. Roberto Zenteno Cuevas
Director General de Investigaciones de la
Universidad Veracruzana y Representante Legal
ante la SECIHTI

Dr. Luis Castelazo Ayala
Col Industrial Ánimas,
C.P. 91193
Xalapa-Enríquez,
Veracruz, México

Teléfono
01 (228) 841 89 02

Conmutador
841 89 00

Extensión
13902

Correo electrónico
rzenteno@uv.mx



Universidad Veracruzana
Dirección General Investigaciones
Xalapa

Xalapa, Ver., 8 de septiembre de 2025

Dra. Liza Elena Aceves López
Directora General de Becas y Apoyos a la
Comunidad Científica y Humanística (DGBACCYH)
SECIHTI
Presente.

En el marco de la Convocatoria 2025 (1) "Estancias Posdoctorales por México Iniciales" y con base en sus términos y requisitos, me dirijo a usted para respaldar institucionalmente la solicitud de beca en la Modalidad de Estancia Posdoctoral Académica a favor del **Dr. Luis Ernesto Guadarrama Navarro**, (CVU # 471494).

El Proyecto académico a desarrollar tendrá las siguientes características:

Proyecto académico: **"Valores, emoción y normatividad: un estudio de axiología de la educación desde un enfoque fenomenológico"**.

Asesor del Proyecto: **Dr. Ignacio Quepons Ramírez** (CVU # 27035), Investigador de Tiempo Completo del Instituto de Filosofía.

Lugar físico donde se realizará la estancia: **Calle Tuxpam # 29, Fraccionamiento Veracruz, C. P. 91020, Xalapa, Veracruz.**

Inicio: **1 de febrero de 2026**

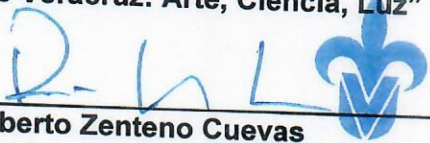
Duración: **48 meses.**

Dedicación de **Tiempo completo.**

En caso de que la propuesta sea evaluada positivamente, esta Institución aportará los recursos y la infraestructura necesarios para el desarrollo del proyecto.

ATENTAMENTE

"Lis de Veracruz: Arte, Ciencia, Luz"


Dr. Roberto Zenteno Cuevas
Director General de Investigaciones de la
Universidad Veracruzana y Representante Legal
ante la SECIHTI

Dr. Luis Castelazo Ayala
Col Industrial Ánimas,
C.P. 91193
Xalapa-Enríquez,
Veracruz, México

Teléfono
01 (228) 841 89 02

Conmutador
841 89 00

Extensión
13902

Correo electrónico
rzenteno@uv.mx



Universidad Veracruzana
Secretaría Académica

Of. No. SA-1393/2025
Xalapa, Ver., a 18 de septiembre de 2025

Dr. Ignacio Quepons Ramírez
Director del Instituto de Filosofía
Presente

Lomas del Estadio s/n
Edificio "A" 2º piso,
C.P. 91000
Xalapa-Enríquez,
Veracruz, México

Teléfono
01 (228) 842 17 13

Conmutador
(228) 842 17 00,
(228) 842 27 00

Extensión
11713
11060

Correo
electrónico
secretariaacademica@uv.
mx

Estimado Dr. Quepons Ramírez

En respuesta a su petición enviada a través del folio Hermes NVTM5154-25 relacionada con la participación del Dr. **Adolfo García de la Sienra Guajardo** como ponente en la XXV Jornada Rolando Chuaqui Kettlun, en Concepción de Chile, del 6 al 10 de octubre de 2025, le informo que esta Secretaría otorga la autorización académica correspondiente.

Es importante que el Dr. García de la Sienra Guajardo asuma la responsabilidad que conlleva su traslado e identifique los riesgos que implican su viaje y permanencia en otro país.

De igual manera, le solicito informar al académico que al finalizar su estancia haga llegar a esta Secretaría, un reporte en archivo electrónico al correo secretariaacademica@uv.mx sobre los resultados académicos logrados.

Sin otro particular, reciba saludos cordiales.

"Lis de Veracruz: Arte, Ciencia, Luz"

Dr. Arturo Aguilar Ye
Secretario Académico
Universidad Veracruzana

Ccp. Dr. Roberto Zenteno Cuevas.-Director General de Investigaciones.-Presente



Universidad Veracruzana

Dirección General de Investigaciones
Instituto de Filosofía

Región Xalapa

IFUV/0146/2025
03/09/2025

Dr. Arturo Aguilar Ye
Secretario Académico
Universidad Veracruzana

Estimado Dr. Aguilar Ye

Calle
Tuxpam 29
Fraccionamiento
Veracruz CP. 91020
Xalapa Enríquez,
Veracruz

Teléfono
(228) 8154285

Correo electrónico
iquepons@uv.mx

Por la presente solicito la autorización de Comisión Académica Internacional del **Dr. Adolfo García de la Sienra Guajardo** del 6 al 10 de octubre del año 2025, para asistir como ponente en la XXV Jornada Rolando Chuaqui Kettlun, en Concepción de Chile. Estas actividades forman parte del proyecto registrado en SIREI "Lógica, metodología y Filosofía de la Ciencia" con No. de registro DGI242362024109. Los gastos de traslado y hospedaje serán cubiertos con los recursos de su proyecto SECIHTI con No. de registro: CF-2023-1-161.

Sin otro particular le envió un cordial saludo.

ATENTAMENTE
"LIS DE VERACRUZ: ARTE, CIENCIA, LUZ"



Dr. Ignacio Quepons Ramírez
Director
Instituto De Filosofía



INSTITUTO DE FILOSOFÍA
UNIVERSIDAD VERACRUZANA
www.uv.mx/filosofia

Vo. Bo.



Dr. Roberto Zenteno Cuevas
Director General De Investigaciones
Universidad Veracruzana



THE SECRETARY
OF THE
TREASURY
WASHINGTON
D.C.

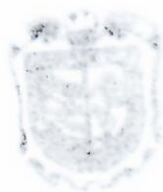
THE SECRETARY
OF THE
TREASURY
WASHINGTON
D.C.

WASHINGTON
D.C.

THE SECRETARY
OF THE
TREASURY
WASHINGTON
D.C.

WASHINGTON
D.C.

WASHINGTON
D.C.



INSTITUTE OF RUSSIA
WASHINGTON
D.C.

WASHINGTON
D.C.

WASHINGTON
D.C.



Universidad Veracruzana

Dirección General de Investigaciones
Instituto de Filosofía

Región Xalapa

IFUV/0146/2025

03/09/2025

Dr. Arturo Aguilar Ye
Secretario Académico
Universidad Veracruzana

Estimado Dr. Aguilar Ye

Calle
Tuxpam 29
Fraccionamiento
Veracruz CP. 91020
Xalapa Enríquez,
Veracruz

Teléfono
(228) 8154285

Correo electrónico
iquepons@uv.mx

Por la presente solicito la autorización de Comisión Académica Internacional del **Dr. Adolfo García de la Sienra Guajardo** del 6 al 10 de octubre del año 2025, para asistir como ponente en la XXV Jornada Rolando Chuaqui Kettlun, en Concepción de Chile. Estas actividades forman parte del proyecto registrado en SIREI "Lógica, metodología y Filosofía de la Ciencia" con No. de registro DGI242362024109. Los gastos de traslado y hospedaje serán cubiertos con los recursos de su proyecto SECIHTI con No. de registro: CF-2023-1-161.

Sin otro particular le envío un cordial saludo.

ATENTAMENTE
"LIS DE VERACRUZ: ARTE, CIENCIA, LUZ"


Dr. Ignacio Quepons Ramirez
Director
Instituto De Filosofía

Vo. Bo.

Dr. Roberto Zenteno Cuevas
Director General De Investigaciones
Universidad Veracruzana



1. The purpose of this report is to provide a summary of the results of the study conducted by the Department of Health and Human Services, Office of the Assistant Secretary for Health, Office of the Assistant Secretary for Health, Office of the Assistant Secretary for Health.

2. The purpose of this report is to provide a summary of the results of the study conducted by the Department of Health and Human Services, Office of the Assistant Secretary for Health, Office of the Assistant Secretary for Health, Office of the Assistant Secretary for Health.

3. The purpose of this report is to provide a summary of the results of the study conducted by the Department of Health and Human Services, Office of the Assistant Secretary for Health, Office of the Assistant Secretary for Health, Office of the Assistant Secretary for Health.

4. The purpose of this report is to provide a summary of the results of the study conducted by the Department of Health and Human Services, Office of the Assistant Secretary for Health, Office of the Assistant Secretary for Health, Office of the Assistant Secretary for Health.

5. The purpose of this report is to provide a summary of the results of the study conducted by the Department of Health and Human Services, Office of the Assistant Secretary for Health, Office of the Assistant Secretary for Health, Office of the Assistant Secretary for Health.

6. The purpose of this report is to provide a summary of the results of the study conducted by the Department of Health and Human Services, Office of the Assistant Secretary for Health, Office of the Assistant Secretary for Health, Office of the Assistant Secretary for Health.

7. The purpose of this report is to provide a summary of the results of the study conducted by the Department of Health and Human Services, Office of the Assistant Secretary for Health, Office of the Assistant Secretary for Health, Office of the Assistant Secretary for Health.



Universidad Veracruzana

Instituto de Filosofía

H. Consejo Técnico
Instituto de Filosofía
Universidad Veracruzana
Presente

El motivo de la presente es solicitarle atentamente al Consejo Técnico de nuestro Instituto su aval académico para asistir a la XXV Jornada Rolando Chuaqui Kettlun, la cual tendrá lugar en Concepción, Chile, los días 8, 9 y 10 de octubre, donde habré de presentar la ponencia "Non-Archimedean Extensive Measurement" (anexa). Rolando Chuaqui es quizá el más importante lógico que produjera Hispanoamérica en el siglo XX. Las Jornadas en honor de Chuaqui se han venido celebrando durante 25 años y son de las más importantes conferencias de filosofía de la ciencia en el Cono Sur.

Solicito autorización para ausentarme en esta comisión del lunes 6 al viernes 10 de octubre, pues requiero estar en el aeropuerto Internacional Benito Juárez el martes 7 a las 5 de la mañana, ya que los vuelos diurnos a Santiago de Chile salen muy temprano. Por ende, necesito viajar a la ciudad de México el día 6, para hospedarme cerca del aeropuerto.

No habré de solicitar recursos financieros para el viaje, ya que cuento con los de mi proyecto SECIHTI, al cual corresponde en SIREI el proyecto con número de registro DGI 242362024109.

Sin más por el momento, aprovecho para saludarles cordialmente.

ATENTAMENTE

"LIS DE VERACRUZ: ARTE, CIENCIA, LUZ"

Xalapa, Ver., a 1 de septiembre de 2025

Dr. Adolfo García de la Sienra Guajardo
Profesor Investigador
Universidad Veracruzana

Santiago, 21 de agosto de 2025

CERTIFICADO DE SELECCIÓN

El Comité Organizador de las Jornadas Rolando Chuaqui Kettlun certifica que la propuesta de ponencia "*Medición extensiva Arquimediana no estándar*" del Sr. **Adolfo García de la Sierra Guajardo** ha sido seleccionada para participar en la XXV versión de nuestro congreso. Este último se celebrará los días 8, 9 y 10 de octubre en las dependencias de la Facultad de Ciencias Químicas y el departamento de Filosofía de la Universidad de Concepción en Chile.



Rodrigo Silva Cobarrubias.
Secretario de Coordinación
Jornadas Rolando Chuaqui Kettlun

EXTRACTO
CONSEJO TÉCNICO
01 DE SEPTIEMBRE DE 2025

Núm. Acta: 077/2025

En la ciudad de Xalapa, Veracruz, siendo las 10:00 horas del día 01 de septiembre de 2025, con fundamento en los artículos 20 fracción XI, 75, 76 y 77 de la Ley Orgánica; 303, 304 y 305 del Estatuto General, ambos de la Universidad Veracruzana, reunidos los CC. Dr. Ignacio Quepons Ramírez Director, Dr. Jacob Buganza Torio Coordinador del Doctorado, Dr. Jesús M. Turiso Sebastián Consejero Maestro, Dr. Adolfo García de la Sienra Guajardo, Dr. Julio Quesada Martín y Mtro. Jesús Abimael Herrera Hernández Consejero alumno, todos miembros del Consejo Técnico del Instituto de Filosofía, reunidos en el espacio que ocupa la Sala de Juntas del citado Instituto de Filosofía, con el objeto de tratar los asuntos mencionados en la convocatoria de fecha 29 de agosto de 2025, suscrita por Dr. Ignacio Quepons Ramírez, y que para mayor conocimiento se transcriben a continuación los puntos a tratar:-----

Orden del día

1. Lista de asistencia.
2. Lectura del acta anterior y en su caso, aprobación del Orden del día.
3. Evaluación del proyecto de la Dra. Adaena Fernández Rivera con CVU 415152 candidata a la Convocatoria 2025 Estancias Posdoctorales por México, en su segunda etapa.
4. Evaluación del proyecto de la Dra. Marisol Ramírez Patiño con CVU 392031 candidata a la Convocatoria 2025 Estancias Posdoctorales por México, en su segunda etapa.
5. Evaluación del proyecto de la Dr. Luis Ernesto Guadarrama Navarro con CVU 471494 candidato a la Convocatoria 2025 Estancias Posdoctorales por México, en su segunda etapa.
6. Solicitud de aval académico del Dr. Adolfo García de la Sienra Guajardo para asistir a la XXV Jornada Rolando Chuaqui Kettlun, en Concepción de Chile los días 8, 9 y 10 de octubre.
7. Asuntos generales

En el marco de lo anterior y con fundamento en el artículo 78 de la Ley antes citada, los miembros del Consejo Técnico hemos llegado a los siguientes:-----

ACUERDOS:-----

PRIMERO.- Hubo *quorum* para la celebración de la sesión.-----

SEGUNDO.- Queda aprobada el acta de la sesión anterior.-----

SEXTO.- Luego de la lectura de la solicitud del Dr. Adolfo García De la Sienra para participar en la XXV Jornada Rolando Chuaqui Kettlun, en Concepción de Chile con la ponencia "Non-Archimidean Extensive Measurement" misma que se anexó a la solicitud, se procedió a su revisión y verificación de la carta de invitación oficial, así como la incorporación de esta solicitud dentro del proyecto SIREI correspondiente, así como su pertinencia para el cumplimiento de las metas y objetivos del PLADEA. Una vez concluida la revisión, el Consejo Técnico decidió otorgar su aval académico para solicitar **comisión académica internacional del 6 al 10 de octubre**, en los términos en que fue solicitado en su oficio. -----

No habiendo nada más que agregar, se cierra la presente acta, siendo las 11:00 horas del mismo día de su fecha, firmando al margen y calce los que en ella intervenimos.-----

ATENTAMENTE
"LIS DE VERACRUZ: ARTE, CIENCIA, LUZ"



DR. IGNACIO QUEPONS RAMÍREZ
DIRECTOR



INSTITUTO DE FILOSOFÍA
UNIVERSIDAD VERACRUZANA
www.uv.mx/filosofia

Tuxpan # 29
Fracc. Veracruz

C. P. 91020 Xalapa –
Equez., Veracruz,
Xalapa, Ver.

Tel: (01228) 8.15.42.85

Email: iquepons@uv.mx

Página WEB:
<http://www.uv.mx/ifilosofia>



REPORTE DE PROYECTO

29/8/2025 18:17:31
No. de registro DGI: 242362024109

DATOS DEL RESPONSABLE

NOMBRE: GARCIA DE LA S GUAJARDO ADOLFO NO. PERSONAL: 24236
E-MAIL: asienra@uv.mx
REGIÓN: XALAPA
ENTIDAD ACADÉMICA: INSTITUTO DE FILOSOFIA
AREA ACADÉMICA: INVESTIGACION
DIR. INSTITUCIONAL:

DATOS DEL PROYECTO

TÍTULO: LÓGICA, METODOLOGÍA Y FILOSOFÍA DE LA CIENCIA

RESUMEN: LÓGICA, METODOLOGÍA Y FILOSOFÍA DE LA CIENCIA ES UN PROYECTO POLIFACÉTICO QUE ABORDA PROBLEMAS EN VARIAS ÁREAS Y CAMPOS INTERRELACIONADOS, PRINCIPALMENTE LOS DE LA LÓGICA, LA METODOLOGÍA DE LA ECONOMÍA, LA TEORÍA DE LA MEDICIÓN, LOS FUNDAMENTOS DE LA ECONOMÍA NO ESTÁNDAR, Y LOS FUNDAMENTOS DE LA TEORÍA ECONÓMICA DE LA DISTRIBUCIÓN. SE PROPONE CREAR UNA PLATAFORMA PARA LA DEMOSTRACIÓN DE TEOREMAS DE LA LÓGICA QUE FACILITEN LA ENSEÑANZA DE LA LÓGICA MATEMÁTICA A LOS ESTUDIANTES MEXICANOS, ASÍ COMO EL ANÁLISIS LÓGICO DE TEORÍAS ESPECÍFICAS. EN EL CAMPO DE LAS APLICACIONES DE LA LÓGICA HARÁ UNA PRESENTACIÓN COMPLETA DE LOS FUNDAMENTOS DEL ANÁLISIS NO ESTÁNDAR Y SUS APLICACIONES AL CÁLCULO Y A LA TEORÍA ECONÓMICA. UN PROBLEMA QUE ABORDARÁ ES EL DE LA MEDICIÓN FUNDAMENTAL DE MAGNITUDES NO ARQUIMEDIANAS, MEDIANTE UNA GENERALIZACIÓN DEL TRABAJO DE OTTO HILDER (1901). EN EL CAMPO DE LA TEORÍA ECONÓMICA DE LA DISTRIBUCIÓN BUSCA RESOLVER PROBLEMAS COMO LA DEFINICIÓN DE UN CONCEPTO QUE SUSTITUYA AL DE PRODUCTIVIDAD MARGINAL COMO FUNDAMENTO DE LA TEORÍA DE LA DISTRIBUCIÓN DE LA RIQUEZA. ESTA TEORÍA ES LA BASE DE LA ÉTICA DE LA DISTRIBUCIÓN DE LA RIQUEZA, DESDE LUEGO PROBLEMA CENTRAL DE ESTA PARTE DEL PROYECTO. LA HIPÓTESIS DE ESTA PARTE DEL PROYECTO ES QUE EL VALOR DE SHAPLEY (EN ALGÚN JUEGO COOPERATIVO) PODRÍA SER LA CLAVE DE LA NUEVA CONCEPCIÓN.

LÍNEA DE INVESTIGACIÓN: NOMBRE: LÓGICA, METODOLOGÍA Y FILOSOFÍA DE LA CIENCIA

NOMBRE DE ACADEMIA: I

DURACIÓN: INICIO: 20/AGO/2024 TÉRMINO: 18/SEP/2027

TIPO: POR CONVOCATORIA

NOMBRE DE LA CONVOCATORIA: CIENCIA DE FRONTERA

NOMBRE DE LA INSTITUCIÓN U ORGANISMO: CONAHCYT

CLASIFICACIÓN: INVESTIGACIÓN BÁSICA

ÁREAS DE CONOCIMIENTO: HUMANIDADES Y CIENCIAS DE LA CONDUCTA

CAMPO DE FORMACIÓN ACADÉMICA Artes y Humanidades

PARTICIPANTES

ACADÉMICOS DE OTRAS INSTITUCIONES:

NOMBRE	GRADO O NIVEL	INSTITUCIÓN	DEPENDENCIA
MORALES GONZÁLEZ ELIEL	MAESTRIA	INSTITUTO DE EDUCACIÓN BÁSICA DEL ESTADO DE MORELOS	



PUBLICACIONES

DESCRIPCIÓN	CANT.
ARTÍCULO ARBITRADO EN EL ÁMBITO INTERNACIONAL	2
LIBRO CON ARBITRAJE E ISBN, COMO AUTOR O COAUTOR	1

NON-ARCHIMEDIAN EXTENSIVE MEASUREMENT

ABSTRACT

Otto Hölder (1901; 1996, 1997) showed with all rigor the existence of numerical representations of what he called “quantities” or “magnitudes” that satisfy the Archimedean Axiom. The aim of the present paper is to prove the existence of representations of systems of non-Archimedean extensive quantities. This means the existence of homomorphisms from non-Archimedean systems of extensive magnitudes into semi-groups of positive hyperreal numbers.

Keywords: Extensive magnitudes; fundamental measurement; non-standard analysis; non-Archimedean magnitudes.

1 Introduction

In his seminal “Die Axiome der Quantität und die Lehre vom Mass”, Otto Hölder (1901; 1996, 1997) showed with all rigor the existence of numerical representations of what he called “quantities” or “magnitudes” (*Quantitäten oder Grössen*), an instance of which are the lengths of the intervals of the Euclidean straight line, fulfilling in this way the program that Newton had announced in his *Arithmetica universalis* (1761), namely that any two quantities of the same kind, like those in ratios of segments, can be represented by positive real numbers. Hölder’s work is the starting point of the theory of measurement as represented, mainly, by the work of Krantz, Luce, Suppes and Tverski (1971, 1989, 1990).

An improved formulation of Hölder’s classical theory of extensive measurement was provided by Suppes (1951). Unlike Hölder’s axioms, which imply the Archimedean one, those of Suppes include this as a separated axiom, logically independent of the rest. Suppes’ ax-

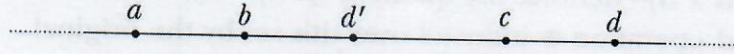
ioms define the predicate 'system of extensive quantities' (from now on SEQ) in terms of relation $\lesssim$ —to be interpreted as "lesser than or equal to"—and binary operation $\oplus$ —to be interpreted as concatenation of magnitudes.¹

In order to motivate the concept of concatenation, Suppes appealed to our imagination inviting us to place weights in the pan of an equal-arms balance. When the weights are few, and their size can be handled by humans, it is possible to perform the operation of putting them in the pan. Yet, the theory implies that *any* finite concatenation is possible. In particular, the theory considers the possibility of concatenating any number n of "replicas" of one and the same element; i.e. concatenations of the form

$$\overbrace{a \oplus \cdots \oplus a}^n.$$

Not all interpretations of concatenation consist of comparing weights. Actually, Hölder's original motivation was the concatenation of intervals of the same direction (*von gleicher Richtung*) of a straight (Euclidean) line. Considering only intervals of the same direction, that he calls of the first direction (*von erster Richtung*), Hölder divides the set of intervals into classes of "equal" (i.e. congruent) segments and calls these classes 'categories'. He obtains in this form the quotient set, modulo the congruence relation, of intervals of the same direction. Hölder then shows that these equivalence classes are in fact magnitudes.

¹ I have changed the notation in order to follow current standards in measurement theory.



Intervals bd' and cd belong to the same category.

2 Suppes' Formulation of the Theory

As pointed out above, the primitive concepts of the theory are $\lesssim$ and $\oplus$. As usual, $y \gtrsim x$ if $x \lesssim y$; $x \sim y$ means both $x \lesssim y$ and $y \lesssim x$; $x < y$ means $x \lesssim y$ but not $x \sim y$. The concatenation of any finite number of replicas of a given element is defined recursively: $1x = x$ and, if n is a natural number, $(n + 1)x = nx \oplus x$.

The formal definition of a SEQ is the following.

1 DEFINITION

$\mathfrak{A}$ is a *system of extensive quantities* iff $\mathfrak{A}$ is a triple $\langle A, \lesssim, \oplus \rangle$ such that A is a nonempty set, $\lesssim$ is a binary relation on A , and $\oplus$ is a binary operation over A , that satisfies the following axioms:

- (A1) $(\forall x \in A)(\forall y \in A)(\forall z \in A) ((x \lesssim y \wedge y \lesssim z) \rightarrow x \lesssim z).$
- (A2) $(\forall x \in A)(\forall y \in A)(\exists z \in A) z = x \oplus y.$
- (A3) $(\forall x \in A)(\forall y \in A)(\forall z \in A) (x \oplus y) \oplus z \lesssim x \oplus (y \oplus z).$
- (A4) $(\forall x \in A)(\forall y \in A)(\forall z \in A) (x \lesssim y \rightarrow x \oplus z \lesssim z \oplus y).$
- (A5) $(\forall x \in A)(\forall y \in A)(\forall z \in A) (\neg x \lesssim y \rightarrow \exists z (x \lesssim y \oplus z \wedge y \oplus z \lesssim x)).$
- (A6) $(\forall x \in A)(\forall y \in A) \neg x \oplus y \lesssim x.$
- (A7) $(\forall x \in A)(\forall y \in A) (x \lesssim y \rightarrow (\exists n \in \mathbb{N}) y < nx).$

$\mathfrak{A} = \mathfrak{A}/\sim$ denotes the quotient set $A/\sim$ with relation $\preceq$ and operation $\oplus$ induced over this set by the original ones. It can be proven that $\mathfrak{A}$ is also a SEQ.

Axiom (A1) is self-explanatory. Axiom (A2) says that the concatenation of any two magnitudes is always possible. Axiom (A3) expresses that the concatenation operation is associative. Axiom (A4) affirms that concatenating the same magnitude to any quantities preserves the order they had before. Axiom (A5) is essentially a solvability axiom; it says that if magnitude x is greater or equal to y then there is a magnitude z such that y concatenated with z is equal to x . Axiom (A6) expresses that a magnitude x concatenated to any other one is not lesser than x . Axiom (A7) is the standard Archimedian axiom. In geometric terms, this axiom expresses that any line segment, no matter how large, can be surpassed by n juxtaposed replicas of a smaller segment.² In general terms, in an Archimedian world, any magnitude can be surpassed by the concatenation of a finite number of replicas of a smaller one.

The representation theorem runs as follows.

1 THEOREM

If $\mathfrak{A}$ is a system of extensive quantities, then the system of extensive magnitudes $\mathfrak{A}/\sim$ is isomorphic to an additive semi-group of positive real numbers, closed under subtraction of smaller numbers from larger ones. Any two additive semi-groups of positive real numbers which are isomorphic to $\mathfrak{A}/\sim$ are related by a similarity transformation.

² See the Axiom of Continuity in Hilbert (1950:15-6).

My aim in the present paper is to prove a representation theorem like this for nonstandard systems of extensive quantities. It is clear that in these systems the standard Archimedian axiom, Axiom 7 of Definition 1, must fail.

3 Necessity of Non-Archimedian Systems of Extensive Magnitudes

The existence of nonstandard totally ordered additive semigroups of positive hyperreal numbers is obvious.³ The interesting philosophical question is whether there are non-Archimedian, non-numerical systems of extensive magnitudes. The theory of fundamental measurement (at least its most empirically motivated version) intends to find the conditions under which non-numerical systems found in experience can be "measured", that is represented by numerical structures. And it would seem that our world is Archimedian, in the sense that every magnitude that can be found in our experience satisfies Axiom 7 of Definition 1.

Yet there seems to be, at least in the field of geometry, non-Archimedian magnitudes. For instance, Veronese's geometric line (Veronese 1891) might turn out to be a particularly important source of non-Archimedian quantities. Veronese's line is entirely geometric, arising from spatial intuition, and it is neither inspired by, nor defined to suit any non-Archimedian number system. As Paola Cantù notes:

³ The set of positive hyperreal numbers, endowed with addition and the usual order relation, satisfies the axioms that define additive totally ordered semigroups.

The belief that geometry should be somehow distinguished from pure mathematics and therefore grounded independently from numbers also played a relevant role in Veronese's construction of a new geometrical theory [...] Veronese believed that the geometrical continuum should not be defined as a system of points but as a system of segments that should not and could not be reduced to a system of numbers (Cantù 2010: 3, 5).

It remains to be proven that the intervals of Veronese's geometric straight line form a SEQ.⁴ That they do must be proven out of the axioms that describe such a line, as Hölder does out of the axioms defining the Euclidean straight line.

At any rate, the proof of the existence of a representation of a nonstandard extensive system is logically independent of the geometry of Veronese's line and should be applicable to magnitudes other than intervals of the same. These other magnitudes may be idealized entities, like very small consumption menus⁵ or negligible physical bodies.

4 The Set-Theoretic Framework

Nonstandard analysis is practiced upon a structure called 'standard universe'.⁶ This consists of a couple of set-theoretical superstructures, $\mathbb{U}$ and $\mathbb{V}$, and a monomorphism $*$ from $\mathbb{U}$ into $\mathbb{V}$. The usual representation theorem for SEQs states the existence of a homomorphism from a SEQ into an totally ordered semigroup of positive real numbers (namely a point within $\mathbb{U}$). A representation theorem for nonstandard SEQs should state the

⁴ Something that Fleurbaey 2001 takes for granted.

⁵ As those intimated by Brown and Robinson (1975).

⁶ See the particular formulation in the Appendix at the end.

existence of a homomorphism from such a structure into a semigroup of positive hyperreal numbers; that is to say a point within $\mathbb{V}$.

Within Ackermann's set theory (Ackermann 1956)—that I take for granted here— $\mathbb{U}$ and $\mathbb{V}$ are just sets and the SEQs (standard or nonstandard) are also sets but are not elements of either $\mathbb{U}$ or $\mathbb{V}$. The universe of a SEQ consists of urelements (*Grundobjekte*), while the base sets of $\mathbb{U}$ and $\mathbb{V}$ consist of numbers; $\mathbb{R}$ for $\mathbb{U}$, and the set of hyperreal numbers ${}^*\mathbb{R}$ for $\mathbb{V}$. But then ${}^*\mathbb{R}$, united to the set A of non-mathematical magnitudes to be measured, can be taken as a set of urelements of another constructive universe W in which the relations and operations upon the elements of A can be represented.

5 Non-Archimedian Systems of Extensive Magnitudes

One logical difficulty in the definition of a nonstandard SEQ concerns the characterization of iterated concatenation. Just as the proof of representations for standard Archimedian SEQs relies upon the properties of the standard natural numbers, that of nonstandard Archimedian SEQs must rely on the properties of hypernatural numbers.

Whereas all concatenations within a standard SEQ are finite, and can be reached by a finite number of applications of operation $\oplus$, in a nonstandard Archimedian setting some concatenations are hyperfinite; that is of the form na for some unlimited hypernatural number n . The question is: How can na be defined for such numbers?

Axiom (2) of Definition 1 asserts, essentially, the existence of finite concatenations. What we need is an axiom asserting the existence of *hyperfinite* concatenations. Clearly, the current formulation of that axiom is equivalent to this:

$$(\forall x \in A)(\forall n \in \mathbb{N})(\exists y \in A) y = nx. \quad (2A)$$

A nonstandard version of this axiom runs as follows.

$$(\forall x \in A)(\forall n \in {}^*\mathbb{N})(\exists y \in A) y = nx. \quad (2B)$$

It is evident that 2B implies in particular 2A. Since the very definition of an Archimedian (standard) system of extensive magnitudes presupposes precisely the set of natural numbers, it is clear that the definition of a non-standard one requires the essential use of hypernatural numbers, but this introduces an additional problem, namely the problem of defining hyperfinite concatenations.

The definition of finite concatenation is very natural and empirically suggestive (although it implies the existence of an infinite number of concatenations!). Whence comes the “empirical” motivation for hyperfinite unlimited concatenations in a world apparently Archimedian?

As suggested above, the main motivation proceeds from Veronese’s continuum. The idea of dividing a finite (Archimedian) line segment into a hyperfinite number of concatenated sub-segments is already usual in infinitesimal calculus, in order to integrate the area under a curve defined upon a segment represented by a bounded closed interval $[a, b]$: just divide the segment

between n segments, where n is a hypernatural positive number, compute the areas of the rectangles over the segments, and sum all those areas. In this case, the concatenation of an unlimited hypernatural positive number of segments is perfectly defined.

Hence, it is not inappropriate to define $\oplus$ over a hyperfinite subset B of a suitable universe A . This means that for any such set there is a bijection $\psi: \{1, \dots, n\} \rightarrow B$ for some $n \in {}^*\mathbb{N}$.⁷ Hence, in this case $\oplus(B)$ can be denoted also $\bigoplus_{i=1}^n \psi(i)$.

I will assume that, for any $a \in A$ and $n \in {}^*\mathbb{N}$, there is a set $B \subseteq A$ containing n replicas of a . Thus, for any $a \in A$ and $n \in {}^*\mathbb{N}$, I will assume the existence of a set B_{na} containing n copies of a . We define na as $\oplus(B_{na})$. Indeed, $1a = a$ and $(n+1)a = a \oplus na = \oplus(B_{(n+1)a})$. Notice that with these provisos Axiom 2 of Definition 2 implies the closure under the sucesor function of the set of all n such that $\oplus(B_{na})$ is defined.

The required definition would be as follows.

2 DEFINITION

$\mathfrak{A}$ is a *nonstandard system of extensive quantities* iff $\mathfrak{A}$ is a triple $\langle A, \lesssim, \oplus \rangle$ such that A is a nonempty set, $\lesssim$ is a binary relation on A , and $\oplus$ is a function $\oplus: \mathcal{F}(A) \rightarrow A$, where $\mathcal{F}(A)$ is the set of all hyperfinite sets of A , including the sets B_{na} of n copies of each $a \in A$, that satisfies the following axioms:

$$(A1') \quad (\forall x \in A)(\forall y \in A)(\forall z \in A) ((x \lesssim y \wedge y \lesssim z) \rightarrow x \lesssim z).$$

$$(A2') \quad (\forall B \in \mathcal{F}(A))(B \neq \emptyset \rightarrow (\exists x \in A) x = \oplus(B)).$$

⁷ ${}^*\mathbb{N}$ is the set of hypernatural numbers. It satisfies exactly the same first-order sentences than $\mathbb{N}$.

- (A3') $(\forall x \in A)(\forall y \in A)(\forall z \in A) (x \oplus y) \oplus z \lesssim x \oplus (y \oplus z).$
- (A4') $(\forall x \in A)(\forall y \in A)(\forall z \in A) (x \lesssim y \rightarrow x \oplus z \lesssim z \oplus y).$
- (A5') $(\forall x \in A)(\forall y \in A)(\forall z \in A) (-x \lesssim y \rightarrow \exists z (x \lesssim y \oplus z \wedge y \oplus z \lesssim x)).$
- (A6') $(\forall x \in A)(\forall y \in A) -x \oplus y \lesssim x.$
- (A7') $(\forall x \in A)(\forall y \in A) (x \lesssim y \rightarrow (\exists n \in {}^*\mathbb{N}) y < nx).$

Axioms (A1'), (A3'), (A4'), (A5') and (A6') are identical to the respective axioms (A1), (A3), (A4), (A5) and (A6). Axiom (A2') is more general than (A2), since it asserts the existence of hyperfinite concatenations. Axiom (A7') is the nonstandard Archimedian Axiom; it expresses that any magnitude, no matter how large, can be surpassed by n copies of a lesser magnitude, provided that n is a suitable *hypernatural* number.

A ratio is defined by Euclid as "a sort of relation in respect of size between two magnitudes of the same kind".⁸ Having size, ratios can be compared giving rise to an order relation. The usual notion for the ratio of two magnitudes a and b in the literature is $a:b$.

It follows from the axioms defining a SEQ $\langle A, \lesssim, \oplus \rangle$ that any two magnitudes a and b in A are comparable; i.e. $a \lesssim b$ or $b \lesssim a$.⁹ By Axiom (A2'), na and mb are defined, and again by Lemma 5 they are also comparable for any hypernatural numbers m and n . Since m and n are numbers, quotients m/n are defined. Define a *lower fraction relating to $a:b$* as a fraction m/n , where m

⁸ Book III, Definition 3. See Heath (1908), volume II, p. 114.

⁹ See Lemma 5 below.

and n are hyperintegers, such that $na > mb$. An *upper fraction relating to the same ratio* is a fraction m/n such that $na \lesssim mb$. We shall prove that for any magnitudes a and b there are always lower and upper fractions and, moreover, that each lower fraction is less than each upper fraction.

The following lemmas are required in order to prove the representation of a nonstandard system of extensive magnitudes. Proofs of Lemmas 1 to 22 are left to the reader as amusing exercises.

6 Lemmas

All the following lemmas follow from the axioms of Definition 2.

1 LEMMA

$$\forall x \ x \lesssim x.$$

2 LEMMA

$$\forall x \forall y \ x \oplus y \lesssim y \oplus x.$$

3 LEMMA

$$\forall x \forall y \forall z \ ((x \lesssim y \wedge z \lesssim w) \rightarrow x \oplus z \lesssim y \oplus w).$$

4 LEMMA

$$\forall x \forall y \forall z \ x \oplus (y \oplus z) \lesssim (x \oplus y) \oplus z.$$

5 LEMMA

$$\forall x \forall y \ x \lesssim y \vee y \lesssim x.$$

6 LEMMA

$$\forall x \forall y \forall u \ ((x \oplus u \lesssim y \oplus u) \rightarrow x \lesssim y).$$

7 LEMMA

$$\forall x \forall y \forall z \forall u ((y \oplus z \lesssim u \wedge x \lesssim y) \rightarrow x \oplus z \lesssim u).$$

8 LEMMA

$$\forall x \forall y \forall z \forall u ((u \lesssim x \oplus z \wedge x \lesssim y) \rightarrow u \lesssim y \oplus z).$$

9 LEMMA

$$\forall x \quad mx \oplus nx \lesssim (m+n)x$$

10 LEMMA

$$\forall x \quad (m+n)x \lesssim mx \oplus nx.$$

11 LEMMA

$$\forall x \quad n(mx) \lesssim (nm)x.$$

12 LEMMA

$$\forall x \quad (nm)x \lesssim n(mx).$$

13 LEMMA

$$\forall x \quad n(x \oplus y) \lesssim nx \oplus ny.$$

14 LEMMA

$$\forall x \quad nx \oplus ny \lesssim n(x \oplus y).$$

15 LEMMA

$$\forall x \quad (x \lesssim y \rightarrow nx \lesssim ny).$$

16 LEMMA

$$\forall x \quad (nx \lesssim ny \rightarrow x \lesssim y).$$

17 LEMMA

$$\forall x (m \leq n \rightarrow mx \lesssim nx).$$

18 LEMMA

$$\forall x \forall y \exists n \quad x \lesssim ny.$$

19 LEMMA

$$(\forall x \in A)(\forall y \in A)(x \lesssim y \rightarrow (\exists n \in {}^*\mathbb{N}) \, nx \lesssim y \lesssim (n+1)x).$$

20 LEMMA

$$\forall x \, x \sim x.$$

21 LEMMA

$$\forall x \forall y \, (x \sim y \rightarrow y \sim x).$$

22 LEMMA

$$\forall x \forall y \forall z \, ((x \sim y \wedge y \sim z) \rightarrow x \sim z).$$

23 LEMMA

There are upper and lower numbers relating to every ratio.

Proof Let $a:b$ be any ratio. It is required to show that there is a fraction m/n , where m and n are hyperintegers, such that $na > mb$, as well as a fraction m'/n' such that $n'a \lesssim m'b$. Recall that, by Axiom 2 of Definition 2, na and mb are defined for all numbers $m, n \in {}^*\mathbb{N}$.

If $a \gtrsim b$, take any number k . By Lemma 15, $ka \gtrsim kb$. Letting $n = k+1$ and $m = k$, we obtain $na > ka \gtrsim kb \sim mb$. On the other hand, for sufficiently large m' , $a < m'b$. Setting $n' = 1$ we get the desired result.

If $a < b$, by Archimedean Axiom (A7') there is a n such that $na > b$. Setting $m = 1$ we obtain the desired result. Finally, setting $m' = n' = 1$ we get $n'a \lesssim m'b$. $\dashv$

24 LEMMA

Every lower fraction is less than each upper fraction relating to the same ratio $a:b$.

Proof Let m/n be a lower and m'/n' an upper fraction relating to $a:b$. By definition, this means that $na > mb$ and $n'a \lesssim m'b$.

By Lemma 17,

$$m'(na) > m'(mb) \quad (1)$$

and, since m, n, m', n' are hyperintegers,

$$(m'n)a > (m'm)b. \quad (2)$$

Analogously, by the same Lemma 17,

$$(mm')b > (mn')a. \quad (3)$$

From (2) and (3) by Axiom (A1'),

$$(m'n)a > (mn')a. \quad (4)$$

By Lemma 19,

$$m'n > mn', \quad (5)$$

and so

$$m/n < m'/n'. \neg$$

Let $L_{(a,b)}$ be the set of all lower fractions relating to $a:b$. We have the following fact.

25 LEMMA

$L_{(a,b)}$ is an internal set.¹⁰

Proof Let $\mathcal{B}$ be the set of all subsets of real numbers bounded above, and consider the true sentence

$$\forall x(x \in \mathcal{B} \leftrightarrow \exists y(y \in \mathbb{R} \wedge \forall z(z \in x \leftrightarrow z \leq y))).$$

¹⁰ See the Appendix for an explanation of what an internal set is.

By transference, the following sentence holds in ${}^*\mathbb{U}$:

$$\forall x(x \in {}^*\mathcal{B} \leftrightarrow \exists y(y \in {}^*\mathbb{R} \wedge \forall z(z \in x \leftrightarrow z^* \leq y))).$$

It can be seen that the set $L_{(a,b)}$ of lower fractions relating to $a:b$ satisfies formula

$$\exists y(y \in {}^*\mathbb{R} \wedge \forall z(z \in x \leftrightarrow z^* \leq y));$$

hence, substituting $L_{(a,b)}$ for the free variable x we get the true sentence

$$\exists y(y \in {}^*\mathbb{R} \wedge \forall z(z \in L_{(a,b)} \leftrightarrow z^* \leq y));$$

and so $L_{(a,b)} \in {}^*\mathcal{B}$. This establishes that $L_{(a,b)}$ is internal. $\dashv$

26 LEMMA

$L_{(a,b)}$ has a sup in ${}^*\mathbb{R}$.

Proof Let $\mathcal{B}$ be again the set of all subsets of real numbers bounded above and consider the following true sentence, which asserts that bounded above subsets of real numbers have a sup; i.e., a least upper bound.

$$\forall x(x \in \mathcal{B} \rightarrow \exists y \forall z((z \in x \rightarrow y \geq z) \wedge \forall w(w \geq z \rightarrow y \leq w))).$$

By transference, the following sentence is true of hyperreal numbers.

$$\forall x(x \in {}^*\mathcal{B} \rightarrow \exists y \forall z((z \in x \rightarrow y^* \leq z) \wedge \forall w(w^* \geq z \rightarrow y^* \leq w))),$$

and so the existence of the sup of $L_{(a,b)}$ is warranted. $\dashv$

Recall that a *Dedekind cut* is defined as a pair of subsets (L, U) of the set $\mathbb{Q}$ of rational numbers such that:

- (1) $L \cup U = \mathbb{Q}$;
- (2) $L \cap U = \emptyset$;
- (3) Every element of L is less than every element of U ;
- (4) L contains no greatest element.

Numbers in L are called *lower* numbers of the cut and numbers in U are called *upper* numbers of the cut. If U includes a least element, it is called an *improper upper number*. An upper number is called *proper* if U contains an upper number less than it.

Given two cuts (L, U) and (L', U') , it turns out that the set $L + L'$ of sums $p + p'$, where $p \in L$ and $p' \in L'$, is the set of lower numbers L'' of a new cut (L'', U'') . The elements of U'' are of the form $q + q'$, where q is a proper number in U and q' is a proper number in U' .

If $\mathcal{D}$ is the set of Dedekind cuts, it can be seen that the following sentence is true in the field of real numbers.

$$\begin{aligned} \forall x (x \in \mathcal{D} \leftrightarrow \exists y \exists z ((y \cup z = \mathbb{Q} \wedge x = \{y, z\}) \wedge \\ \wedge \forall v \forall w (((v \in y \wedge w \in z) \rightarrow v < w) \wedge \\ \wedge \neg \exists u (u \in y \wedge v \leq u)))) \end{aligned}$$

By transference, we see that

$$\begin{aligned} \forall x (x \in {}^*\mathcal{D} \leftrightarrow \exists y \exists z ((y \cup z = {}^*\mathbb{Q} \wedge x = \{y, z\}) \wedge \\ \wedge \forall v \forall w (((v \in y \wedge w \in z) \rightarrow v < w) \wedge \\ \wedge \neg \exists u (u \in y \wedge v \leq u)))) \end{aligned}$$

is also true, and so we have internal nonstandard Dedekind cuts also. Notice that the lower and upper fractions relating to a same ratio $a:b$ constitute an internal cut.

7 The Representation Theorem**2 THEOREM**

Let $\mathfrak{A} = \langle A, \lesssim, \oplus \rangle$ be a nonstandard system of extensive quantities. Then there is a function φ from A to ${}^*\mathbb{R}$ such that, for all $a, b \in A$,

- (1) $a \lesssim b$ iff $\varphi(a) \leq \varphi(b)$;
- (2) $\varphi(a \oplus b) = \varphi(a) + \varphi(b)$.

φ is unique up to similarity transformations.

Proof Since the quotient set of A modulo $\sim$ is also a nonstandard system, without any loss of generality we may assume that no two different elements of A are equivalent.

Fix an arbitrary element e of A and define L_a as the set of all hyperrational fractions m/n such that $na > me$, so that m/n is a lower fraction related to the ratio $a:e$. Define function $\varphi: A \rightarrow {}^*\mathbb{R}$ by means of condition

$$\varphi(a) = \sup L_a.$$

Suppose that $a \lesssim b$. It follows, by Lemmas 17 and 18, that

$$na \lesssim nb \tag{1}$$

for any positive hyperinteger n . Let $m/n \in L_a$ be a lower fraction related to $a:e$; i.e.

$$na > me \tag{2}$$

It follows by transitivity, from (1) and (2), that

$$nb > me. \tag{3}$$

But this means that m/n is a lower fraction relating to $b:e$. Hence, $L_a \subseteq L_b$ and so

$$\varphi(a) = \sup L_a \leq \sup L_b = \varphi(b). \quad (4)$$

We shall see now that the cut corresponding to the ratio $(a \oplus b):e$ is the sum of the cuts corresponding to ratios $a:e$ and $b:e$. This will imply

$$\varphi(a \oplus b) = \sup L_{a \oplus b} = \sup L_a + \sup L_b = \varphi(a) + \varphi(b). \quad (5)$$

Indeed, since

$$p \leq \sup L_a \leq q \quad (6)$$

for all $p \in L_a$ and all $q \in U_a$, and

$$p' \leq \sup L_b \leq q' \quad (7)$$

for all $p' \in L_b$ and all $q' \in U_b$, we have

$$p + p' \leq \sup L_a + \sup L_b \leq q + q' \quad (8)$$

and so

$$\sup L_{a \oplus b} \leq \sup L_a + \sup L_b \leq \inf U_{a \oplus b}. \quad (9)$$

Now, it is true in the field of real numbers that the inf of a set is less or equal than its sup, and so, by (9), we may infer that

$$\inf U_{a \oplus b} = \sup L_{a \oplus b}, \quad (10)$$

and the conclusion follows.

φ is a monomorphism, and so it is an isomorphic embedding of A into ${}^*\mathbb{R}$. That is, an isomorphism onto

an ordered semigroup of positive hyperreal numbers. Since any two additive semigroups of positive hyperreal numbers which are isomorphic to A are related by a similarity transformation, any other such representation φ' is of the form $\alpha\varphi$, where $\alpha > 0$. $\dashv$

Appendix: Nonstandard Analysis Concepts

Given the limit ordinal λ , the *cumulative power set of level* α , $u_\alpha(X)$ of X is defined recursively as follows, for every $\alpha < \lambda$:

$$u_0(X) = X; \quad u_{\alpha+1}(X) = u_\alpha(X) \cup \mathcal{P}[u_\alpha(X)],$$

where $\mathcal{P}[u_\alpha(X)]$ is the power set of $u_\alpha(X)$. The *superstructure* or *constructive universe of rank* λ over set X is $\mathbb{U} = u(X) = \bigcup_{\alpha < \lambda} u_\alpha(X)$. X is a set of urelements—called *base set*—that contains the set $\mathbb{R}$ of real numbers.

A *nonstandard universe* is a triple

$$\mathfrak{N} = \langle u(X), u(Y), * \rangle,$$

such that

- (1) X and Y are base sets.
- (2) $*: \langle X, \epsilon \rangle \rightarrow \langle Y, \epsilon \rangle$ is a bounded elementary embedding.
- (3) $*X = Y$.

Monomorphism $*: \mathbb{U} \rightarrow \mathbb{V}$ is known as the Transfer Principle. An element of $\mathbb{V} = u(Y)$ is called *standard* if it is the image $*a$ of an element a of $\mathbb{U}$. $\mathbb{V}$ is called an *enlargement* of $\mathbb{U}$ because there are elements in the image $*\mathbb{U}$ of $\mathbb{U}$ under $*$ which are not standard and $*\mathbb{U}$ is a

proper set of $\mathbb{V}$. An element of $\mathbb{V}$ is called *internal* if it is standard or if it is an element of a standard set; it turns out that all internal sets are elements of ${}^*\mathbb{U}$. Naturally, an element of $\mathbb{V}$ which is not internal is called *external*.

Actually, all infinite sets in ${}^*\mathbb{U}$ contain elements that are not standard. Internal sets satisfy the same sentences than sets in $\mathbb{U}$ when constants c in the language of $\mathbb{U}$ are replaced by their nonstandard counterparts *c .

${}^*\mathbb{U}$ contains the set ${}^*\mathbb{R}$ of hyperreal numbers. It includes nonzero infinitesimal numbers (in absolute value less than any positive real number) as well as numbers greater than any positive real number (these are called *unlimited*).

In particular, the set ${}^*\mathbb{N}$ contains unlimited nonstandard elements. These are numbers greater than any natural number, although they behave like natural numbers.

An *initial segment* of ${}^*\mathbb{N}$ is a set of the form $\{k \in {}^*\mathbb{N} \mid k \leq n\}$ for some $n \in {}^*\mathbb{N}$. Notice that n may be unlimited. An internal set A is hyperfinite iff there is an internal bijection $f: \{1, \dots, n\} \rightarrow A$ from an initial segment $\{1, \dots, n\}$ of ${}^*\mathbb{N}$ into A . n is called the *internal cardinality* of A .

We will consider also bijections from initial segments of ${}^*\mathbb{N}$ onto sets of urelements that do not come from $\mathfrak{u}(X)$. The set of all hyperfinite subsets of set A , including sets containing any number of replicas of each element of A , will be denoted by $\mathcal{F}(A)$. Notice that all subsets of internal sets are also internal.

We shall make use of the following internal induction principle. If X is an internal subset of ${}^*\mathbb{N}$ that contains 1

and is closed under the successor function $n \mapsto n + 1$, then $X = {}^*\mathbb{N}$.

References

- Ackermann, W. (1956), "Zur Axiomatik der Mengenlehre", *Mathematische Annalen*, vol. 131: 336-345.
- Brown, D. and A. Robinson (1975), "Nonstandard Exchange Economics", *Econometrica*, vol. 43, no. 1: 41-55.
- Cantù, P. (2010), "The Role of Epistemological Models in Veronese's and Bettazzi's Theory of Magnitudes", in M. D'Agostino, G. Giorcello, F. Laudisa, T. Pievani & C. Sinigaglia (eds.), *New Essays in Logic and Philosophy of Science*. Suwanee, Ga.: College Publications.
- Fleuriot, J. (2001), *A Combination of Geometry Theorem Proving and Non-standard Analysis: with Application to Newton's Principia*. London: Springer-Verlag.
- Heath, T. L. (1908), *The Thirteen Books of Euclid's Elements*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Hilbert, D. (1950), *The Foundations of Geometry*. La Salle: The Open Court Publishing Company.
- Hölder, O. (1997). "The Axioms of Quantity and the Theory of Measurement II". *Journal of Mathematical Psychology* 41: 345-356.
- (1996). "The Axioms of Quantity and the Theory of Measurement I". *Journal of Mathematical Psychology*, 40: 235-252.
- (1901). "Die Axiome der Quantität und die Lehre vom Mass". *Berichte über die Verhandlungen der Königlich Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig, Mathematisch-Physikalische Classe* 53: 1-64.
- Newton, I. (1761). *Arithmetica universalis; sive de compositione et resolutione*. Amsterdam: Marcum Michaellem Rey.

Suppes, P. (1951), "A Set of Independent Axioms for Extensive Quantities", *Portugaliae Mathematica*, vol. 10, no. 4, 163-172.

Veronese, G. (1891), *Fondamenti di geometria*. Padova: Tipografia del Seminario.