Departamento de Física
Área de Física Teórica

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA
Casa abierta al tiempo
Unidad Iztapalapa

POLARITON GROUP
UAM-I

TEORÍA DE BOGOLIUBOV PARA LA CONDENSACIÓN DE **EXCITONES-POLARITONES**

Areli J. Vega y Miguel A. Bastarrachea

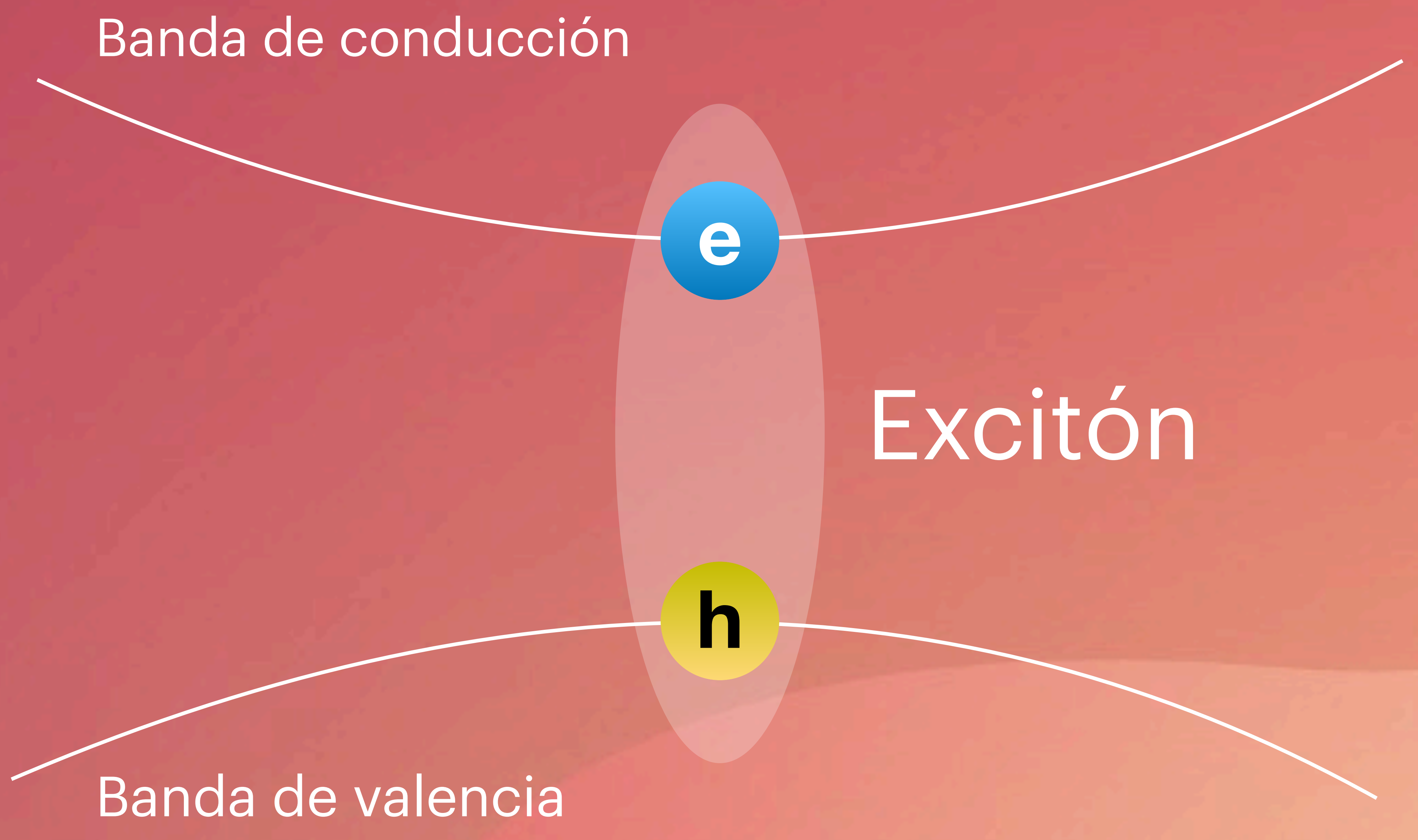
6a reunión anual del grupo de investigación en caos y termalización
Universidad Veracruzana, Xalapa

Enero 20, 2023

Contenido

Antecedentes

Creación de un excitón

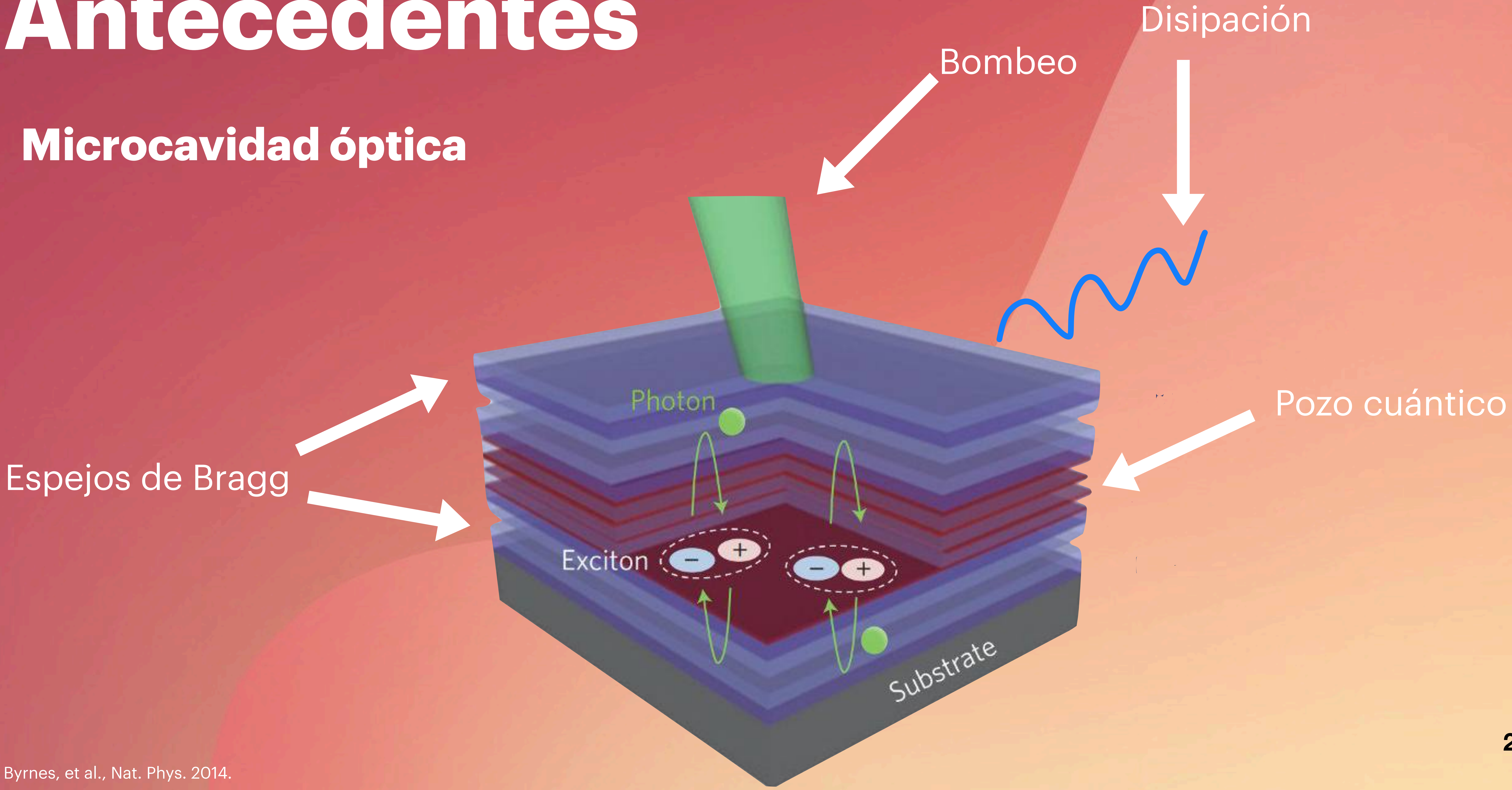


Los excitones son pares ligados de un electrón en la banda de conducción y un agujero en la banda de valencia.

Kasprzak, et al., Nature, 443 (2006)

Antecedentes

Microcavidad óptica

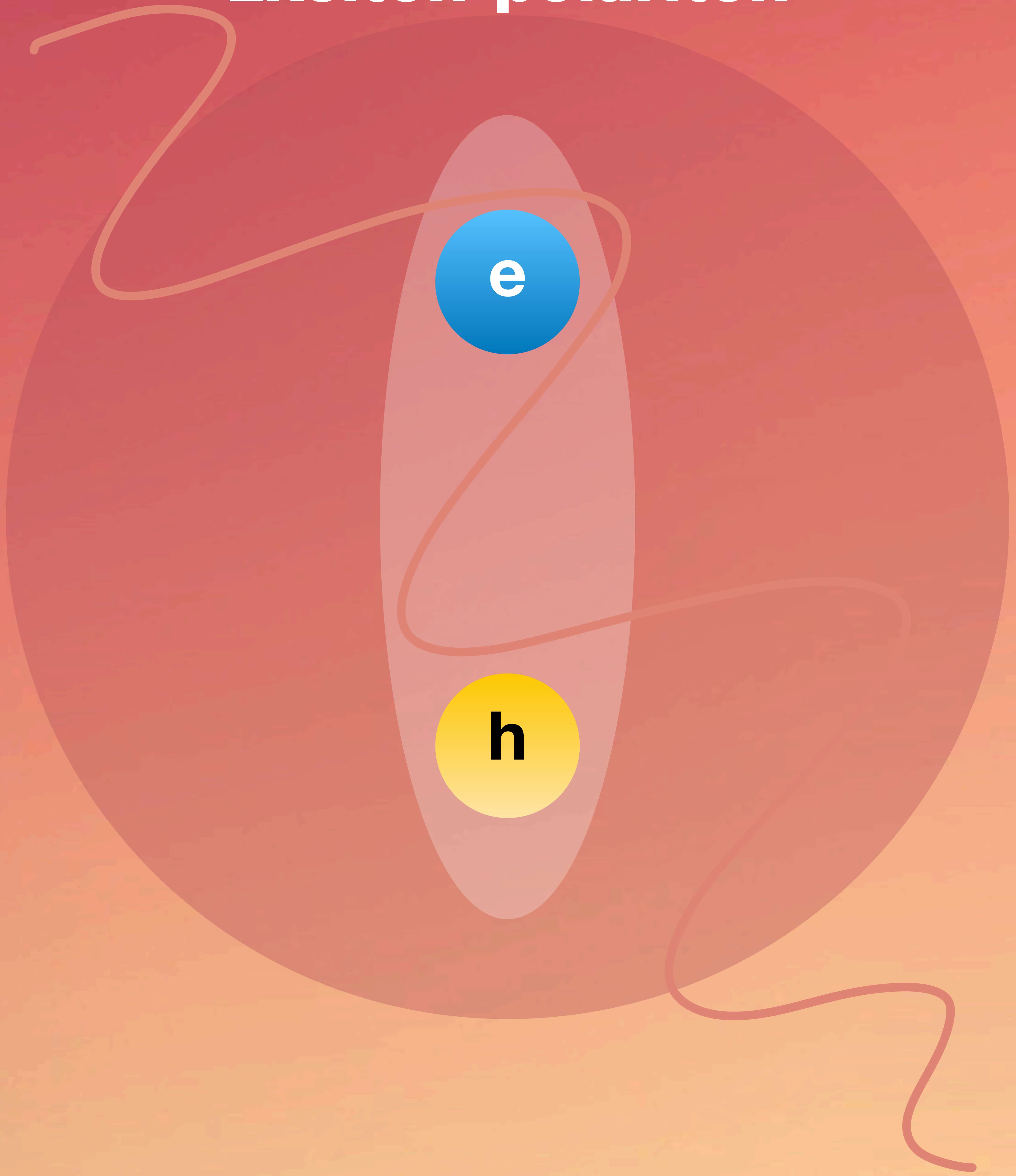


Byrnes, et al., Nat. Phys. 2014.

Antecedentes

Los excitones-polaritones son un estado cuántico, el cual es una superposición de los fotones de la microcavidad y las excitaciones del semiconductor.

Excitón-polaritón



Carusotto, et al., Phys. Rev 93 (2004).

Antecedentes

Los excitones-polaritones son un estado cuántico, el cual es una superposición de los fotones de la microcavidad y las excitaciones del semiconductor.

Carusotto, et al., Phys. Rev 93 (2004); Carusotto, et al., RMP 85(1): 299, (2013).

Antecedentes

Los excitones-polaritones son un estado cuántico, el cual es una superposición de los fotones de la microcavidad y las excitaciones del semiconductor.

La cantidad de luz y materia está dada por los **coeficientes de Hopfield**

Desintonización

$$\delta_k = \epsilon_k^c - \epsilon_k^x$$

$$C_k^2 = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{\delta_k}{\sqrt{\delta_k^2 + 4\Omega^2}}\right)$$

Acoplamiento del fotón y el excitón

Carusotto, et al., Phys. Rev 93 (2004); Carusotto, et al., RMP 85(1): 299, (2013).

Antecedentes

Características exóticas:

Su ligera masa efectiva de su parte fotónica y las interacciones de su parte excitónica.

Condensado de Bose-Einstein de excitones-polaritones

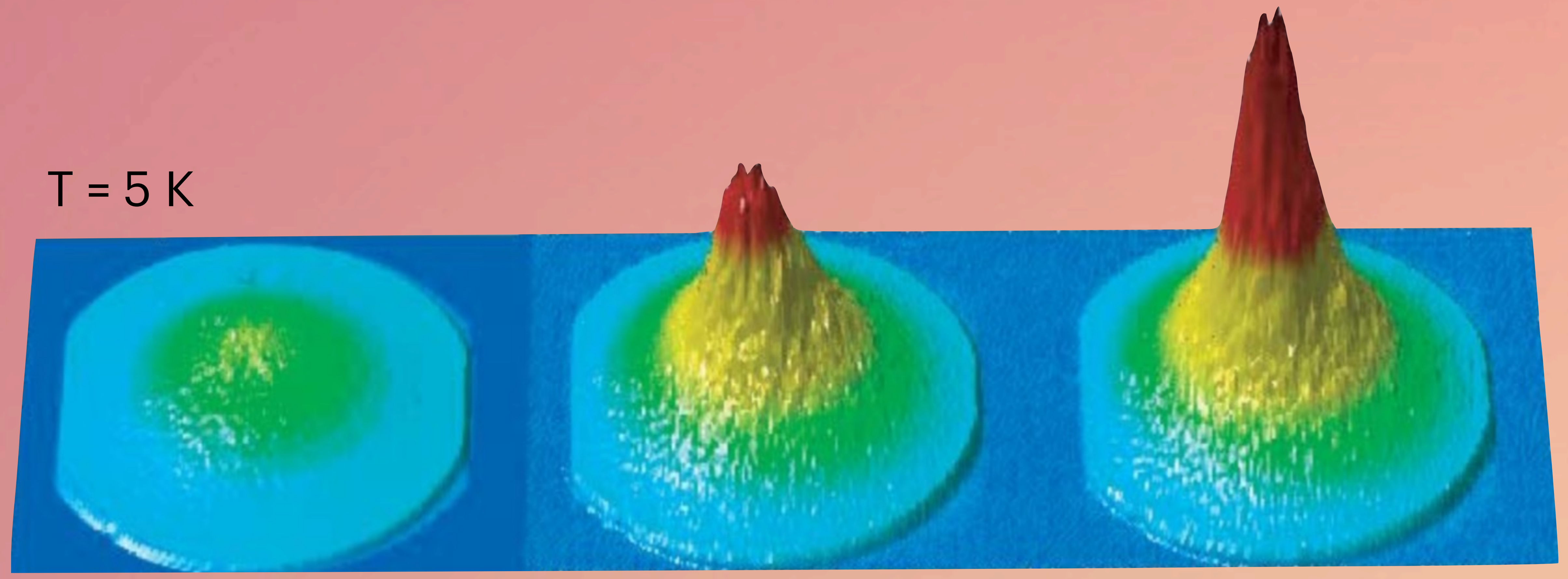


Imagen tomada de Kasprzak et al., 2006.

Fluidos cuánticos

Carusotto, et al., Phys. Rev 93 (2004).

Motivación

Hacer una comparación de la descripción no hermitiana con la teoría cuántica de campos.

Motivación

Hacer una comparación de la descripción no hermitiana con la teoría cuántica de campos.

Estudiar el espectro completo de los excitones-polaritones en presencia de interacciones fuertes que llevan a la condensación; es decir, combinar el espectro de excitones-polaritones y el espectro de Bogoliubov.

Descripción Hamiltoniana no hermitiana

Energía de los excitones

Bombeo de fotones al sistema

$$\hat{H} = \sum_{\mathbf{k}} \left[\epsilon_{c,\mathbf{k}} \hat{a}^{\dagger}_{\mathbf{k}} \hat{a}_{\mathbf{k}} + \epsilon_{x,\mathbf{k}} \hat{b}^{\dagger}_{\mathbf{k}} \hat{b}_{\mathbf{k}} + \Omega \left(\hat{b}^{\dagger}_{\mathbf{k}} \hat{a}_{\mathbf{k}} + \hat{a}^{\dagger}_{\mathbf{k}} \hat{b}_{\mathbf{k}} \right) + \Omega_F \left(\hat{a}^{\dagger}_{\mathbf{k}} F + \hat{a}_{\mathbf{k}} F^* \right) \right] + \frac{g_{xx}}{2} \sum_{\mathbf{q},\mathbf{k},\mathbf{k}'} \hat{b}^{\dagger}_{\mathbf{k}+\mathbf{q}} \hat{b}^{\dagger}_{\mathbf{k}'-\mathbf{q}} \hat{b}_{\mathbf{k}'} \hat{b}_{\mathbf{k}}$$

Energía de los fotones

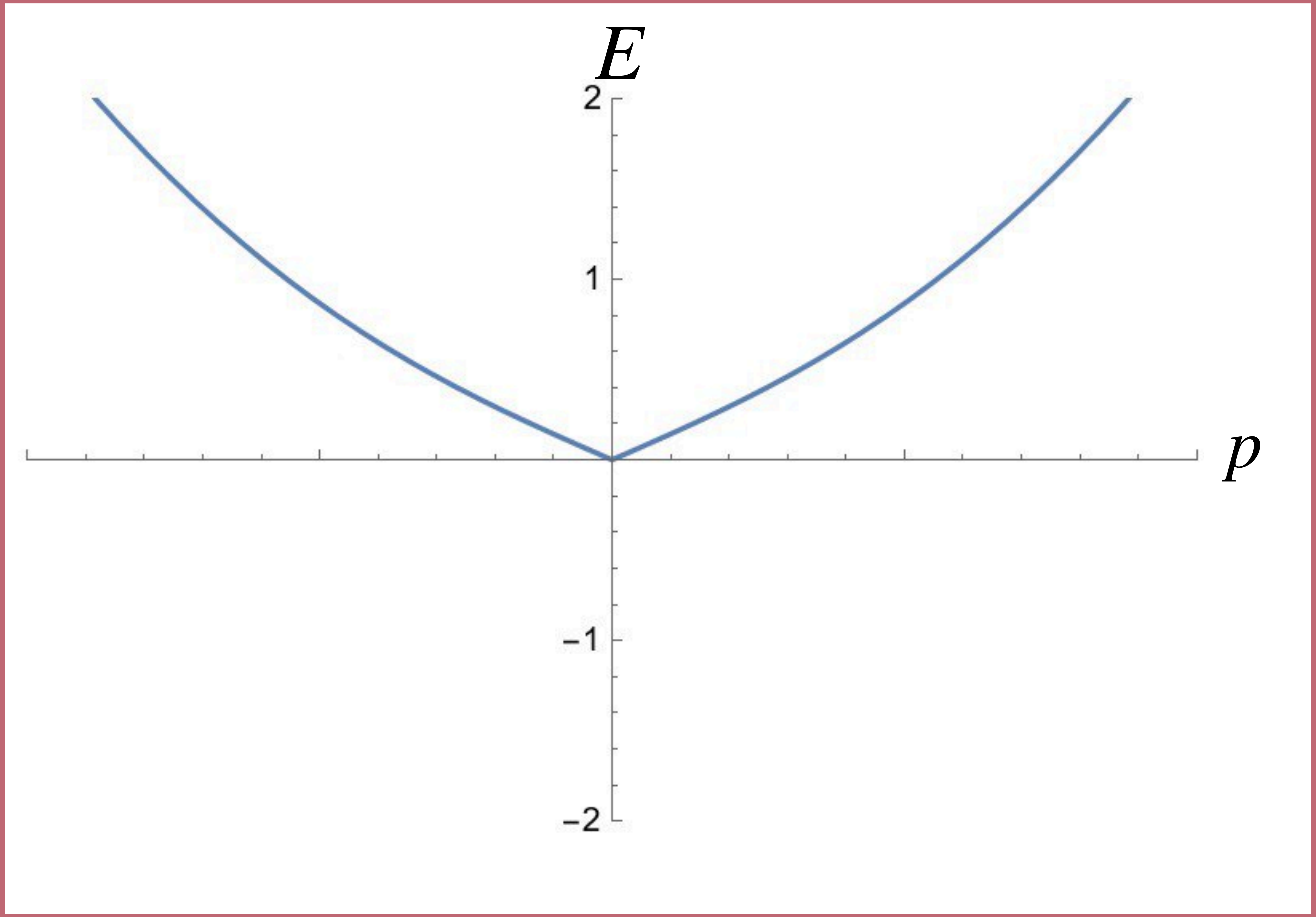
Acoplamiento de excitones y fotones

Interacción de los excitones

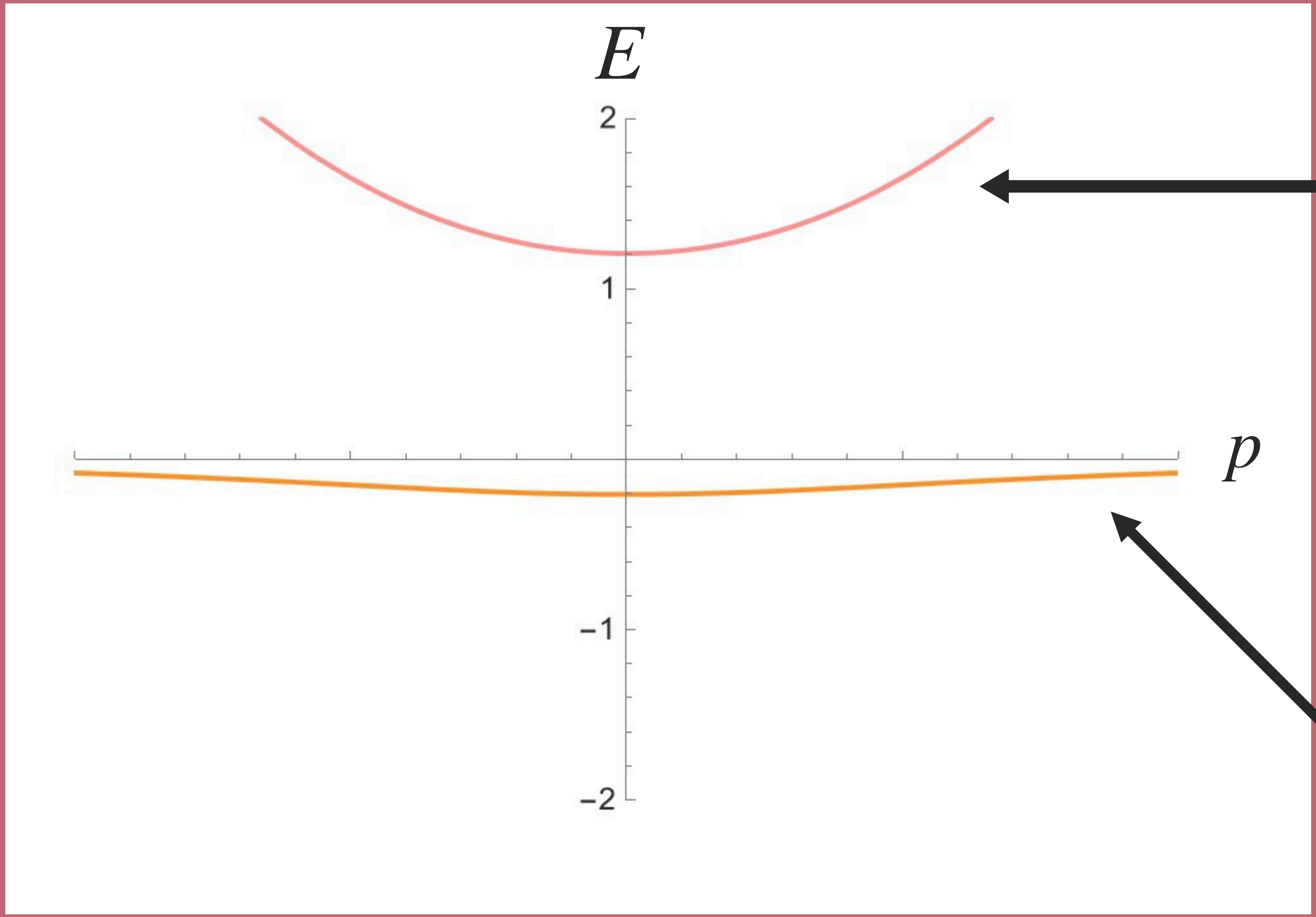
C. Ciuti, et al., PSS (b) 242, 2224 (2005)

Espectro de Bogoliubov

Sin luz



Espectro de excitones-polaritones



Polaritón superior

Polaritón inferior

Tiempo de vida de los estados excitados

Energía del estado base

Sistemas de muchos cuerpos

Se considera la interacción entre éstos.

Función de Green

Brinda la información relevante de un sistema

Función de Green

Las singularidades proporcionan el espectro de energía

$$G(\omega, p) = V \sum_n \delta_{p,-P_n/\hbar} \frac{\langle \psi_0 | \hat{\psi}(0) | \psi_n \rangle \langle \psi_n | \hat{\psi}(0) | \psi_0 \rangle}{\omega - \frac{1}{\hbar}(E_n - E) + i\eta} + V \sum_n \delta_{p,-P_n/\hbar} \frac{\langle \psi_0 | \hat{\psi}(0) | \psi_n \rangle \langle \psi_n | \hat{\psi}(0) | \psi_0 \rangle}{\omega + \frac{1}{\hbar}(E_n - E) - i\eta}$$

Cada término está asociado al cambio en la energía base al agregar y sustraer, respectivamente, una partícula al sistema

A. L. Fetter, et al., Quantum theory of many particle systems (Courier Corporation, 2012).
H. Bruus, et al., Many-body quantum theory in condensed matter physics: an introduction (OUP Oxford, 2004)

Espectro de Bogoliubov

Ecuación de Dyson

Se obtiene mediante la iteración de la ecuación de Schrödinger

$$\mathbf{G}(p,\omega) = \mathbf{G}^0(p) + \mathbf{G}^0(p,\omega)\mathbf{\Sigma}(p)\mathbf{G}(p,\omega)$$

A. L. Fetter, et al., Quantum theory of many particle systems (Courier Corporation, 2012).
H. Bruus, et al., Many-body quantum theory in condensed matter physics: an introduction (OUP Oxford).

Espectro de Bogoliubov

Ecuación de Dyson

Se obtiene mediante la iteración de la ecuación de Schrödinger

$$\mathbf{G}(p,\omega) = \mathbf{G}^0(p) + \mathbf{G}^0(p,\omega)\mathbf{\Sigma}(p)\mathbf{G}(p,\omega)$$

$$\left(\mathbf{G}'(p)\right)^{-1} = \left(\mathbf{G}^0(p)\right)^{-1} - \mathbf{\Sigma}^*(p)$$

A. L. Fetter, et al., Quantum theory of many particle systems (Courier Corporation, 2012).
H. Bruus, et al., Many-body quantum theory in condensed matter physics: an introduction (OUP Oxford).

Espectro de Bogoliubov

Autoenergías

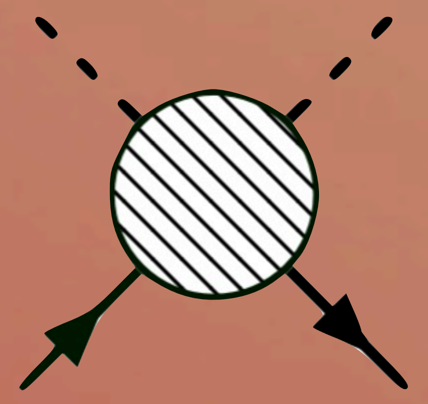
Energía de la partícula debido a la interacción con otras

$$\boldsymbol{\Sigma}(p) = \begin{bmatrix} \Sigma^*_{11}(p) & \Sigma^*_{12}(p) \\ \Sigma^*_{21}(p) & \Sigma^*_{11}(p) \end{bmatrix}$$

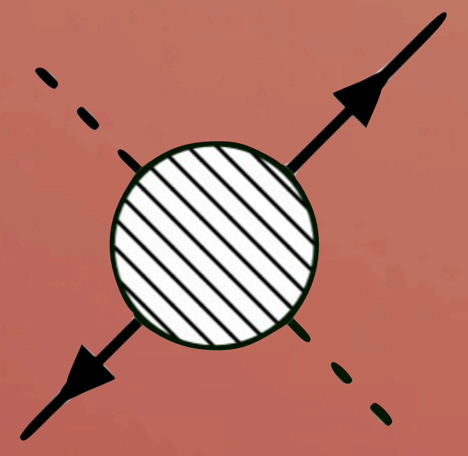
A. L. Fetter, et al., Quantum theory of many particle systems (Courier Corporation, 2012).

Espectro de Bogoliubov

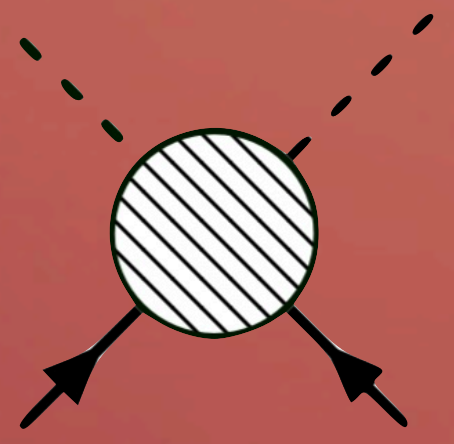
$$\Sigma_{11}^{*}(p) =$$



$$\Sigma_{12}^{*}(p) =$$



$$\Sigma_{21}^{*}(p) =$$



Autoenergías

Energía de la partícula debido a la interacción con otras

$$\mathbf{\Sigma}(p) = \begin{bmatrix} \Sigma_{11}^{*}(p) & \Sigma_{12}^{*}(p) \\ \Sigma_{21}^{*}(p) & \Sigma_{11}^{*}(p) \end{bmatrix}$$

A. L. Fetter, et al., Quantum theory of many particle systems (Courier Corporation, 2012).

Espectro de Bogoliubov

Función de Green libre

Sin interacción

$$\left(\mathbf{G}^0(p, i\omega)\right)^{-1} = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{G^0(p)} & 0 \\ 0 & \dfrac{1}{G^0(-p)} \end{bmatrix}$$

$$G^0(p) = \left(p_0 - i\omega_p + \frac{\mu}{\hbar}\right)^{-1}$$

$$G^0(-p) = \left(-p_0 - i\omega_p + \frac{\mu}{\hbar}\right)^{-1}$$

A. L. Fetter, et al., Quantum theory of many particle systems (Courier Corporation, 2012).

Espectro de Bogoliubov

$$\mathbf{G}'(p) = \frac{1}{\mathscr{D}(p)} \begin{bmatrix} -p_0 - i\omega_p + \frac{\mu}{\hbar} - \Sigma_{11}^*(-p) & \Sigma_{12}^*(p) \\ \Sigma_{21}^*(p) & p_0 - i\omega_p + \frac{\mu}{\hbar} - \Sigma_{11}^*(p) \end{bmatrix}$$

A. L. Fetter, et al., Quantum theory of many particle systems (Courier Corporation, 2012).

Espectro de Bogoliubov

$$\mathbf{G}'(p) = \frac{1}{\mathscr{D}(p)} \begin{bmatrix} -p_0 - i\omega_p + \frac{\mu}{\hbar} - \Sigma^*_{11}(-p) & \Sigma^*_{12}(p) \\ \Sigma^*_{21}(p) & p_0 - i\omega_p + \frac{\mu}{\hbar} - \Sigma^*_{11}(p) \end{bmatrix}$$

$$\mathscr{D}(p) = \left(p_0 - \omega_p + \frac{\mu}{\hbar} - \Sigma^*_{11}(p)\right)\left(-p_0 - \omega_p + \frac{\mu}{\hbar} - \Sigma^*_{11}(-p)\right) - \Sigma^*_{12}(p)\Sigma^*_{21}(p)$$

A. L. Fetter, et al., Quantum theory of many particle systems (Courier Corporation, 2012).

Espectro de Bogoliubov

$$n_0 = \frac{E_0}{N_0}$$

: Energía en el estado vacío

: Número de partículas en el estado base

$$\hbar\Sigma^*_{11}(p) = n_0(V(0) + V(\mathbf{p}))$$

$$\hbar\Sigma^*_{12}(p) = \hbar\Sigma^*_{21}(p) = n_0 V(\mathbf{p})$$

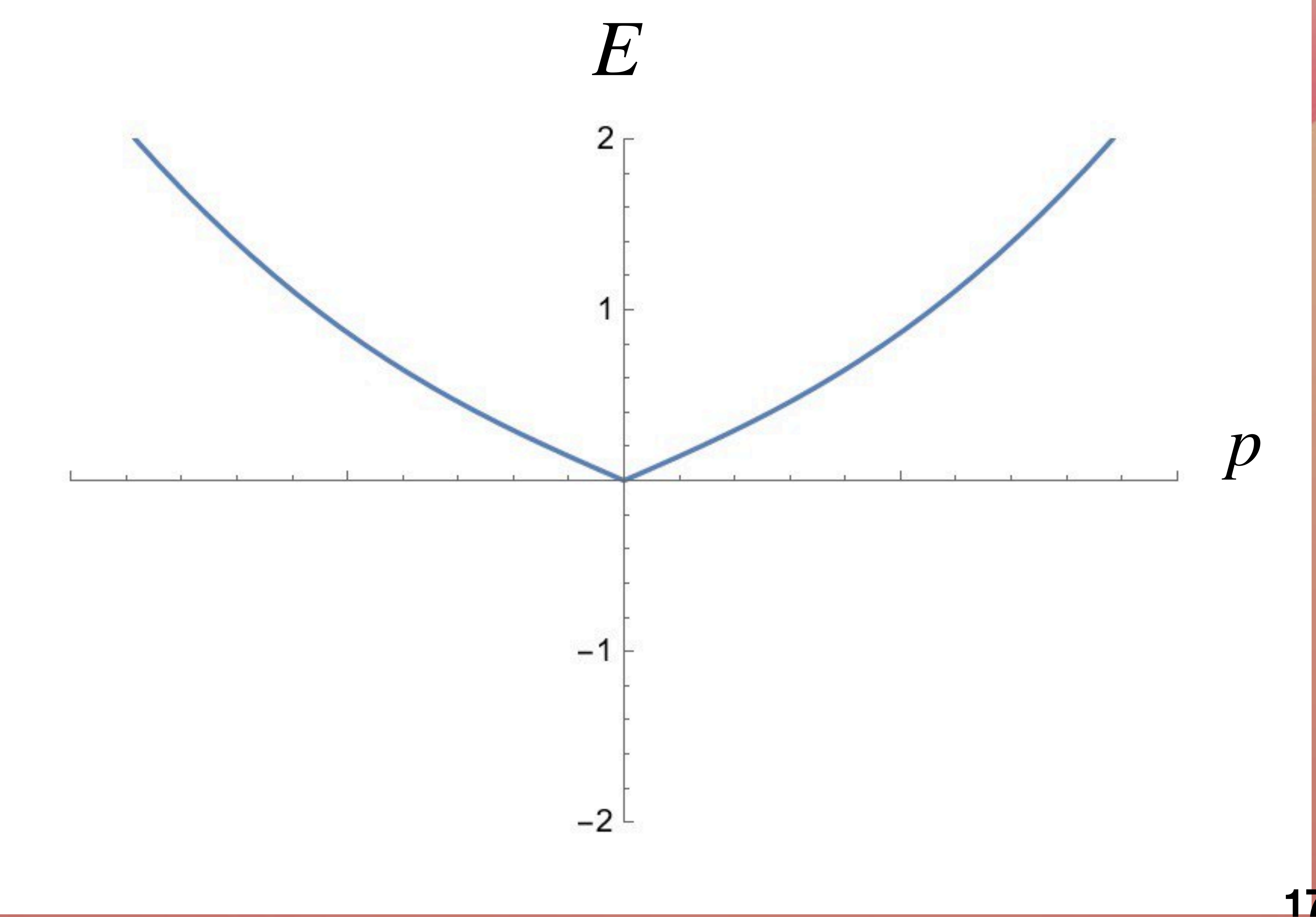
Potencial de interacción

$$\mathcal{D}(p) = p_0^2 - \frac{1}{\hbar^2}\left[\left(\epsilon_p + n_0 V(p)\right)^2 - n_0^2 V^2(p)\right]$$

A. L. Fetter, et al., Quantum theory of many particle systems (Courier Corporation, 2012).

Espectro de Bogoliubov

$$E_p = \left[\left(\epsilon_p + n_0 V(p)\right)^2 - n_0^2 V^2(p)\right]^{1/2}$$



A. L. Fetter, et al., Quantum theory of many particle systems (Courier Corporation, 2012).

Espectro de excitones-polaritones

Ecuación de Dyson $$\mathbf{G}(p,\omega) = \mathbf{G}^0(p) + \mathbf{G}^0(p,\omega)\mathbf{\Sigma}(p,\omega)\mathbf{G}(p,\omega)$$

$$\mathbf{\Sigma}(p,i\omega) = \begin{bmatrix} 0 & \Omega \\ \Omega & 0 \end{bmatrix}$$ Autoenergías

Acoplamiento de
excitones y fotones

Espectro de excitones-polaritones

Función de Green libre

Sin interacción

$$\left(\mathbf{G}^0(p, i\omega)\right)^{-1} = \begin{bmatrix} i\omega - \epsilon^x(p) & 0 \\ 0 & i\omega - \epsilon^c(p) \end{bmatrix}$$

Espectro de excitones-polaritones

Función de Green libre

Sin interacción

$$\left(\mathbf{G}^0(p, i\omega)\right)^{-1} = \begin{bmatrix} i\omega - \epsilon^x(p) & 0 \\ 0 & i\omega - \epsilon^c(p) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{G}(p, \omega) = \frac{1}{D(p)} \begin{bmatrix} \omega - \epsilon^c(p) & \Omega \\ \Omega & \omega - \epsilon^x(p) \end{bmatrix}$$

Espectro de excitones-polaritones

Función de Green libre

Sin interacción

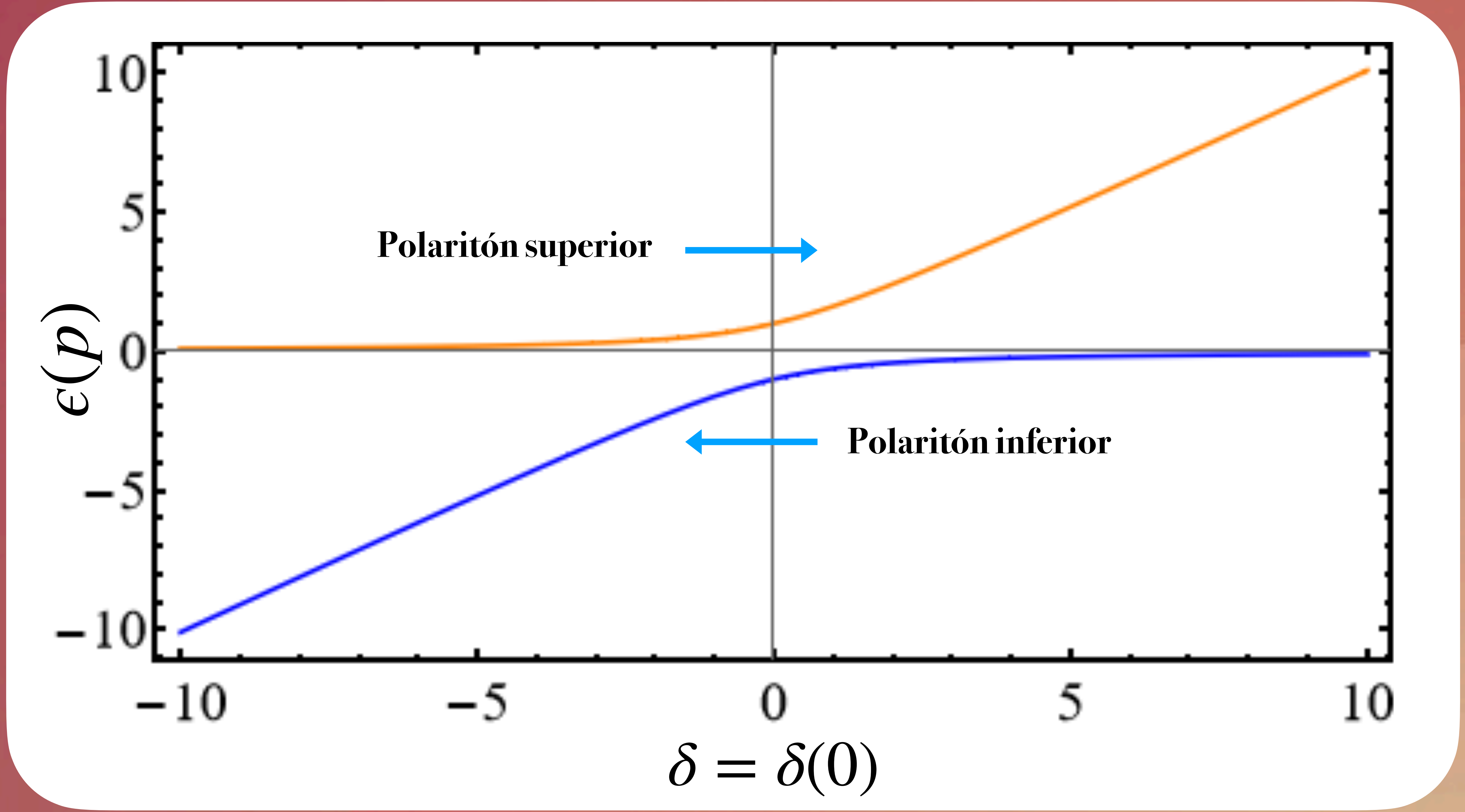
$$\left(\mathbf{G}^0(p, i\omega)\right)^{-1} = \begin{bmatrix} i\omega - \epsilon^x(p) & 0 \\ 0 & i\omega - \epsilon^c(p) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{G}(p, \omega) = \frac{1}{D(p)} \begin{bmatrix} \omega - \epsilon^c(p) & \Omega \\ \Omega & \omega - \epsilon^x(p) \end{bmatrix}$$

$$D(p) = (\omega - \epsilon^c(p))(\omega - \epsilon^x(p)) - \Omega^2$$

Espectro de excitones-polaritones

$$\epsilon^{UP,LP} = \frac{1}{2}\left(\epsilon^{x}(p) - \epsilon^{c}(p) \pm \sqrt{\left(\epsilon^{x}(p) - \epsilon^{c}(p)\right)^{2} + 4\Omega^{2}}\right)$$



Desintonización

- $\delta\left(p\right) = \epsilon^{x}\left(p\right) - \epsilon^{c}\left(p\right)$

Energía del excitón

- $\epsilon^{x}\left(p\right) = \dfrac{p^{2}}{2m_{x}}$

Energía del fotón

- $\epsilon^{c}\left(p\right) = \dfrac{p^{2}}{2m_{c}} + \delta(0)$

Espectro de Bogoliubov para la condensación de polaritones inferiores

Espectro de Bogoliubov para la condensación de polaritones inferiores

$$\left(\mathbf{G}^0\right)^{-1} = \begin{bmatrix} i\omega_p - \left(\epsilon_{LP} - \epsilon_{pu}\right) & 0 \\ 0 & -i\omega_p - \left(\epsilon_{LP} - \epsilon_{pu}\right) \end{bmatrix}$$

Función de Green libre

Sin interacciones

Espectro de Bogoliubov para la condensación de polaritones inferiores

$$\left(\mathbf{G}^0\right)^{-1} = \begin{bmatrix} i\omega_p - \left(\epsilon_{LP} - \epsilon_{pu}\right) & 0 \\ 0 & -i\omega_p - \left(\epsilon_{LP} - \epsilon_{pu}\right) \end{bmatrix}$$

Función de Green libre

Sin interacciones

Potencial de interacción de los excitones

$$C_k^2 = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{\delta_k}{\sqrt{\delta_k^2 + 4\Omega^2}}\right)$$

Autoenergías $$\boldsymbol{\Sigma}(p) = \begin{bmatrix} 2\, n_{LP} g_{xx} C_0^2 C_p^2 & n_{LP} g_{xx} C_0^2 C_p^2 \\ n_{LP} g_{xx} C_0^2 C_p^2 & 2\, n_{LP} g_{xx} C_0^2 C_p^2 \end{bmatrix}$$

Número de polaritones inferiores

Espectro de Bogoliubov para la condensación de polaritones inferiores

$$\mathbf{G}\left(p\right)=\frac{1}{D}\begin{pmatrix}-i\omega_p-\left(\epsilon_{LP}-\epsilon_{pu}\right)-\Sigma_{11}\left(p\right) & \Sigma_{12}\left(p\right)\\ \Sigma_{21}\left(p\right) & i\omega_p-\left(\epsilon_{LP}-\epsilon_{pu}\right)-\Sigma_{11}\left(p\right)\end{pmatrix}$$

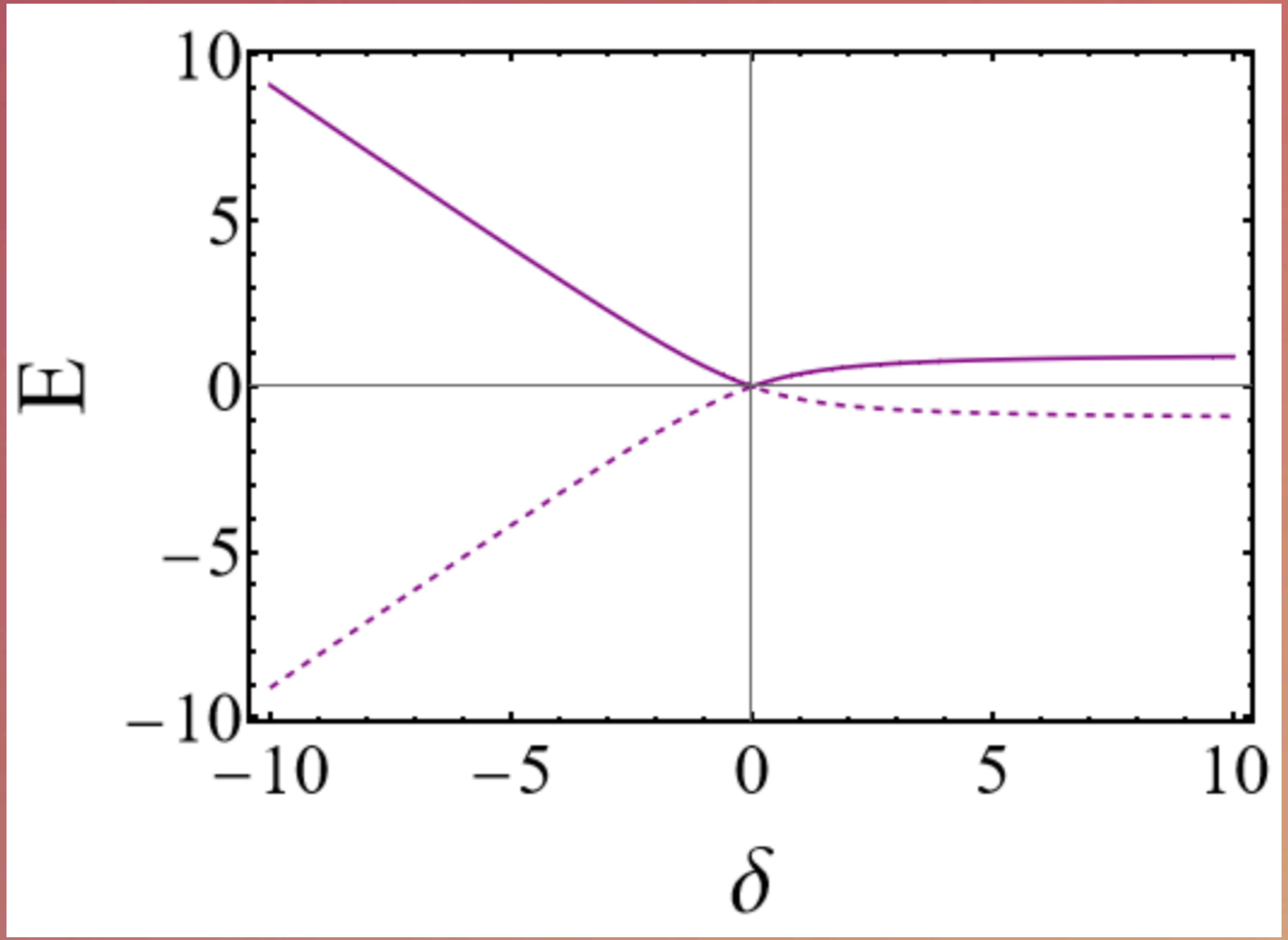
Espectro de Bogoliubov para la condensación de polaritones inferiores

$$\mathbf{G}\left(p\right)=\frac{1}{D}\begin{pmatrix}-i\omega_p-\left(\epsilon_{LP}-\epsilon_{pu}\right)-\Sigma_{11}\left(p\right) & \Sigma_{12}\left(p\right)\\ \Sigma_{21}\left(p\right) & i\omega_p-\left(\epsilon_{LP}-\epsilon_{pu}\right)-\Sigma_{11}\left(p\right)\end{pmatrix}$$

$$D(p)=-\left[\omega_p^2-\omega_p\left(\Sigma_{11}(p)-\Sigma_{11}(-p)\right)-\left(\epsilon_{LP}-\epsilon_{pu}+\frac{1}{2}\left(\Sigma_{11}(p)+\Sigma_{11}(-p)\right)\right)^2+\right.$$
$$\left.+\frac{1}{4}\left(\Sigma_{11}(p)+\Sigma_{11}(-p)\right)^2-\Sigma_{11}(p)\Sigma_{11}(-p)+\Sigma_{12}(p)\Sigma_{21}(p)\right]$$

Espectro de Bogoliubov para la condensación de polaritones inferiores

$$E_q = \pm \left[(\epsilon_{LP} + i\gamma - \epsilon_{pu} + 2n_{LP} g_{xx} C_0^2 C_q^2)^2 - n_{LP}^2 g_{xx}^2 C_0^4 C_q^4 \right]^{1/2}$$

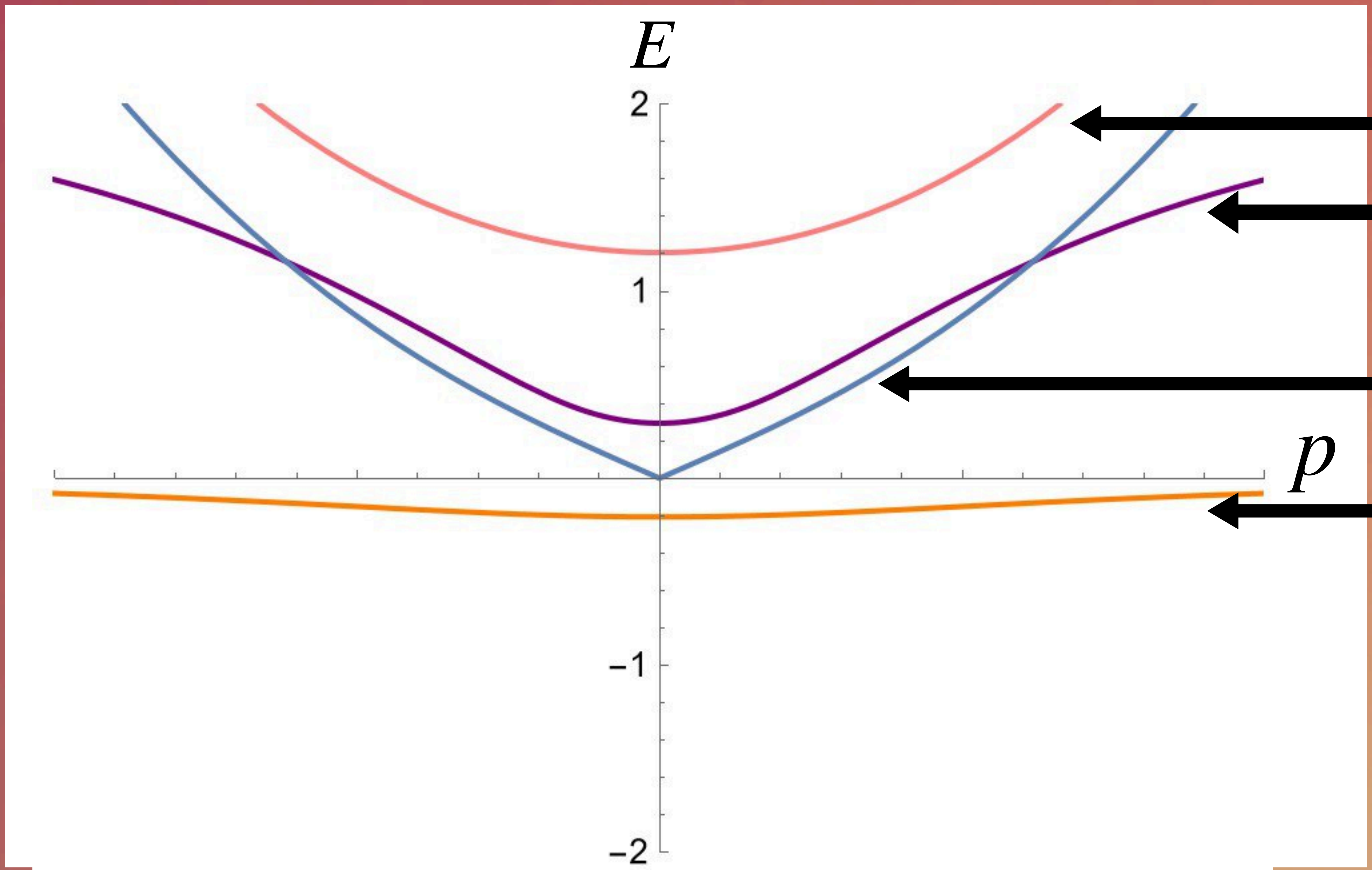


Desintonización

$\delta\left(p\right) = \epsilon^{x}\left(p\right) - \epsilon^{c}\left(p\right)$

Espectro de Bogoliubov para la condensación de polaritones inferiores

$$E_q = \pm \left[(\epsilon_{LP} + i\gamma - \epsilon_{pu} + 2n_{LP} g_{xx} \cos^2\theta_0 \cos^2\theta_q)^2 - n_{LP}^2 g_{xx}^2 \cos^4\theta_0 \cos^4\theta_q \right]^{1/2}$$



Polaritón superior

Espectro de Bogoliubov de un condensado de polaritones inferiores

Espectro de Bogoliubov sin luz

Polaritón inferiores

Función de Green de Bogoliubov para la **condensación de excitones-polaritones**

Se conecta la descripción del espectro de Bogoliuvob y el espectro de excitones-polaritones

Función de Green de Bogoliubov para la **condensación de excitones-polaritones**

$$(\mathbf{G}^0(p))^{-1} = \begin{pmatrix} i\omega_p - \epsilon_c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -i\omega_p - \epsilon_c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & i\omega_p - (\epsilon_x - \epsilon_{pu}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i\omega_p - (\epsilon_x - \epsilon_{pu}) \end{pmatrix}$$

Función de Green libre

Función de Green de Bogoliubov para la **condensación de excitones-polaritones**

$$(\mathbf{G}^0(p))^{-1} = \begin{pmatrix} i\omega_p - \epsilon_c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -i\omega_p - \epsilon_c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & i\omega_p - (\epsilon_x - \epsilon_{pu}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i\omega_p - (\epsilon_x - \epsilon_{pu}) \end{pmatrix}$$

Función de Green libre

Autoenergías

$$\boldsymbol{\Sigma}(p) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \Omega & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Omega \\ \Omega & 0 & \Sigma_{11}(p) & \Sigma_{12}(p) \\ 0 & \Omega & \Sigma_{21}(p) & \Sigma_{11}(-p) \end{pmatrix}$$

Función de Green de Bogoliubov para la **condensación de excitones-polaritones**

$$\mathbf{G}(p) = \frac{1}{\mathscr{D}(p)} \begin{pmatrix} G_{11}(p) & \Sigma_{12}(p)\Omega^2 & G_{13}(p) & -\Sigma_{12}(p)\Omega(\epsilon_c - \omega_p) \\ \Sigma_{21}(p)\Omega^2 & G_{22}(p) & \Sigma_{12}(p)\Omega(\omega_p - \epsilon_c) & G_{24}(p) \\ G_{31}(p) & \Sigma_{12}(p)\Omega(\omega_p - \epsilon_c) & G_{33}(p) & \Sigma_{12}(p)(\epsilon_c^2 - \omega_p^2) \\ -\Sigma_{21}(p)\Omega(\epsilon_c - \omega_p) & G_{42}(p) & \Sigma_{21}(p)(\epsilon_c - \omega_p^2) & G_{44}(p) \end{pmatrix}$$

Función de Green de Bogoliubov para la **condensación de excitones-polaritones**

$$\mathbf{G}(p) = \frac{1}{\mathscr{D}(p)} \begin{pmatrix} G_{11}(p) & \Sigma_{12}(p)\Omega^2 & G_{13}(p) & -\Sigma_{12}(p)\Omega(\epsilon_c - \omega_p) \\ \Sigma_{21}(p)\Omega^2 & G_{22}(p) & \Sigma_{12}(p)\Omega(\omega_p - \epsilon_c) & G_{24}(p) \\ G_{31}(p) & \Sigma_{12}(p)\Omega(\omega_p - \epsilon_c) & G_{33}(p) & \Sigma_{12}(p)(\epsilon_c^2 - \omega_p^2) \\ -\Sigma_{21}(p)\Omega(\epsilon_c - \omega_p) & G_{42}(p) & \Sigma_{21}(p)(\epsilon_c - \omega_p^2) & G_{44}(p) \end{pmatrix}$$

$$\mathscr{D}(p) = (\epsilon_c - \omega_p)(-\epsilon_x + \epsilon_{pu} - \Sigma_{11}(p) + \omega_p)\Omega^2 + \Omega^4 + (-\epsilon_c - \omega_p)(\Sigma_{21}(p)\Sigma_{12}(p)(\epsilon_c - \omega_p) +$$

$$+(\epsilon_x - \epsilon_{pu} + \omega_p + \Sigma_{11}(-p))((\epsilon_x - \epsilon_{pu} - \omega_p + \Sigma_{11}(p))(-\epsilon_c + \omega_p) + \Omega^2))$$

Conclusiones

Mediante la teoría cuántica de campos y la función de Green se ha obtenido de forma comprensiva y eficaz la descripción del sistema, incluyendo su naturaleza fuera de equilibrio y las interacciones fuertes.

Como trabajo futuro se propone explotar la técnica de teoría cuántica de campos comenzando con el estudio de los polos del determinante de la función de Green de Bogoliubov para la condensación de excitones-polaritones.

¡Gracias!

arelivega.physics@gmail.com