

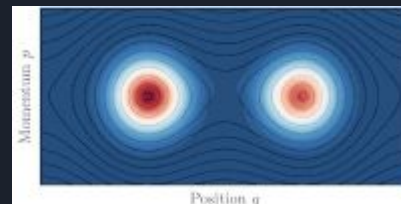


Estados altamente excitados, correspondencia e inestabilidad en el potencial cuartico

Daniel Julian Nader (Brown University)

En colaboración con Sergio Lerma (UV)
Roberto Hernandez y Humberto Vazquez (UV)

6to Encuentro de Caos y Termalización en sistemas cuánticos
de muchos cuerpos
Xalapa, Veracruz Enero 2023



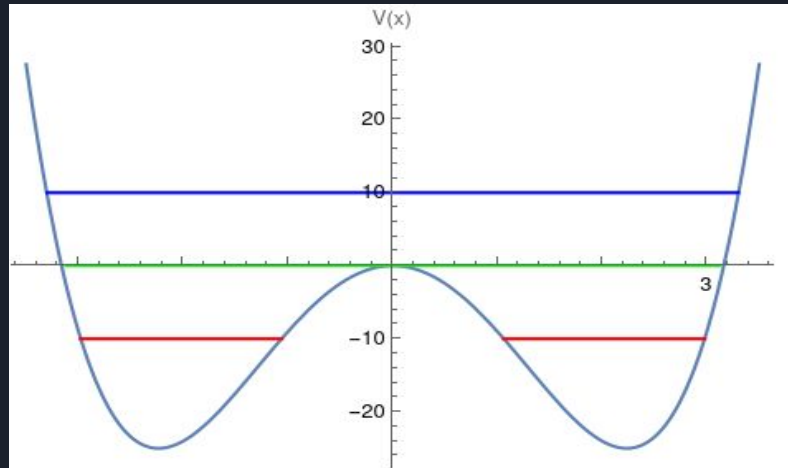


Motivación

- El potencial cuartico es el sistema no analiticamente soluble mas simple pero que presenta propiedades interesantes (rompimiento de simetría, tunelamiento, inestabilidad)
- Aproximarse a parámetros o energías críticas es un reto técnico
- Por su simplicidad, el oscilador anarmónico ofrece una buena oportunidad para observar correspondencia clásico-cuántico ($\hbar \rightarrow 0$)
- Observar manifestaciones de caos o inestabilidad en el espectro de sistemas cuánticos es un tema de interés actual

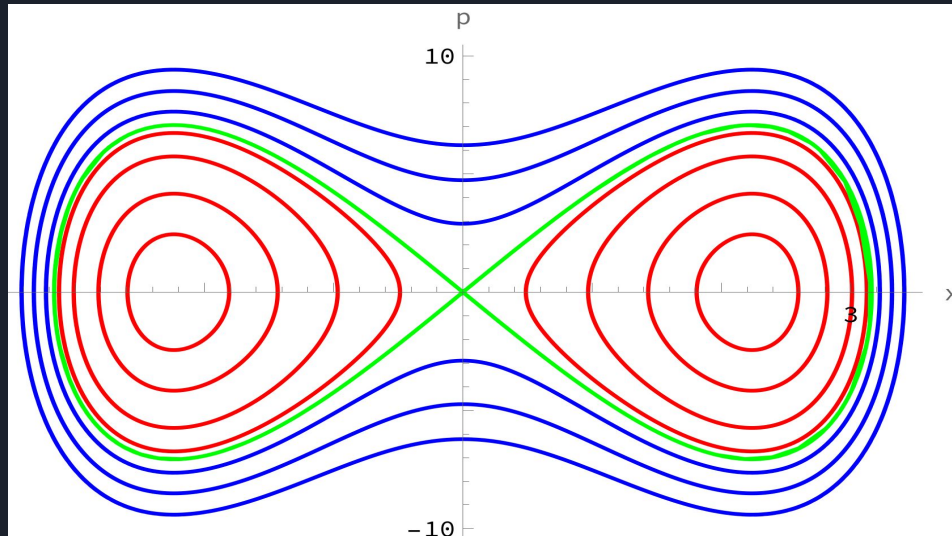
Un enfoque clásico

$$V(x) = -10x^2 + x^4$$



- Se puede tener dos partículas con la misma energía en cada pozo

Trayectorias clásicas

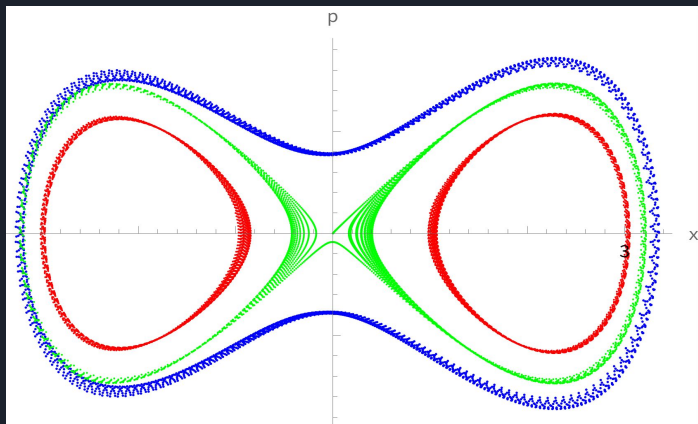


La separatriz corresponde a la energía crítica $E=0$

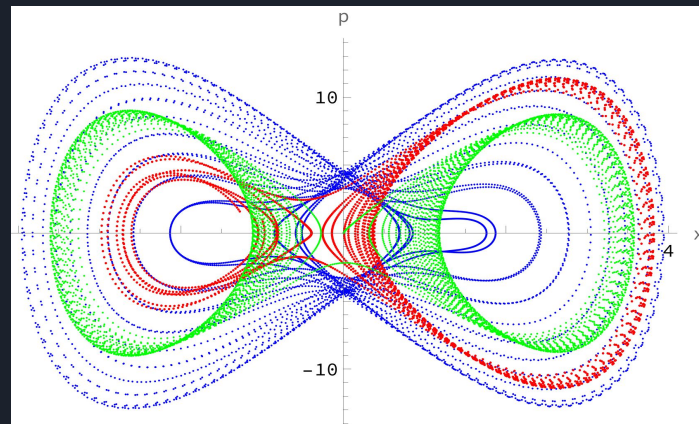
Induciendo caos al potencial cuartico

$$F(t) = F_0 \sin(\omega t)$$

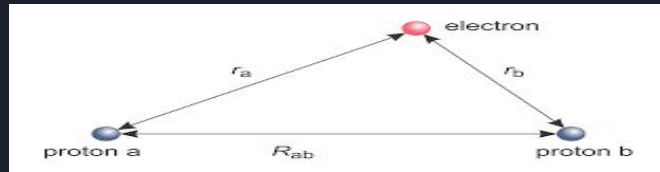
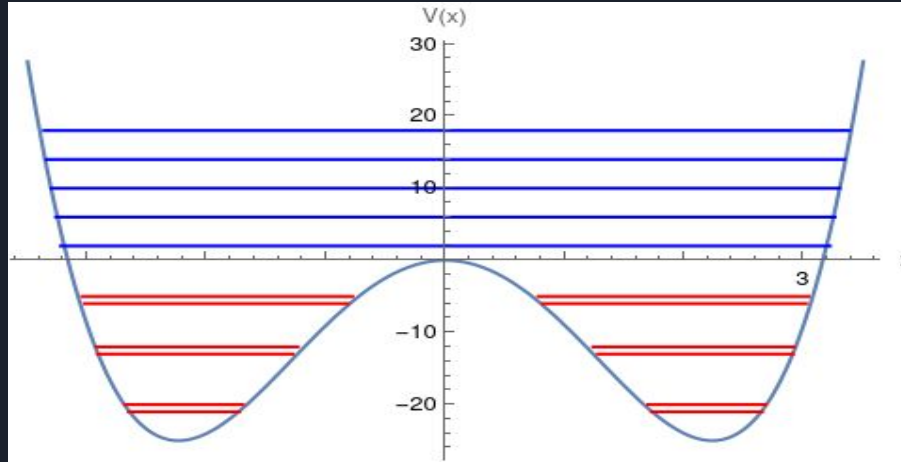
$F_0=0.2$



$F_0=2$



Un enfoque cuántico



- Niveles quasi-degenerados debajo del pozo

Cuasi-degeneración

- Ansatz

$$\psi_t = \psi_1 + b\psi_2$$

- Energía variacional

$$E_{var} = \frac{\int \psi_t^* H \psi_t dx}{\int \psi_t^* \psi_t dx} = \frac{E_0(1+b^2) + 2bI_1}{1+b^2 + 2bI_2}$$

$$I_1 = \int \psi_1 H \psi_2 dx$$

$$I_2 = \int \psi_1 \psi_2 dx$$

- Minimizando la energía

$$\frac{dE_{var}}{db} = 0$$



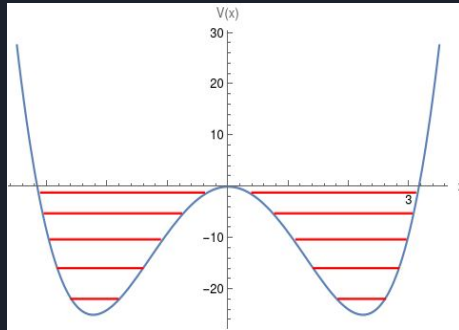
$$b = \pm 1$$

- Aparece un desdoble en la energía

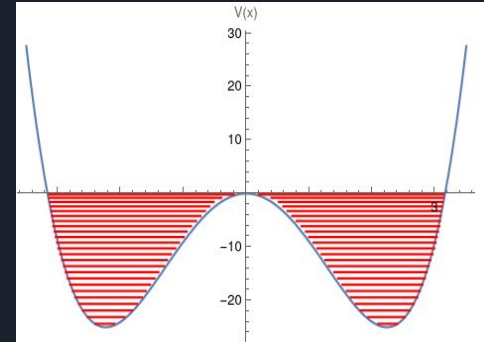
$$E_{var} = \frac{E_0 \pm I_1}{1 \pm I_2}$$

Efecto de disminuir \hbar

$$\hbar = 1$$



$$\hbar = \frac{1}{5}$$



\hbar	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{200}$	$\frac{1}{500}$	$\frac{1}{1000}$	$\frac{1}{2000}$
No. states	94	950	1898	4746	9490	18980

Metodos de aproximacion

- Einstein-Brillouin-Kelle

$$I = \frac{1}{2\pi} \oint p dx = \hbar \left(n + \frac{\mu}{4} + \frac{b}{2} \right)$$

Semiclásico

Base de oscilador armonico

$$\hat{H} = \frac{\hbar}{4}(\hat{a}^\dagger - \hat{a})^2 + \left(\frac{\hbar}{2}\right)^2 (\hat{a}^\dagger + \hat{a})^4 - 5\hbar(\hat{a}^\dagger + \hat{a})^2$$

Cuánticos

Lagrange Mesh Method

$$\Psi(x) = \sum_{i=1}^N c_i \psi_i(x)$$

$$\psi_i(x) = \frac{(-1)^{N-i}}{(2\hbar_N)^{1/2}} \frac{H_N(x)}{(x-x_i)} e^{-x^2/2}$$

Método de Sinc

$$\Psi(x) = \sum_{i=1}^N c_i \psi_i(x)$$

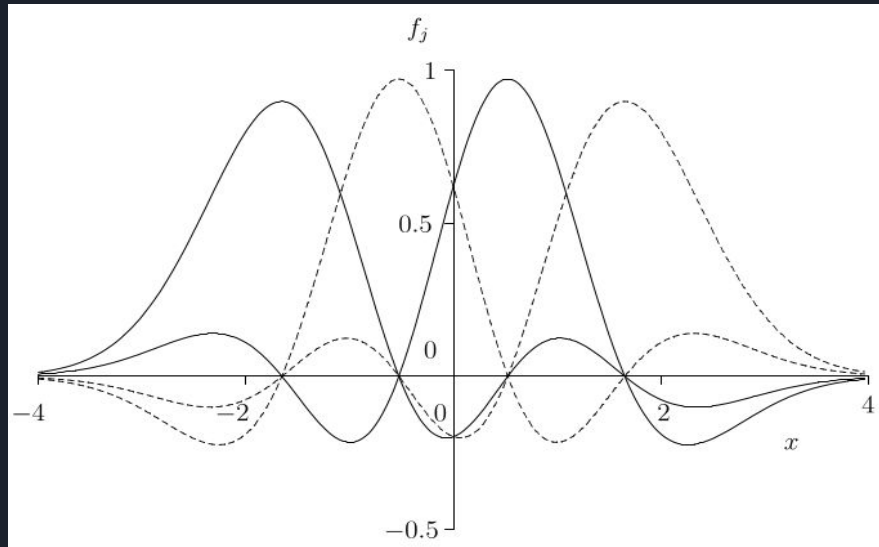
$$\psi_i(h, x) = \frac{\sin(\pi(x-ih)/h)}{\pi(x-ih)/h}$$

P. Amore, Journal of Physics A: Mathematical and General 39, L349 (2006)

- D. Baye, Physics Reports 565, 1 (2015)
- A. V. Turbiner and J. C. del Valle, International Journal of Quantum Chemistry 121, e26766 (2021)

Redistribución de los puntos de la malla

D. Baye, Physics
Reports 565, 1
(2015)



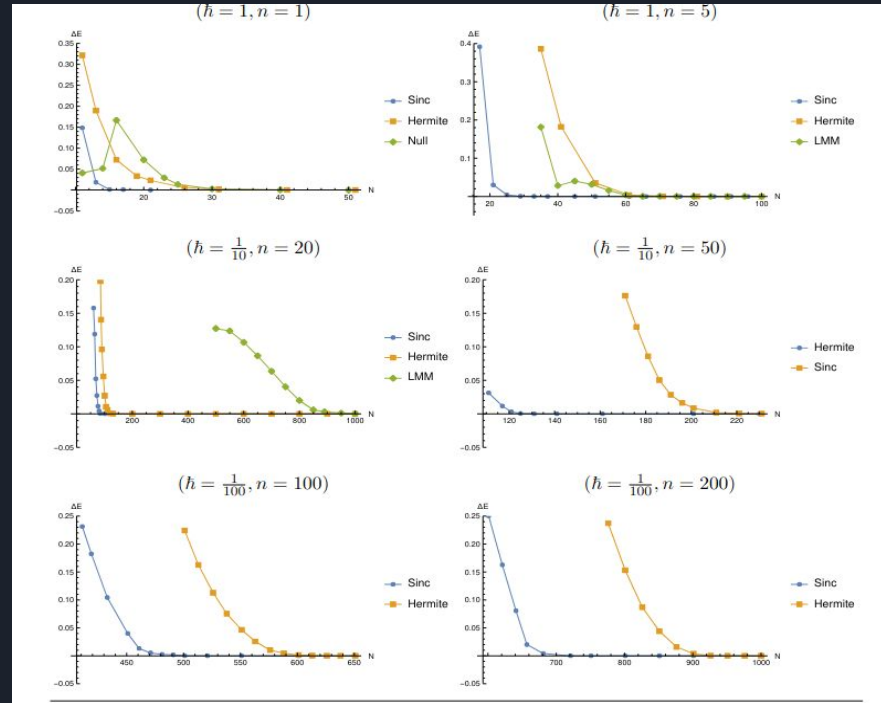
- Método de la malla

-> Variacional para cada estado

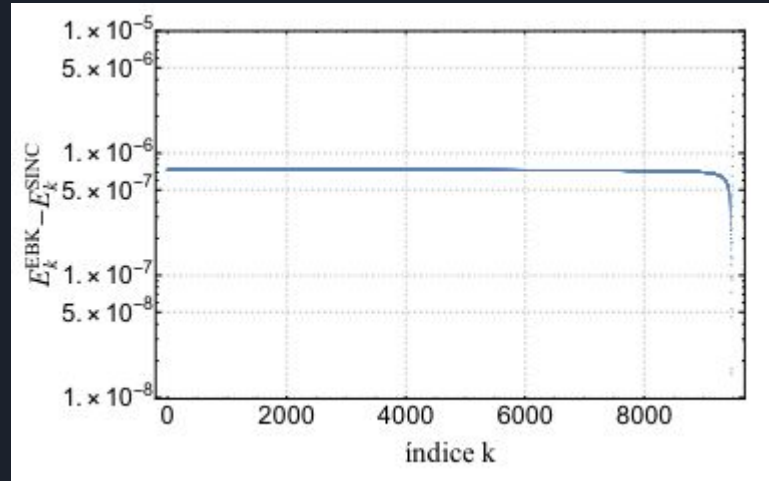
- Método de Sinc

$$\frac{d}{dh} \text{Tr}[\hat{H}] = 0$$

Convergencia de la energía



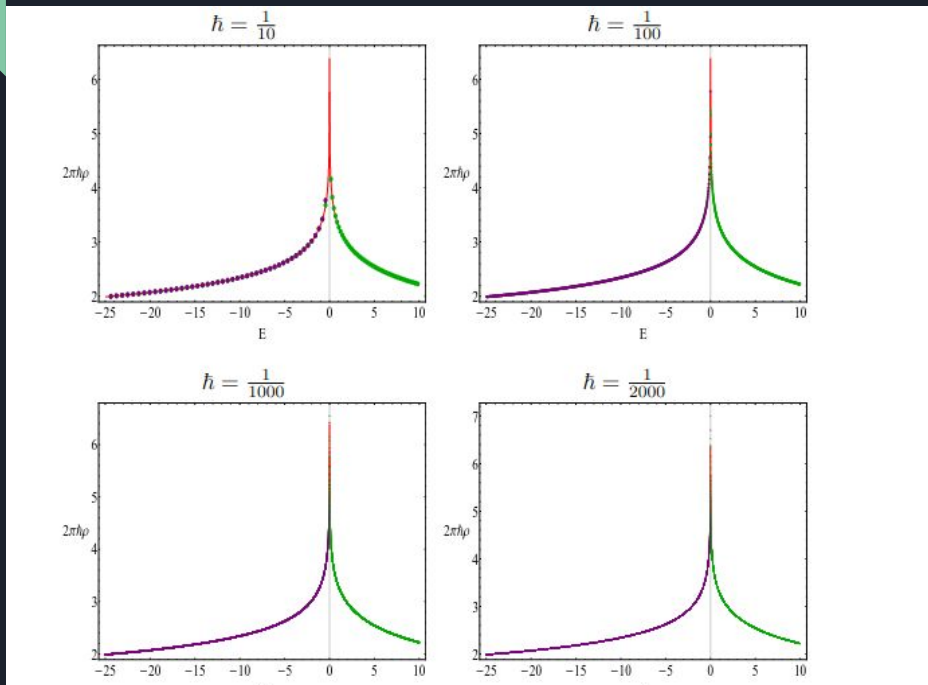
Cuántico vs semiclásico



- EBK garantiza 6 dígitos de precisión en el espectro completo

Correspondencia en la densidad de estados

$$T = 2\pi\hbar\rho(E)$$



Clásico

$$T(E) = \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{\sqrt{2m(E - V(x))}}$$

Cuántico

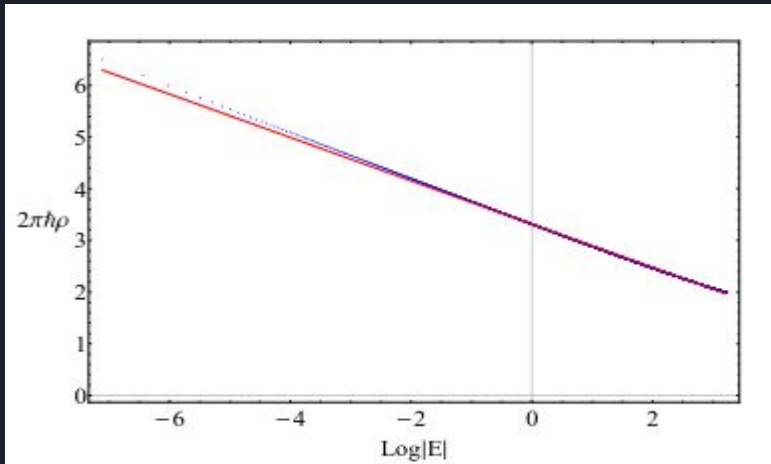
$$E_{k+1} - E_k = \hbar\omega = \frac{2\pi\hbar}{T}$$

Manifestación del exponente de Lyapunov

$$2\pi\hbar\rho(E) = -\frac{2}{\lambda} \log |E| - \frac{2}{\lambda} \log \left(\frac{1}{40} \right)$$

$$\lambda = \sqrt{20} \approx 4.47214$$

S. Pilatowsky-Cameo, J. Chavez-Carlos, M. A. Bastarrachea-Magnani, P. Stránský, S. Lermahernández, L. F. Santos, and J. G. Hirsch, Phys. Rev. E 101, 010202 (2020)

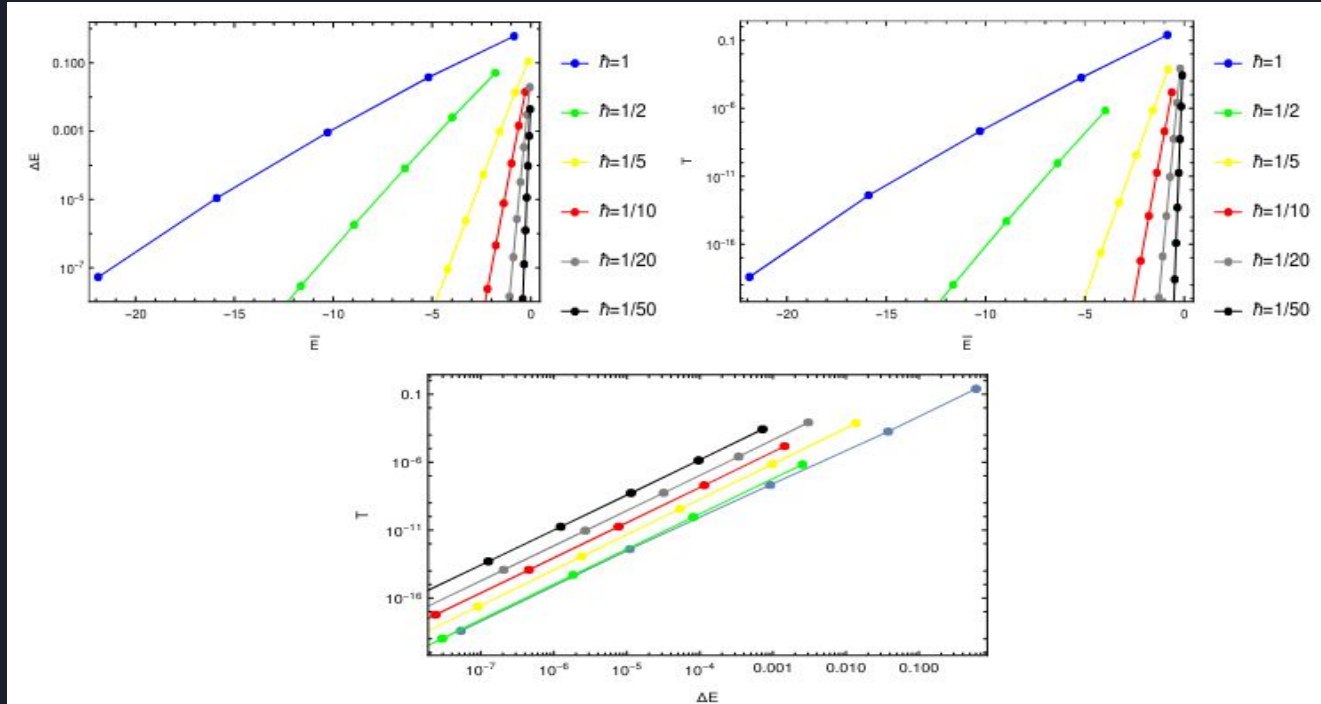


$$m = -0.4192$$

$$m = -\frac{2}{\lambda} = -0.447214$$

Tunelamiento y energy gap

$$T = \exp\left(-2\sqrt{\frac{2m}{\hbar}} \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{|E - V(x')|} dx'\right)$$





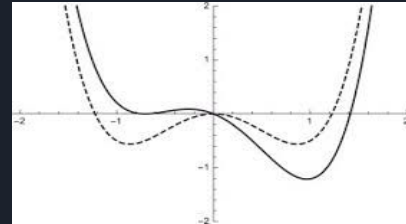
Conclusiones

- Cuando \hbar tiende a cero los niveles de energía se acercan y más estados caben en el doble pozo, requiriendo bases más grandes para alcanzar la energía crítica
- El método de EBK es suficientemente preciso para observar la divergencia de la densidad de estados cerca de la energía crítica
- La redistribución de los centros de los términos de la base juega un rol vital para acelerar la convergencia de la energía
- La región de energía donde aparece tunelamiento cuántico se reduce cuando \hbar tiende a cero
- Observamos una relación lineal entre el coeficiente de transmisión y el gap de energía entre estados casi degenerados.
- El exponente de Lyapunov positivo se manifiesta en la densidad de estados cerca de la energía crítica

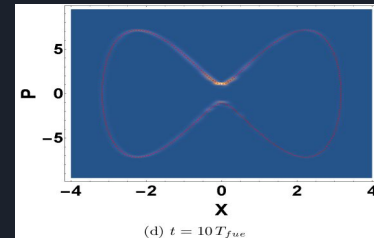
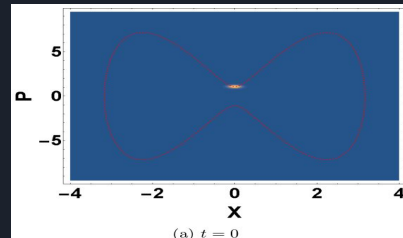
Trabajo a futuro

- Quench dynamics jugando con la separación entre los pozos

- Explorar el caso de pozos asimétricos



- Evolución de estados coherentes iniciales o paquetes Gaussianos





Gracias!