

# CAOS CUANTICO Y TERMALIZACION EN EL MODELO DE AUBRY ANDRE

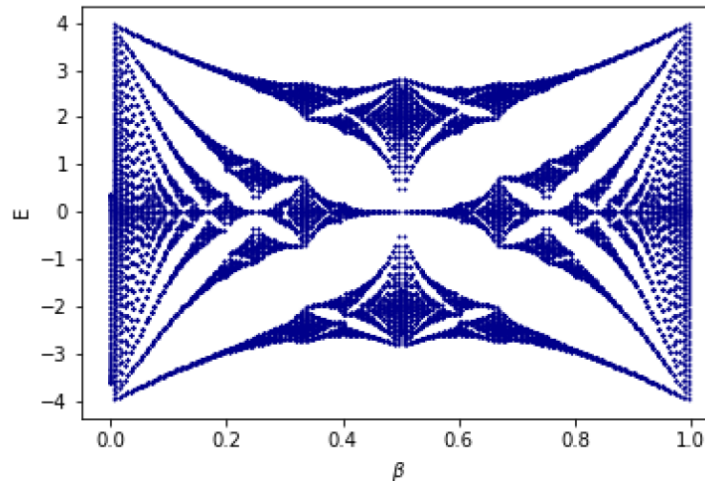
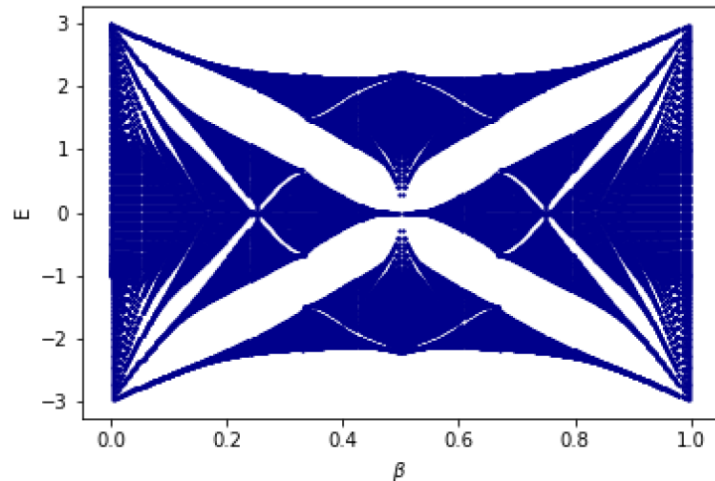
CONGRESO INTERNACIONAL DE CAOS CUÁNTICO Y LOCALIZACIÓN

Carlos Diaz  
ICN-UNAM

# Modelo de Aubry Andre con Interacción



$$H = -J \sum_{\langle i,j \rangle} (b_i b_j^\dagger + h.c.) + W \sum_i \cos(2\pi\beta i + \varphi) n_i + U \sum_i n_i(n_i - 1)$$



$N = M = 8$   
 $dim = 6400$

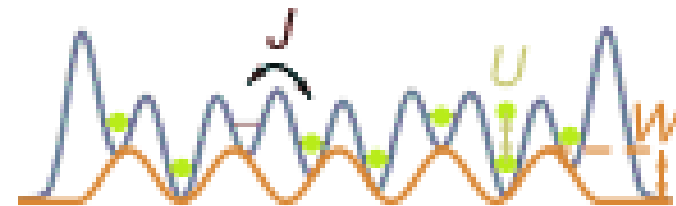
moveerse entre los sitios.

El término asociado a  $W$  altera la profundidad de cada pozo dependiendo del número de bosones, es responsable de romper la simetría de la cadena lineal.

El tercer término es el potencial entre bosones y tiende a que los bosones permanezcan juntos.

Usamos 8 bosones y 8 sitios para nuestro estudio.

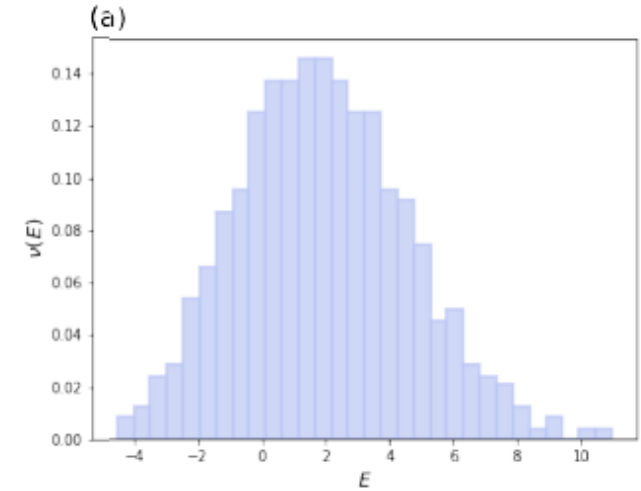
Physical model





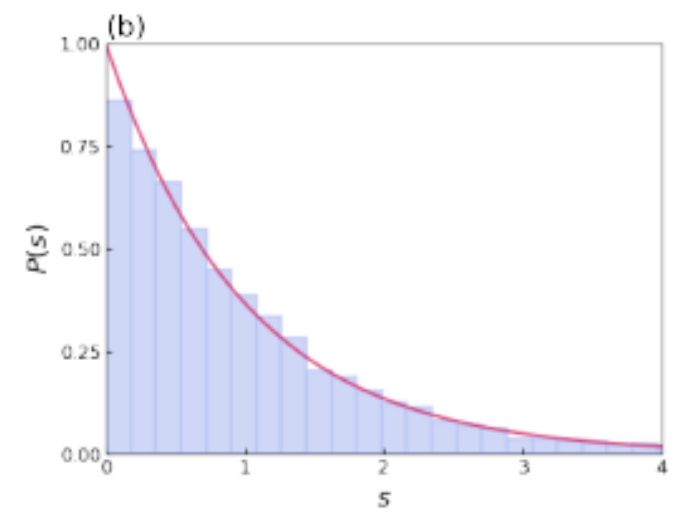
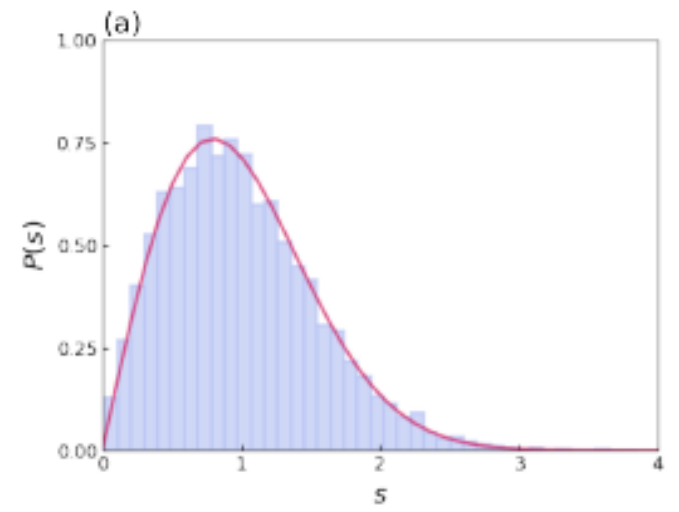
Conjetura BGS: los sistemas cuánticos con contraparte clásica caótica pueden ser descritos por la RMT.

Esto se puede notar con la distribución de las diferencias de energía  $s = E_{i+1} - E_i$



**Caos cuántico**

**Regular**

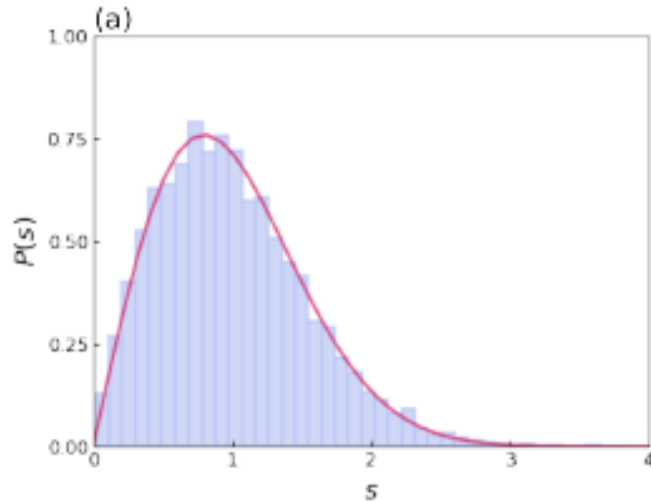


$$P(s) = \frac{s}{2\sigma^2} e^{-s^2/4\sigma^2}$$

$$p(s) = e^{-s}$$

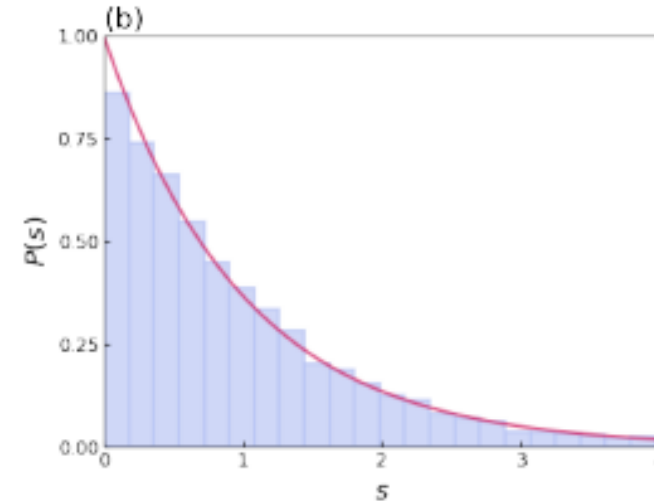


## Caos cuántico



$$P(s) = \frac{s}{2\sigma^2} e^{-s^2/4\sigma^2}$$

## Regular



$$p(s) = e^{-s}$$

$$\tilde{r} = \frac{\min(s_n, s_{n-1})}{\max(s, s_{n-1})} :$$

$$\langle \tilde{r} \rangle_W = 4 - 2\sqrt{3} \approx 0.535$$

$$\langle \tilde{r} \rangle_P = 2 \ln 2 - 1 \approx 0.386$$



$$\tilde{r} = \frac{\min(s_n, s_{n-1})}{\max(s, s_{n-1})}$$

Buscamos estados iniciales con señales de caos

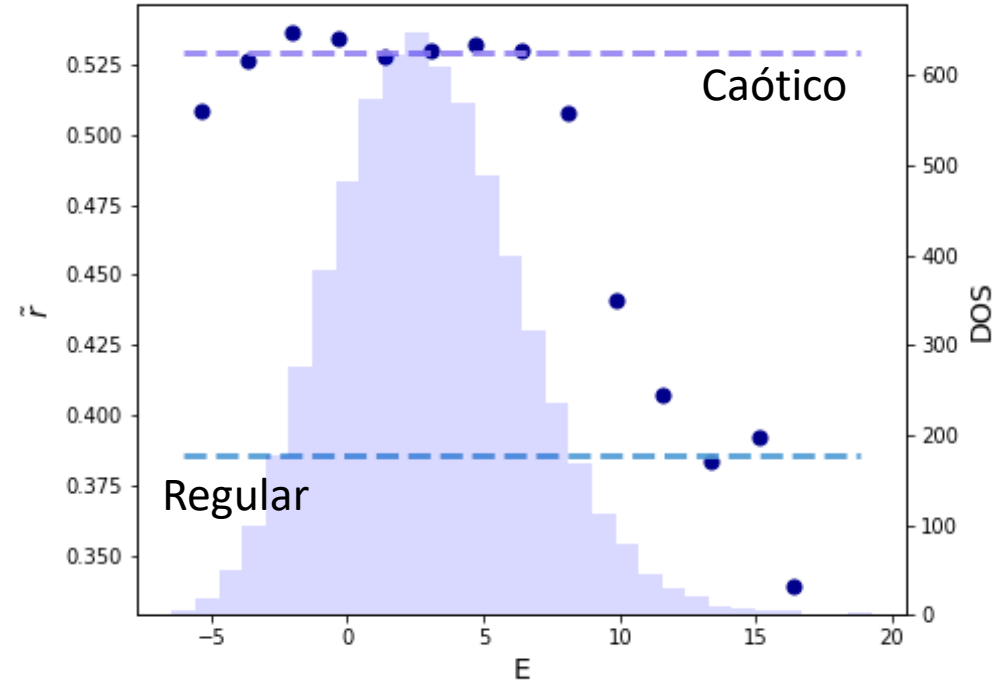
[1,1,1,1,1,1,1,1]

[2,0,0,1,2,0,2,2]

[2,0,2,0,2,0,2,0]

[3,0,2,0,0,0,0,3]

.....



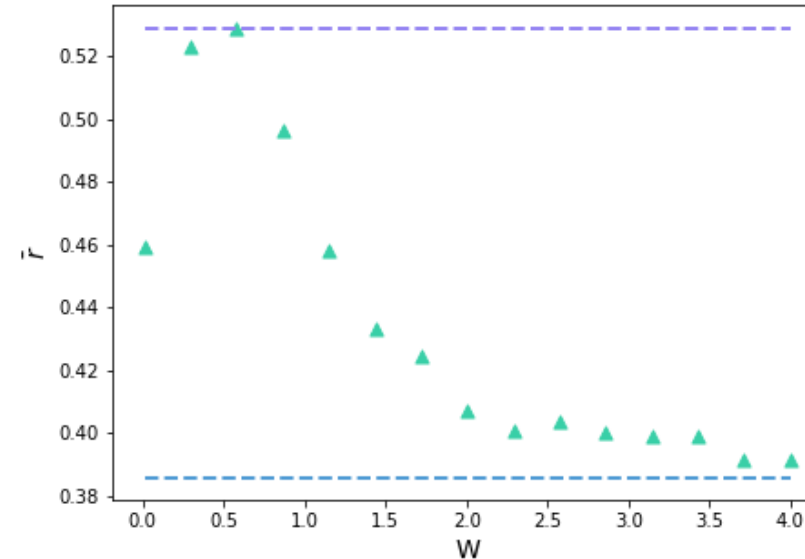
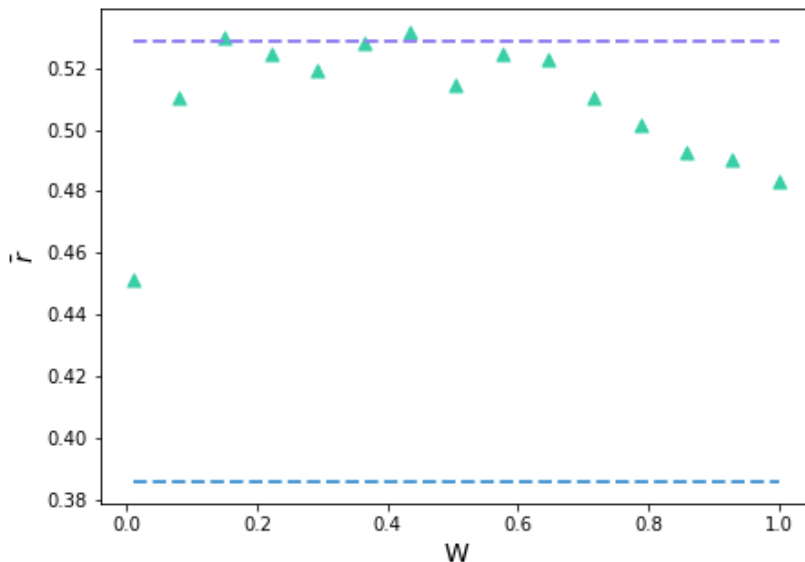


$$H = -J \sum_{\langle i,j \rangle} (b_i b_j^\dagger + h.c.) + W \sum_i \cos(2\pi\beta i + \varphi) n_i + U \sum_i n_i(n_i - 1)$$

- Cociente entre la distancia de los niveles de energía para distintos valores del parámetro del desorden W, la región caótica yace entre  $r=[0.1, 0.7]$

$$r = \frac{\min(\lambda_\alpha, \lambda_{\alpha-1})}{\max(\lambda_\alpha, \lambda_{\alpha-1})}$$

donde  $\lambda_\alpha = E_\alpha - E_{\alpha-1}$



The background features a sunset landscape with a horizon line. Overlaid on this are several large, flowing, translucent shapes in shades of blue and white, resembling smoke or liquid. The text 'ETH Y TERMALIZACIÓN' is positioned in the lower-left area of the image.

# ETH Y TERMALIZACIÓN



# TERMALIZACIÓN DE AUTOESTADOS (ETH)



$$A(t) = \sum_m |C_m|^2 A_{mm} + \sum_{m,n \neq m} C_m^* C_n e^{i(E_m - E_n)t} A_{m,n}$$

El valor esperado,  $\langle E_k | A | E_k \rangle$  de una observable de pocos cuerpos  $A$  en un eigen-estado  $|E_k\rangle$  con energía  $E_k$  de un sistema de muchos cuerpos es igual al promedio térmico de  $A$  con energía promedio  $E_k$

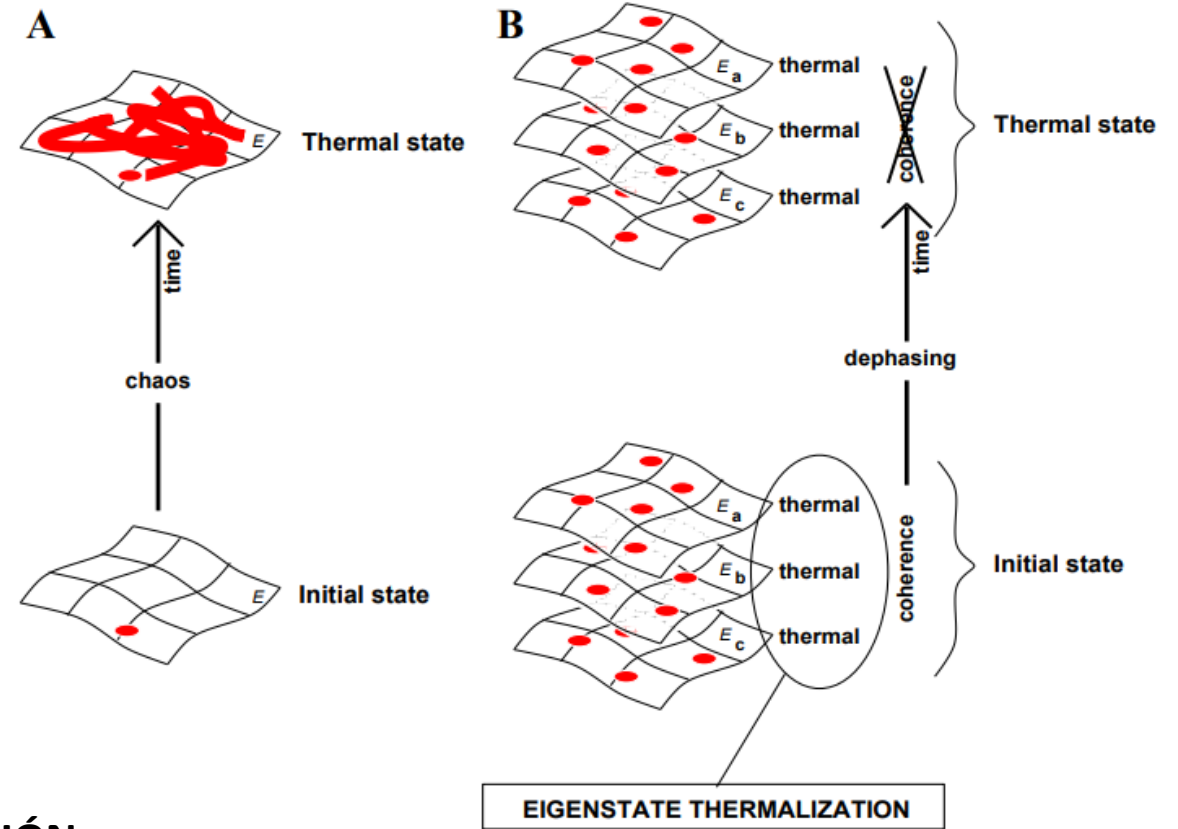
La ETH dice que todos los eigen-estados en una ventana pequeña de energía con energía similar a la del estado inicial, ya son térmicos.

$$\langle \Psi_\alpha | \hat{A} | \Psi_\alpha \rangle = \frac{1}{\mathcal{N}_{E_0, \Delta E}} \sum_{\alpha} A_{\alpha\alpha} \quad \text{ETH}$$

$|E_0 - E_\alpha| < \Delta E$

$$\sum_{\alpha} |C_\alpha|^2 A_{\alpha\alpha} = \frac{1}{\mathcal{N}_{E_0, \Delta E}} \sum_{\alpha} A_{\alpha\alpha} \quad \text{TERMALIZACIÓN}$$

$|E_0 - E_\alpha| < \Delta E$







$$A(t) = \sum_m |C_m|^2 A_{mm} + \sum_{m,n \neq m} C_m^* C_n e^{i(E_m - E_n)t} A_{m,n}$$

El valor esperado,  $\langle E_k | A | E_k \rangle$  de una observable de pocos cuerpos  $A$  en un eigenestado  $|E_k\rangle$  con energía  $E_k$  de un sistema de muchos cuerpos es igual al promedio térmico de  $A$  con energía promedio  $E_k$

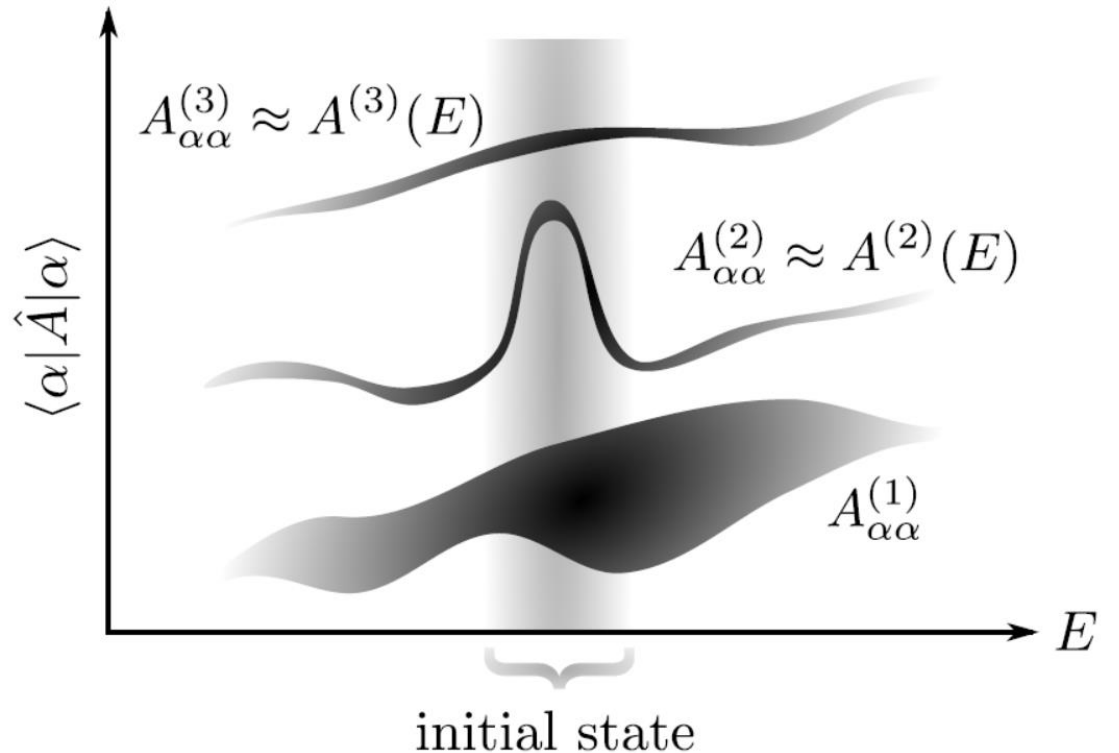
La ETH dice que todos los eigenestados en una ventana pequeña de energía con energía similar a la del estado inicial, ya son térmicos.

$$\langle \Psi_\alpha | \hat{A} | \Psi_\alpha \rangle = \frac{1}{\mathcal{N}_{E_0, \Delta E}} \sum_{\alpha} A_{\alpha\alpha} \quad \text{ETH}$$

$|E_0 - E_\alpha| < \Delta E$

$$\sum_{\alpha} |C_\alpha|^2 A_{\alpha\alpha} = \frac{1}{\mathcal{N}_{E_0, \Delta E}} \sum_{\alpha} A_{\alpha\alpha} \quad \text{TERMALIZACIÓN}$$

$|E_0 - E_\alpha| < \Delta E$

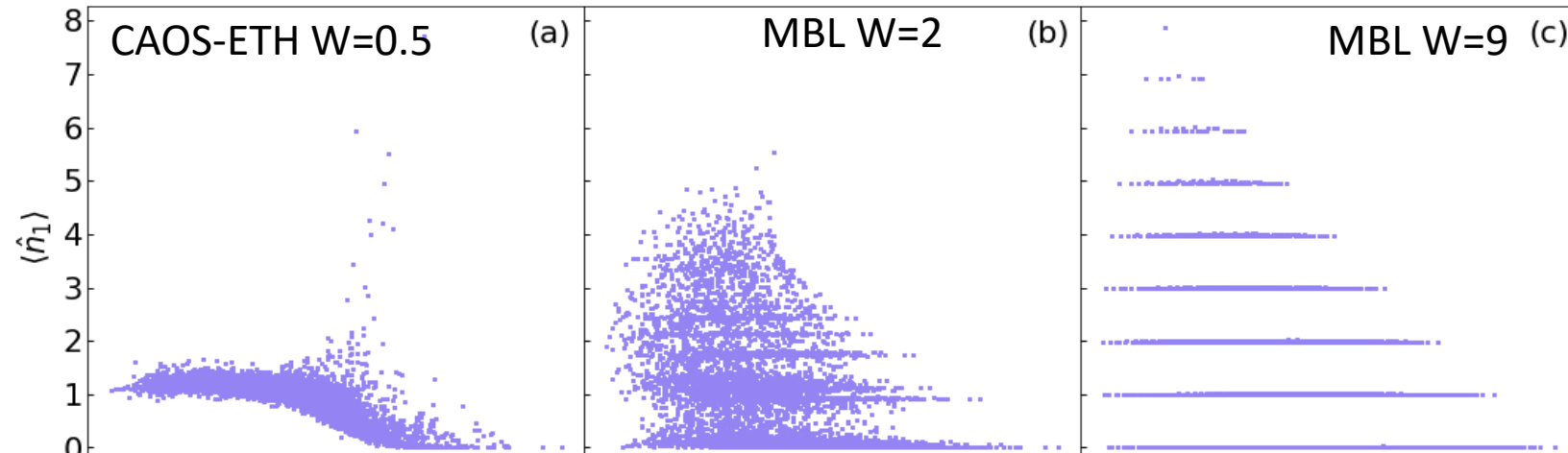


# VALORES ESPERADOS EN LOS EIGEN-ESTADOS(8-8)

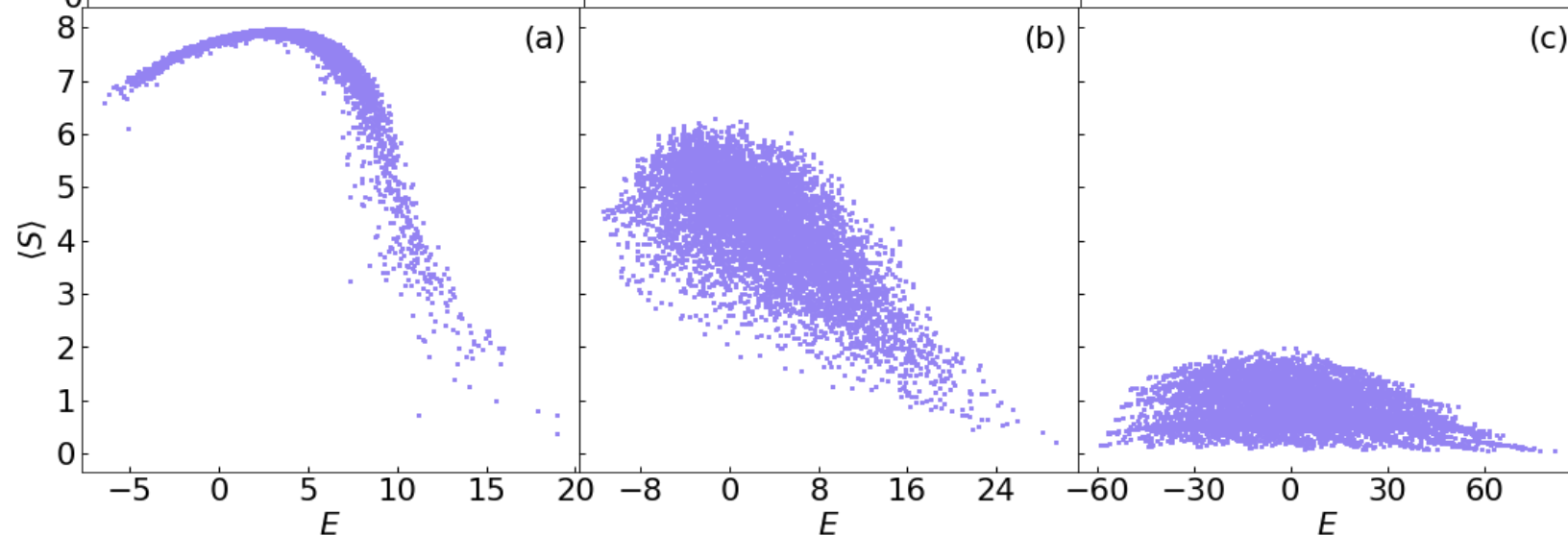


$$H = -J \sum_{\langle i,j \rangle} (b_i b_j^\dagger + h.c.) + W \sum_i \cos(2\pi\beta i + \varphi) n_i + U \sum_i n_i(n_i - 1)$$

Número de bosones  
en el primer sitio



Entropía de Shannon  
 $S_V = -\sum_k |c_k|^2 \ln |c_k|^2$





# Probabilidad de Supervivencia



La probabilidad de supervivencia es una observable definida como la probabilidad de encontrar al sistema en el estado inicial ( $t=0$ ) a un tiempo posterior  $t$ .

$$S_P(t) = |\langle \Psi(0) | \Psi(t) \rangle|^2 \quad |\Psi(0)\rangle = \sum_k c_k |\psi_k\rangle, \quad \sum_k |c_k|^2 = 1$$

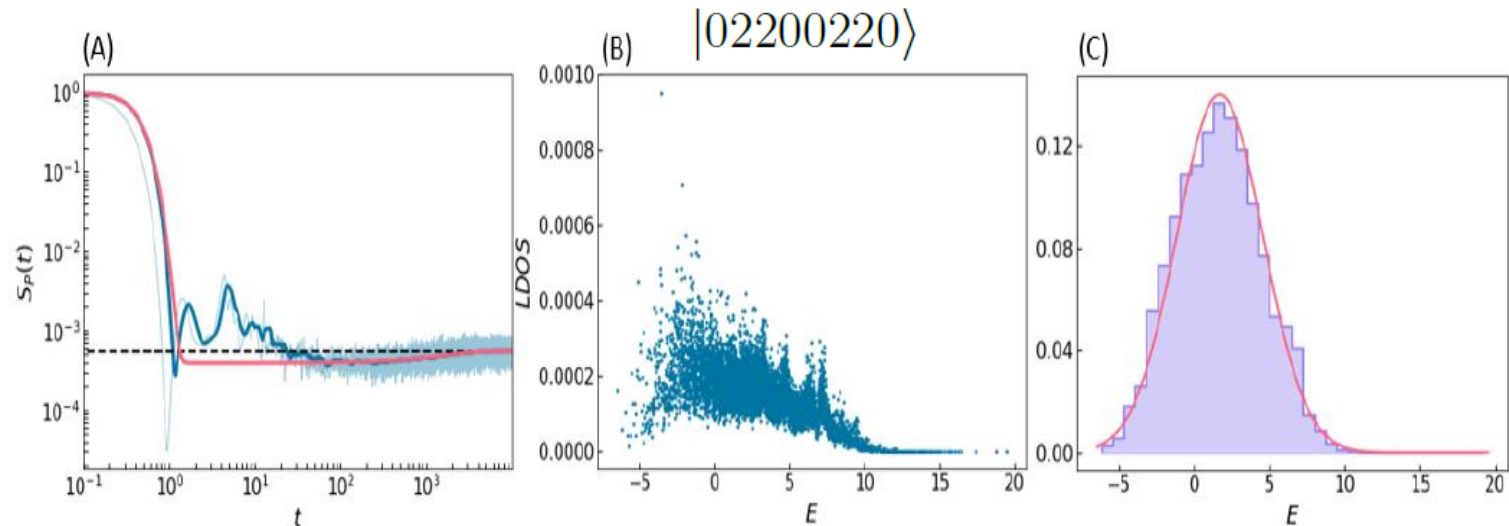
$$S_P(t) = \left| \sum_k |c_k|^2 e^{-iE_k t} \right|^2$$

El agujero de correlación es un descenso a tiempos medianos por debajo de su valor asintótico el IPR

+ RMT

$$\langle S_P(t) \rangle = \frac{1 - \text{IPR}}{\eta - 1} \left[ \eta S_P^{bc}(t) - b_2 \left( \frac{t}{2\pi\bar{\nu}} \right) \right] + \text{IPR}$$

$$\text{IPR} = \sum_k |c_k|^4$$





# Clasificación de Estados Iniciales por $N_{max}$ , PR y C

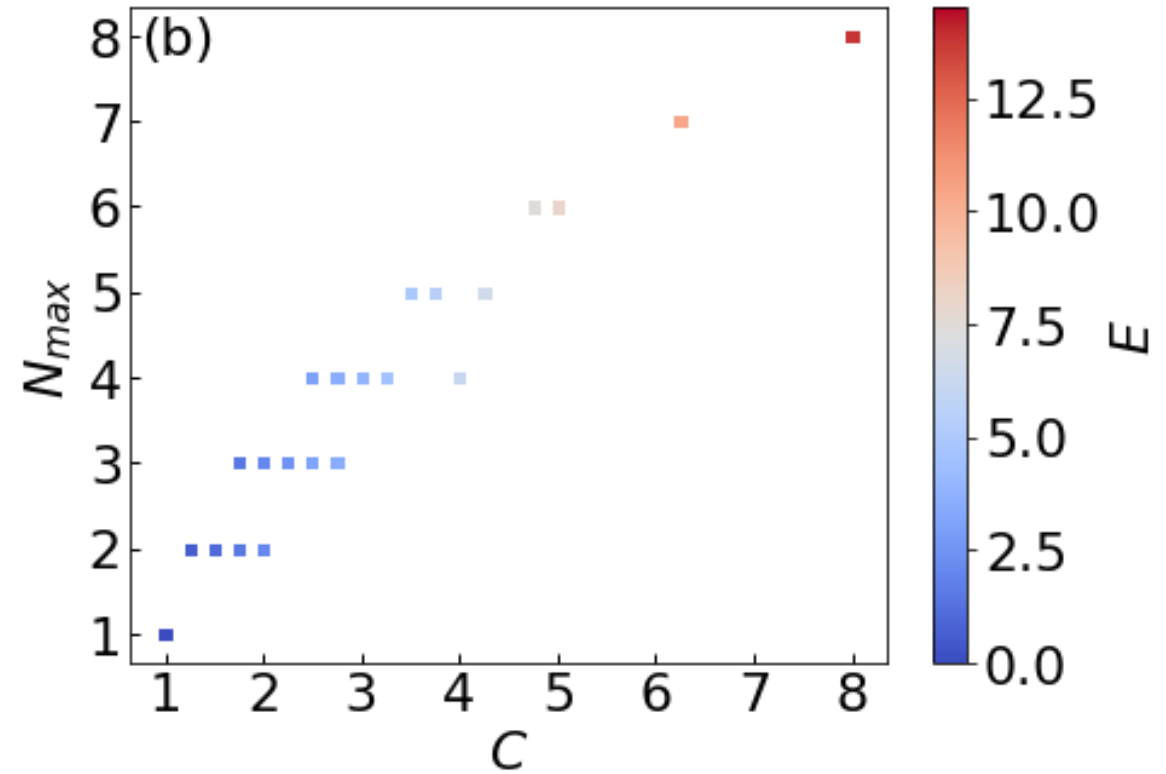
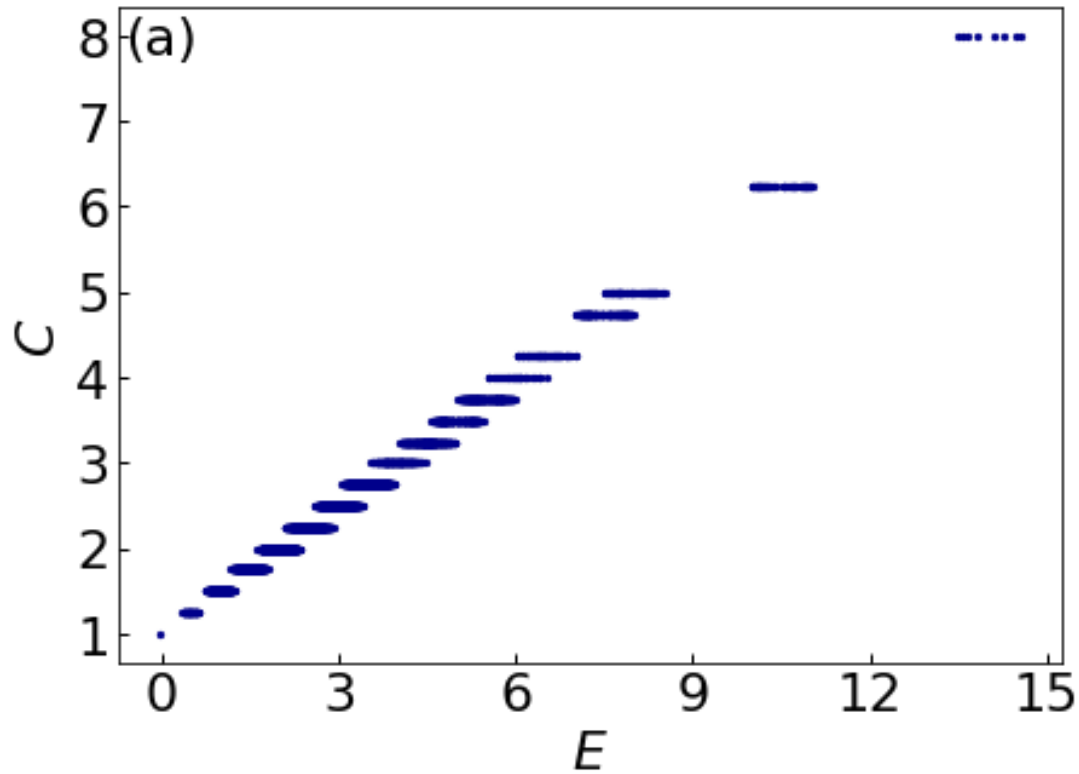


# PARAMETRO DE AGLOMERACION Y $N_{max}$



$$C = \sum_i \frac{n_i^2}{N}$$

[1,1,1,1,1,1,1,1]	$\Rightarrow N_{max} = 1$	$\Rightarrow C = 1.0$
[2,0,0,1,2,0,2,2]	$\Rightarrow N_{max} = 2$	$\Rightarrow C = 1.25$
[2,0,2,0,2,0,2,0]	$\Rightarrow N_{max} = 2$	$\Rightarrow C = 2.0$
[3,0,2,0,0,0,0,3]	$\Rightarrow N_{max} = 3$	$\Rightarrow C = 2.75$





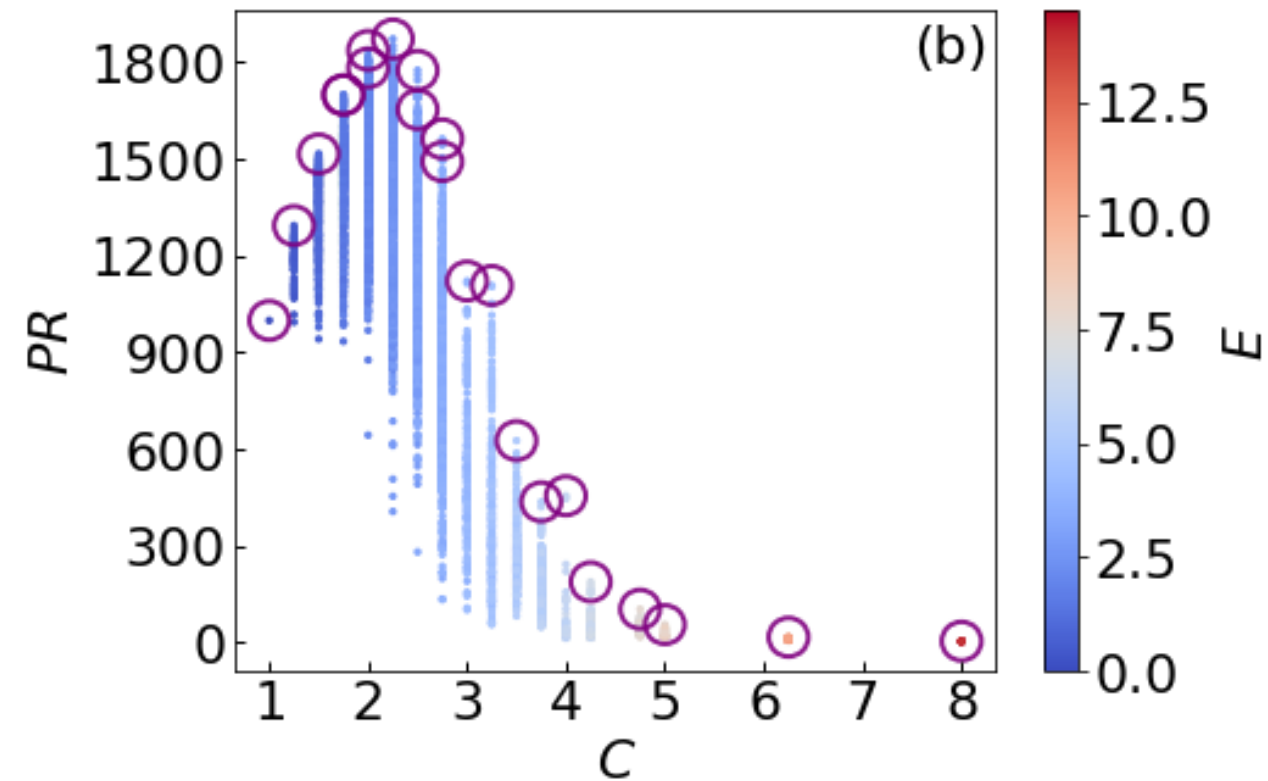
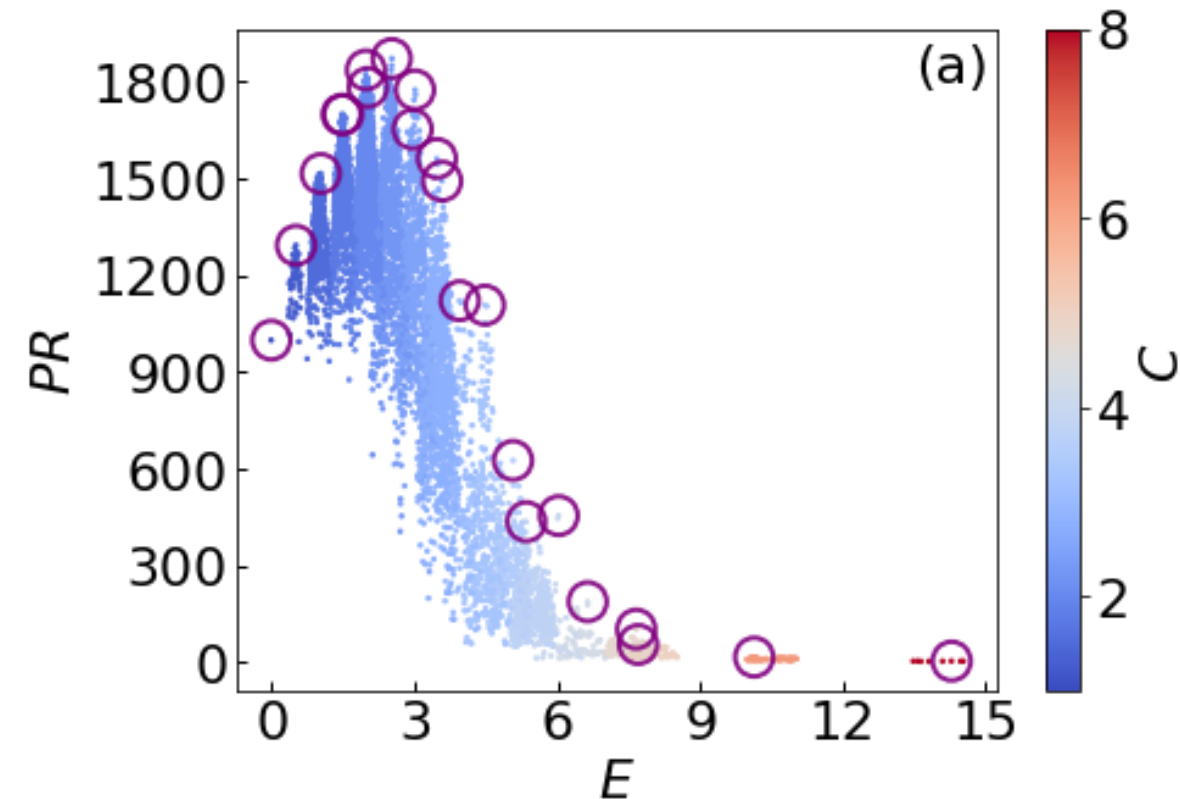
# QUÉ ESTADOS MUESTRAN EL AGUJERO DE CORRELACIÓN



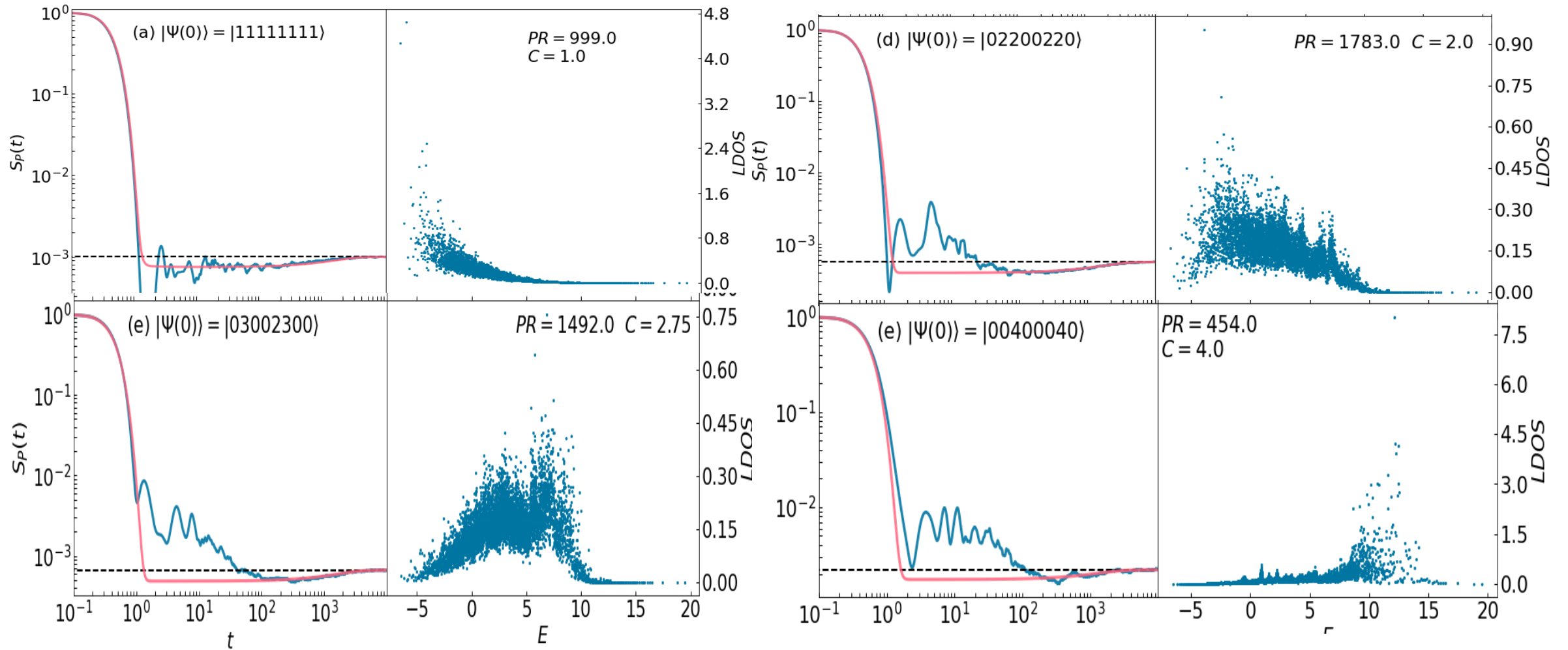
$$C = \sum_i \frac{n_i^2}{N}$$

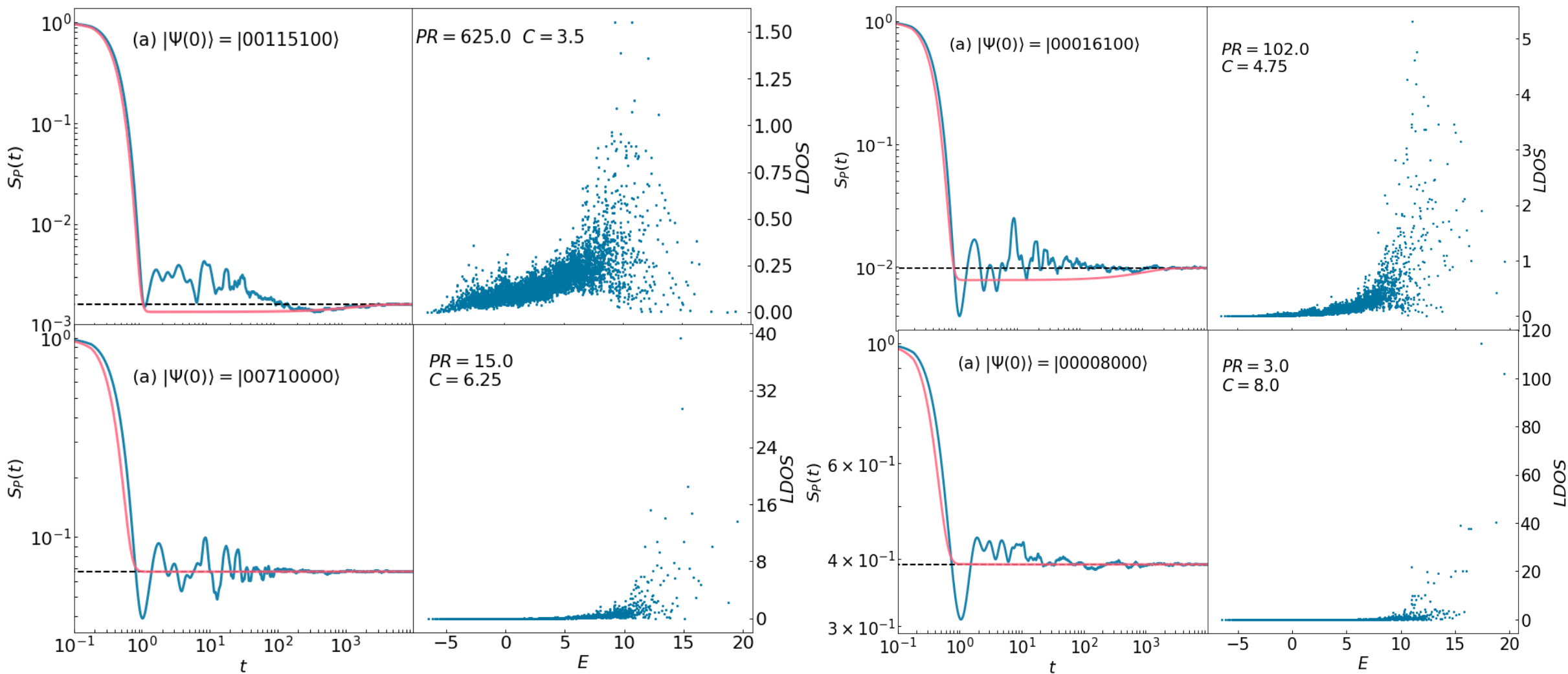
$$PR = \sum_k \frac{1}{|c_k|^4}$$

- $[1,1,1,1,1,1,1,1] \Rightarrow C = 1.0$
- $[2,0,0,1,2,0,2,2] \Rightarrow C = 1.25$
- $[2,0,2,0,2,0,2,0] \Rightarrow C = 2.0$
- $[3,0,2,0,0,0,0,3] \Rightarrow C = 2.75$



# ESTADOS SELECCIONADOS CON PR MAX





The background features a dark, almost black, field with several bright, blurred streaks of light. A prominent horizontal streak of light, transitioning from blue to white, runs across the middle. Other diagonal streaks of light, also in shades of blue and white, intersect this central one, creating a starburst or lens flare effect. The overall appearance is ethereal and dynamic.

**GRACIAS!**