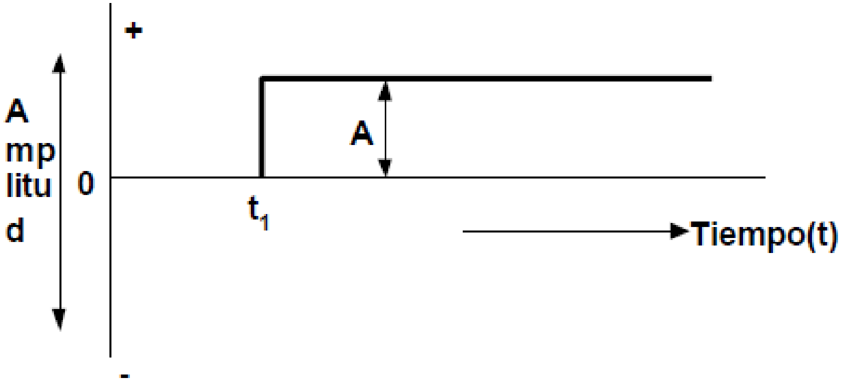
EXPERIENCIA EDUCATIVA

Circuitos de Corriente ALTERNA

Mtro. Simón Leal Ortiz.

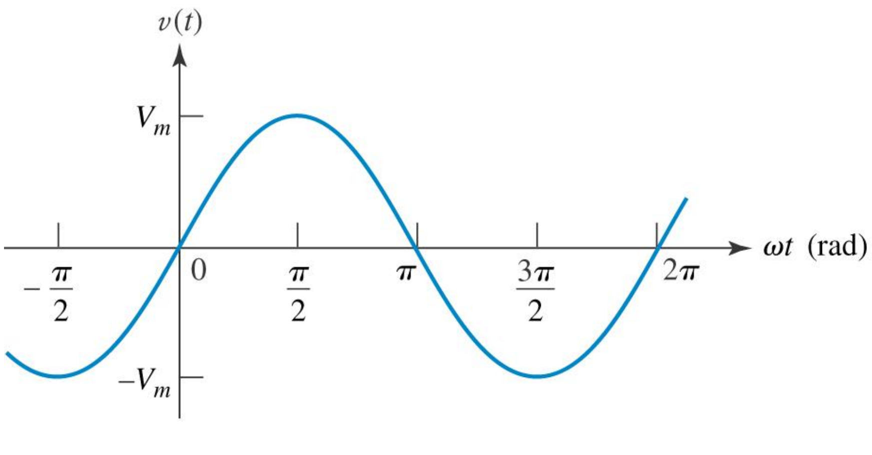
Tipos de ondas:

Corriente directa:

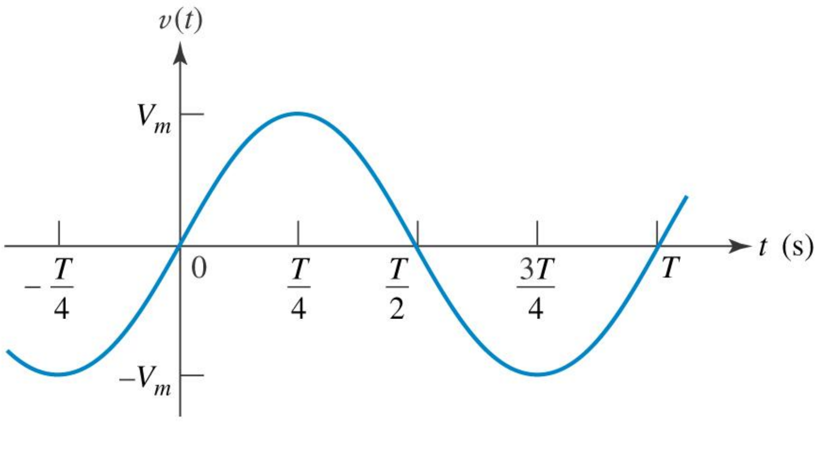


Corriente alterna:

$v(t) = V_m$ sin wt is plotted (a) versus wt and (b) versus t.



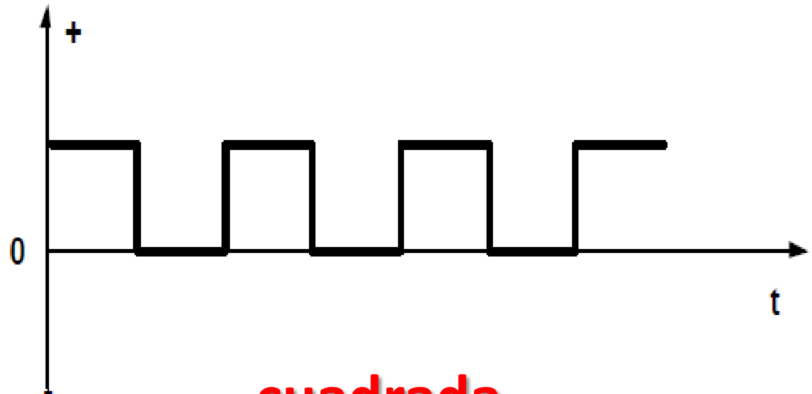
(a)



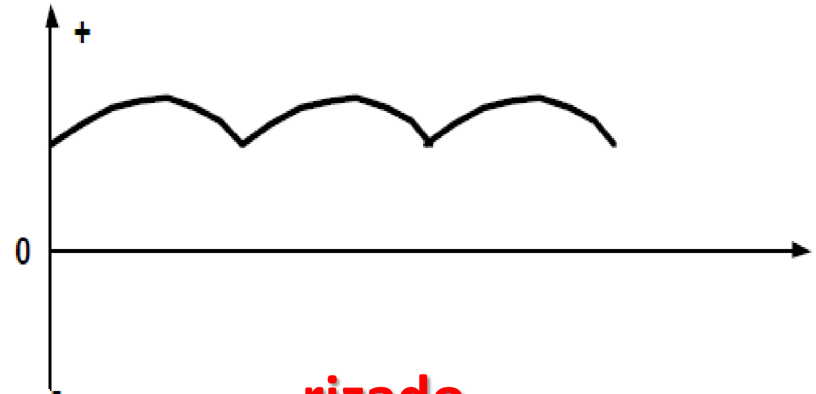
(b)

Tipos de ondas:

Otras formas :

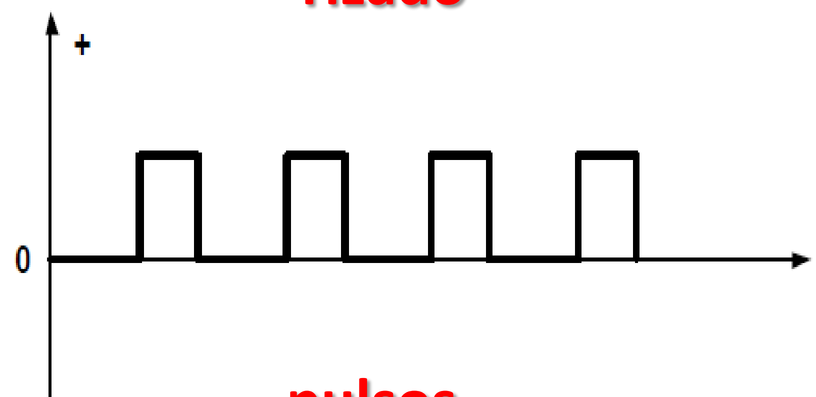


cuadrada



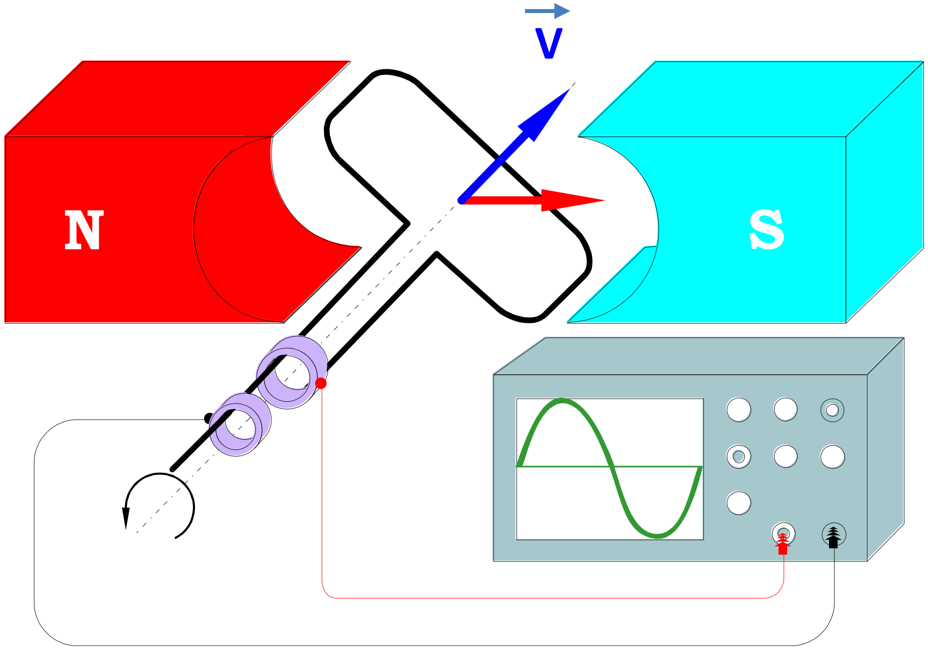
rizado

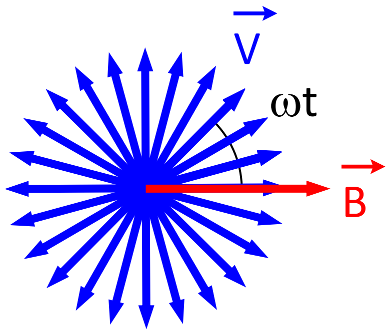
diente de sierra

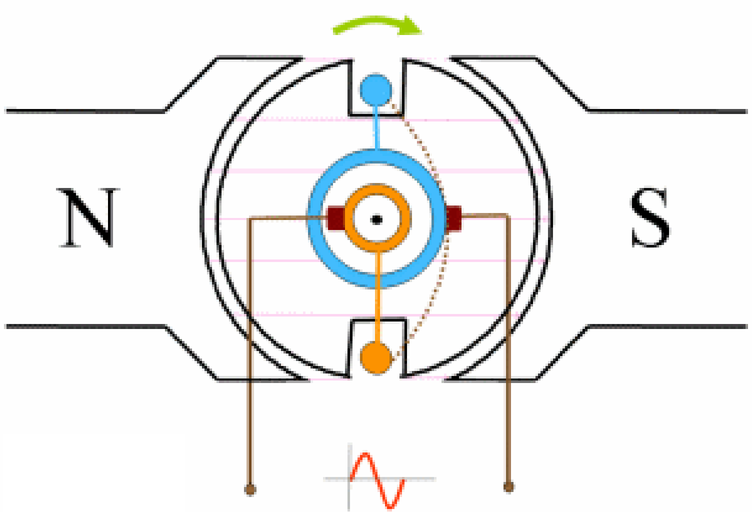


pulsos

Generador de corriente alterna





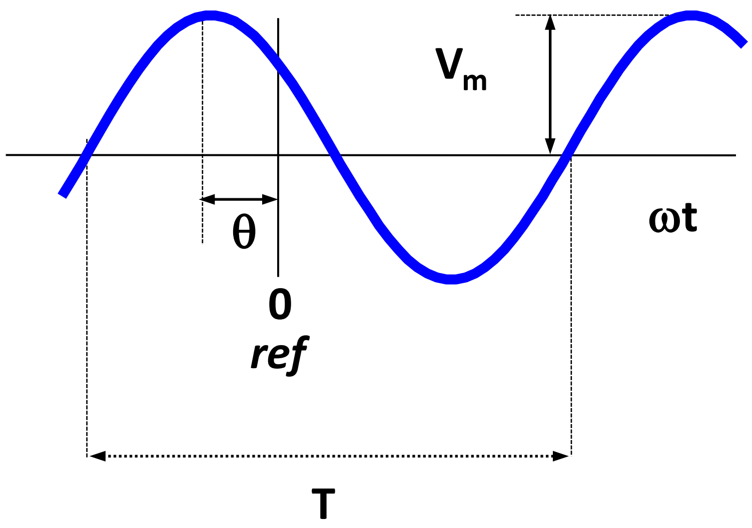


Parámetros

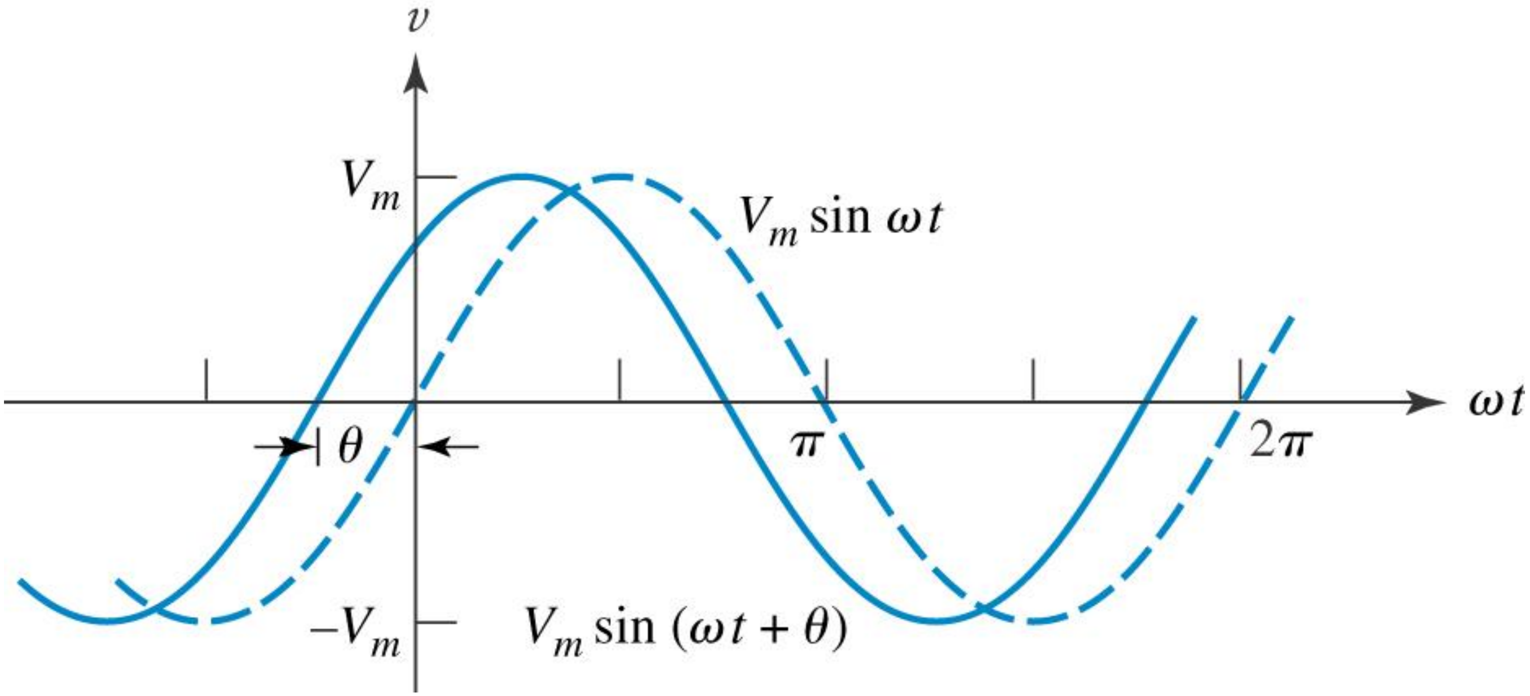
$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \theta)$$

- Periodo $T = 2\pi/\omega = 1/f$ **en seg.**
- Frecuencia $f = 1/T$ **en ciclos/seg**
- Frecuencia angular $\omega = 2\pi f$

  en "*rad/seg*".
- Fase θ ***"en grados"***
- Tensión máxima V_m ***en volts***



Diferencia de fase



The sine wave $V_m \sin(\omega t + \theta)$ leads $V_m \sin \omega t$ by θ rad.

Diferencia de fase

Diferencia de fase ó defazamiento:

- El voltaje V_m sen $(\omega t + \theta)$ "**adelanta**" a V_m sen ωt por un ángulo θ (rad)

- El voltaje V_m sen ωt se "**atraza**" un ángulo θ a V_m sen $(\omega t + \theta)$

- Cuando el ángulo θ es cero se dice que están en **fase**

- En ingeniería el ángulo θ se utiliza en "***grados***" y no en radianes, "***cuidado***"

Ejemplo:

Evaluar la función para t=0.0001 seg.

$$v = 100\,\mathrm{sen}(\underbrace{2\pi\,1\,000t}_{\textit{radianes}} - 30^\circ)$$

1° convertir a ***"grados"***

equivalencia:

2 π rad = 360°

Comparación de ondas:

Dos ondas senoidales que se van a comparar deben:

- ✓ ***Escribirse como ondas seno ó coseno***
- ✓ ***Expresarse con amplitud positiva***
- ✓ ***Tener cada una la misma frecuencia angular***

Ejemplos de comparación:

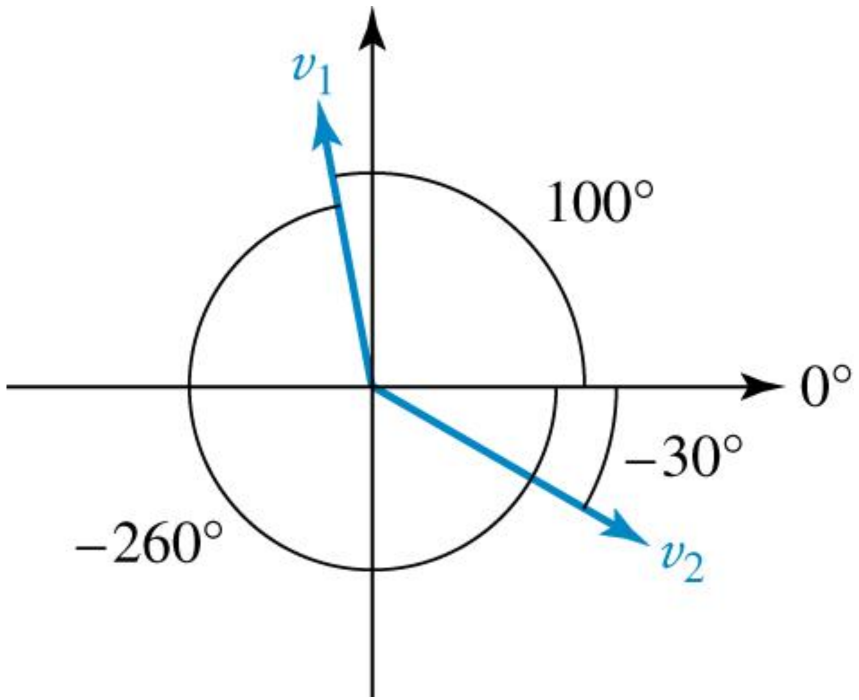
Comparar las funciones:

$$v_1 = V_{m_1} \cos(5t + 10^\circ)$$

$$v_2 = V_{m_2} \operatorname{sen}(5t - 30^\circ)$$

Ejemplos de comparación:

Comparar las funciones:



Normalmente se acostumbra expresar la diferencia de fase mediante un <u>ángulo menor a 180°</u>

Ejemplos de comparación:

Comparar las funciones:

Determinar el ángulo mediante el cual i_1 está retrasada respecto a v_1.

$$v_1 = 120\cos(120\pi t - 40°)\ \text{V}$$

i_1 es igual a:

(*a*) $2.5\cos(120\pi t + 20°)$ A

(*b*) $1.4\,\text{sen}(120\pi t - 70°)$ A

(*c*) $-0.8\cos(120\pi t - 110°)$ A.

Ejemplos de comparación:

Comparar las funciones:

Find the phase angle between:

$$i1 = -4\sin(377t + 25^\circ) \quad \textbf{and}$$

$$i2 = 5\cos(377t - 40^\circ)$$

Does i1 lead or lag i2?

Answer: 155°, *i1 leads i2.*
or lag – 155°

Valor promedio y eficaz ó rms:

*El valor **promedio** de una función está dado por la relación:*

$$F_{\text{avg}} = \langle f(t) \rangle = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)\,dt = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} f(t)\,dt$$

Ejemplo:

$$V_{\text{avg}} = \frac{1}{T}\int_0^T V_m \cos(\omega t + \theta)\,dt$$

$$= \frac{V_m}{\omega T}\left[\sin(\omega t + \theta)\right]_0^T = 0$$

Valor promedio y eficaz ó rms:

El "valor eficaz" de una función está dado por la relación:

$$F_{\text{eff}} = F_{\text{rms}} = \left[\frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} f^2(t)\,dt\right]^{1/2}$$

Ejemplo:

$$V_{\text{eff}}^2 = \frac{1}{T}\int_0^T V_m^2 \cos^2(\omega t + \theta)\,dt =$$

$$= \frac{1}{2T}\int_0^T V_m^2[1 + \cos 2(\omega t + \theta)]\,dt = V_m^2/2$$

$$\boxed{V_{\text{eff}} = V_m/\sqrt{2} = 0.707 V_m}$$

Fasores:

Un <u>FASOR</u> es un número complejo que representa la <u>amplitud</u> y <u>fase</u> de una función senoidal.

Time-domain representation	Phasor-domain representation
$V_m \cos(\omega t + \phi)$	$V_m \underline{/\phi}$
$V_m \sin(\omega t + \phi)$	$V_m \underline{/\phi - 90^\circ}$
$I_m \cos(\omega t + \theta)$	$I_m \underline{/\theta}$
$I_m \sin(\omega t + \theta)$	$I_m \underline{/\theta - 90^\circ}$

Fasores:

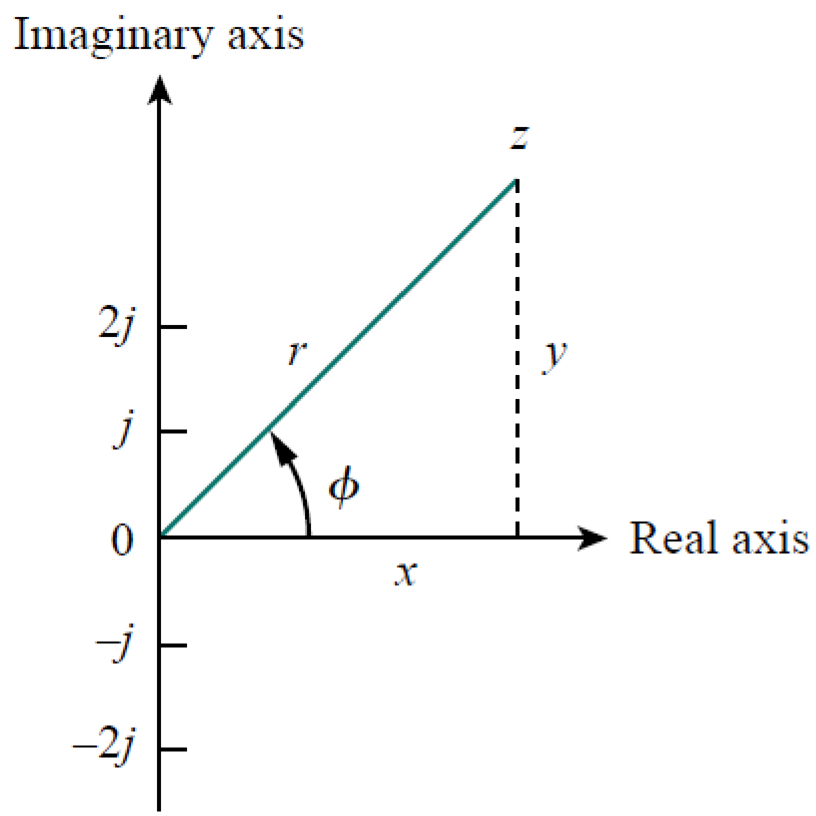
Antes de aplicarlos necesitamos estar bien familiarizados con los números complejos.

Representación:

- Forma ***polar*** $z = r\angle\phi$
- Forma ***rectangular*** $z = x + jy$
- Forma ***exponencial*** $z = re^{j\phi}$

Fasores:

Relación entre forma polar y rectangular:



Fasores:

Reglas útiles para:

Addition:

$$z_1 + z_2 = (x_1 + x_2) + j(y_1 + y_2)$$

Subtraction:

$$z_1 - z_2 = (x_1 - x_2) + j(y_1 - y_2)$$

Multiplication:

$$z_1 z_2 = r_1 r_2 \underline{/\phi_1 + \phi_2}$$

Division:

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} \underline{/\phi_1 - \phi_2}$$

Reciprocal:

$$\frac{1}{z} = \frac{1}{r} \underline{/-\phi}$$

Square Root:

$$\sqrt{z} = \sqrt{r} \underline{/\phi/2}$$

Fasores:

Reglas útiles para:

$$z = x + jy$$

Complex Conjugate:

$$z^* = x - jy = r\angle -\phi = re^{-j\phi}$$

Teorema de "EULER":

$$e^{\pm j\phi} = \cos\phi \pm j\sin\phi$$

Fasores:

Ejemplo resolver:

$$(a)\ (40\angle 50^\circ + 20\angle -30^\circ)^{1/2}$$

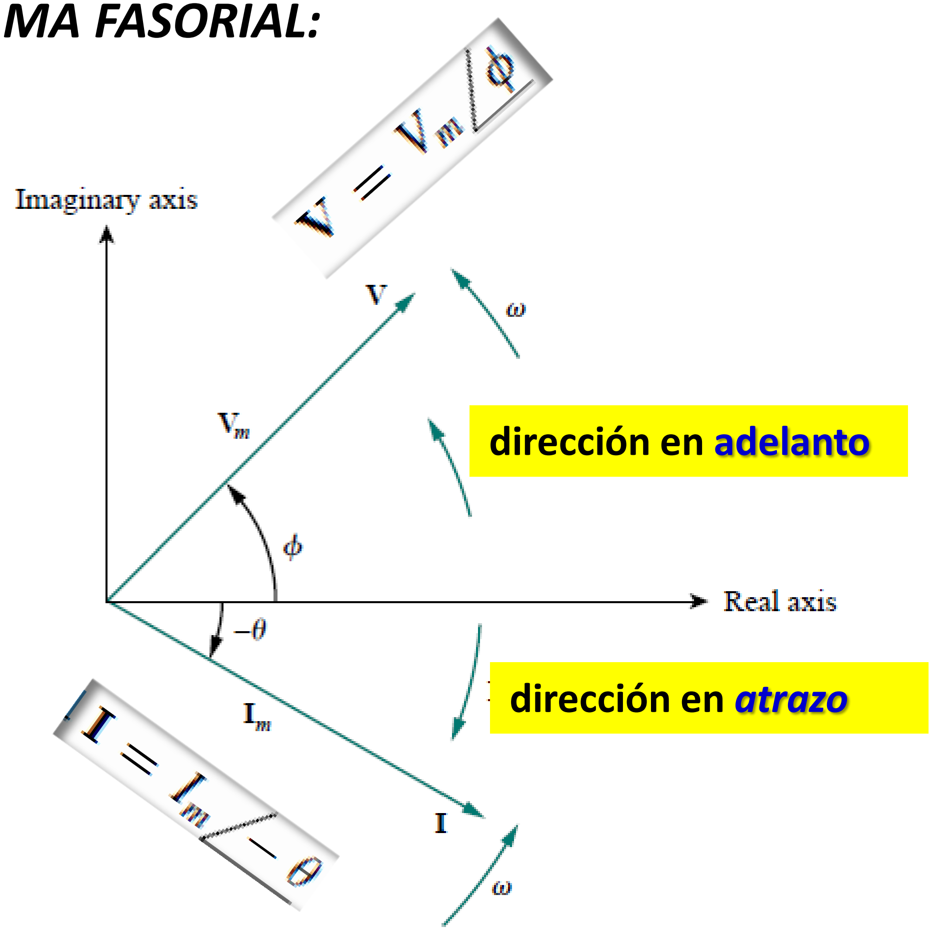
$$(b)\ \frac{10\angle -30^\circ \ + (3 - j4)}{(2 + j4)(3 - j5)^*}$$

sol: a) $43.03 + j20.64 = 47.72\angle 25.63^\circ$

b) $0.565\angle -160.31^\circ$

Fasores:

DIGRAMA FASORIAL:



Fasores:

En el dominio del tiempo:

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \theta) = I_m\, e^{j(\omega t+\theta)}$$

$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \emptyset) = V_m\, e^{j(\omega t+\emptyset)}$$

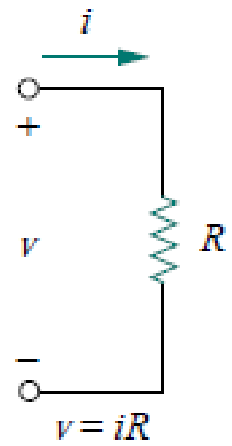
En el dominio de los fasores ó de la frecuencia:

$$\boxed{\mathbf{V} = \mathbf{V_m}\, e^{j\emptyset}}$$

$$\boxed{\mathbf{I} = \mathbf{I_m}\, e^{j\theta}}$$

Fasores:

RELACIONES FASORIALES PARA: "R"



En el tiempo si la corriente es: $i(t) = \mathrm{I_m} \cos(\omega t + \theta)$

por ley de ohm $v = i\,R = R\,\mathrm{I_m} \cos(\omega t + \theta)$

En el *dominio fasorial*:

$$\mathbf{V} = R I_m \angle \phi$$

si: $\mathbf{I} = I_m \angle \phi$

$$\boxed{\mathbf{V} = R\mathbf{I}}$$

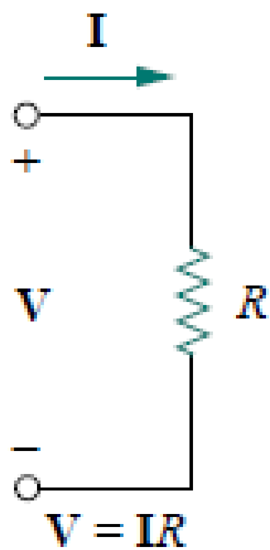
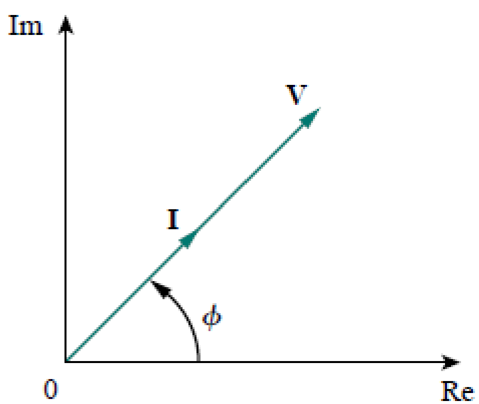
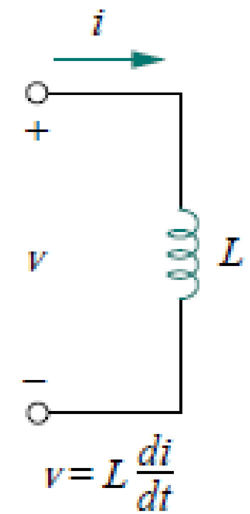


diagrama fasorial:



Fasores:

RELACIONES FASORIALES PARA: ***"L"***



En el tiempo si la corriente es: $i(t) = I_m \cos(\omega t + \theta)$

El voltaje es: $v = L\dfrac{di}{dt}$

En el *dominio fasorial* :

$$\boxed{\mathbf{V} = j\omega L\mathbf{I}}$$

$$\boxed{Z_L = j\omega L}$$

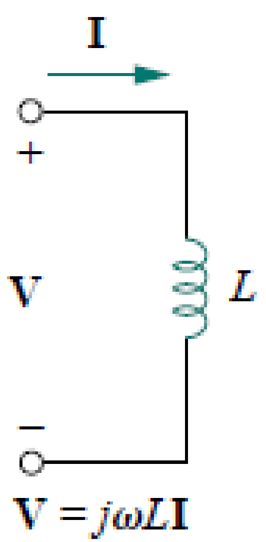
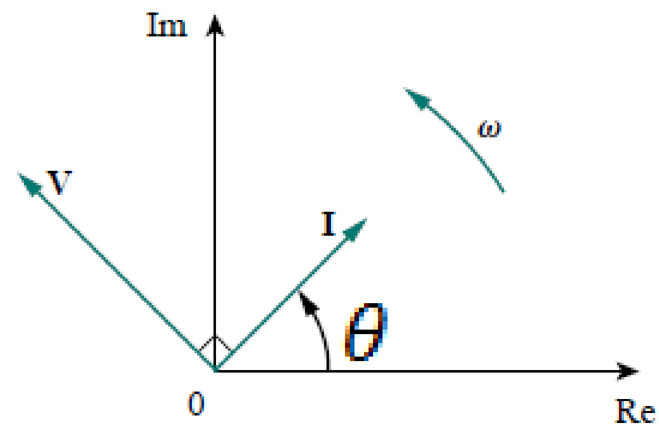
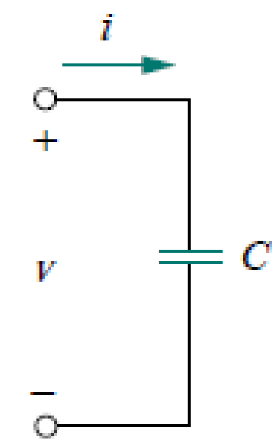


diagrama fasorial:



Fasores:

RELACIONES FASORIALES PARA: "C"



En el tiempo si el voltaje es: $v(t) = Vm\cos(\omega+\varphi)$

La corriente es : $i = C\dfrac{dv}{dt}$

En el *dominio fasorial*:

$$\mathbf{I} = j\omega C\, \mathbf{V}_{\mathbf{m}} e^{j\phi}$$

$$\boxed{\mathbf{V} = \mathbf{I}/\, j\omega C}$$

$$\boxed{\mathbf{Z}_{\mathbf{C}} = 1/\, j\omega C}$$

$$\boxed{Zc = \frac{-j}{\omega C}}$$

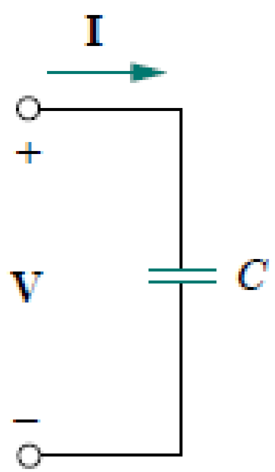
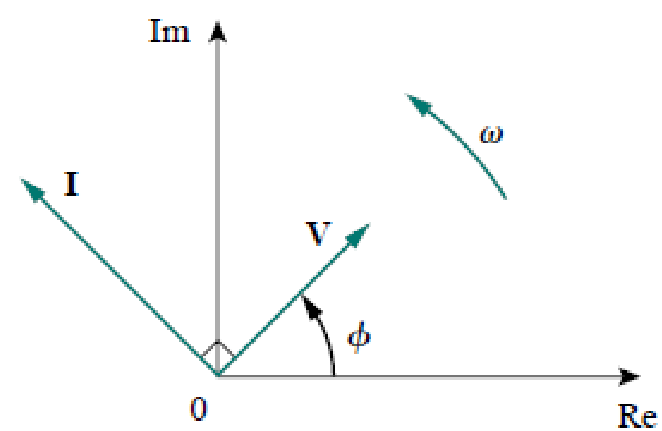


diagrama fasorial:



Fasores:

RELACIONES FASORIALES:

Element	Time domain	Frequency domain
R	$v = Ri$	$\mathbf{V} = R\mathbf{I}$
L	$v = L\dfrac{di}{dt}$	$\mathbf{V} = j\omega L\mathbf{I}$
C	$i = C\dfrac{dv}{dt}$	$\mathbf{V} = \dfrac{\mathbf{I}}{j\omega C}$