

## EVALUACIÓN DE MÉTODOS DE DETECCIÓN DE DAÑO EN ESTRUCTURAS MEDIANTE EL USO DE VIBRACIONES

Alberto Renán Ancona Lazcano<sup>1</sup>, Rolando Salgado Estrada<sup>2</sup>, Sergio Aurelio Zamora Castro<sup>2</sup>  
y Fernando Marcial Martínez<sup>2</sup>

### RESUMEN

En este artículo se propone una metodología de aplicación de varios métodos de detección de daño basados en vibraciones. Se toman en cuenta métodos que detectan y localizan la presencia de daño mediante correlaciones de las formas modales, matrices de rigideces y flexibilidades dinámicamente medidas, comparación de curvaturas modales y energías de deformación, y métodos basados en la Transformada Wavelet. Se destaca el buen comportamiento encontrado para los métodos basados en curvaturas modales y la aplicación de la Transformada Wavelet. Se aprecia baja sensibilidad al daño en métodos basados en correlaciones de formas modales y de rigideces dinámicamente medidas.

### ABSTRACT

In this article is proposed a methodology for implementation of several vibration-based damage detection methods. It is taken into account methods that can detect and locate damage by correlations of modes shapes, flexibility and stiffness matrices, dynamically measured, comparisons of modal curvatures and strain energies, and Wavelet transform-based methods. It is highlighted the good performance found for Wavelet transform-based methods and modal curvatures based methods. It is shown low sensitivity to damage in methods based on correlations of modal shapes and stiffness matrices dynamically measured.

### INTRODUCCIÓN

Las estructuras, tal y como se diseñan y construyen actualmente, son ideadas para que presten un adecuado servicio durante un tiempo de vida especificado, sin incluir en dicha estimación el aumento de la vida útil gracias al mantenimiento que se le aplique a las mismas. A medida que el tiempo transcurre, éstas dejarán de servir de la misma manera que cuando fueron construidas; es decir, sus propiedades tanto mecánicas como geométricas e incluso estéticas se degradarán paulatinamente. Diferente es el caso cuando una estructura que se encuentra en plena capacidad de servicio es afectada por eventos extremos, tales como sismos, huracanes, tornados, inundaciones, explosiones, actos terroristas o medio ambientes agresivos, pues entonces se provoca una degradación mecánica acelerada, que puede verse reflejada de diversas formas en el comportamiento estructural de la misma. Todas las situaciones expuestas anteriormente, son causantes de **daño**. De manera más precisa y para propósitos de éste trabajo, el **daño** se puede definir como el *cambio en las propiedades materiales y/o geométricas de la estructura, incluyendo sus condiciones de frontera, conectividad entre elementos, secciones transversales geométricas, cargas, propiedades materiales y cualquier otro factor capaz de provocar un comportamiento inusual, presente o futuro, de la estructura* (Doebbling et al., 1996).

---

1 Pasante de Ingeniería Civil. Facultad de Ingeniería, Universidad Veracruzana, región Veracruz - Boca del Río. Calzada A. Ruiz Cortines, no. 455, Boca del Río, Ver. Correo-e: [drackrenato@gmail.com](mailto:drackrenato@gmail.com)

2 Profesores de tiempo completo. Facultad de Ingeniería, Universidad Veracruzana, región Veracruz – Boca del Río. Calzada A. Ruiz Cortines no. 455, Boca del Río, Ver. Correo-e: [rosalgado@uv.mx](mailto:rosalgado@uv.mx); [szamora@uv.mx](mailto:szamora@uv.mx) y [fmarcial@uv.mx](mailto:fmarcial@uv.mx)

No fue sino hasta que los procesos computacionales de obtención y tratamiento de parámetros dinámicos y el desarrollo de sistemas de sensores para la adquisición de los mismos fueron lo suficientemente robustos y accesibles, cuando se originó el interés por desarrollar técnicas no destructivas basadas en el MONITOREO DE VIBRACIONES.

Estos métodos presentan ventajas importantes sobre los otros métodos no destructivos:

- Se puede obtener un estado global de la estructura aun en condiciones de difícil acceso o instrumentación.
- No se interrumpe el servicio cotidiano.
- No es necesario conocer *a priori* la localización del daño.
- No es necesario que los sensores de medición se localicen en la vecindad del daño.
- Un número reducido de sensores puede detectar, localizar y cuantificar el daño adecuadamente.

Los métodos de detección de daño basados en vibraciones suponen que cualquier situación de daño se puede traducir como una reducción de la rigidez estructural. Como la respuesta dinámica está gobernada por los parámetros estructurales del sistema (rigidez, masa, amortiguamiento, propiedades de los materiales, etc.), cualquier cambio en los mismos implicará cambios en la respuesta vibratoria, caracterizada por los parámetros dinámicos (frecuencias naturales, modos de vibración, factores de amortiguamiento, etc.). Entonces el problema de la localización y estimación del daño consiste en correlacionar adecuadamente las características dinámicas en su estado inicial y con daño (Barrios et al., 2000).

El objetivo de éste trabajo es proponer una metodología de aplicación de varios métodos de detección de daño cuyo funcionamiento se basa en la respuesta dinámica estructural. Para implementar la metodología propuesta, se realiza la aplicación de cada método con respecto a 17 escenarios de daño propuestos, en especímenes teóricos de vigas rectangulares de concreto reforzado con grietas en diferentes posiciones, variando en número y severidad, así como ante dos diferentes condiciones de frontera. Dicha evaluación tiene como objetivo principal determinar ventajas y desventajas de cada método con respecto a los escenarios simulados anteriormente y establecer recomendaciones para su correcta aplicación.

## MÉTODOS DE DETECCIÓN DE DAÑO BASADOS EN VIBRACIONES

Para el desarrollo de una metodología de aplicación de varios métodos de detección de daño en estructuras basados en vibraciones, se han seleccionado 10 de los métodos más prometedores dentro del campo del monitoreo del comportamiento estructural. Estos métodos se escogieron porque no es necesario disponer de un modelo matemático detallado de la estructura para detectar el daño, o en cambio no necesitan conocer el estado de la estructura previo al daño. Dichos métodos son:

- a) Métodos basados en parámetros modales básicos (correlación de formas modales).
  1. Criterio de Correlación Modal (MAC - Modal Assurance Criterion) / Diferencia Modal Normalizada (NMD - Normalized Modal Difference).
  2. Criterio Coordinado de Correlación Modal (CoMAC - Coordinate Modal Assurance Criterion).
- b) Métodos basados en cambios en parámetros estructurales derivados (curvaturas de formas modales, energías de deformación, rigideces y flexibilidades medidas dinámicamente).
  1. Método del cambio de la matriz de flexibilidad, medida dinámicamente (FM - Flexibility Method).
  2. Método del cambio de la matriz de Rigidez, medida dinámicamente (SM - Stiffness Method).
  3. Comparación de curvaturas de las formas modales mediante Enfoque Mixto (MA - Mixed Approach).
  4. Índice de Daño (DI - Damage Index).
- c) Métodos basados en la Transformada de la Ondaleta (Wavelet).
  1. Método basado en la Transformada Continua Wavelet (CWT - Continuous Wavelet Transform).

2. Método del Análisis Discreto de Wavelets (DWA - Discrete Wavelet Analysis).
3. Método basado en Paquetes de Wavelets (WPS - Wavelet Packet Signature).
4. Método combinado CWT-DI.

Información detallada acerca del funcionamiento y bases teóricas de estos métodos puede ser encontrada en Ancona (2011) y Salgado (2008).

### CRITERIO DE CORRELACIÓN MODAL (MAC) / DIFERENCIA MODAL NORMALIZADA (NMD)

Este método proporciona una medida de la consistencia (grado de linealidad) entre estimaciones de un vector modal  $\phi$ , mediante la determinación de la desviación mínima cuadrada de una estimación sobre otra. Su definición matemática se expresa como sigue (Allemang, 2003):

$$MAC(\phi_i, \phi_i^*) = \frac{|\phi_i^T \phi_i^*|^2}{(\phi_i^T \phi_i)(\phi_i^{*T} \phi_i^*)} \quad (1)$$

donde  $\phi_i$  y  $\phi_i^*$  corresponden a las  $i$ -ésimas formas modales para las condiciones sin daño y dañada, respectivamente y el superíndice  $T$  denota la traspuesta del vector.

Si las dos estimaciones del vector  $\phi$  son consistentes el valor del MAC será igual a la unidad, lo que indica la ausencia de daño. Por el contrario, si los dos vectores no son iguales, el valor del MAC oscilará entre 0 y 1, indicando la presencia de daño. Al ser el valor MAC una cantidad escalar, solo puede ofrecer información acerca de la presencia de daño.

Una variante del método MAC es el criterio de la Diferencia Modal Normalizada (NMD, por sus siglas en inglés). Éste método está directamente relacionado con el valor MAC y su expresión matemática se ilustra en la ecuación 2:

$$NMD(\phi_i, \phi_i^*)(\%) = \sqrt{\frac{1 - MAC(\phi_i, \phi_i^*)}{MAC(\phi_i, \phi_i^*)}} \quad (2)$$

El valor NMD resulta más sensible que el método MAC particularmente para valores cercanos a uno. En éste método, el valor mínimo es 0%, equivalente al uno del método MAC, que indica adecuada correlación entre los vectores de formas modales.

### CRITERIO COORDENADO DE CORRELACIÓN MODAL (COMAC)

El valor CoMAC se introduce como una variación del MAC y se calcula sobre un conjunto de pares de formas modales (con daño y sin daño). Los pares de vectores modales en cada modo de vibración representan al mismo vector modal, pero el conjunto de pares de formas modales representan todos los modos de interés dentro de un mismo rango de frecuencias (Allemang, 2003).

Si los desplazamientos modales en el nodo  $i$  de un conjunto de formas modales son idénticos, el valor del CoMAC será equivalente a la unidad. Por otro lado, si hay disturbios en la localización del daño de las formas modales, el valor CoMAC será menor que uno (Salgado, 2008). La interpretación matemática del CoMAC es la siguiente:

$$CoMAC_j = \frac{[\sum_{i=1}^N |\psi_{ij} \psi_{ij}^*|]^2}{(\sum_{i=1}^N \psi_{ij}^2)(\sum_{i=1}^N \psi_{ij}^{*2})} \quad (3)$$

donde  $\psi_{ij}$  y  $\psi_{ij}^*$  son los valores de las formas modales para el  $j$ -ésimo nodo de la  $i$ -ésima forma modal para las condiciones sin daño y dañada, respectivamente. Este método, a diferencia del MAC, puede indicar la posición del daño.

### MÉTODO DEL CAMBIO DE LA FLEXIBILIDAD, MEDIDA DINÁMICAMENTE

El daño estructural, como se ha mencionado, puede ser tomado como una reducción de la rigidez. Por lo tanto, donde éste se presenta habrá un aumento en la flexibilidad, la cual, si es posible medirla, indicará la posición del daño. La presencia de daño se detecta a partir de los cambios en la matriz de flexibilidad calculada usando los parámetros modales de la estructura de acuerdo a lo mostrado en las ecuaciones 4 y 5 (Pandey y Biswas, 1994):

$$C = \Phi \Omega^{-1} \Phi^T = \sum_{i=1}^N \frac{1}{\omega_i^2} \phi_i \phi_i^T \quad (4)$$

$$C^* = \Phi^* \Omega^{*-1} \Phi^{*T} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{\omega_i^{*2}} \phi_i^* \phi_i^{*T} \quad (5)$$

$$\Delta C = C^* - C \quad (6)$$

En las ecuaciones anteriores,  $C$  es la matriz de flexibilidad de la estructura,  $\Phi = [\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_N]$  es la matriz de formas modales,  $\Omega = \text{diag}(\omega_i^2)$  es la matriz de rigidez modal,  $\omega_i$  es la  $i$ -ésima frecuencia circular natural,  $\phi_i$  es la  $i$ -ésima forma modal y el superíndice \* se indica para los parámetros modales del estado con daño. El cambio en la matriz de flexibilidad de la estructura es obtenido mediante la diferencia de las matrices de flexibilidad dañada y no dañada (ec. 6).

Un índice más apropiado puede ser determinado mediante el máximo valor absoluto de los elementos de la  $j$ -ésima columna de  $\Delta C$ , como se expresa en la siguiente ecuación:

$$\overline{\delta c_j} = \max |\delta c_{ij}| \quad (7)$$

donde  $\delta c_{ij}$  indica los elementos de  $\Delta C$  y representa la variación de flexibilidad en cada grado de libertad. El valor  $\overline{\delta c_j}$  indica el grado de libertad donde ocurrió la máxima variación de la flexibilidad y es ahí donde se supone la localización del daño.

### MÉTODO DEL CAMBIO DE LA RIGIDEZ, MEDIDA DINÁMICAMENTE

Zimmerman y Kaouk (1994) propusieron éste método para aprovechar el cambio que presentan matrices de rigideces, medidas mediante parámetros modales, antes y después de la ocurrencia del daño. Se basa en el problema de valores característicos (eigenvalores) que define el comportamiento dinámico de cualquier sistema estructural, para casos sin daño y sin amortiguamiento, el cual para la estructura dañada se resuelve reemplazando los vectores y valores característicos dañados por un conjunto de parámetros modales ( $\Delta K$  y  $\Delta M$ ) con daño y sustrayendo las perturbaciones en las matrices de masa y rigidez de las matrices originales. Separando los términos que contienen las matrices originales de las del daño queda definido el vector de daño  $D_i$ :

$$D_i = (\Delta K) \phi_i^* \quad (8)$$

La matriz de rigidez para los estados sin daño y con daño puede ser obtenida de los parámetros modales de la misma forma que en las ecs. 4, 5 y 6:

$$K \approx \Phi \Omega \Phi^T = \sum_{i=1}^N \omega_i^2 \phi_i \phi_i^T \quad (9)$$

$$K^* \approx \Phi^* \Omega^* \Phi^{*T} = \sum_{i=1}^N \omega_i^{*2} \phi_i^* \phi_i^{*T} \quad (10)$$

$$\Delta K = K^* - K \quad (11)$$

## COMPARACIÓN DE CURVATURAS MODALES MEDIANTE EL ENFOQUE MIXTO

Pandey et al. (1991) introdujeron la curvatura de la forma modal como un parámetro sensible al daño, al estar directamente relacionada con la rigidez estructural, en el sentido de que cualquier cambio (disminución) en la rigidez  $EI$  afectará en forma inversamente proporcional a la curvatura modal  $\kappa$ . Por lo tanto, de la comparación entre las curvaturas modales medidas para los estados previo y posterior al daño se pueden obtener las localizaciones de daños en las zonas donde las diferencias entre ambas curvaturas sean mayores. Las curvaturas eran obtenidas por medio de la derivación numérica realizada con aproximaciones del *Teorema de la Diferencia Central*. Desafortunadamente, éste teorema magnifica pequeñas irregularidades no debidas al daño, como las causadas por contaminación de la señal por ruido ambiental. Ante éste antecedente, Maeck (2003) propuso un método basado en curvaturas que denominó *Cálculo Directo de la Rigidez* (DSC, por sus siglas en inglés), en el cual las curvaturas son obtenidas sin derivación numérica directa de las formas modales y que en combinación con las fuerzas internas modales, conducen a una estimación de la pérdida de rigidez de la estructura.

### Enfoque Mixto

La parte del procedimiento DSC, denominada *Enfoque Mixto*, destinada a la obtención de curvaturas modales, sin derivar numéricamente, funciona mediante un método de alisamiento de las formas modales basado en penalizaciones.

El enfoque de penalizaciones consiste en transformar una función objetivo a minimizar, así como sus restricciones, en una sola función con términos adicionales de penalización tantos como restricciones tenga el sistema. Cada término adicional es ponderado por un factor de penalización, el cual restringe las violaciones a las restricciones del sistema. Dicho valor puede ser elegido adaptativamente y es preferiblemente adimensional. Para éste caso, la función objetivo a ser minimizada contiene la diferencia entre las forma modal aproximada y medida. En ella se agregan dos términos de penalización para reforzar la continuidad de las rotaciones y las curvaturas, a saber:

$$\pi = \int \frac{(v - \phi_m^b)^2}{2} dx + \frac{\alpha L^e}{2} \int \left( \psi - \frac{dv}{dx} \right)^2 dx + \frac{\beta L^e}{2} \int \left( \kappa - \frac{d\psi}{dx} \right)^2 dx \quad (12)$$

donde  $L^e$  representa la longitud de un elemento discreto del espécimen y  $\phi_m^b$  la forma modal medida. El primer término de la ecuación 12 expresa que la diferencia entre los desplazamientos modales aproximados y medidos debe ser minimizada. Con el fin de obtener un filtrado de los errores experimentales, y por lo tanto un alisamiento de la deflexión, se agregan los dos últimos términos, donde las diferencias entre las rotaciones y las curvaturas con las primeras derivadas de los desplazamientos y las rotaciones, respectivamente, son minimizadas. El peso de las condiciones extra es definido por medio de los factores de penalización adimensionales  $\alpha$  y  $\beta$ .

Derivando la función objetivo (ec. 12) para cada grado de libertad modal desconocido  $v_i, v_j, \psi_i, \psi_j, \kappa, \kappa_j$  (por turno) y usando funciones de forma lineales para las rotaciones y curvaturas, y funciones cuadráticas para los desplazamientos, se obtiene una forma analítica de funcionamiento del sistema en cada elemento. Si los elementos son elegidos de tal manera que los nodos coincidan con los puntos de medición se llega al sistema mostrado en la ec. 13, donde el vector del lado derecho contiene los desplazamientos modales experimentales (si los nodos de los elementos coinciden con los puntos de medición):

$$\begin{bmatrix} \frac{L^e}{3} + \alpha L^e & \frac{L^e}{6} - \alpha L^e & \frac{\alpha L^{e2}}{2} & \frac{\alpha L^{e2}}{2} & 0 & 0 \\ & \frac{L^e}{3} + \alpha L^e & -\frac{\alpha L^{e2}}{2} & -\frac{\alpha L^{e2}}{2} & 0 & 0 \\ & & \frac{\alpha L^{e3}}{3} + \beta L^{e3} & \frac{\alpha L^{e3}}{3} - \beta L^{e3} & \frac{\beta L^{e4}}{2} & \frac{\beta L^{e4}}{2} \\ & & & \frac{\alpha L^{e3}}{3} + \beta L^{e3} & -\frac{\beta L^{e4}}{2} & -\frac{\beta L^{e4}}{2} \\ & & & & \frac{\beta L^{e5}}{3} & \frac{\beta L^{e5}}{6} \\ & & & & & \frac{\beta L^{e5}}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_i \\ v_j \\ \psi_i \\ \psi_j \\ \kappa_i \\ \kappa_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\phi_{m,i} L^e}{3} + \frac{\phi_{m,j} L^e}{6} \\ \frac{\phi_{m,i} L^e}{3} + \frac{\phi_{m,j} L^e}{6} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

*simétrica*

Las ventajas del Enfoque Mixto son:

- El vector del miembro derecho es fácilmente calculado cuando  $L^e$  corresponde con los puntos de medición.
- Las curvaturas se obtienen directamente de la solución.
- Las condiciones de frontera pueden ser introducidas fácilmente.

Una desventaja del Enfoque Mixto es la dificultad de la elección de los factores de penalización adecuados. Altos valores de  $\alpha$  y  $\beta$  causan que las curvaturas obtenidas por éste método se alejen de las reales. Por otro lado, valores demasiado bajos minimizan los errores causados por la presencia de ruido en las mediciones, pero pueden borrar en determinada proporción los datos relativos al daño (Ancona, 2011).

### ÍNDICE DE DAÑO (DI)

Kim y Stubbs (1992) presentaron un procedimiento que calcula el cambio en la energía de deformación almacenada en una estructura. Supone que la distribución de la energía de deformación almacenada originalmente en la estructura se verá disminuida en las áreas con presencia de daño. Una vez que un miembro estructural experimenta una reducción de su rigidez, ya no puede absorber la misma cantidad de energía del mismo modo que lo hacía antes de la presencia del daño, lo que causa una desviación de la distribución original de la energía de deformación de la estructura en estado íntegro. La medición apropiada de estos cambios puede ser utilizada entonces para detectar y localizar el daño (Farrar y Jauregui, 1996).

Considérese por ejemplo una viga de Euler-Bernoulli de longitud  $L$  en la cual solo se permite la rigidez a flexión sobre el eje vertical. Si se considera dicha viga dividida en  $NE$  elementos con  $N$  nodos a lo largo de su longitud, donde  $[a, b]$  son los límites del elemento  $j$  y  $EI_j$  la  $j$ -ésima rigidez a flexión de dicho elemento, su contribución a la energía de deformación del  $i$ -ésimo modo es:

$$U_{ij} = \frac{1}{2} EI_j \int_a^b \left( \frac{\partial^2 \phi_i^2}{\partial x^2} \right)^2 dx \quad (14)$$

Expresando la ec. 14 como proporción de la energía de deformación total del  $i$ -ésimo modo, y obteniendo expresiones similares para el caso con daño, se puede obtener la siguiente expresión, que define el *Índice de Daño*  $B_{ij}$  para elementos estructurales discretos:

$$\beta_{ij} = \frac{(\epsilon_{i,j}^*)^2 + \sum_1^{N_t} (\epsilon_{i,j}^*)^2 \sum_1^{N_t} (\epsilon_{i,j})^2}{(\epsilon_{i,j})^2 + \sum_1^{N_t} (\epsilon_{i,j})^2 \sum_1^{N_t} (\epsilon_{i,j}^*)^2} \quad (15)$$

$$\epsilon_{i,j} = \left[ \frac{\partial^2 \phi_i^2}{\partial x^2} \right]_{x=x_j} \quad (16)$$

$$\epsilon_{i,j}^* = \left[ \frac{\partial^2 \phi_i^2}{\partial x^2} \right]_{x=x_i} \quad (17)$$

donde  $N_t$  es el número total de nodos en la viga, y  $\epsilon$  es la curvatura de la forma modal. En las ecuaciones 15, 16 y 17, se supuso que la rigidez a lo largo de la viga era aproximadamente constante para los casos sin daño y dañado, debido a que si se considera que el daño puede estar localizado en un número pequeño de elementos, la rigidez del caso con daño no cambiará significativamente a lo largo de la viga. Por lo tanto, fue posible suponer que  $EI \cong EI^*$ . Los valores más grandes del índice de daño  $\beta_{ij}$  indican los miembros probablemente dañados.

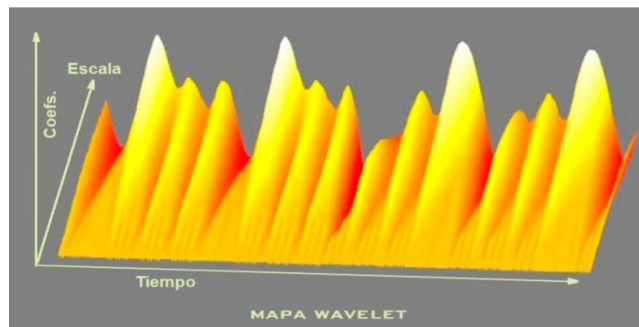
## MÉTODOS BASADOS EN LA TRANSFORMADA DE LA ONDALETA (WAVELET)

### Transformada Continua Wavelet (CWT)

La transformada wavelet o Transformada *Continua Wavelet* se define como la suma en el tiempo del producto de la señal por la versión escalada y trasladada de una wavelet madre original:

$$CWT_{\psi}^f(s, \tau) = \frac{1}{\sqrt{s}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \psi\left(\frac{x - \tau}{s}\right) dx = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \psi_{s,\tau}(x) dx \quad (18)$$

en donde  $s$  es la escala,  $\tau$  es el factor de traslación y  $\psi(x)$  es una Wavelet Madre. El resultado de la transformada es la descomposición de la señal en el tiempo en una serie de coeficientes  $CWT_{\psi}^f(s, \tau)$  reales o complejos (dependiendo de la wavelet usada), que son llamados *Coficientes Wavelets* y son función de dos parámetros reales  $s \neq 0$  y  $\tau$ . El resultado de todos los coeficientes wavelets puede ser graficado en un *mapa wavelet* como el de la Figura 1.

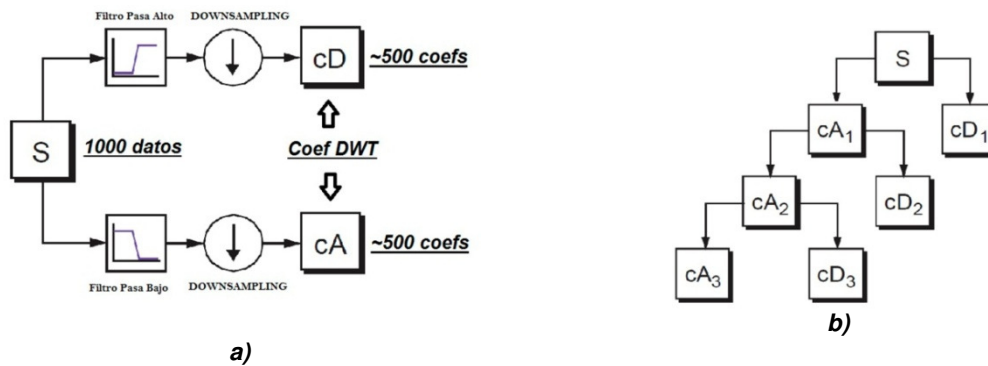


**Figura 1 Ejemplo de Mapa Wavelet (Misiti et al., 2008)**

La CWT puede servir de base para un procedimiento de detección de daño basada en la premisa de que el daño debido a una pérdida repentina de rigidez puede ser detectada mediante formas modales con coeficientes wavelet que desarrollan grandes amplitudes (como picos o impulsos) en la localización del daño. Dicha perturbación de los coeficientes wavelets debida al daño es mucho más apreciable para las escalas más pequeñas de la CWT (Salgado, 2008).

### Análisis Discreto Wavelet (DWA)

Para aplicaciones prácticas, se pueden obtener coeficientes wavelets para datos discretos mediante la *Transformada Rápida Wavelet* (FWT), la cual descompone la señal medida, a través de filtros de alta y baja frecuencia, en dos señales con aproximadamente la mitad de datos cada uno con respecto a la señal original, denominadas *aproximaciones* y *detalles* (Mallat y Hwang, 1992). Los detalles contienen los componentes de alta frecuencia-baja escala de la señal, mientras que las aproximaciones contienen los de baja frecuencia-alta escala. El resultado de éste proceso son los coeficientes DWT, denominados  $cA$  y  $cD$  (Figura 2a), el cual puede seguir mediante la descomposición iterativa de las aproximaciones en nuevas aproximaciones y detalles, dando lugar al *Árbol de descomposición Wavelet* (Figura 2b).



**Figura 2 Descomposición DWT. a) Proceso de filtrado: aproximaciones y detalles, b) Árbol de descomposición Wavelet (Misiti et al., 2008)**

El procedimiento de detección de daño DWA consiste en seleccionar una wavelet madre adecuada y en base a ella aplicar el algoritmo FWT a una señal en función del espacio (forma modal) para encontrar un árbol de descomposición wavelet de la señal. Es muy probable que la información sobre discontinuidades de la forma modal debidas a la presencia de daño pueda ser contenida en mayor cantidad en los detalles del árbol wavelet. El último paso del método consiste entonces en escoger un nivel de descomposición para el árbol y examinar el detalle de ese nivel en busca de discontinuidades de la señal.

### Método de componentes de energía basado en Paquetes de Wavelets (WPS)

Chang y Sun (2005) propusieron un método basado en la Transformada Wavelet por paquetes para la localización del daño en estructuras. En dicho método, denominado *Método Basado En Paquetes Wavelets* (WPS<sup>1</sup>, por sus siglas en inglés), es requerida la respuesta dinámica de la estructura para las condiciones exentas del daño y el estado actual. El proceso a seguir en la detección del daño es el siguiente:

- 1) La respuesta dinámica a lo largo de varios puntos de medición en la estructura es descompuesta usando la WPT.
- 2) Se determina la entropía de los componentes de energía de la señal descompuesta.
- 3) Se calculan las diferencias entre las componentes de energía entre los estados íntegro y dañado de la estructura.
- 4) Se selecciona un componente de energía apropiado, de los disponibles del árbol de descomposición wavelet, para todos los puntos de medición y se calculan las curvaturas de dichas formas de energía WPT.

En la WPT, la señal es descompuesta también en aproximaciones y detalles. La principal diferencia entre ambos procesos es que en la WPT también los detalles son descompuestos de la misma forma ejemplificada en la Figura 2b para las aproximaciones. Dicho procedimiento es repetido hasta alcanzar un nivel de exactitud adecuado, consiguiendo realizar el *Árbol de Descomposición de Paquetes Wavelets*, mostrado en la Figura 3.

Al fondo del árbol WPT  $f_j^i(x)$  presenta una adecuada resolución en frecuencia y baja resolución en el tiempo. Por el contrario, en los niveles más altos del árbol,  $f_j^i(x)$  tiene baja resolución en frecuencia y una buena resolución en el tiempo.

La descripción matemática del método propone que la energía de la respuesta dinámica (las aceleraciones medidas), en puntos discretos de medición, puede ser obtenida y normalizada de acuerdo a las ecs. 19, 20 y 21:

<sup>1</sup> Wavelet Packet Signature.



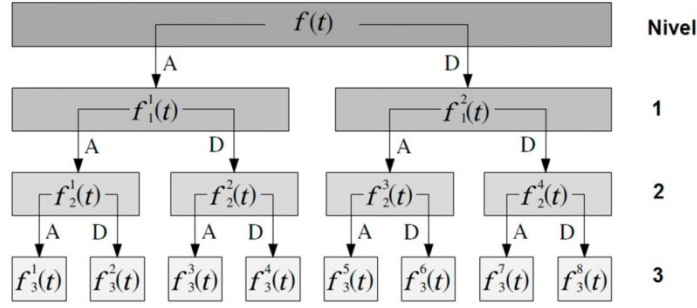


Figura 3 Árbol de paquetes de energía WPT al tercer nivel de descomposición

$$E_j^i(n) = - \sum_x f_j^i(x)^2 \log[f_j^i(x)] , \quad (19)$$

$$E_f(n) = - \sum_x f(x)^2 \log[f(x)] = \sum_{i=1}^{2j} E_j^i , \quad (20)$$

$$WPS_j^i(n) = \frac{E_j^i(n)}{\max(E_j^i)} \quad (21)$$

donde  $f_j^i$  es la combinación lineal de las funciones de paquetes wavelets  $\psi_{j,k}^i$ .  $E_f$  y  $E_j^i(n)$  representan a la energía de la función original y la energía de la función descompuesta  $f_j^i(x)$  en el punto de medición  $n$ , respectivamente.  $WPS_j^i(n)$  son los coeficientes de energía WPS normalizados. Se debe resaltar que éste método es el único que trabaja con datos de entrada producto de la medición aceleraciones por nodo en lugar de las formas modales.

### Método combinado CWT-DI

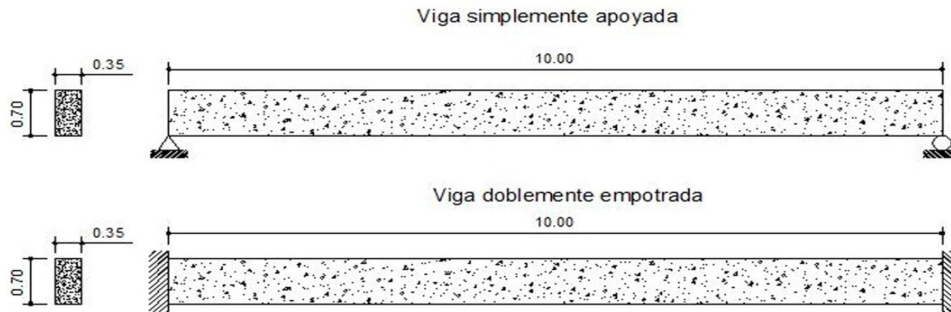
Como una extensión en la teoría de wavelets, mediante el uso de una wavelet madre *Gaussiana*, la CWT puede ser considerada como una función equivalente de la segunda derivada de la función analizada alisada por la wavelet madre (Salgado, 2008). Tomando en cuenta dicha propiedad, se puede proponer una variante del método del *Índice de Daño* de la siguiente manera, para datos discretos:

$$(CWT - DI)_{i,j} = \frac{(CWT_{\psi}^{\phi_i^*})^2 + \sum_1^N (CWT_{\psi}^{\phi_i^*})^2 \sum_1^N (CWT_{\psi}^{\phi_i})^2}{(CWT_{\psi}^{\phi_i})^2 + \sum_1^N (CWT_{\psi}^{\phi_i})^2 \sum_1^N (CWT_{\psi}^{\phi_i^*})^2} \quad (22)$$

## EVALUACIÓN DE MÉTODOS DE DETECCIÓN DE DAÑO

Para la realización de la evaluación se contó el modelo de un espécimen tipo viga de concreto reforzado de 10 metros de longitud con una sección transversal rectangular de 0.70 x 0.35 m. Dicha sección representa a los elementos más comunes en edificios estructurados a base de marcos planos de concreto reforzado. Se consideró un concreto clase 1 con una resistencia nominal a la compresión  $f_c$  de 25 MPa (250 kg/cm<sup>2</sup>) con módulo de elasticidad  $E$  igual a 22000 MPa de acuerdo a lo estipulado en las Normas Técnicas Complementarias para diseño de miembros de concreto del Reglamento de Construcciones del Distrito Federal, edición 2004. El peso volumétrico del espécimen se consideró igual a 2.4 ton/m<sup>3</sup>. Se simularon dos condiciones de frontera diferentes: apoyo simple y doble empotramiento, como lo muestra la

Figura 4, para representar las condiciones reales más comunes en edificios y puentes.



**Figura 4 Condiciones de frontera de los modelos desarrollados**

## PATRONES DE DAÑO

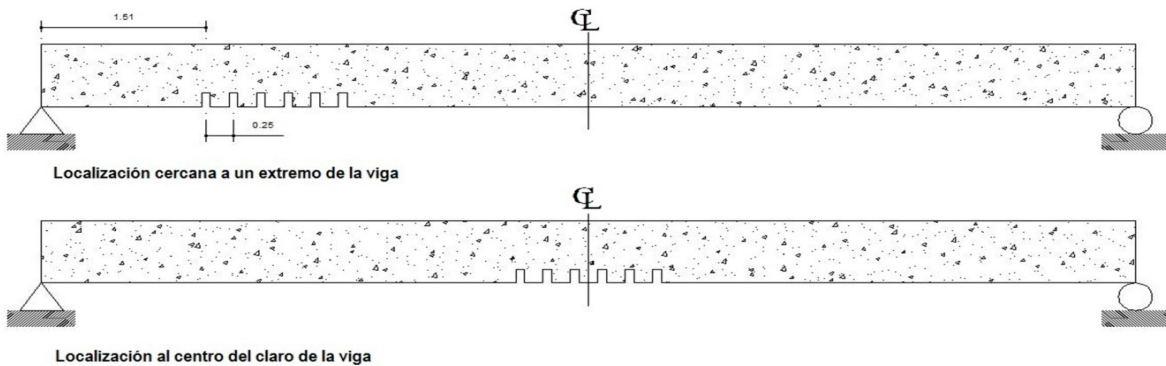
El daño en los modelos realizados para la evaluación de cada método fue simulado tomando en cuenta los siguientes aspectos:

- **Severidad del daño.**- Se consideran grietas abiertas (comportamiento lineal) que reducen la rigidez a flexión en un porcentaje determinado:
  - Daño ligero.- Se consideran grietas que reducen en 10% la rigidez a flexión de la viga. Es decir, las grietas poseen 0.03 m de profundidad.
  - Daño severo.- Se consideran grietas que reducen en 50% la rigidez a flexión de la viga. Es decir, las grietas poseen 0.15 m de profundidad.
- **Extensión del daño.**- Se simularon conjuntos de grietas presentes en diferentes regiones de la viga:
  - Extensión ligera.- Una sola grieta presente en determinada región.
  - Extensión severa.- Seis grietas presentes en determinada región separadas a 0.25 m entre sí.
- **Localización del daño.**- Se proponen las siguientes localizaciones de grietas:
  - Región central de la viga.
  - Extremos de la viga.- Se propone localizar el daño a 1.5 m a partir del apoyo izquierdo.

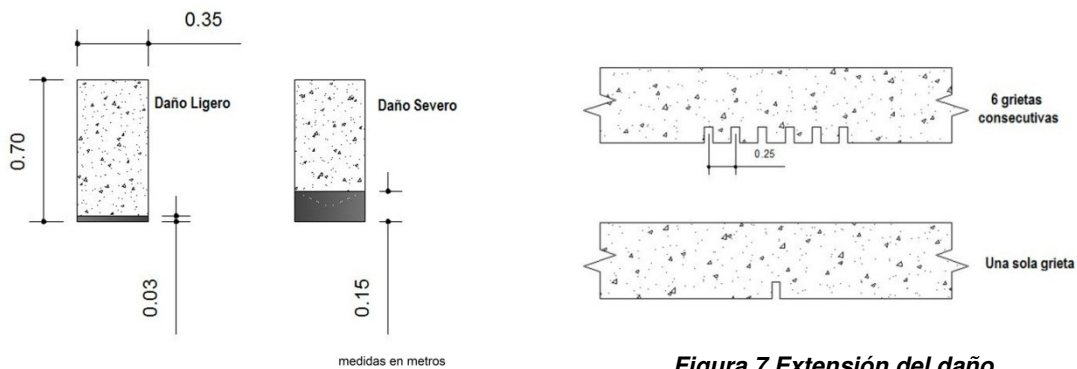
Cada uno de los aspectos mencionados se ilustra en las figuras Figura 5, Figura 6 y Figura 7. La combinación todos ellos, contando con las 2 condiciones de frontera mencionadas previamente, arrojan un total de 16 modelos, los cuales se denominarán en lo sucesivo *escenarios de daño* (ver Tabla 1).

**Tabla 1 Patrones y escenarios de daño usados en la evaluación**

Condiciones de frontera	Localización del daño	Extensión del daño	Severidad del daño	
Doble empotramiento	Extremo	Grande	1	Ligera
			2	Severa
		Sencilla	3	Ligera
			4	Severa
	Centro	Grande	5	Ligera
			6	Severa
		Sencilla	7	Ligera
			8	Severa
Apoyo Simple	Extremo	Grande	9	Ligera
			10	Severa
		Sencilla	11	Ligera
			12	Severa
	Centro	Grande	13	Ligera
			14	Severa
		Sencilla	15	Ligera
			16	Severa



**Figura 5 Localización del daño**



**Figura 6 Severidad del daño**

**Figura 7 Extensión del daño**

Adicional a los 16 escenarios de daño mostrados en la Tabla 1, se propuso un 17° escenario con el único fin de evaluar el grado de detección de daño que demuestran los métodos basados en la transformada wavelet cuando la zona dañada se localiza en un punto demasiado cercano a un extremo de la viga, pues en esa región se generan magnitudes muy grandes de los coeficientes wavelets, que pueden enmascarar la presencia de daño (Salgado, 2008). En dicho escenario, se simuló el daño como una única grieta de profundidad considerable (severa) a 1 m de distancia a partir del extremo izquierdo de una viga simplemente apoyada.

## SIMULACIÓN DINÁMICA

Se modeló cada espécimen como un elemento unidimensional de acuerdo a la teoría de Euler-Bernoulli. Los parámetros de la respuesta dinámica de la viga agrietada se simularon numéricamente mediante el método de *Christides y Barr modificado* (Salgado, 2008) y (Rangel, 2011), mientras que la respuesta dinámica se obtuvo usando el más alto de los algoritmos de orden recursivo para la solución de las ecuaciones modales propuestas por Wilson (2002). Se calcularon los primeros 5 modos de vibración para flexión simple, tanto en el estado íntegro como en el dañado, con un factor de amortiguamiento del 2 %. Se discretizó cada espécimen en 30 elementos (31 nodos o puntos de medición), de acuerdo a lo recomendado por Maeck (2003), con posibilidad de interpolarlos a 61 nodos, mediante el uso de una interpolación segmentaria cúbica. En cuanto al tiempo de muestreo se consideró aceptable realizar el ensayo durante 4 segundos, con grietas apareciendo todas a un mismo tiempo de 2 segundos. No se consideró el efecto de contaminación por ruido debida a errores en el proceso de medición. Para representar las vibraciones forzadas del modelo, se simularon cargas dinámicas de un tren de cargas de 120-120-50 kN a una velocidad de 40 m/s.

## PARÁMETROS DE DETECCIÓN DE DAÑO

Para cada método de detección de daño, se especificaron los siguientes parámetros de funcionamiento:

- **Método de Comparación de Curvaturas Modales (Enfoque Mixto).**- Se usaron los valores de  $\alpha = 5$  y  $\beta = 25$  de acuerdo con los análisis de errores para el *Enfoque Mixto* realizados por Ancona (2011).
- **Índice de Daño.**- Se usarán las curvaturas obtenidas mediante el *Enfoque Mixto*.
- **Método CWT.**- Se usará la wavelet madre *Gaussiana 2*, con escalas de 1 a 128. Para la detección de daño se investigará en la escala 2.
- **Método DWA.**- Se usará la wavelet madre *Daubechies 4*, con un solo nivel de descomposición del árbol wavelet. Para la correcta selección del árbol de descomposición se usará el criterio de la entropía de Shannon.
- **Método WPS.**- Se usará la wavelet madre *Daubechies 4*, con 4 niveles de descomposición del árbol wavelet.

## RESULTADOS OBTENIDOS

En términos generales, la detección y localización del daño para la mayoría de los casos propuestos se llevó a cabo exitosamente. Sin embargo, la severidad del daño jugó un papel importante al momento de determinar la posición del daño en casos donde éste no fue adecuadamente detectado debido a sus mismas características de extensión y localización. El daño se considera adecuadamente localizado cuando se observaron, usando un criterio visual, valores de los coeficientes de medición de cada método superiores o inferiores al promedio de los nodos vecinos.

En las figuras Figura 8 y Figura 9 se muestran los resultados obtenidos en el análisis mediante el método MAC/NMD. Gentile y Galino (2008) proponen que el daño es adecuadamente detectado si se obtienen valores menores a 0.8 para MAC y superiores a 50% para NMD, con el fin de discriminar las diferencias entre las formas modales debidas a factores ambientales, como temperatura y humedad, ruido presente en la forma modal e inexactitudes en la medición de la respuesta dinámica. Como se aprecia, solo en los casos donde el daño es extenso y cercano a un extremo del espécimen (2, 9, 10 y ligeramente el 1) fue posible detectar correctamente el daño, pues en los demás modelos, los valores MAC y NMD no fueron inferiores a 0.95 ni superiores a 50%, respectivamente. En dichos casos, la configuración del daño ocasiona disturbios en las formas modales al otro extremo del espécimen demasiado grandes (ver Figura 10), lo que origina el bajo valor del MAC. Evidentemente, la detección de la presencia del daño lograda en dichos escenarios no se debe al daño que fue simulado.

En general, se identificaron varias situaciones comunes en las cuales el daño fue pobremente caracterizado o incluso ignorado por más de un método:

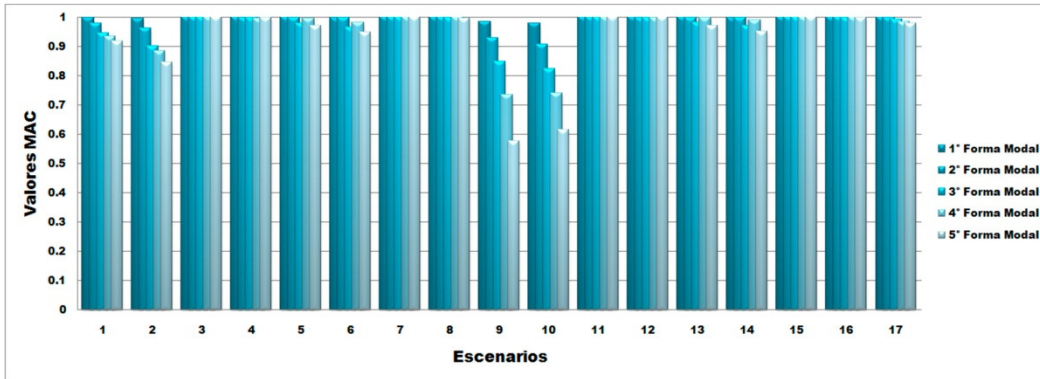
1. Daño presente cerca de los extremos del elemento, con una extensión grande y de poca severidad (delaminaciones).
2. Daño localizado en nodos que coinciden se encuentran cerca de un punto de inflexión de la forma modal o curvatura modal analizada.
3. Daño presente en regiones localizadas a una distancia a partir del extremo de la viga menor al 10% de la longitud de ésta (solo para métodos basados en la Transformada Wavelet).

La primera situación, referente a los escenarios 1, 2, 9 y 10, se ilustra en la Figura 11, donde se ha graficado la aplicación de los métodos de detección de daño para el escenario 1 usando la primera forma modal<sup>2</sup>. En dicha figura se aprecia la baja calidad de la detección realizada por todos los métodos, a excepción de los métodos basados en la Transformada Wavelet (CWA, DWA y WPS), y una falsa detección del daño en el extremo

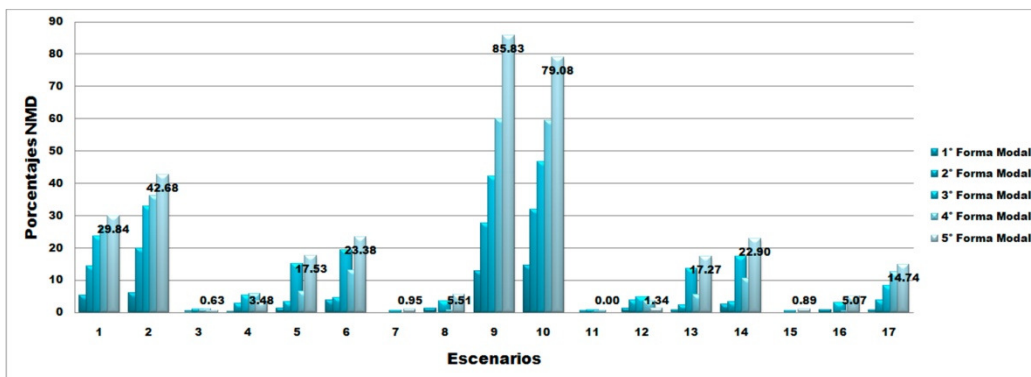
---

<sup>2</sup> Se usan líneas verticales de color rojo en las evaluaciones para indicar la posición de las grietas.

opuesto de la viga debido al desfase de las formas modales, y por consiguiente de las curvaturas, que se mostró en la Figura 10. Asimismo, se aprecia que, cuando el daño es severo, los métodos basados en la transformada Wavelet no presentan ningún problema para detectar ésta configuración de daño, y que incluso los métodos basados en curvaturas pueden detectar el daño después de una discriminación del falso daño mostrado en el extremo opuesto de la viga, tal como se muestra en la Figura 12.



**Figura 8 Valores MAC para cada forma modal de cada escenario de daño**



**Figura 9 Valores NMD para cada forma modal de cada escenario de daño**

La segunda situación se presenta de forma recurrente para la mayoría de los métodos evaluados. A manera de ejemplo, se muestran en la Figura 13 dos escenarios donde la posición del daño coincide con un punto de inflexión de la forma modal, lo cual origina que el nodo en ese punto tenga desplazamientos nulos y por lo tanto la calidad de la detección disminuya considerablemente. Para dichos casos, solo los métodos WPS, CWT-DI y de la flexibilidad dinámica tuvieron un comportamiento normal, mientras que los basados en parámetros modales, CWA y DWA detectaron disturbios en las regiones cercanas a la posición del daño, pero arrojaron valores erróneos en la posición específica del daño, como se ilustra en la Figura 14. Se destaca el hecho de que para casos de daño severo los métodos basados en la transformada Wavelet detectan completamente la posición correcta del daño y que no se observaron para el método del cambio en la matriz de rigidez dinámica variaciones que se puedan relacionar con la presencia de daño (ver Figura 15).

El último caso fue encontrado en el escenario 17 (ver Figura 16), propuesto para la evaluación de los métodos basados en la transformada wavelet, donde no fue posible discernir entre los disturbios ocasionados por el funcionamiento propio del método de los originados por la presencia de daño, situación que pone en seria desventaja a éstos métodos con respecto a los basados en curvaturas modales, flexibilidades dinámicas e Índice de Daño.

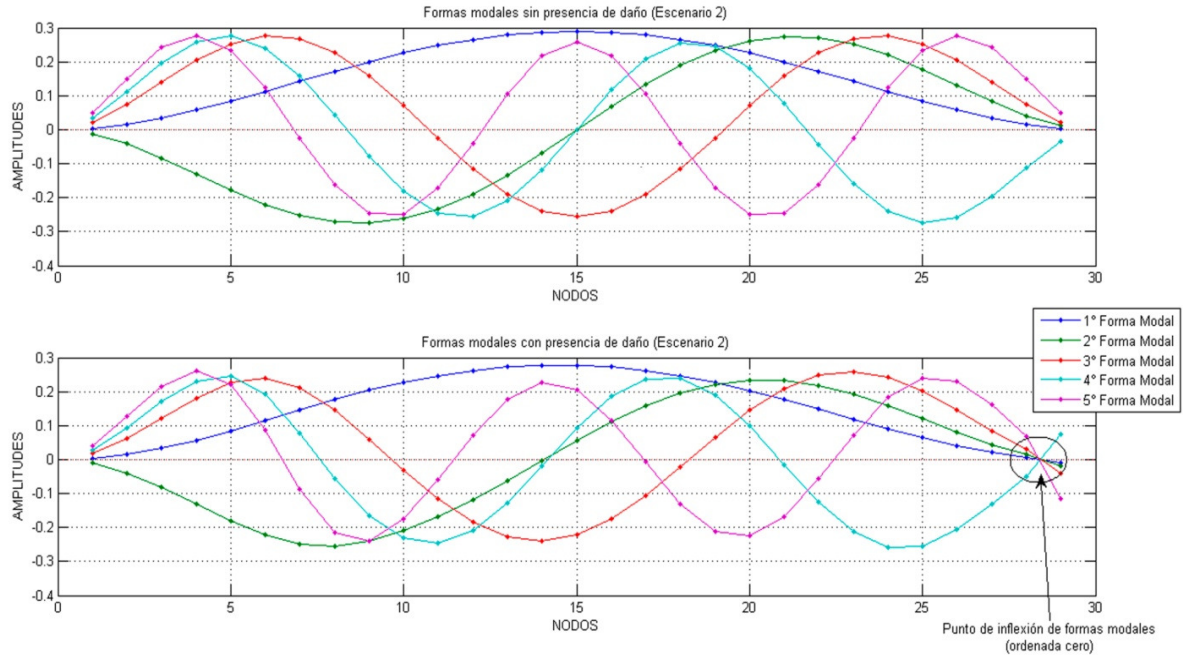


Figura 10 Formas Modales del escenario 02 antes y después del daño

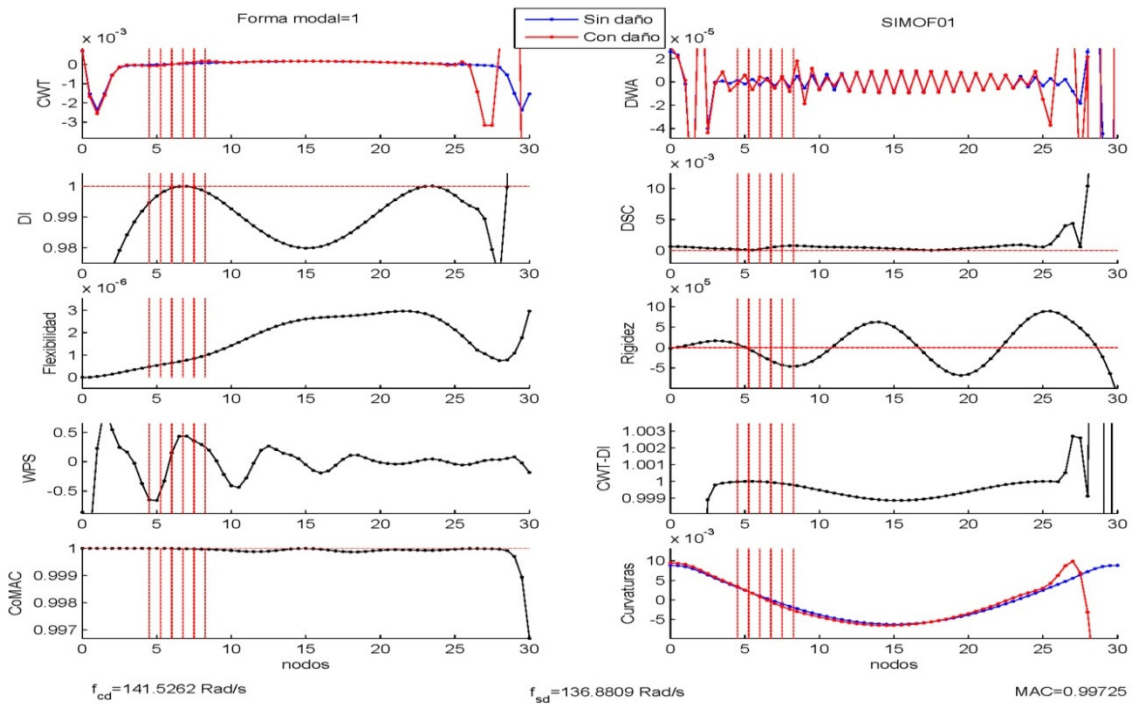
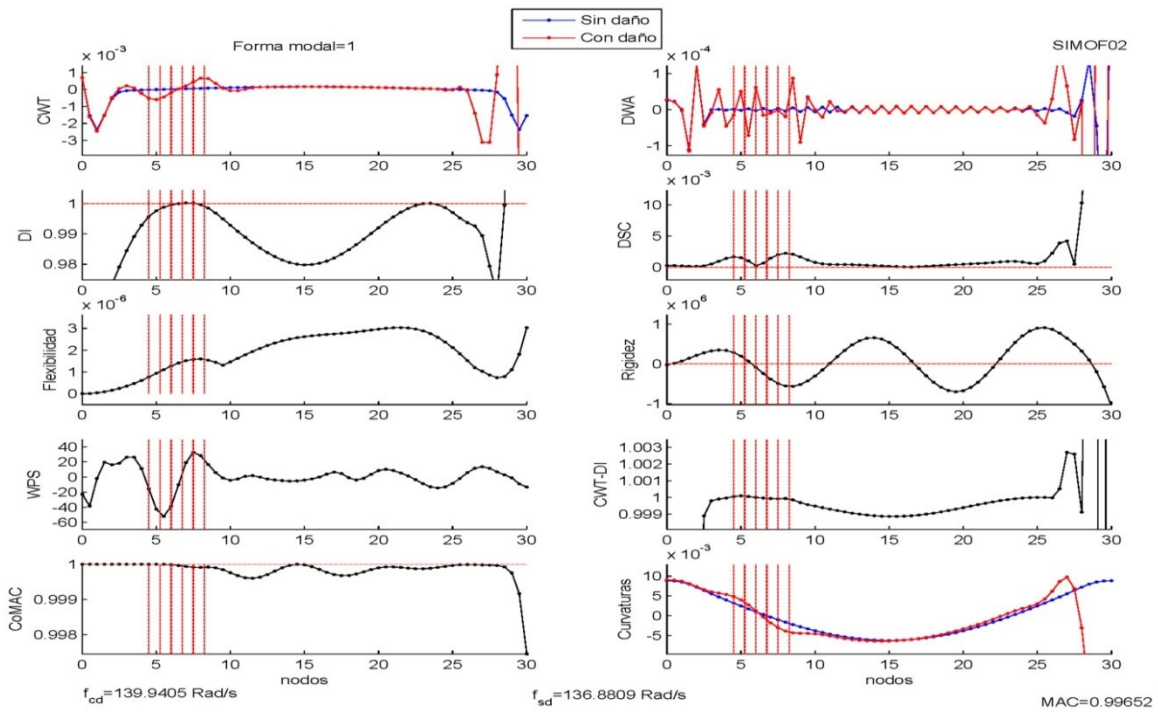
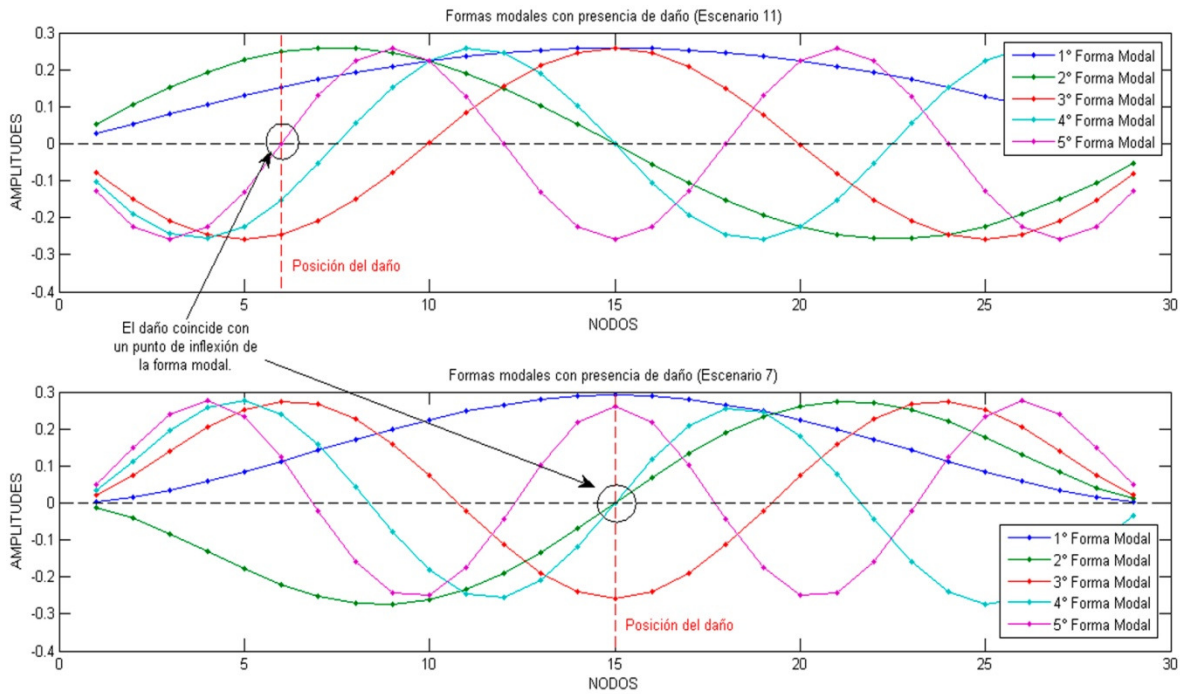


Figura 11 Escenario 01 usando la 1° forma modal



**Figura 12 Escenario 02 usando la 1° forma modal**



**Figura 13 Daños coincidentes con puntos de inflexión de formas modales**

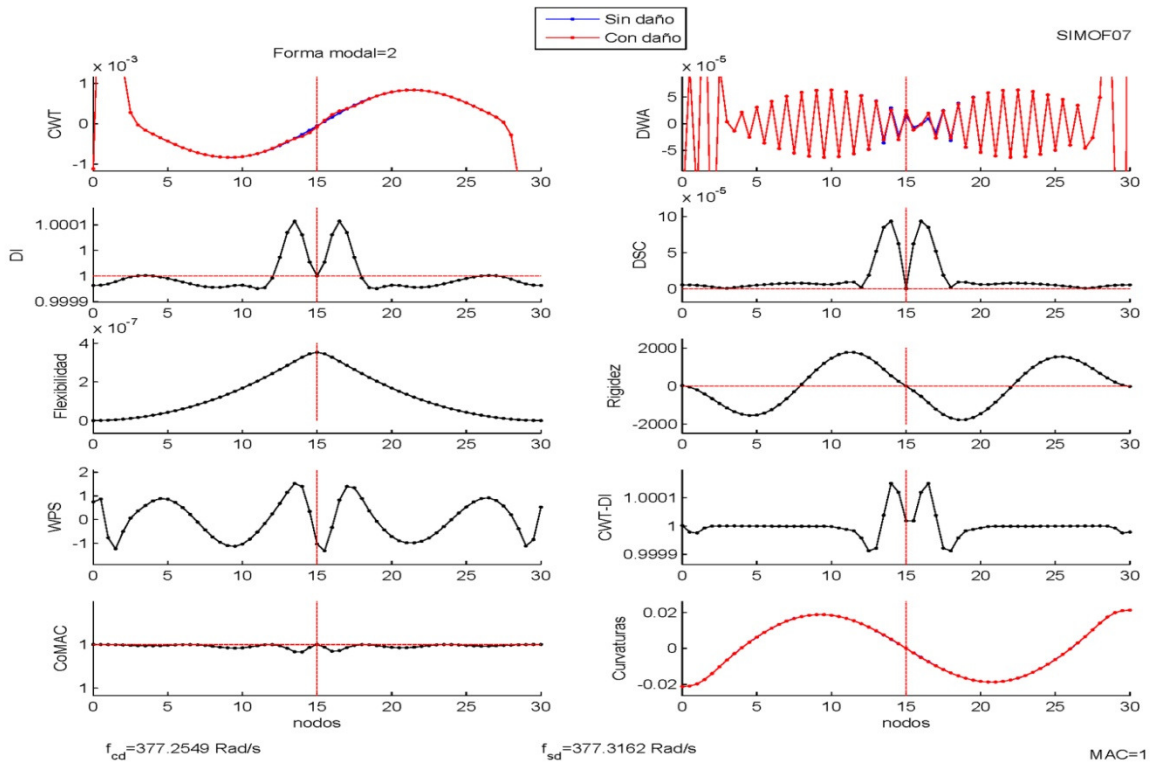


Figura 14 Escenario 07 usando la 2° forma modal

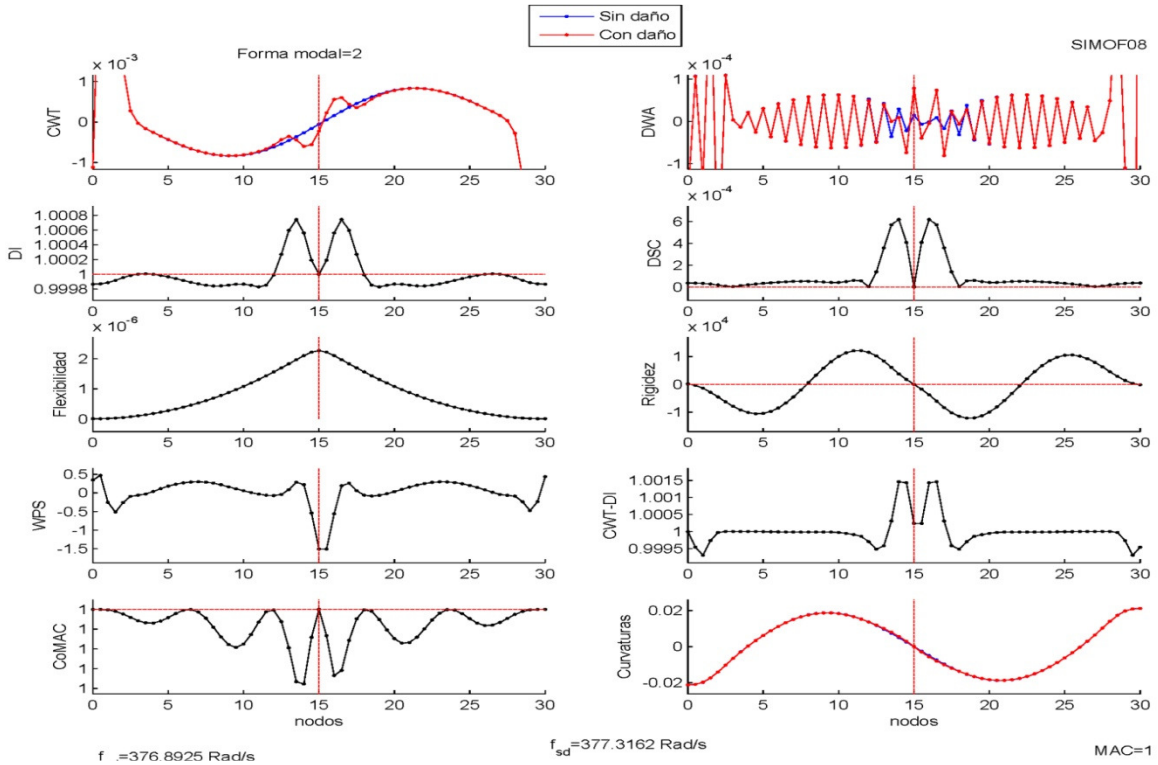
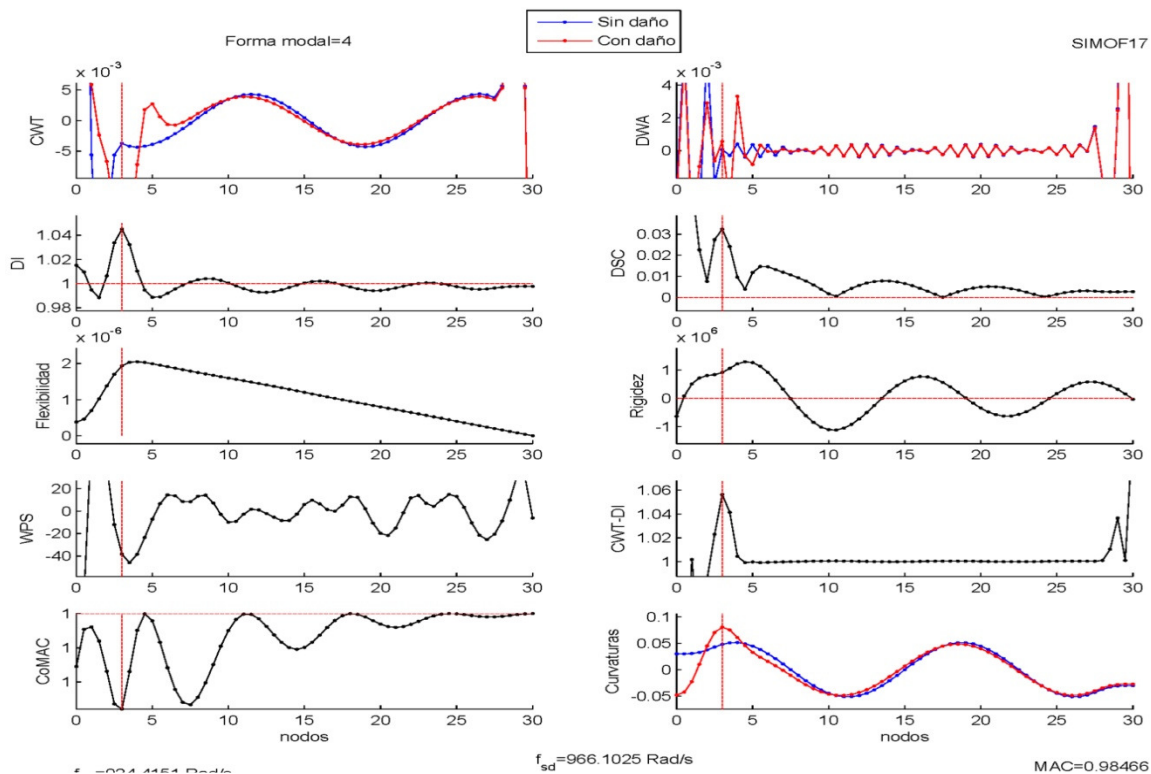


Figura 15 Escenario 08 usando la 2° forma modal





**Figura 16 Escenario 17 usando la 4° forma modal**

## CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos de las aplicaciones de los métodos de detección de daño a los 17 escenarios propuestos se muestran de manera condensada en la Tabla 2. Los criterios de evaluación se tomaron como sigue:

- ✓✓ El daño ha sido claramente detectado con disturbios de los parámetros de medición sólo en la zona del daño para todas las formas modales.
- ✓ El daño fue detectado, pero se dan una o más de las siguientes situaciones:
  - Los disturbios no se dan exactamente en la zona del daño, sino en sus cercanías.
  - No se detecta el daño adecuadamente en alguna de las formas modales debido a coincidencias con los puntos de inflexión.
  - El daño se confunde con la presencia de otros disturbios no debidos a anomalías.
- El daño fue detectado de manera muy pobre o no fue detectado en ninguna forma modal.

En general, se obtuvieron las siguientes conclusiones:

- Se consideran herramientas sumamente potentes para la detección de daños y monitoreo estructural a los métodos basados en la Transformada Wavelet, la comparación de curvaturas modales a través del *Enfoque Mixto*, el cambio en la matriz de flexibilidad medida dinámicamente y el Índice de Daño. Sin embargo, se deben revisar cuidadosamente (o corroborar con otros métodos, incluso locales) los resultados obtenidos con los métodos wavelet, especialmente si éstos últimos localizan daños en secciones de extremos cuya longitud sea menor al 10% de la longitud total del elemento. Asimismo, se deben revisar especialmente los *detalles* de los árboles wavelets en busca de daños, sobre todo para el método WPS.

Tabla 2 Resultados de la evaluación de los 10 métodos de selección de daño basados en vibraciones

Escenario	MAC/ NMD	CoMAC	Flex	Rig	Curv/ EM	DI	CWT	DWA	WPS	CWT DI
1	----	----	✓*	----	✓	----	✓	✓	✓	----
2	✓	----	✓*	----	✓	----	✓✓	✓✓	✓✓	----
3	----	✓*	✓✓	✓	✓	✓	✓*	✓*	----	✓
4	----	✓*	✓✓	✓	✓	✓	✓✓	✓✓	----	✓
5	----	✓*	✓✓	----**	✓*	✓*	✓✓	✓✓	✓✓	✓*
6	----	✓*	✓✓	----**	✓*	✓*	✓✓	✓✓	✓✓	✓*
7	----	✓*	✓✓	----	✓*	✓*	✓*	✓*	✓✓	✓*
8	----	✓*	✓✓	----	✓*	✓*	✓✓	✓✓	✓✓	✓*
9	✓**	----	----	----	----	----	----	----	✓	----
10	✓**	----	----	----	----	----	✓✓	✓✓	✓✓	----
11	----	✓*	✓✓	✓	✓*	✓*	✓*	✓*	----	✓*
12	----	✓*	✓✓	✓	✓*	✓*	✓✓	✓✓	✓✓	✓*
13	----	✓*	✓✓	----**	✓✓	✓*	✓✓	✓✓	✓✓	✓*
14	----	✓*	✓✓	----**	✓*	✓*	✓✓	✓✓	✓✓	
15	----	✓*	✓✓	----	✓*	✓*	✓*	✓*	✓✓	✓*
16	----	✓*	✓✓	----	✓*	✓*	✓✓	✓✓	✓✓	✓*
17	----	✓*	✓✓	✓✓	✓✓	✓✓	✓	----	✓	✓

\* El daño coincide con un punto de inflexión en una o varias de las formas modales

\*\* Daño caracterizado pobremente. Sólo en las últimas formas modales se detecta adecuadamente

- No son recomendables para un diagnóstico definitivo del estado estructural los métodos de correlaciones modales, así como el método del cambio en la matriz de rigidez medida dinámicamente.
- La adecuada detección del daño en estructuras tipo viga con los métodos de detección de daño propuestos dependerá de factores como:
  - **Severidad del daño:** Porcentajes mayores al 10% de la reducción de la rigidez del elemento son adecuadamente detectados con el uso de uno de los métodos de mejor comportamiento, porcentajes menores de dicha cantidad solo pueden ser detectados por la combinación de uno o más métodos de detección de daño.
  - **Localización del daño:** Tendrán más probabilidad de detección los daños localizados en las amplitudes más grandes de las formas modales. Dicho daño puede ser mejor detectado con la combinación de varios métodos.
  - **Extensión del daño:** Cuando el daño afecta una región extensa es más probable que sea detectado. Sin embargo, la localización y la severidad en conjunto con la extensión determinan la calidad de la detección, principalmente si se tratan de delaminaciones de los materiales estructurales.
  - **Condiciones de frontera:** No influye demasiado en la detección y localización del daño. Sin embargo, afectan en su magnitud.
  - **Número de formas modales:** El daño tiene muchas más probabilidades de ser detectado con el uso de un mayor número de formas modales en el análisis.
  - Elección de los parámetros de detección.- Elegir correctamente los valores constantes usados en el análisis como los parámetros  $\alpha$  y  $\beta$ , la forma de la wavelet madre y los niveles de descomposición y escala determinan en gran parte la detección del daño.
- Los métodos evaluados en la presente investigación son mucho más sensitivos a los daños puntuales y severos que a los daños ligeros y extensos. Si éstos últimos se localizan cerca de los extremos de los elementos, es mucho menos probable que detecten el daño.

- Sólo los métodos de detección de daño como el Índice de Daño y el método combinado CWT-DI poseen un criterio para determinar si existen disturbios debidos a la presencia de daño. Todos los demás métodos se basan en el criterio visual. Para casos prácticos, es importante el criterio del personal encargado de evaluar los resultados de cada método.

## **METODOLOGÍA DE APLICACIÓN DE LOS MÉTODOS DE DETECCIÓN DE DAÑO BASADOS EN VIBRACIONES**

A continuación se propone una metodología de aplicación para el monitoreo de la integridad estructural en base a la evaluación realizada a 10 seleccionados métodos de detección de daño basados en la respuesta dinámica<sup>3</sup>:

1. **Inspección visual de la estructura.**  
Si el daño no es detectado visualmente entonces es posible empezar un proceso de detección de daño basados en vibraciones. En caso contrario, se pueden aplicar métodos locales de detección para estimar la correcta localización del daño y si es posible su magnitud.
2. **Investigación de la respuesta dinámica de la estructura previa al daño.**  
Si no es posible obtenerla entonces se recomienda comenzar el proceso de detección con la aplicación de los métodos de detección basados en la Transformada Wavelet, que no necesitan conocer el estado previo al daño. En todo caso, es conveniente además realizar un modelo de elementos finitos de la estructura no detallado que simule las condiciones dinámicas previas al daño.
3. **Análisis Modal Experimental<sup>4</sup>.**
  - a. Elección de un mecanismo de excitación.
  - b. Definición de los parámetros dinámicos, el tipo y número de sensores y la localización de los mismos.
  - c. Determinación de parámetros de adquisición de datos.
4. **Detección y localización preliminar del daño.**
  - a. Actualización del modelo de elementos finitos.- En caso de haber realizado un modelo de elementos finitos, éste debe ser actualizado y calibrado con respecto a los datos obtenidos en las pruebas de vibración.
  - b. Selección de los parámetros de detección de daño adecuados (wavelet madre, escalas, valores de  $\alpha$  y  $\beta$ , entre otros).
  - c. Puesta en práctica de los métodos de detección de daño basados en vibraciones.
    - i. Estimación preliminar mediante los métodos MAC/NMD, CoMAC y cambio en las matrices de Flexibilidad.
    - ii. Implementación de los métodos de Índice de Daño y Curvaturas por medio del Enfoque Mixto. En cada método se deben analizar el mayor número de formas modales posible, y tener detectados previamente las coordenadas de los puntos de inflexión de las formas y curvaturas modales. En general se debe poner atención a los resultados obtenidos en la forma modal fundamental, pues es la más exenta de presentar disturbios no debidos al daño, causados por la localización del mismo o por errores en los valores  $\alpha$  y  $\beta$  utilizados. Si los datos modales contienen aun un porcentaje apreciable de ruido, éstos métodos serán los más apropiados
    - iii. En caso se presentarse disturbios como los ilustrados anteriormente para los métodos de curvaturas e Índice de Daño (solo si estos no son cercanos a los extremos del elemento), se recomienda implementar los métodos basados en la transformada Wavelet, con las recomendaciones mencionadas anteriormente

<sup>3</sup> Enfocado principalmente a elementos tipo viga.

<sup>4</sup> Dicho procedimiento de Análisis Modal Experimental parte de los fundamentos propuestos por Sohn et al. (2003)

##### 5. Iteraciones necesarias.

Si la detección y localización del daño se ha comprobado por más de un método de detección, se considera que el daño fue caracterizado exitosamente. En cambio, si los métodos arrojan localizaciones posible del daño, se deben repetir las pruebas de vibración en la estructura con los sensores de medición en posiciones más cercanas a la posible localización del daño, de manera que iteraciones sucesivas de los pasos 2, 3 y 4 detectaran exitosamente la localización del daño.

## REFERENCIAS

Allemang R. J. (2003), "The modal assurance criterion. Twenty years of use and abuse", Journal of Sound and Vibration, Southampton, UK agosto, 14 pp.

Ancona A. (2011), "Evaluación de métodos de detección de daño en estructuras mediante el uso de vibraciones", Tesis de Licenciatura, Universidad Veracruzana, Veracruz, México, junio, 198 pp.

Barrios R., Doz G., y Iturrioz I. (2000), "Detección de daño en estructuras utilizando propiedades dinámicas", Información Tecnológica, Centro de Información Tecnológica, vol. 11, La Serena, Chile., pp. 117-122.

Chang, C., y Sun L. (2005), "Structural damage localization using spatial wavelet packet signature", Smart Structures and Systems, vol. 1(1), pp. 29-46.

Doebling S., Farrar C., Prime M., y Shevitz D. (1996), "Damage identification and health monitoring of structural and mechanical systems from changes in their vibration characteristics: a literature review", Los Alamos National Laboratory, Reporte Técnico LA-13070-MS, Los Álamos, New Mexico, mayo, 134 pp.

Farrar C., y Jauregui, D. (1996), "Damage detection algorithms applied to experimental and numerical modal data from the 1-40 bridge", Los Alamos National Laboratory, Reporte Técnico LA-13074-MS, Los Álamos, New Mexico, enero, 135 pp.

Gentile C., y Galino N. (2008), "Ambient vibration testing and structural evaluation of an historic suspension footbridge", Advances in Engineering Software, vol. 39(4), pp. 356-366.

Kim J., y Stubbs, N. (1992), "An efficient and robust algorithm for damage localization in offshore platforms", ASCE 10th Structures Congress, San Antonio, Texas., pp. 543-546.

Maeck, J. (2003), "Damage assessment of civil engineering structures by vibration monitoring", Tesis Doctoral, Universidad Católica de Leuven, Leuven, Bélgica, marzo, 224 pp.

Mallat, S., y Hwang W. (1992), "Singularity detection and processing with wavelets", IEEE Transactions on Information Theory, vol. 38(2).

Misiti, M., Misiti, Y., Oppenheim, G. y Poggi, J.M. (2007), "MatLab Wavelet Toolbox 4. Guía del Usuario", The MathWorks, Inc., E.U.

Pandey A., y Biswas M. (1994), "Damage detection in structures using changes in flexibility", Journal of Sound and Vibration, vol. 169(1), Southampton, UK, pp 3-17.

Pandey A., Biswas M., y Samman M. (1991), "Damage detection from changes in curvature modes shapes", Journal of Sound and Vibration, vol. 145(2), pp. 321-332.

Rangel, I. (2011), "Evaluación de métodos de simulación dinámica de vigas agrietadas", Tesis de Licenciatura, Universidad Veracruzana, Veracruz, México, junio, 135 pp.

Salgado R. (2008), “**Damage detection methods in bridges through vibration monitoring: evaluation and application**”, Tesis Doctoral, Universidad de Minho-ISISE, Guimaraes, Portugal, septiembre, 320 pp.

Sohn H., Farrar C., Hemez C., Shunk D., Stinemates D., y Nadler B. (2003), “**A review of structural health monitoring literature: 1996-2001**”, Los Alamos National Laboratory, Reporte Técnico LA-13976-MS, Los Alamos, New Mexico, 307 pp.

Wilson E. (2002), “**Three-dimensional static and dynamic analysis of structures: A physical approach with emphasis on Earthquake Engineering**”, Computers and Structures, Inc., 3° ed., Berkeley, CA. E.U., 600 pp.

Zimmerman D., y Kaouk M. (1994), “**Structural damage detection using a minimum rank update theory**”, Journal of Vibration and Acoustic, vol. 116, pp. 222–231.