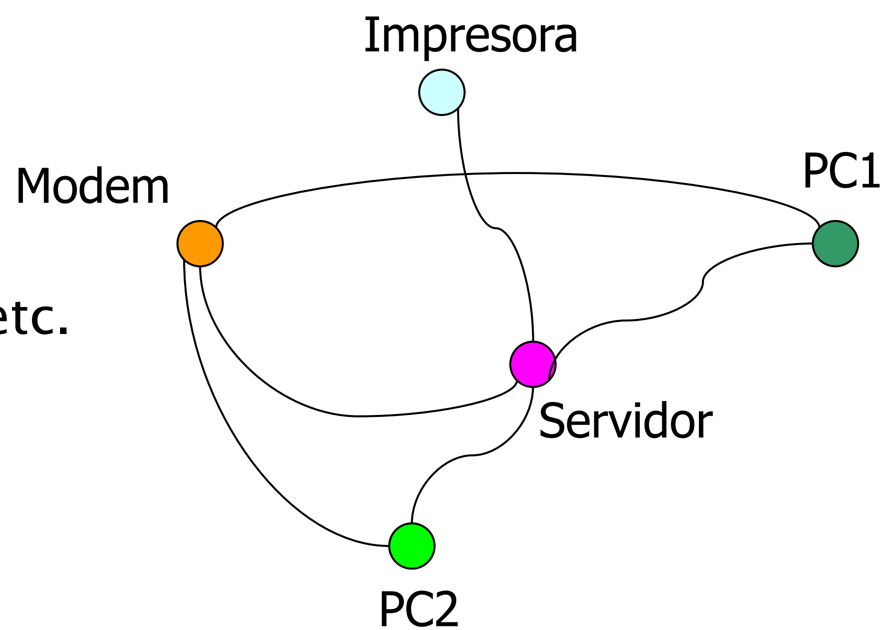
GRAFOS

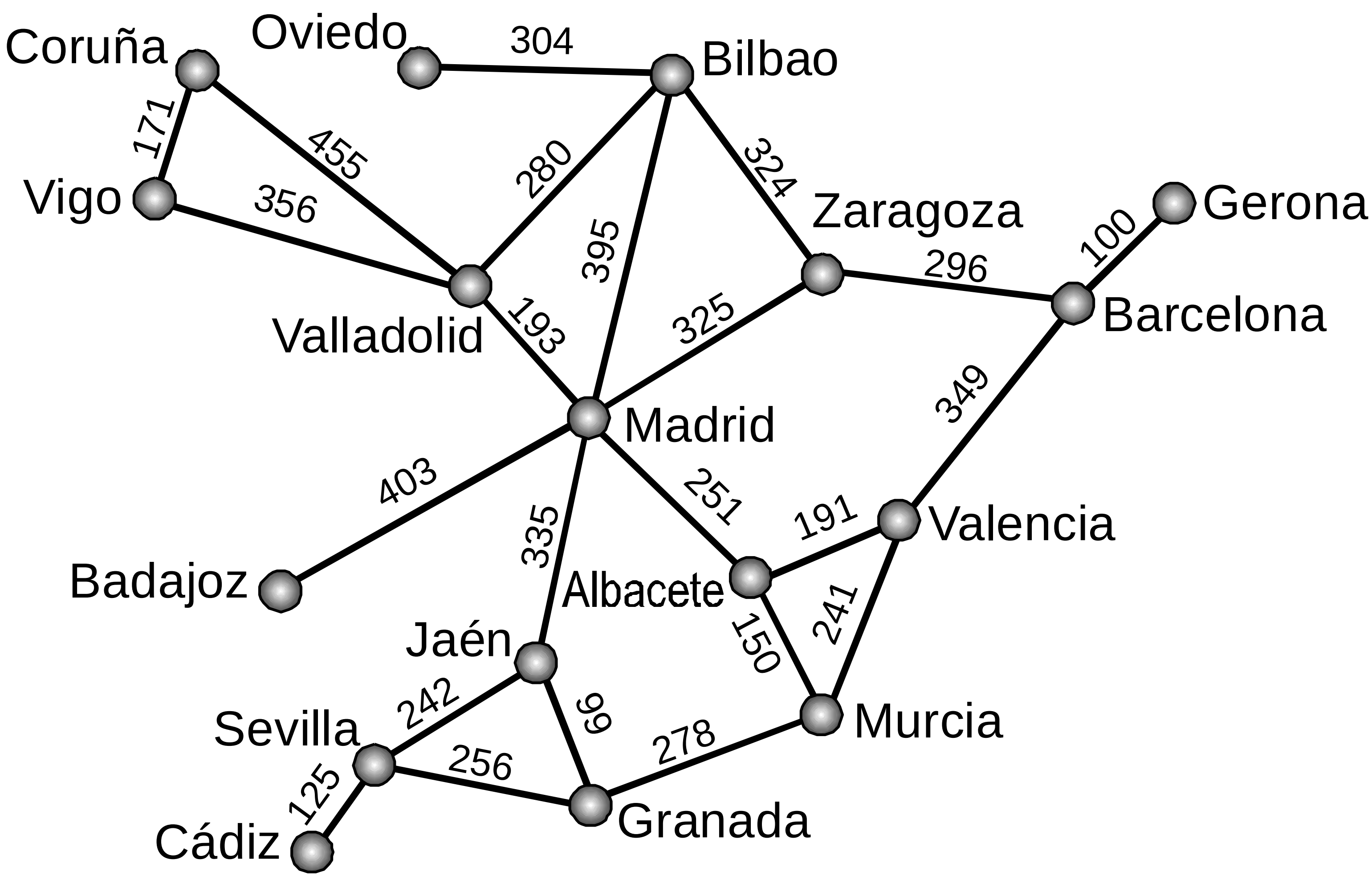
ESTRUCTURA DE DATOS

INTRODUCCION

- Los grafos son estructuras de datos
- Representan relaciones entre objetos
  - Relaciones arbitrarias, es decir
  - No jerárquicas
- Son aplicables en
  - Química
  - Geografía
  - Ing. Eléctrica e Industrial, etc.
  - Modelado de Redes
    - De alcantarillado
    - Eléctricas
    - Etc.

Dado un escenario donde ciertos objetos se relacionan, se puede "modelar el grafo" y luego aplicar algoritmos para resolver diversos problemas

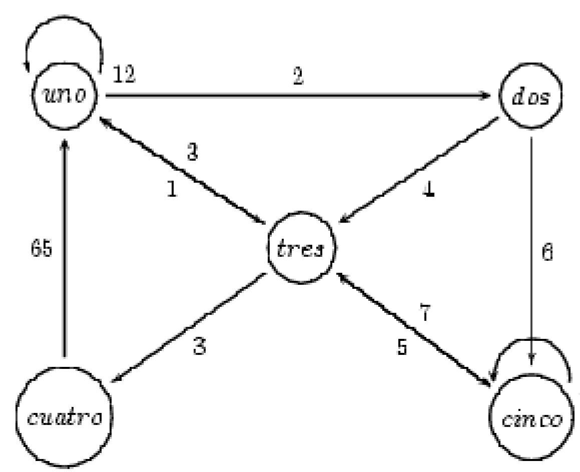




Coruña
Oviedo
304
Bilbao
171
455
280
324
Vigo
356
Zaragoza
Gerona
395
100
296
Valladolid
193
325
Barcelona
349
Madrid
403
251
191
Valencia
335
Badajoz
Albacete
241
Jaén
150
242
99
Sevilla
278
Murcia
256
125
Granada
Cádiz

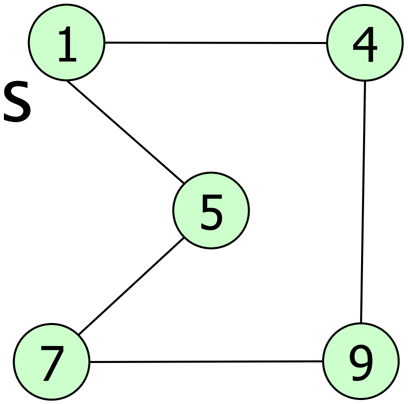
INTRODUCCIÓN

- No hay restricciones para formar un grafo
- Puede haber varias aristas entre dos vértices
- El vértice de partida y el de llegada puede ser el mismo.-Las aristas pueden o no llevar flechas.



DEFINICION

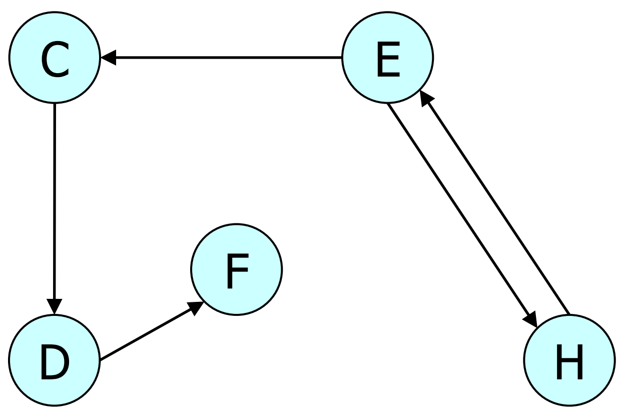
- Un grafo G = (V,A)
- V, el conjunto de vértices o nodos
  - Representan los objetos
- A, el conjunto de arcos
  - Representan las relaciones



V = {1, 4, 5, 7, 9}

A= {(1,4), (5,1), (7,9), (7,5), (4,9), (4,1), (1,5), (9,7), (5, 7), (9,4)}

TIPOS DE GRAFOS

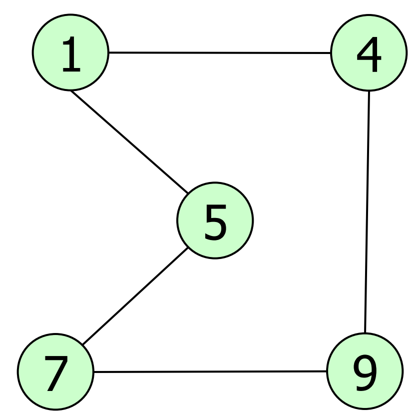


V = {C, D, E, F, H}

A= {(C,D), (D,F), (E,H), (H,E), (E,C)}

- Grafos dirigidos
  - Si los pares de nodos tienen un sentido.
  - Existe un camino preestablecido

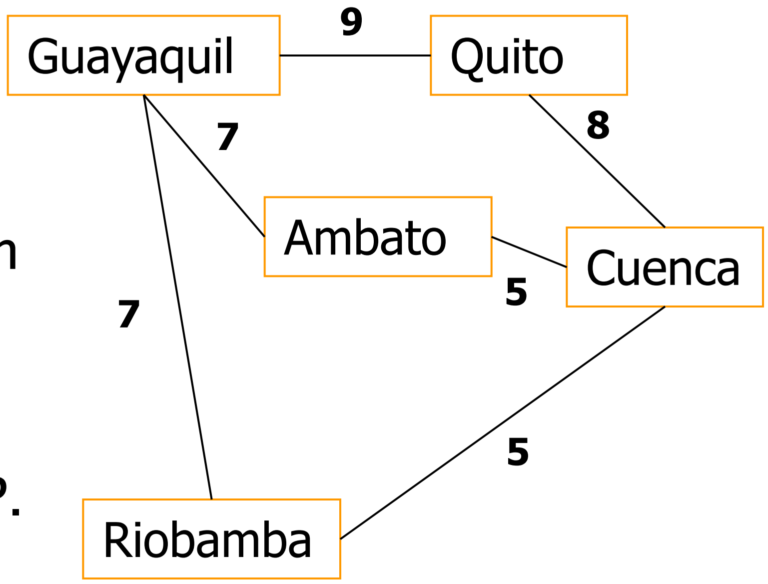
- Grafos no dirigidos
  - Si los pares de nodos no tienen un sentido



Grafo del ejemplo anterior

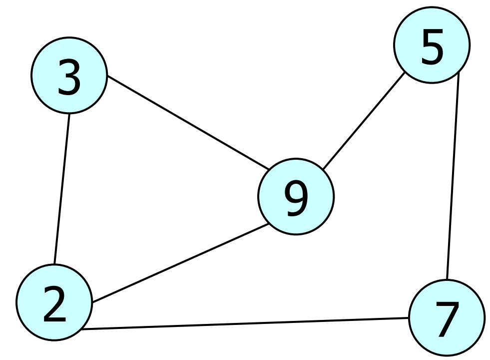
OTROS CONCEPTOS

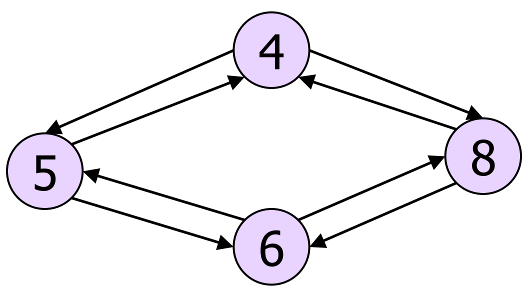
- Arista
  - Es un arco de un grafo no dirigido
- Vértices adyacente
  - Vértices unidos por un arco
- Factor de Peso
  - Valor que se puede asociar con un arco
  - Depende de lo que el grafo represente
  - Si los arcos de un grafo tienen F.P.
    - Grafo valorado
- Ciclos

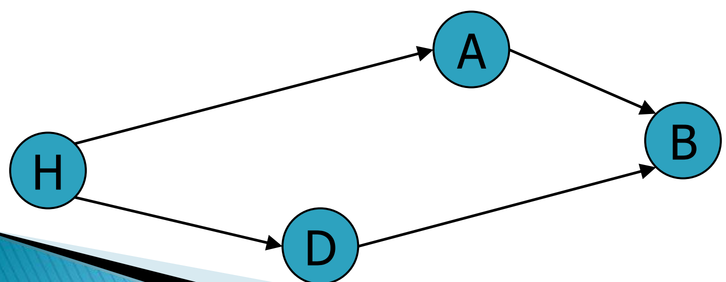


CONECTIVIDAD

- Grafo No Dirigido
  - Conexo (enlazado)
    - Existe un camino entre cualquier par de nodos



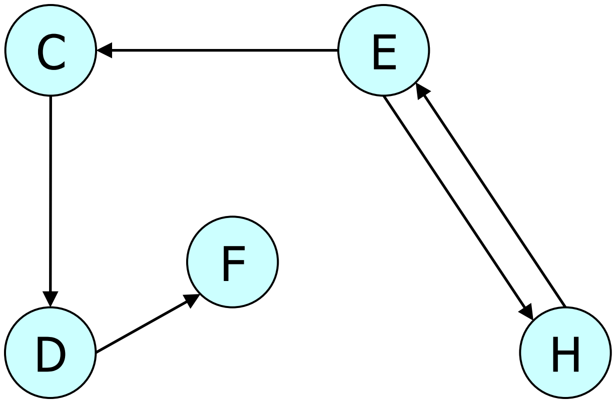




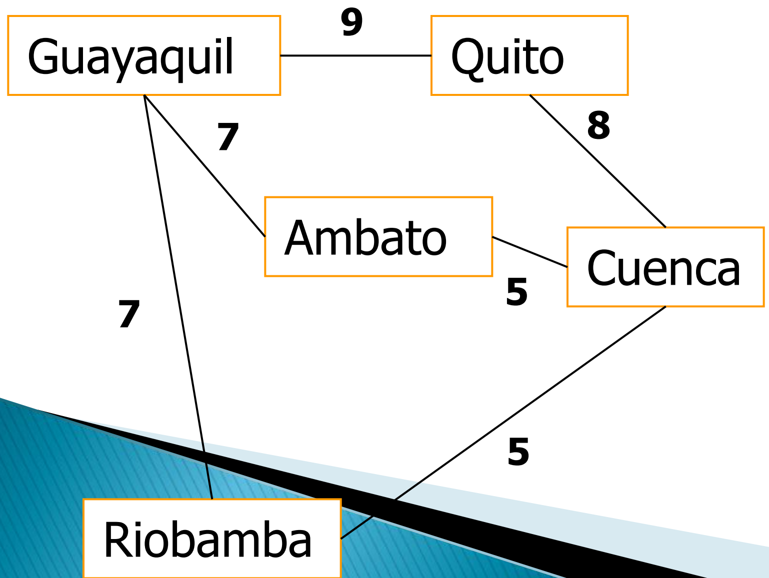
- Grafo Dirigido
  - Fuertemente Conexo
    - *Existe un camino entre cualquier par de nodos*
  - Conexo (débilmente enlazado)
    - *Existe una cadena entre cualquier par de nodos*

GRADOS DE UN NODO

- En Grafo No Dirigido
  - Grado(V)
    - Numero de aristas que contiene a V



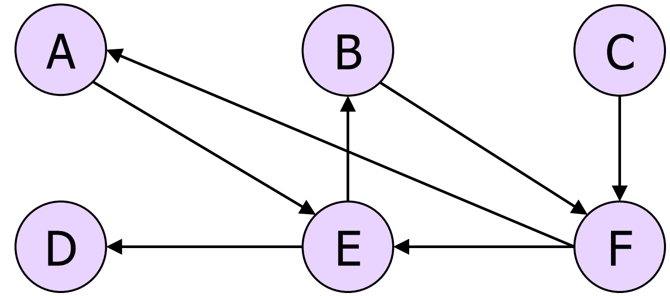
Grado(Guayaquil) = 3



Gradoent(D) = 1 y Gradsal(D) = 1

- En Grafo Dirigido
  - Grado de entrada, Graden(V)
    - *Numero de arcos que llegan a V*
  - Grado de Salida, Gradsal(V)
    - *Numero de arcos que salen de V*

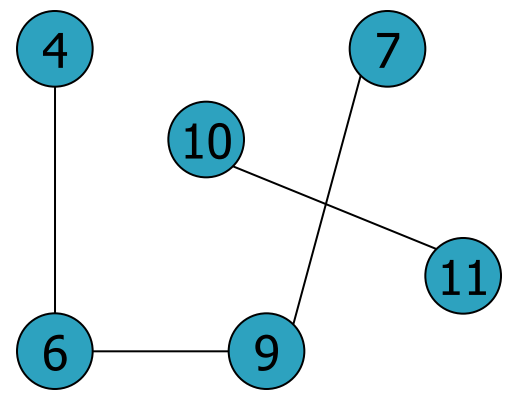
CAMINOS



- Definición
  - Un camino P en un grafo G, desde V_0 a V_n
  - Es la secuencia de n+1 vértices
  - Tal que $(V_i, V_{i+1}) \in A$ para $0 \leq i \leq n$
  - Trayectoria de un punto a otro

Camino A y A

P = {A, E, B, F, A}



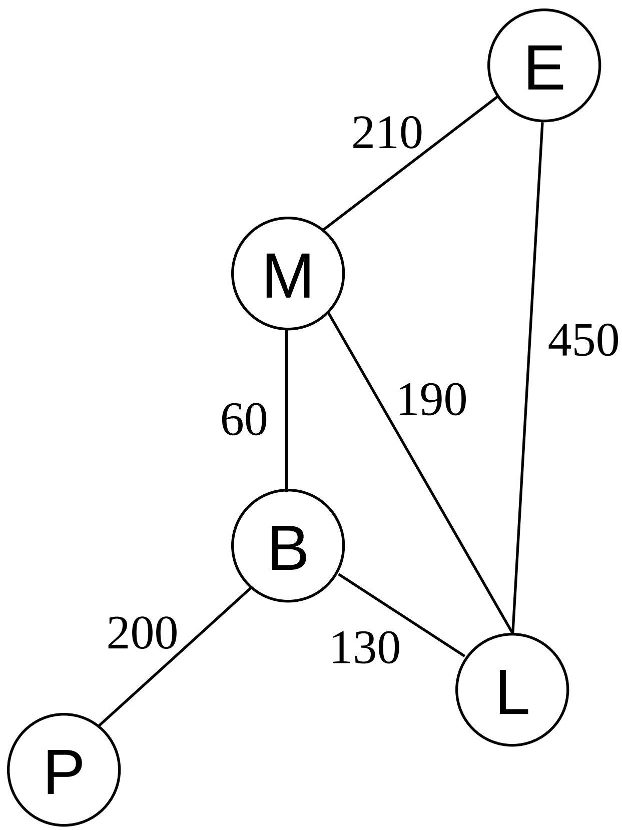
- Longitud de camino
  - El número de arcos que lo forman

Camino entre 4 y 7

P = {4, 6, 9, 7}

Longitud: 3

CAMINOS

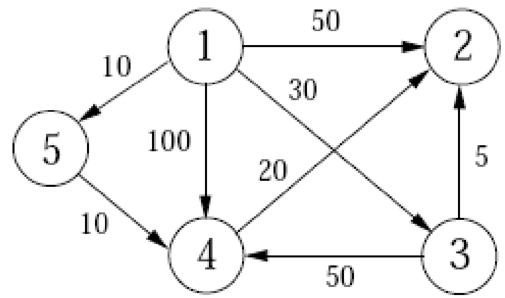


- Un <u>trayectoria</u> o <u>recorrido</u> es una secuencia de nodos $w_1, w_2, \ldots, w_n$ tal que $(w_i, w_{i+1}) \in E$.

- Un recorrido es una lista ordenada de nodos.
  - *<u>Longitud</u>*: número de ramas en el recorrido.
  - *<u>Costo o peso</u>*: suma de los pesos de las ramas del recorrido
  - *<u>Ciclo</u>*: es un recorrido que vuelve al nodo de partida.

CAMINOS DE MÍNIMO PESO

Caminos desde 1 a 2:



Camino	Longitud (peso o coste)
$1 \xrightarrow{50} 2$	50
$1 \xrightarrow{30} 3 \xrightarrow{5} 2$	35
$1 \xrightarrow{30} 3 \xrightarrow{50} 4 \xrightarrow{20} 2$	100
$1 \xrightarrow{100} 4 \xrightarrow{20} 2$	120
$1 \xrightarrow{10} 5 \xrightarrow{10} 4 \xrightarrow{20} 2$	40

OPERACIONES CON GRAFO

- Datos
  - Vértices y
  - Arcos(relación entre vértices)
- Operaciones
  - void AñadirVertice(Grafo G, Vértice V)
    - Añadir un nuevo vértice
  - void BorrarVertice(Grafo G, Genérico clave)
    - Eliminar un vértice existente
  - void Union(Grafo G, Vertice V1, Vertice V2)
    - Unir dos vértices
  - Void BorrarArco(Grafo G, Vertice V1, Vertice V2)
    - Eliminar un Arco
  - bool EsAdyacente(Grafo G, Vertice V1, Vertice V2)
    - Conocer si dos vértices son o no adyacentes

REPRESENTACIÓN

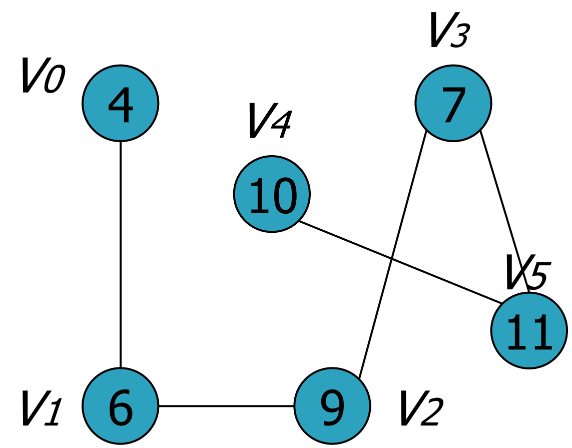
- Dos posibles representaciones
  - Estática: Matriz de Adyacencia
    - Los vértices se representan por indices(0…n)
    - Las relaciones de los vértices se almacenan en una Matriz
  - Dinámica: Lista de Adyacencia
    - Los vértices forman una lista
    - Cada vértice tiene una lista para representar sus relaciones(arcos)

Si el grafo fuese valorado, en vez de 1, se coloca el factor de peso

MATRIZ DE ADYACENCIA

- Dado un Grafo G = (V, A)
- Sean los Vértices V = {V0, V1, … Vn}
  - Se pueden representar por ordinales 0,1,..n
- Como representar los Arcos?
  - Estos son enlaces entre vértices
- Puede usarse una matriz

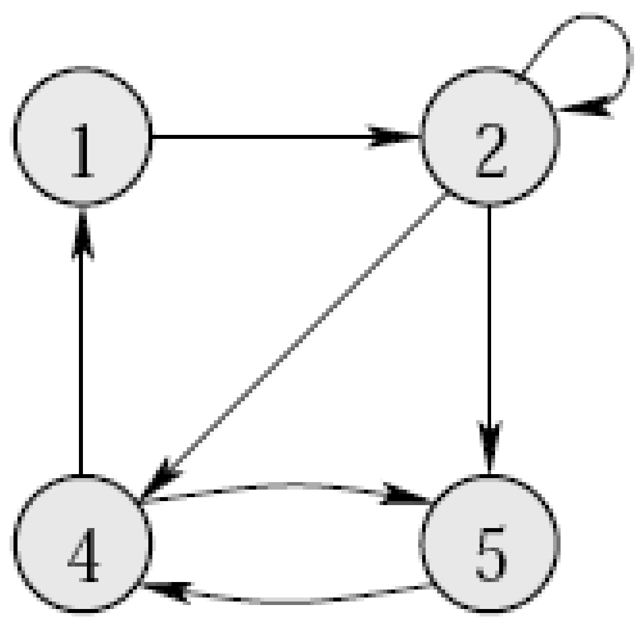
$$a_{ij} \begin{cases} 1, \text{si hay arco} & (Vi, Vj) \\ 0, \text{si no hay arco} & (Vi, Vj) \end{cases}$$



$$\begin{array}{c} \\ V_0 \\ V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} V_0 & V_1 & V_2 & V_3 & V_4 & V_5 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

EJERCICIO

- Crear la matriz de adyacencia del siguiente grafo
- Ejemplificar los nodos y aristas



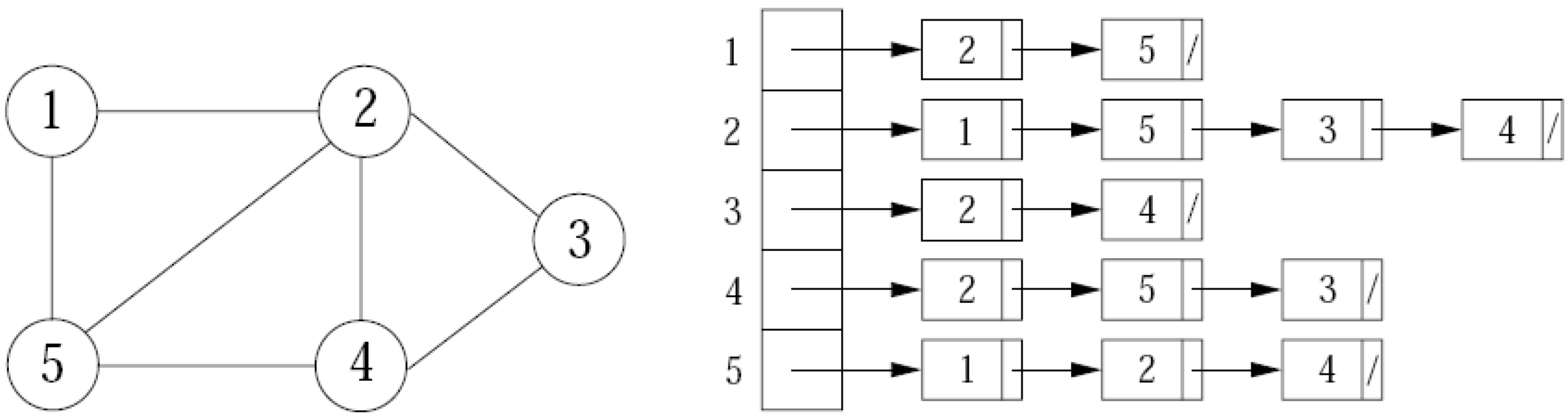
LISTA DE ADYACENCIA

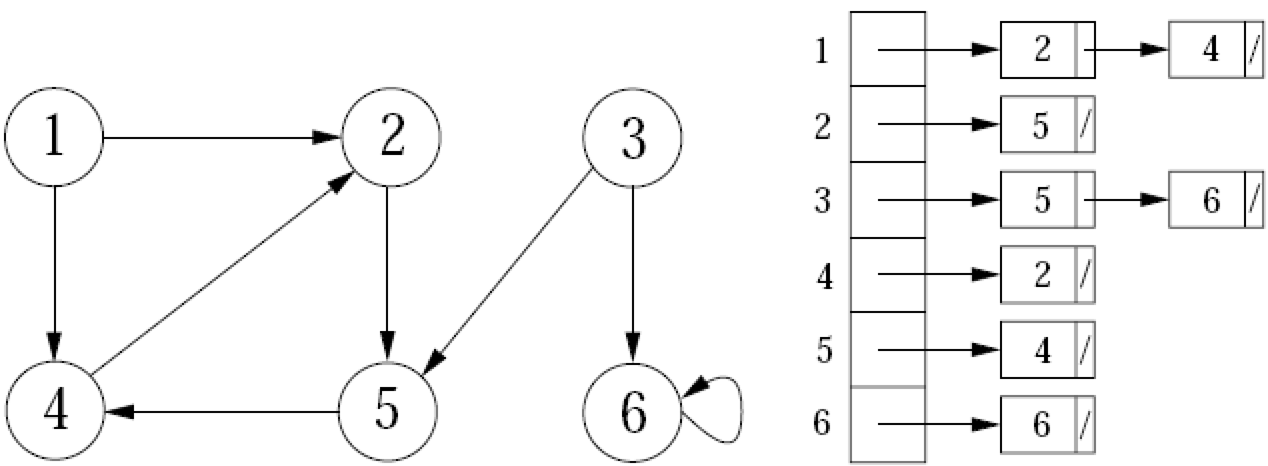
- Si una matriz
  - Tiene muchos vértices y
  - Pocos arcos
  - La Matriz de Adyacencia
    - Tendrá demasiados ceros
    - Ocupara mucho espacio

- Los vértices
  - Pueden formar una lista, no un vector

- Los arcos
  - Son relaciones entre vértices
  - Se pueden representar con una lista x cada vértice

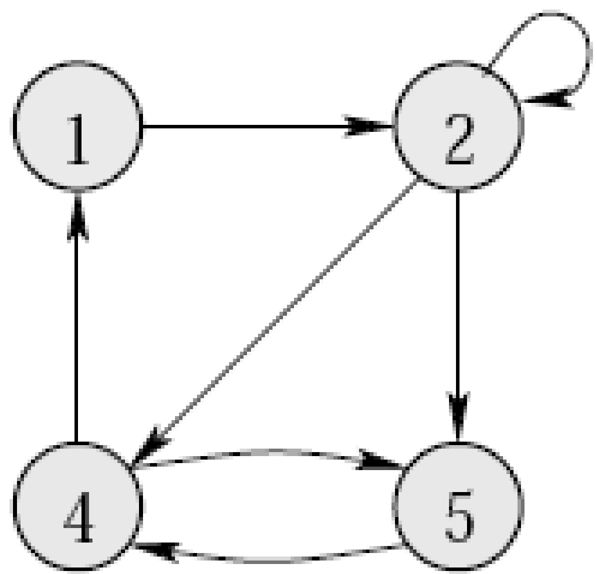
LISTA DE ADYACENCIA



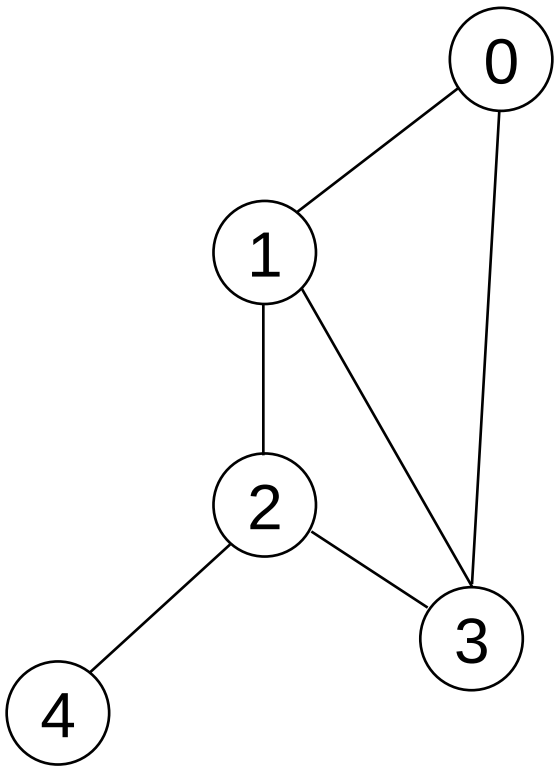


EJERCICIO

- Crear la lista de adyacencia del siguiente grafo



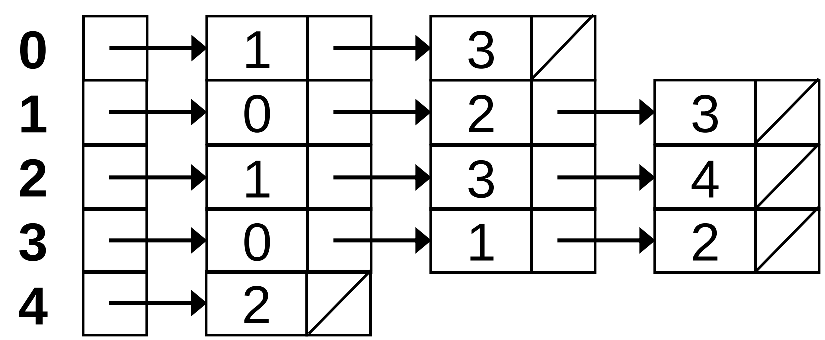
Representación de un grafo no-ponderado no-dirigido



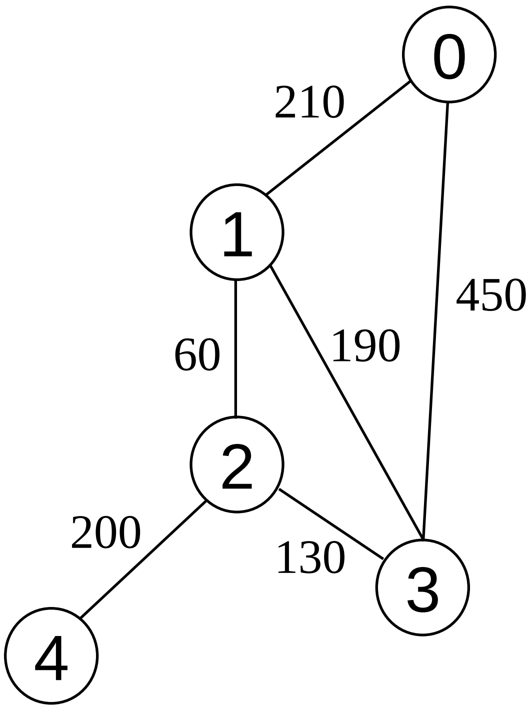
Matriz de adyacencia

	0	**1**	**2**	**3**	**4**
0	0	1	0	1	0
1	1	0	1	1	0
2	0	1	0	1	1
3	1	1	1	0	0
4	0	0	1	0	0

Lista de adyacencia

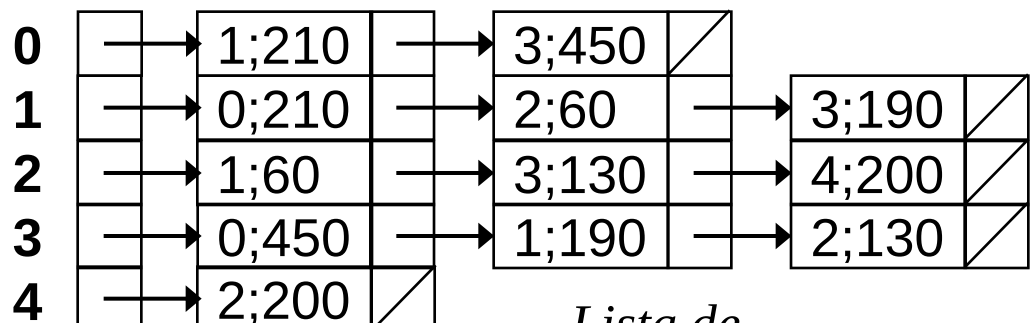


Representación de un grafo ponderado no-dirigido



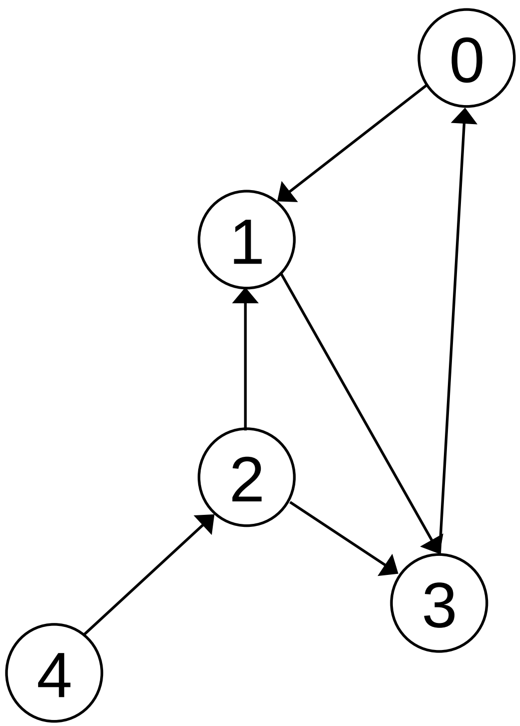
	0	1	2	3	4
0	0	210	0	450	0
1	210	0	60	190	0
2	0	60	0	130	200
3	450	190	130	0	0
4	0	0	200	0	0

Matriz de adyacencia



Lista de adyacencia

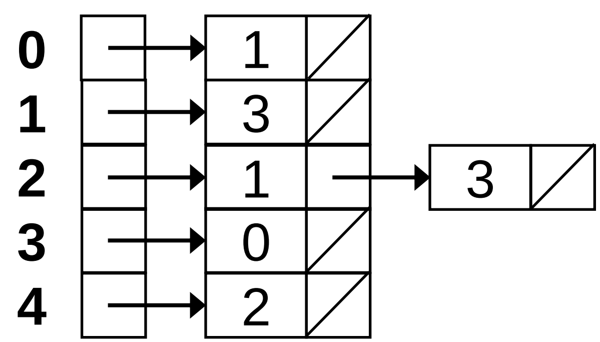
Representación de un grafo no-ponderado dirigido



Matriz de adyacencia

	0	1	2	3	4
0	0	1	0	0	0
1	0	0	0	1	0
2	0	1	0	1	0
3	1	0	0	0	0
4	0	0	1	0	0

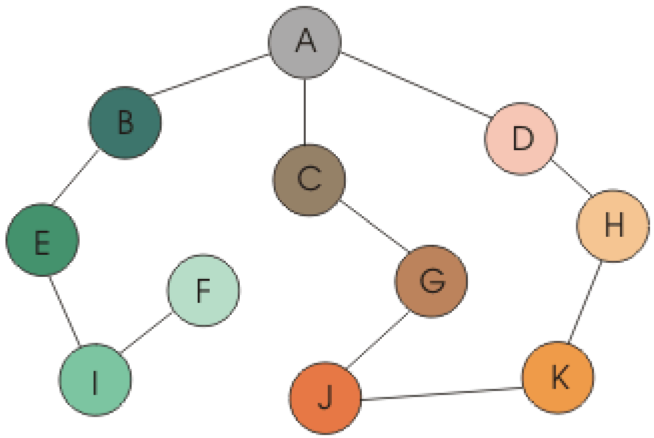
Lista de adyacencia

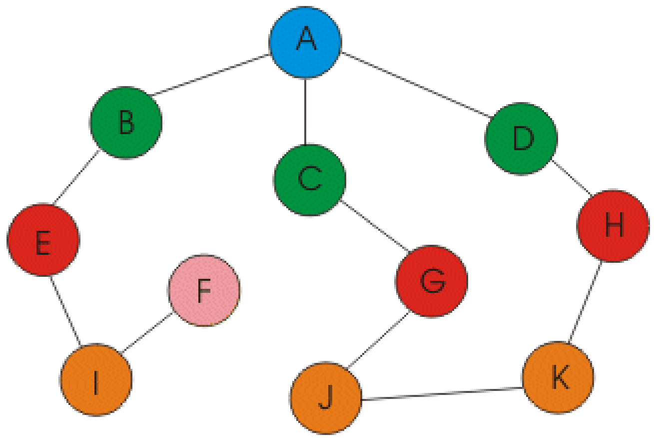


RECORRIDOS DEL GRAFO

- Recorrer un grafo significa visitar todos sus nodos partiendo de un nodo de salida.
- Es muy importante asegurarnos de no ir en círculos (i.e., caer en un ciclo).
- Dos tipos básicos de recorridos:
  - **En anchura**: recorrer el grafo en niveles (de los nodos más cercanos a los más lejanos).
  - **En profundidad**: buscar caminos que parten desde el nodo de salida hasta que ya no es posible avanzar más, después volver atrás en busca de caminos alternativos inexplorados.

RECORRIDOS DE GRAFO





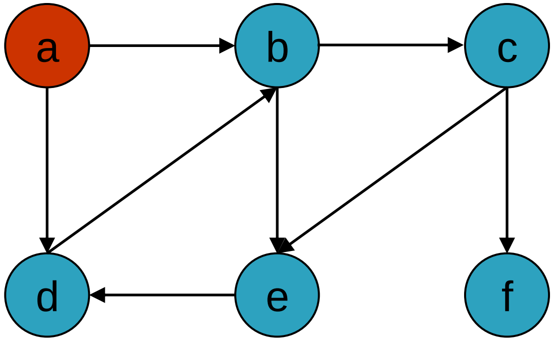
EN PROFUNDIDAD

A-B-E-I-F-C-G-J-K-H-D

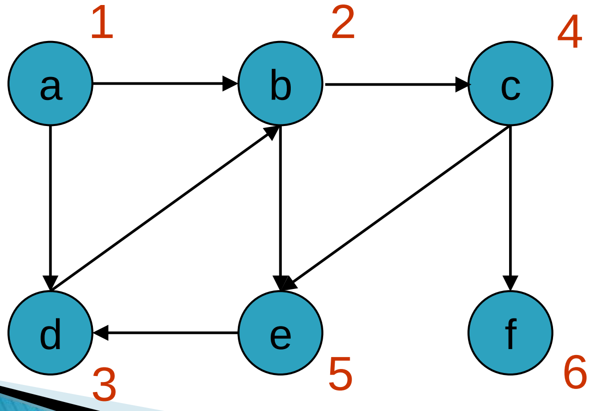
EN ANCHURA

A-B-C-D-E-G-H-I-J-K-F

RECORRIDOS DE GRAFO



En anchura



En profundidad