

Mario Miguel Ojeda  
Roberto Behar

# Estadística, Productividad y Calidad



serie  
Habilidades de  
Ciencia y  
Tecnología

## **Gobierno del Estado de Veracruz**

**Lic. Fidel Herrera Beltrán**

Gobernador del Estado de Veracruz

**Dr. Víctor A. Arredondo Álvarez**

Secretario de Educación de Veracruz

**Lic. Domingo Alberto Martínez Reséndiz**

Subsecretario de Desarrollo Educativo y Cultural

**Profa. Xóchitl A. Osorio Martínez**

Subsecretaria de Educación Básica

**Lic. Rafael Ortiz Castañeda**

Subsecretario de Educación Media Superior y Superior

**Lic. Édgar Spinoso Carrera**

Oficial Mayor

**LAE Edna Laura Zamora Barragán**

Coordinadora de Bibliotecas y Centros  
de Información Documental

**Lic. Andrés Valdivia Zúñiga**

Coordinador para la Difusión y Optimización  
de los Servicios Educativos



# Estadística, Productividad y Calidad

Mario Miguel Ojeda  
Roberto Behar

## **Departamento de Apoyo Editorial**

**Blanca E. Hernández García**  
Encargada del Departamento

**Sergio Nochebuena Bautista**  
Enlace Administrativo

**Elizabeth Polanco Galindo**  
Responsable de Colecciones

**María Elena Fisher y Salazar**  
**Gema Luz Morales Contreras**  
**María de Lourdes Hernández Quiñones**  
**Raquel Medina Silva**  
Apoyos Técnicos

**José Armando Preciado Vargas**  
**Luis Alberto Rodríguez Cortés**  
Corrección

**Milena Gómez Castro**  
Diseño de Portada

**Nubia A. Castañeda Moctezuma**  
**Reyna Velasco López**  
Formación

**Sara del Carmen Solís Arroyo**  
Captura

Primera edición: 2006

D.R. © Mario Miguel Ojeda-Roberto Behar  
D.R. © 2006 Secretaría de Educación de Veracruz  
km 4.5 carretera federal Xalapa-Veracruz  
C.P. 91190  
Xalapa, Veracruz, México

ISBN: 970-687-057-1  
Impreso en México

Estadística, Productividad y Calidad es un texto editado por la Secretaría de Educación de Veracruz del Gobierno del Estado de Veracruz de Ignacio de la Llave. Toda correspondencia dirigirla al Departamento de Apoyo Editorial de la Coordinación de Bibliotecas y Centros de Información Documental de la sev, Av. Araucarias núm. 5, Edificio Orense II, tercer piso, Col. Esther Badillo, C.P. 91190. Tels. 01 (228) 813-98-61 y 813-99-44 (fax). Correos electrónicos: [apoyoeditorialsec@secver.gob.mx](mailto:apoyoeditorialsec@secver.gob.mx) y [daesec05@yahoo.com.mx](mailto:daesec05@yahoo.com.mx) El contenido es responsabilidad de los autores. Se autoriza la reproducción parcial o total del contenido, siempre y cuando se cite la fuente.

## CONTENIDO

<b>Preliminar</b> . . . . .	<b>7</b>
<b>Introducción</b> . . . . .	<b>13</b>
<b>1. Filosofía de la calidad y la estadística</b>	
1.1 Triángulo de la calidad . . . . .	<b>19</b>
1.2 La espiral de la calidad . . . . .	<b>21</b>
1.3 Control evolutivo . . . . .	<b>22</b>
1.4 Contribuciones de Deming . . . . .	<b>23</b>
1.5 Observaciones finales . . . . .	<b>28</b>
<b>2. Principios de la metodología estadística</b>	
2.1 Validez de un estudio . . . . .	<b>31</b>
2.2 La validez en investigaciones que usan métodos estadísticos . . . . .	<b>32</b>
2.3 Aspectos generales de la metodología estadística . . . . .	<b>40</b>
<b>3. Conceptos básicos de estadística</b>	
3.1 Colectivos estadísticos . . . . .	<b>53</b>
3.2 Estudios enumerativos y estudios analíticos . . . . .	<b>54</b>
3.3 Muestreo de procesos . . . . .	<b>56</b>
3.4 Escalas de medición . . . . .	<b>57</b>
3.5 Variabilidad y estadística . . . . .	<b>59</b>

#### **4. Herramientas básicas para el diagnóstico de situaciones**

4.1 Diagrama de flujo . . . . .	62
4.2 Diagrama de causa–efecto . . . . .	64
4.3 La hoja de inspección o de registro . . . . .	67
4.4 Gráfico de barras . . . . .	69
4.5 Diagrama de puntos . . . . .	70
4.6 Diagrama de pareto . . . . .	73
4.7 Diagrama de tallos y hojas . . . . .	75
4.8 Estadísticas de orden . . . . .	77
4.9 Histograma . . . . .	79
4.10 Gráfica de caja . . . . .	84
4.11 Gráfico de desarrollo . . . . .	95
4.12 El correlograma o diagrama de dispersión . . . . .	98
4.13 Diagrama de escalera . . . . .	103
4.14 Estratificación y análisis estratificado . . . . .	103
4.15 Estadísticas descriptivas . . . . .	106

#### **5. Gráficos de control**

5.1 La variabilidad y el control de un proceso . . . . .	109
5.2 Construcción de un gráfico de control . . . . .	112
5.3 Gráficos de control para variables . . . . .	113
5.4 Gráficos de control para atributos . . . . .	120
5.5 Comentarios sobre los gráficos de control . . . . .	128

#### **6. Introducción al muestreo**

6.1 Censos y muestras . . . . .	130
6.2 Planeación de una encuesta . . . . .	130
6.3 Muestreo aleatorio simple . . . . .	131
6.4 Muestreo aleatorio estratificado . . . . .	131
6.5 Muestreo por conglomerados . . . . .	133
6.6 Muestreo sistemático . . . . .	135
6.7 Otros esquemas aleatorios . . . . .	136
6.8 Muestras no aleatorias . . . . .	136
6.9 Tamaño de la muestra . . . . .	137
6.10 Diseño del cuestionario . . . . .	142

<b>Anexo . . . . .</b>	<b>145</b>
------------------------	------------

<b>Referencias . . . . .</b>	<b>173</b>
------------------------------	------------

## PRELIMINAR

Mario Miguel Ojeda, respetado amigo de hace muchos años, me pidió escribir estas líneas como prólogo a la obra *Estadística, Productividad y Calidad*. Como me ocurre con frecuencia, acepté la tarea con ingenuidad, pensando que el tiempo para escribirlo era largo, lo que demuestra la sabiduría de mi abuela; que siempre argüía que no hay plazo que no sea perentorio, y habla muy mal de mi entrenamiento estadístico. Pero esa es otra historia, diría Rudyard Kipling. El caso es que el tiempo feneció y ahora estoy con la repetida angustia de enfrentar la primera página en blanco. A trabajar, pues. La lectura de la obra de Ojeda y su coautor, Roberto Behar me suscita diversas reflexiones sobre la evolución de la paciencia— justificadamente escasa— de los hipotéticos lectores.

Aunque, como escribió Stephen M. Stigler en su magistral ensayo *The History of Statistics. The Measurement of Uncertainty before 1900*. (1986) "...un curso moderno en análisis de regresión está relacionado casi exclusivamente con el método de mínimos cuadrados y sus variaciones", es sorprendente que el método date de 1805 (dejando de lado la controversia entre Legendre y Gauss), pero que haya sido muy poco usado en el siglo XIX en el análisis científico de datos. Por supuesto, esto es más fácil de entender analizando los tres trabajos publicados por Albert Einstein (1879-1955) en 1905, que entronizaron al azar —muy a pesar de Einstein— en el discurso científico del siglo veinte.

La metodología estadística actual tiene su origen en los trabajos de Francis Galton (1822-1911), Karl Pearson (1857-1936), Francis Ysidro Edgeworth (1845-1926) y George Udny Yule (1871-1951), aunque sin duda

fue Ronald Aylmer Fisher (1890-1962) quien la volvió moneda de uso corriente en la investigación científica. Es difícil encontrar métodos estadísticos actuales que no tengan ecos de Fisher, así hablemos de Box, Tukey o Taguchi, para mencionar a tres de los autores más frecuentemente recordados por el contenido de esta obra.

R. A. Fisher nació en un suburbio de Londres en 1890, en una familia de comerciantes, sin antecedentes intelectuales, lo que es una evidencia en contra de la hipótesis de Galton de que el genio es hereditario, como lo sostuvo en su libro *Hereditary Genius* (1869), en el cual busca demostrar, a través de largas listas de personas famosas, que el genio se hereda. (El argumento subyacente en el alegato de Galton es que Charles Darwin y él eran primos hermanos. Su abuelo común, Erasmus Darwin: [1731-1802], fue de los primeros en formular una teoría de la evolución). Pero basta de disgresiones.

Fisher estudió matemáticas en Cambridge a partir de 1909, y para 1911 había dado muestras indubitables de su genio. Joan Fisher Box (ambos apellidos deberían inducir alguna sospecha) ha escrito una excelente biografía intelectual, R. A. Fisher, *The Life of a Scientist*, en la que se elucidan algunos de los muy complejos procesos mentales de su padre. La relación de Fisher con el grupo de Galton y Pearson fue —por decir lo menos— accidentada, aunque en casi todos los casos la razón matemática estuvo de su lado. De 1919 a 1935 Fisher generó el análisis de varianza (basado en la teoría mendeliana de la segregación independiente de los caracteres), y estableció los principios de aleatorización y de análisis para los diferentes diseños experimentales que desarrolló mientras trabajaba en la estación experimental de Rothamsted. En dieciséis años creó prácticamente todos los diseños experimentales que ahora conocemos. Aunque el libro de Ojeda y Behar no tratan estos temas, es menester señalar que dan una introducción a la metodología estadística con orientaciones a las aplicaciones en temas de gestión de la calidad, y así mismo hablan de “control evolutivo” y diseños experimentales.

Aunque es difícil exagerar la influencia de R. A. Fisher en la ciencia del siglo XX, lo intentaré. Una pregunta: ¿quién es el científico más citado entre 1910 y 2000. Si nos atenemos a la numerología, hoy tan en boga para juzgar el valor de los científicos, gracias (¿gracias?) a Eugene Garfield y su *Institute for Scientific Information*, tendríamos que responder que Fisher. Si contabilizáramos el número de citas —directas o indirectas— de su trabajo, éste sería superior al de cualquier otro autor, porque cada vez que se habla de diseños experimentales, de pruebas de bondad de ajuste, de pruebas y niveles de significancia, de tipos sanguíneos (y un muy extenso etcétera) nos estamos refiriendo a Fisher.

En México, la práctica de la estadística ha estado dominada mayormente por los principios fisherianos, casi siempre en la experimentación

agrícola. Las razones son evidentes. Fisher desarrolló casi todo su trabajo estadístico en Rothamsted, una estación experimental dedicada originalmente a comparar fertilizantes de origen químico. Sus estudiantes fundaron escuelas de métodos estadísticos en Estados Unidos de América (George W. Snedecor en Iowa; y Gertrude Cox y W. G. Cochran en North Carolina) y, en la India, P. V. Sukhatme y Mahalanobis. Aunque parezca increíble, estamos hablando del primer tercio del siglo xx. Los primeros estadísticos mexicanos fueron ingenieros agrónomos como Emilio Alanís Patiño, quien fue becado por otro agrónomo —Juan de Dios Bojórquez— para estudiar con Corrado Ginni en Italia, en 1931. Desde allí hasta 1959 hay un largo tramo, pues fue hasta ese año que tuvimos a nuestro primer doctorado en la disciplina: Basilio Alfonso Rojas Martínez; el segundo fue José Nieto de Pascual. Ambos se graduaron en la *Iowa State University*.

Basilio Rojas creó —en Chapingo— el primer programa de maestría en estadística en México, hace más de cuarenta años. En consecuencia, todavía en 1975 prácticamente todos los estadísticos mexicanos eran profesionales de la agronomía, al igual que en EE. UU., donde las más prestigiadas cátedras de estadística se ubicaron inicialmente en los *Land-Grant Colleges*. Paulatinamente, los métodos desarrollados por Fisher en el contexto de la experimentación agrícola se extendieron a la industria y, aunque más lentamente, a las ciencias sociales. Seguramente los países en los que la industria adoptó primero las técnicas estadísticas fueron Estados Unidos de América y Reino Unido, por su avanzado desarrollo científico e industrial. A ello habría que añadir que en la industria es muy sencillo instrumentar arreglos factoriales con dos o más niveles, sin los problemas de heterogeneidad del material experimental que ocurren inevitablemente en la agricultura (y en la biología en general) cuando se tiene un número grande de tratamientos.

Este texto se ha alargado abusivamente, por lo que debo argumentar que esta verborrea era necesaria para fundamentar las razones por las que considero que la publicación de este libro es una muy buena nueva para la profesión estadística. El rezago del país en materia de control de calidad es la suma de lo que expuse como razones derivadas del desarrollo histórico de la estadística, más la peculiar circunstancia mexicana, en la que una política de protección excesiva a la industria (la sustitución de importaciones) favoreció una producción industrial de baja calidad y alto costo (además del contrabando, por supuesto). Actualmente, a doce años de la firma del Tratado de Libre Comercio de América del Norte, es imposible que cualquier industria nacional (incluyendo la agricultura de exportación) subsista sin un control de calidad adecuado. Sólo eso bastaría para celebrar la aparición de esta obra. Pero además debo destacar la sencillez de la metodología presentada, así como la buena factura del texto, ambas cualidades agradecibles. Desde hace muchos años sostengo que las matemáticas son necesarias para entender la estadística, pero no pueden

suplantarla. Finalmente, y este *dictum* es tan parcial como otro cualquiera, la estadística es sólo el sentido común cuantificado probabilísticamente. Actualmente cualquier computadora (y además de bajo costo) puede analizar cantidades exorbitantes de datos —e inducir a conclusiones erróneas de magnitud similar—. Pero como solía sentenciar un antiguo maestro en mi ya distante juventud: “la estadística no es un sustituto de la inteligencia”. O, para decirlo con las palabras de August Dupin, el protodetective de Edgar Allan Poe: "Yet, to calculate is not in itself to analyze". Estoy seguro que la obra de Ojeda y Behar contribuirá sustancialmente a la comprensión de la metodología estadística, en especial en el campo del control de calidad. Le deseo —y pronóstico— una larga vida.

Said Infante Gil  
Chapingo, México, 2006.

Este libro está dedicado a los profesores de Veracruz, en México y del Valle del Cauca en Colombia. A aquellos que creen no saber mucho de estadística, y a quienes les interesan genuinamente los temas de productividad y calidad.

Los autores

Lo que nos impide que sepamos es lo  
que creemos saber.

Ezequiel Martínez Estrada

Si supiéramos lo que creemos saber,  
sabríamos mucho.

Paco Ignacio Taibo I

Hasta el saber cansa, cuando es saber  
por oficio.

Sor Juana Inés de la Cruz

## INTRODUCCIÓN

El siglo que recién inicia está marcado por un vertiginoso desarrollo en la ciencia y la tecnología que inevitablemente alterará aún más la organización social y productiva. Existen evidencias de una constante de cambios en la forma de concebir y realizar las actividades en los diversos ámbitos del quehacer humano, y esta constante se debe al uso intensivo del saber. Es común llamar a este siglo el de la información y el conocimiento, de la tecnología y las telecomunicaciones y, en gran medida, esto es gracias a la constante ya señalada, pero además a la capacidad que nos brinda la tecnología para procesar y comunicar grandes volúmenes de datos.

En este escenario resulta imprescindible comprender y asumir como norma de conducta que los datos por sí mismos no son información, que la información no es en sí conocimiento, y que el conocimiento para adquirir valor debe asociarse a la acción, debe normar y orientar la toma de decisiones. Aunque esta verdad evidente era conocida y predicada desde hace décadas, hoy debe constituirse en el eje del pensamiento de cualquier ciudadano que aspire a compartir esta visión totalizadora y global. Lo que está atrás de este logro es el triunfo del pensamiento científico y racional sobre otras formas de concebir el mundo y su desarrollo.

Podemos decir que la humanidad se mueve hacia el uso cada vez más generalizado de una metodología y una tecnología para aplicar el conocimiento, para obtenerlo correctamente y para hacerlo útil en el marco de tareas científicas, técnicas y de la vida cotidiana. En este contexto se unen ideas y métodos que provienen de varias disciplinas: la gestión, la informática y la estadística, por mencionar las más importantes. En este

sentido se habla hoy de la gestión del conocimiento y de sus estrategias, métodos y herramientas.

Por otro lado, no podemos negar que la productividad ha sido un afán de la humanidad desde la Revolución Industrial, y que han aparecido técnicas y metodologías para su análisis y para buscar su incremento en cualquier ámbito de la actividad humana. En este devenir, la ingeniería y la tecnología han encontrado las razones de su desarrollo, y por este motivo hay disciplinas como la investigación de operaciones y algunas áreas de la matemática aplicada, como la optimización, que ya tienen presencia significativa en muchas esferas científicas y de profesiones.

Continuando con esta espiral de desarrollo, en las décadas de los ochenta y noventa del siglo xx, surgió y se desarrolló vertiginosamente la llamada Revolución de la Calidad; dicho movimiento puso a la calidad no como un fin sino como un medio imprescindible en el logro de los objetivos y las misiones organizacionales. A tal grado ha impactado esta forma de concebir los logros y desempeños que en la actualidad la evaluación de la calidad y las metodologías para su diseño, análisis y mejora ocupan un cuerpo de conocimientos fundamentales para ingenieros, técnicos y científicos, pero al mismo tiempo para trabajadores de todos los niveles, tanto de las esferas de la producción como de la administración y la educación.

A pesar de que la productividad y la calidad son dos conceptos que en sí mismos se reconocen como importantes y forman parte de una cantidad inmensa de discursos, alocuciones y pláticas diarias, son poco asumidos hasta sus últimas consecuencias. Lo mismo pasa con el pensamiento científico; se ha detectado a través de muchos estudios alrededor del mundo que grandes esfuerzos de capacitación y educación para el trabajo reiteran en estos temas, entonces ¿por qué resulta difícil afiliarse a estos paradigmas y pensar y hacer las cosas en consecuencia?

Quienes escribimos este libro somos estadísticos de profesión y no sólo hemos trabajado como profesores en escuelas, sino que hemos fungido como asesores, consultores y también como instructores de capacitación. Este tipo de tareas nos han permitido entender mucho acerca de las dificultades del aprendizaje de los conceptos clave de la estadística. Y tenemos que decir, como punto de partida, que a la estadística la concebimos como una metodología y una tecnología que permite buenas prácticas para obtener y aplicar el conocimiento. En este sentido, y por razones de la importancia y significación de la calidad y la productividad, gran parte de nuestro trabajo ha estado orientado a organizaciones productivas como industrias y empresas, pero también hemos podido constatar la importancia de la estadística, sus principios y métodos en tareas del sector gubernamental como la educación; de modo que queremos enfatizar la relevancia que tiene la promoción del pensamiento estadístico para profesores y estudiantes en los niveles medio superior y superior.

En este libro hemos ensamblado una serie de temáticas que tienen como propósito dar sentido al pensamiento científico y conocer cómo se incorpora al diagnóstico de situaciones, definición de estrategias de mejora y evaluación de impactos. Desde esta perspectiva, *Estadística, Productividad y Calidad* presenta esencialmente temáticas estadísticas en el ámbito de las tareas de identificación de problemas, diagnósticos organizacionales o de procesos y diseño e implantación de estrategias de mejoramiento de la calidad y la productividad. Los ejemplos e ilustraciones se refieren a organizaciones productivas, de servicios y en el ámbito de la educación, con lo que se demuestra que los conceptos, principios y técnicas son de aplicación general. Por tal motivo, proponemos estos contenidos como fundamentales para la formación de un pensamiento estadístico del ciudadano del nuevo mundo.

Con la apertura de las economías, la multiplicación de los tratados comerciales, los avances tecnológicos y del conocimiento en disciplinas como administración, ingeniería, psicología e informática se ha incrementado considerablemente la atención al desarrollo de sistemas, modelos y “nuevos enfoques” para abordar las tareas de mejoramiento productivo y de la calidad. Ya no se habla solamente de esto asociado a los procesos industriales o de manufactura, sino que también se incluye a todo tipo de organizaciones, como las empresas de servicios, entre las que podemos mencionar aquellas de carácter público como gobiernos, hospitales y escuelas.

Por otro lado, los conceptos, los conocimientos y las habilidades asociados a este desarrollo no solamente interesan a los mandos superiores o a los encargados de los niveles intermedios en las empresas u organizaciones, sino que se han convertido en una necesidad para los trabajadores administrativos y hasta para los operativos. En el sector educativo es muy importante que maestros y alumnos de la educación media superior y superior conozcan y tengan ciertas competencias para identificar y aplicar este conocimiento en el ámbito laboral y en las actividades de la vida diaria.

En este panorama, las herramientas estadísticas han ganado una popularidad extraordinaria y cada día son más aceptadas y valoradas por su potencial para apoyar de manera significativa los diagnósticos de procesos, en la identificación de problemas y puntos críticos y, en términos generales, en las tareas de mejoramiento continuo. Es una realidad el hecho de que el conocimiento adecuado de la metodología estadística es ya demandado en el ámbito del desarrollo empresarial, y no sólo en los procesos industriales y de manufactura donde la estadística ha tenido bastante aplicación y desarrollo. Hay que destacar que no son sólo los conocimientos sobre herramientas especializadas los que son requeridos a nivel general, sino también aquellos sobre herramientas básicas y métodos cuyo valor práctico ha sido probado en países con un desarrollo significa-

tivo en cuanto a la calidad y productividad, como Japón y Estados Unidos de América. Cabe hacer notar que en Japón estos conocimientos se aprenden en el nivel medio y medio superior, y se aplican en todos los ámbitos de las organizaciones productivas; además, son conocidos y aplicados por el ciudadano común, porque hoy más que nunca la toma de decisiones en todos los espacios de la sociedad se debe realizar de manera racional, utilizando los conocimientos técnicos y científicos.

La metodología estadística básica para la realización de actividades que mejoran la eficiencia y la productividad dentro de una organización, es fundamental. Sin embargo, su aprendizaje y adecuado uso enfrentan una serie de mitos y dificultades; el más conocido es que la estadística es difícil y que su aprendizaje requiere arduas tareas de cálculo. Nada es más falso: en la actualidad la estadística se puede aprender de manera sencilla, dada la disposición del *software* estadístico y el acceso a los computadores, por tal motivo su uso no requiere mayores esfuerzos. En este sentido el énfasis ya no debe ponerse sobre los procedimientos de cálculo o en la elaboración de cuadros y gráficos; todo eso puede ser hecho a través del apoyo informático, lo que realmente importa es el razonamiento estadístico apropiado para tener las habilidades que permitan identificar y plantear los problemas, así como diseñar estrategias para resolverlos de la manera más eficiente —buscando usar el menor tiempo y los menores recursos—. Lo importante es entender cuándo debe usarse un método o una herramienta estadística, cómo debe emplearse, y una vez que se han obtenido los resultados, la manera correcta de interpretarlos.

Tal situación implica una serie de conocimientos sobre la metodología estadística en general y el proceso de aplicación de la misma. Éstos no son difíciles de entender ni de poner en práctica, pero implican un cambio en la visión de esta disciplina.

Los libros sobre metodología estadística son diversos en cuanto a su cobertura y profundidad en el tratamiento de los temas relacionados con los principios, procedimientos y las herramientas básicas; sin embargo, son escasos aquéllos con un enfoque actualizado y que pongan énfasis en las ideas clave para el buen uso de la metodología estadística. Esa es la razón principal por la que se decidió desarrollar *Estadística, Productividad y Calidad*, que esencialmente incluye herramientas estadísticas enfocadas a las tareas de mejoramiento de la calidad y la productividad, y responde a las necesidades identificadas en los distintos contextos organizacionales. Con esto pretendemos desterrar el mito de que el aprendizaje de la estadística requiere arduas tareas de cálculo; también buscamos un cambio de actitud hacia la estadística en general, sustentando la necesidad de adquirir mayores conocimientos.

El texto sostiene que las herramientas estadísticas son un elemento imprescindible en todos los programas de mejoramiento de la productividad y

de la eficiencia en las diversas tareas que se presentan en una organización, y como tales hay que conocerlas y dominarlas para saber cuándo y cómo usarlas adecuadamente. La prédica que se repite es que los métodos estadísticos no sustituyen a las buenas ideas, ni a los propósitos, ni al buen conocimiento de los procesos, ni a las actitudes positivas del personal hacia el mejoramiento, sino que son auxiliares valiosos para conocer mejor dichos procesos, para sustentar las acciones correctivas y, en general, para tomar decisiones con respaldo en información relevante, oportuna y confiable. Este texto está organizado de la manera siguiente:

En el primer capítulo se presenta una serie de aspectos relacionados con la importancia de la estadística en el contexto del mejoramiento de la calidad, tratado desde una perspectiva sistémica. Además, se revisan brevemente las contribuciones de Deming y se plantea un punto de vista sobre la relación calidad-estadística. Indudablemente este capítulo es el marco conceptual que envuelve y da sentido a la aplicación de los principios y las técnicas estadísticas a lo largo del libro *Estadística, Productividad y Calidad*.

En el segundo capítulo se trata una serie de temáticas fundamentales para comprender el proceso de aplicación de la estadística; se introducen conceptos como validez interna y externa de estudios técnicos o investigaciones estadísticas, y se discute el papel de la representatividad y la comparabilidad; asimismo, se hace una descripción general del proceso de aplicación de la metodología estadística en el contexto de una investigación o un estudio técnico. Esperamos que la lectura de este capítulo propicie una visión general sobre para qué, cómo y cuándo deben usarse los principios, los métodos, las técnicas y los procedimientos de la metodología estadística. Se destaca además la importancia del diseño estadístico, aunque también se trata lo relativo al análisis de los datos, sin dejar de lado la importancia de elaborar un buen informe o reporte, o la simple presentación ejecutiva de los resultados.

En el tercer capítulo se presenta una serie de conceptos básicos de la estadística. La idea es dar orden e ilustrar cada uno de los aspectos que se consideran clave como antecedente para un mayor y mejor entendimiento de lo que se presentará en el siguiente capítulo. Se pone énfasis en el entendimiento de la relación de control y disminución de la variabilidad, del concepto de muestreo de procesos y a la caracterización de estudios enumerativos y analíticos.

En el cuarto capítulo se presentan las herramientas estadísticas que se clasifican como básicas; algunas de ellas han sido ampliamente promocionadas en los talleres de capacitación que se han puesto de moda en años recientes y son muy conocidas, al grado que podríamos calificarlas como de conocimiento popular. Entre éstas podemos mencionar al diagrama de flujo, al diagrama de causa y efecto, al gráfico de pareto, al diagrama de

dispersión, al histograma, la hoja de registro y el gráfico de control (llamados a veces Los Siete Magníficos). También son bastante conocidos los gráficos de pastel, de barras y de desarrollo o de serie de tiempo. No es el caso del diagrama de tallos y hojas, las gráficas de cajas y el diagrama de puntos, los cuales se constituyen en herramientas exploratorias de gran utilidad pero que aún son poco conocidas fuera del gremio académico. El tratamiento que se da de las herramientas básicas es de manera integrada y con énfasis en cómo funcionan, cuándo se recomienda usarlas y cómo interpretarlas. En el anexo se incluye un ejemplo ilustrativo integral que muestra el uso combinado de las herramientas presentadas.

En el capítulo quinto se trata en forma específica las herramientas más usadas en el control estadístico de procesos, los llamados gráficos o cartas de control. Su presentación está precedida del análisis de conceptos básicos de control y de intervención de procesos, lo que consideramos constituye una aportación para profesores y estudiantes en los niveles medio y medio superior.

El capítulo sexto se dedica a la temática del diseño de muestras para la realización de encuestas a través de cuestionarios; se describen los principales diseños probabilísticos, se incluye una discusión sobre el problema del tamaño de muestra y se aborda su cálculo en las situaciones más elementales.

Estamos seguros de que la estructura de este trabajo es interesante, y esperamos que su contenido motive a maestros y estudiantes a considerar una nueva visión de la estadística, la cual es imprescindible para el ciudadano del siglo XXI.

Finalmente, no podemos dejar de agradecer a quienes han contribuido de manera importante en la integración y composición de la versión final de este libro: a Rosa Elena Martínez, Guillermo Cruz, Vanessa Arroyo y Betsabé Vázquez de la Universidad Veracruzana, y a Carlos Armando Alvear y Madeline Melchor de la Universidad del Valle, de Cali. Asimismo, reconocemos la contribución de profesores y estudiantes que han usado versiones preliminares o partes del material que aquí se presenta y que han hecho observaciones y sugerencias para mejorar la redacción y presentación. De alguna manera *Estadística, Productividad y Calidad* es una obra colectiva, aunque, por supuesto, los autores asumimos toda la responsabilidad.

Xalapa, Veracruz, 2006.  
Los autores

## 1. FILOSOFÍA DE LA CALIDAD Y LA ESTADÍSTICA

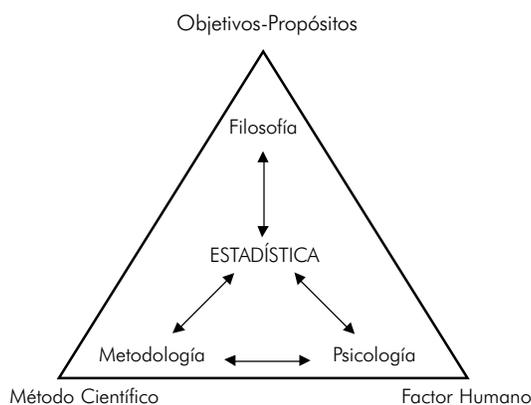
La estadística ha adquirido gran importancia en muchas esferas de la actividad productiva, tanto en la industria manufacturera y de servicios como en los negocios en general; este es un movimiento mundial que se conoce como "La Revolución de la Calidad", en el que conceptos como productividad, competitividad, excelencia y calidad total han tomado un lugar central en el armazón de modelos para el mejoramiento continuo. Aunque las ideas básicas, los conceptos y los procedimientos tienen una historia de varias décadas, los enfoques filosóficos recientes les han dado frescura y los han hecho aparecer como novedoso, pero en general las herramientas y técnicas que se usan no son nuevas, aunque algunas se han propuesto recientemente.

Lo anterior ha permitido una revaloración de la metodología estadística; le ha dado importancia capital al desarrollo de programas de capacitación, aunque con frecuencia, y a pesar de la clara vinculación estadística-calidad, los principios y métodos estadísticos se presentan de manera desvinculada. En este capítulo se exponen ideas generales sobre la filosofía de la calidad, destacando el papel de la estadística.

### 1.1 Triángulo de la calidad total

En lo que se denomina administración de la calidad concurren varias disciplinas, tales como: psicología, administración, estadística e ingeniería. Lo que se conoce como calidad total es un enfoque que considera una concepción sistémica en el proceso de administración de la calidad;

esto es, considera que la calidad es dinámica (calidad es cumplir con los requerimientos del cliente, todo el tiempo); considera que la calidad busca la optimización de costos (...al menor precio); y considera que para lograrla hay que comprometer a todas y a cada una de las partes que intervienen en el proceso (... involucrando a todos). En este enfoque hay tres aspectos que son complementarios para el logro del mejoramiento continuo y se presentan en el triángulo de la calidad (Gráfico 1.1).



**Gráfico 1.1** Triángulo de la calidad: aspectos fundamentales y necesarios para el mejoramiento continuo

La definición clara de los objetivos, los propósitos y las metas para el funcionamiento del sistema (proceso, empresa, fábrica, etc.) es la “cabeza” del mejoramiento continuo. Por otro lado, querer hacer las cosas no es suficiente, hace falta saber cómo hacerlas, y esto lo permite el método científico y el conocimiento de los principios, procedimientos y técnicas para diagnosticar, intervenir y monitorear el proceso (la metodología) y, finalmente, la consideración del factor humano es fundamental para el logro de un objetivo en el sistema: todos deben saber y estar comprometidos y motivados, para que cada miembro del equipo realice la contribución necesaria para alcanzar el mejoramiento continuo.

La estadística concursa con el aprovisionamiento de metodologías, pero también apoya con los principios y conceptos básicos para adoptar una metodología acorde, considerando causas atribuibles y aleatorias en el funcionamiento del proceso.

En este sentido, no hay modelos para conseguir el mejoramiento en la calidad, éstos se deben buscar de manera sistemática con el avance del conocimiento del proceso, registrando y analizando datos e interpretando

los resultados. Esto se puede hacer en el contexto de la escuela, pero también en el salón de clase. Las herramientas estadísticas, básicas y avanzadas tienen como propósito brindarnos apoyo en esta tarea. Por otro lado, hay una serie de principios y métodos de trabajo gerencial, de ingeniería y de manejo de los recursos humanos que deben tenerse en cuenta en la confección de un sistema adaptado a las necesidades y condiciones de la organización. Una escuela para ser de calidad requiere de un sistema de gestión y de mejora de desempeño y resultados.

## 1.2 La espiral de la calidad

El surgimiento de modas respecto al uso de “modelos” para la calidad ha generado una serie de confusiones respecto al control de calidad, el mejoramiento continuo y la administración de la misma calidad. El enfoque del control total de la calidad o gestión de la calidad como también se le llama, es un enfoque racional que permite, de manera clara, entender que los tres aspectos presentados en el triángulo son necesarios en conjunto. En ese sentido pueden existir modelos generales para diseñar e instrumentar sistemas para el control total de la calidad, pero éstos siempre deberán tomar en cuenta las particularidades del proceso que se pretende controlar y mejorar, por lo que requieren de tres aspectos fundamentales:

1. Del conocimiento del proceso —para qué funciona, cómo funciona, cuáles son sus puntos críticos—, lo que implica una fase de diagnóstico.
2. De la intervención del proceso —manipulación de cambios.
3. De la evaluación del impacto de la intervención —diagnóstico posterior.

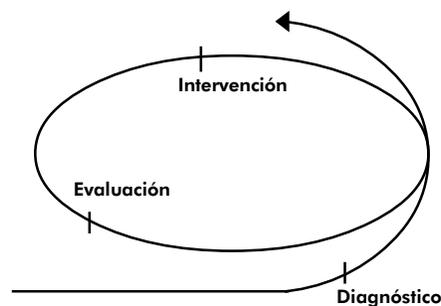


Gráfico 1.2 La espiral de la calidad

Esta idea es la base del mejoramiento continuo, ya que al completar un ciclo se inicia otro, pero en un estadio superior de calidad. En el Gráfico

1.2 se presenta la espiral de la calidad, que resume la idea central del mejoramiento continuo.

En el diagnóstico las herramientas estadísticas son fundamentales. La utilización de todos los datos disponibles para describir el proceso y para identificar los puntos críticos requiere del uso de técnicas estadísticas (análisis de datos), pero también se emplean los principios estadísticos en la definición de otras variables y en la obtención de datos (muestreo y diseño experimental). Un diagnóstico global sobre el funcionamiento del proceso incluirá la identificación de factores que lo influyen sobre variables críticas de calidad (respuesta), la identificación de puntos críticos (problemas en el proceso) y una interpretación racional de la información obtenida dará un plan de intervención que permita “mejorar la eficiencia” del proceso. Muchas de las técnicas que se utilizan en esta fase son básicas y requieren de conocimientos elementales de estadística, pero además exigen una compenetración total con el proceso. La intervención implica el monitoreo de éste; también esto se debe hacer con base en principios y técnicas estadísticas.

La espiral de la calidad fue propuesta por el estadístico Shewhart, en los años treinta, quien también fue creador de los gráficos de control, mismos que serán tratados en el capítulo quinto.

### 1.3 Control evolutivo

Dentro de los enfoques estadísticos del mejoramiento continuo destaca la propuesta denominada control evolutivo (EVOP por su nombre en inglés: *Evolutionary Operation*), la cual plantea una serie de principios y procedimientos generales para diagnosticar, intervenir y monitorear la evolución del proceso, con el propósito de mejorar sus índices de calidad. Se utilizan, además, el diseño estadístico de experimentos y las técnicas de planteamiento, ajuste y diagnóstico de modelos, usando modelos estadísticos lineales. Dado que este tipo de técnicas van más allá del objetivo de este texto, únicamente se mencionarán algunas generalidades.

El papel de la experimentación en el diseño de la calidad y el mejoramiento es indiscutible, y se basa en dos aspectos:

- La necesidad de enfocarse continuamente sobre el estudio del mejoramiento del proceso, con la idea de identificar las oportunidades, lo que implica detectar también factores de influencia en el proceso para plantear una estrategia de mejoramiento.
- La necesidad cada vez más clara del enfoque de la calidad determinada en el diseño de los procesos, y no por la inspección masiva.

Ante tal situación, tanto en Japón como en Estados Unidos de América, y dentro de la corriente de mayor promoción de uso de las herramientas estadísticas en las tareas de mejoramiento de la calidad, se ha propuesto el

uso intensivo de los llamados diseños experimentales y la construcción de modelos empíricos. Así, además del EVOP, recientemente ha emergido el enfoque de la experimentación por el Método de Taguchi, en el cual el diseño de la calidad se enfoca sobre: 1) el diseño del sistema; 2) el diseño de parámetros; y 3) el diseño de tolerancias. Ambos enfoques destacan el valor de la metodología estadística.

Para aplicar el enfoque del control evolutivo es necesario:

1. Que el más alto responsable del proceso conozca qué es y esté convencido de su utilidad.
2. Que los superintendentes e ingenieros del proceso tengan suficiente conocimiento para iniciar, desarrollar e interpretar el programa.
3. Que los operadores del proceso comprendan con claridad los objetivos del programa y tengan suficiente entrenamiento en el método de operación y en la evaluación de sus efectos.

Como se puede ver, este enfoque se ha pensado y aplicado intensivamente sobre procesos industriales, y su mayor ventaja es que la experimentación se aplica a gran escala; es decir, los experimentos se plantean y desarrollan con la planta en funcionamiento. Sin embargo, también podrían responder a situaciones de innovación educativa que se aplican a un subsistema completo. Para trabajar con estas metodologías es preciso pasar por una serie de etapas en el diagnóstico e intervención de los procesos, mismos que se emplean en una etapa avanzada de instauración de un sistema de mejoramiento de la calidad y la productividad. En este sentido la gestión de la calidad educativa cuenta con un esquema de referencia que no se puede menospreciar.

## 1.4 Contribuciones de Deming

El estadístico Edwards W. Deming murió en diciembre de 1993. Trabajó incansablemente hasta principios de ese año. Nació y vivió con el siglo xx. Desarrolló un gran número de técnicas estadísticas, publicó muchos artículos científicos y libros técnicos, pero se dio a conocer mundialmente por sus contribuciones a la filosofía de la calidad y mucha gente lo identifica como el padre del control de la calidad. Se le vincula al milagro japonés de la década de los ochenta, cuando Deming fue descubierto en su propia tierra, Estados Unidos, porque hasta entonces era sólo conocido en un reducido sector industrial y, sobre todo, entre la comunidad estadística.

Sus contribuciones fueron determinantes para el desarrollo de la escuela japonesa del control de la calidad. Desde que fue a Japón por primera vez con la misión de ayudar al perdedor de la Segunda Guerra Mundial, fue escuchado con atención por los científicos, ingenieros y empresarios de la entonces, nación en ruinas. Deming condujo seminarios donde explicó la razón por la que en Estados Unidos se había abando-

nado la práctica del control de la calidad. Expuso su visión a través de las Siete Enfermedades Mortales y los obstáculos, y planteó un método general basado en los famosos Catorce Puntos, para constituir y consolidar un sistema para la búsqueda permanente de la calidad (cuadros 1.1, 1.2 y 1.3). Asimismo, reformuló la visión de la administración introduciendo una concepción sistémica y enseñó que las herramientas estadísticas son fundamentales en las tareas de diagnóstico y diseño de un proceso.

Todas estas enseñanzas que promovió en Japón las había obtenido de las malas prácticas que observaba en la gerencia norteamericana, donde desde 1936 se usaban las técnicas estadísticas, pero en la década de los cuarenta se habían abandonado por “no considerarlas necesarias”, ya que todo lo que se producía se vendía. Deming pensaba que la parte más importante del problema de la mala calidad se explicaba por malas prácticas y una inadecuada filosofía de la gerencia. Afirmaba que para instaurar un sistema de mejoramiento continuo debe existir, primero, un compromiso del más alto nivel de la empresa: la alta gerencia. Sus críticas más fuertes se orientaban a la forma de administrar una organización, lo que lo obligó a desarrollar un método gerencial.

Trabajó después de 1980 con varias y grandes compañías norteamericanas en la instrumentación de un sistema de mejoramiento de la calidad, enseñando la forma en que funcionaban sus Catorce Puntos. Desarrolló una gran cantidad de seminarios para convencer sobre el provecho de la adopción de su filosofía, dejando así un legado para la humanidad, el cual aún no ha sido valorado en su justa dimensión.

Cuando se hace una lectura descontextualizada de los Catorce Puntos de Deming (Cuadro 1.1), éstos pueden parecer una serie de buenas recomen-

1.	Ser constante en el propósito de mejorar los productos y los servicios
2.	Adoptar la nueva filosofía
3.	No depender más de la inspección masiva
4.	Acabar con la práctica de adjudicar contratos de compra basándose exclusivamente en el precio
5.	Mejorar continuamente y por siempre el sistema de producción y de servicio
6.	Instituir la capacitación en el trabajo
7.	Instituir el liderazgo
8.	Desterrar el temor
9.	Derribar las barreras entre los departamentos
10.	Eliminar los eslóganes, las exhortaciones y las metas para la fuerza laboral
11.	Eliminar las cuotas numéricas
12.	Derribar las barreras que impiden el sentimiento de orgullo que produce un trabajo bien hecho
13.	Establecer un vigoroso programa de educación y reentrenamiento
14.	Tomar medidas para lograr la transformación

**Cuadro 1.1** Los Catorce Puntos de Deming

daciones, pero que en muchas situaciones no son aplicables. De hecho, cuando se presentan en seminarios o cursos aparecen como “cosas difíciles de llevar a la realidad”. Incluso la reacción de los participantes es que no es posible adaptar un sistema basado en ellos, salvo que se haga “una revolución”. Y efectivamente, ese fue el planteamiento de Deming, quien en una entrevista expresó: “...en 1945 dije a los japoneses que si hacían las cosas así, en cinco años estarían viendo los resultados, y me creyeron...”. En aquel tiempo nadie quería escuchar a Deming en Estados Unidos, pero después del éxito de las empresas japonesas y de la situación de crisis que en 1980 se dio en ese país, la filosofía de Deming fue aceptada.

En la actualidad hay un gran esfuerzo por parte de los administradores, ingenieros y promotores de la calidad por impulsar las enseñanzas de Deming y adaptarlas a modelos gerenciales, a través de manuales y procedimientos para instrumentar el cambio. Sin embargo, la filosofía de cambio de Deming plantea una serie de premisas que no aceptan otra cosa que un cambio revolucionario en la empresa, con metas a mediano y largo plazos, con un enfoque sistémico, considerando a los trabajadores en una dimensión más humana y replanteando la organización en función de procesos y flujos. La instrumentación de un programa basado en los Catorce Puntos encierra, como primer paso, tomar conciencia de las llamadas Siete Enfermedades Mortales (Cuadro 1.2) y de los obstáculos para la calidad (Cuadro 1.3), los cuales se constituyen en prácticas corrientes por parte de muchas organizaciones. El segundo paso implica la adopción de la filosofía y el método, el cual no es un modelo ni tampoco recetas de cómo actuar, ya que incluso la metodología de trabajo para instrumentar un sistema basado en la filosofía de Deming requiere de trabajo al nivel de toda la organización.

En tal sentido, como se ha planteado en las primeras secciones de este capítulo, se debe tomar en cuenta tanto la filosofía como la metodología basada en el método científico, sin dejar de lado el factor humano. Lo demás es trabajar de manera sistemática sin perder de vista la idea central en la espiral de la calidad.

1.	La falta de constancia en el propósito
2.	Énfasis en las utilidades a corto plazo
3.	Evaluación del desempeño, clasificación según el mérito o análisis anual
4.	Movilidad de alta gerencia
5.	Manejar una compañía basándose sólo en cifras visibles (“contando dinero”)
6.	Costos médicos excesivos
7.	Costos excesivos de garantía

**Cuadro 1.2** Las Siete Enfermedades Mortales

En el enfoque de Deming el papel de la consultoría externa es fundamental. Alguien que maneje las tecnologías y metodologías para el diseño de un proceso de incorporación de una organización al sistema de mejoramiento continuo debe ser quien diseñe una estrategia particular y supervise su instrumentación en las fases y partes medulares de la organización. En este sentido, los consultores que aborden tal tarea asumen una alta responsabilidad y compromiso con la organización que asesoran.

1.	Descuido de la planificación y de la transformación a largo plazo
2.	La suposición de que la solución de los problemas, la automatización, las novedades mecánicas o electrónicas y la maquinaria nueva transformarán la industria
3.	La búsqueda de ejemplos
4.	Justificación con base en la diferencia (nuestros problemas son diferentes)
5.	Instrucción y capacitación obsoleta
6.	Depender de los departamentos de control de calidad
7.	Atribuir a los trabajadores la culpa de los problemas
8.	Calidad por inspección
9.	Salidas en falso
10.	La computadora "mágica"
11.	El cumplimiento de las especificaciones
12.	Pruebas inadecuadas de los prototipos
13.	Consultoría inadecuada ("cualquier persona que llega a tratar de ayudarnos debe saber todo sobre nuestro negocio")

**Cuadro 1.3** Obstáculos para la calidad

Como puede verse, aparentemente por ninguna parte aparece la estadística; sin embargo, Deming logró introducir una reformulación del concepto de control de calidad, primero indicando que el propósito era minimizar la inspección final, dándole mayor énfasis a la actividad de diseño de la calidad y control en la operación del proceso. De este modo propuso un diagrama de flujo (Gráfico 1.3) en el que considera un proceso productivo de manera integral, y mostró cómo la estadística es fundamental para identificar y resolver problemas en ese contexto.

Debemos señalar que los Catorce Puntos han sido adaptados como un método general en el que la interpretación particular de cada uno de ellos en el contexto de las actividades de la organización juega un papel definitorio. Hay algunos de estos puntos que se pueden prestar a controversia; sin embargo, el esquema general ha sido valorado como una contribución muy importante para generar una nueva visión de la administración de procesos de producción y servicios.

Deming enseñó, con base en una idea simple, que la variabilidad de los procesos es inherente, y que si se trabaja para explicarla y controlarla usando técnicas estadísticas adecuadas puede avanzarse en el mejoramiento de la calidad. En su famoso diagrama de reacción en cadena (Gráfico 1.4) mostró cómo la mejora en la calidad produce un impacto positivo, que a su vez tiene influencia en los indicadores de crecimiento de las organizaciones.

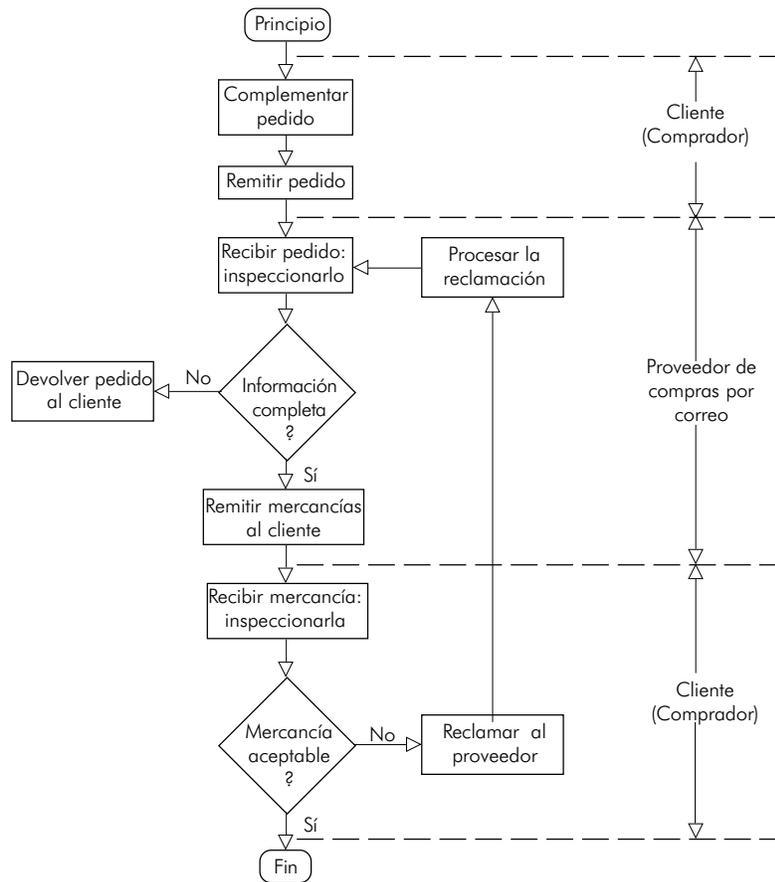
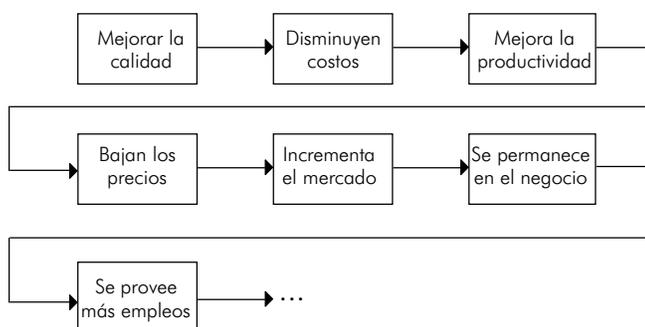


Gráfico 1.3 Diagrama de flujo de un proceso

Indudablemente, si se lee con cuidado la obra filosófica de Deming se llegará a la conclusión de que sus enseñanzas se orientaron a la revaloración de la cultura estadística, a la desintegración de las ideas acerca de “so-

luciones mágicas”, “modelos” y “modas”. Él ponderó el papel de la educación, el entrenamiento, la capacitación y, sobre todo, puso en alto el rol del método científico en el proceso de mejoramiento. En muchos sentidos su legado aún no se valora en su justa dimensión, ya que tras la propuesta de Deming hay una idea de mejoramiento personal, de las familias, de las organizaciones y de los países. En sus últimas conferencias Deming habló de manera crítica sobre el papel de la educación en el desarrollo de las naciones, y en la poca atención que se le está dando en muchas partes, incluyendo su país, Estados Unidos de América.



**Gráfico 1.4** La reacción en cadena de Deming

## 1.5 Observaciones finales

Hay algunas corrientes que promocionan las ideas de la calidad y que tienen como propósito general instaurar una alta motivación en las personas involucradas en la operación de ese proceso; sin embargo, se tiende a minimizar la importancia de la estadística y del aspecto de cómo lograr el mejoramiento. Las personas sometidas a estas “promociones de buena voluntad y buenos deseos”, al enfrentarse al proceso y no contar con conocimientos y métodos para diagnosticar e intervenir, afrontan una gran frustración. A veces esto contrasta con un buen propósito para mejorar, que generalmente está presente en los individuos y en las organizaciones. Por esto, es importante distinguir entre “un predicador de la calidad” y un asesor y capacitador que maneja tanto las ideas como las herramientas y los procedimientos.

Hemos de dejar en claro la importancia y utilidad de la estadística en el contexto de la Revolución de la Calidad, la cual no se refiere únicamente a procesos de manufactura, sino que considera en general el término proceso. Esto permite considerar procesos de servicio, administrativos,

educativos, etc. En este sentido lo más importante es conocer, lo mejor posible, el proceso que se está abordando. Por tal motivo, las herramientas básicas se orientan a la identificación del proceso y sus principales problemas, y están constituidas por técnicas para la colecta de datos, para su organización y análisis, y para su adecuada interpretación.

Recalquemos entonces que la estadística en este sentido se constituye en una poderosa herramienta de trabajo en todos los niveles, de ahí que es deseable una cultura general para los miembros de una organización, en la que se enfatice cuándo es necesaria una herramienta estadística, cómo debe usarse para que sus resultados sean adecuados y qué tanto puede decidir en términos de ellos. Resulta obvio que, conforme se avance en el proceso de instrumentación del sistema de mejoramiento, deberán tenerse más y mejores herramientas estadísticas, e incluso eventualmente contar con el asesoramiento permanente de un experto en esta disciplina.

Ya ubicados en el siglo XXI, profesores y estudiantes de niveles medio superior y superior deberán tener esta visión integrada de la calidad, ya que aún existen tendencias y enfoques que presentan esta temática como un área reservada para expertos. Hoy en día, cuando la normalización y la certificación de procesos, utilizando la normatividad internacional ISO (por sus siglas en inglés de *International Standardization Organization*), se han posicionado como la estrategia para la promoción de una cultura de la calidad, no debemos perder de vista esta percepción, de hecho, un paradigma de mejora continua e implantación de sistemas de gestión de la calidad hacia la excelencia que emerge rápidamente y que recupera todas estas enseñanzas es la llamada Metodología Seis Sigma, que se sostiene en el enfoque sistémico, en la metodología científica y en particular en el pensamiento estadístico.



## 2. PRINCIPIOS DE LA METODOLOGÍA ESTADÍSTICA

La metodología estadística es una estrategia para la obtención correcta de conocimiento, y aunque está constituida por un conjunto de técnicas, métodos y procedimientos para conseguir y analizar datos e interpretar los resultados logrados, el fundamento son los principios, una lógica y una forma de pensar y actuar que es consistente con el método científico. Se dice que más importante que conocer los métodos estadísticos es tener el pensamiento estadístico. En este capítulo damos una visión panorámica de la metodología estadística, a fin de sentar las bases para la adquisición de un pensamiento estadístico.

### 2.1 Validez de un estudio

Cuando se hace referencia a un estudio o investigación en el contexto de la problemática de una organización o empresa, o en cualquier esfera de la actividad humana, entenderemos esto de la manera más general: como un proceso de búsqueda de conocimiento, sin cualificar la naturaleza del conocimiento producido ni su valor en términos de la trascendencia. Puede referirse a un complicado estudio de factibilidad financiera para abrir una cadena de tiendas departamentales a lo largo de un país, o a cosas de menos generalidad como diagnosticar el estado de un proceso industrial y la investigación de las posibles causas atribuibles a dicho estado, o bien entender la dinámica de un fenómeno social en la comunidad o colonia donde vivimos.

En ese sentido, una investigación o un estudio técnico en el contexto de la problemática de una organización o empresa puede tener una motivación

u objetivo elemental, como identificar cuáles son los factores esenciales en el retraso de las entregas de pedidos, o tener una idea clara de la opinión de los clientes ante modificaciones que se han hecho en el proceso de los servicios. En todos los casos la validez es un elemento fundamental.



**Gráfico 2.1** Proceso de generación de conocimiento

Observe que en esta parte no se pretende asociar investigación con estadística (más adelante habrá oportunidad para ello). No obstante, cuando se quiere juzgar la validez de un proceso generador de conocimiento, en cualquier campo y no necesariamente usando la estadística, aparecen en forma natural dos elementos a considerar los cuales analizaremos a continuación.

### *2.1.1 El mecanismo de observación y la validez externa*

En muchos estudios o investigaciones se requiere de datos, por ejemplo, para un diagnóstico de áreas de oportunidad de un subsistema educativo, se necesitará de diversos tipos de información: gastos por nivel y movilidad, cobertura, infraestructura, equipamiento, etc. Asimismo, hace falta recabar datos sobre la opinión de profesores, estudiantes, padres de familia, etc. El mecanismo de observación o de generación de los datos básicos que han de servir de cimiento o de materia prima para la elaboración de información debe ser confiable. La atención se centra en valorar si el mecanismo o instrumento usado registra confiablemente los rasgos que se pretende observar o medir en el objeto de estudio.

En el caso del ingeniero económico, quien debe buscar fuentes muy confiables para conseguir sus datos, es razonable pensar que si los datos que él obtiene no miden con cierta confiabilidad lo que se corresponde con la realidad, sus elaboraciones conceptuales, aunque plausibles, no necesariamente conducirán a afirmaciones válidas. El instrumento de observación que en algunas ocasiones tiene que ser elaborado por el que está conduciendo el estudio adopta las más variadas formas, desde un aparato físico, como en el caso de que se desee medir longitudes, volúmenes etc., hasta una sofisticada encuesta que contiene preguntas sesudamente elaboradas

con la pretensión de obtener la materia prima para construir categorías sobre complicados conceptos sociológicos o psicológicos, asociados a los hábitos de consumo, ahorro o perfiles de opinión política. En esta última situación de una encuesta o estudio de opinión, la cuestión sería, entre otras,<sup>1</sup> si en realidad los ítems que contiene el formulario y la manera de relacionarlos para construir las categorías, detectan lo que se quiere detectar y miden lo que se quiere medir, pues de no ser así, aun cuando los razonamientos que se realicen sean válidos, las conclusiones no serán confiables. Cuando una investigación satisface esta dimensión se dice que tiene *validez externa*. Ésta también está relacionada con el grado de generalización de las conclusiones.

### 2.1.2 La lógica del pensamiento y la validez interna

Una vez que se dispone de las observaciones, de los datos obtenidos con un proceso o instrumento que posee la validez externa requerida, puede decirse que tenemos materia prima con calidad adecuada para el análisis, un buen punto de partida, las condiciones iniciales deseables a partir de las cuales se generará un nuevo producto y afirmaciones simples o muy complejas sobre el objeto de observación que constituyen nuevos “hallazgos”.

En la valoración de ese nuevo producto, de ese cuerpo de afirmaciones, deben considerarse varias aristas; una de ellas es la compatibilidad con el conjunto de proposiciones aceptadas como válidas en el campo que se trata. Si se encuentran contradicciones se está frente a un nuevo problema a resolver: o se rechazan las nuevas afirmaciones y se buscan razones que justifiquen su invalidez, o se replantean las proposiciones aceptadas y dadas como verdaderas hasta ese momento, buscando una explicación plausible para ese nuevo comportamiento registrado. La otra arista, no excluyente con la primera, es juzgar el producto; es decir, el nuevo conjunto de afirmaciones generadas con base en un juicio sobre el proceso de elaboración, haciendo una valoración crítica de “la lógica” utilizada, de las observaciones válidas y a partir del universo de proposiciones aceptadas como válidas en el contexto del problema.

En el caso de problemas sencillos, el encargado de hacer el estudio frecuentemente tiene una serie de prejuicios, algunos sustentados en el conocimiento del proceso que desea estudiar. Esto es común en los estudios de diagnóstico de procesos; por ejemplo, si se analizan las ventas a crédito en una tienda departamental, el gerente de créditos tiene una serie de ideas y conocimientos sobre la morosidad de los clientes, y muchas veces cree que lo que sabe es “la verdad”. Así, cuando se realiza un estudio sobre tal problema y éste obtiene buenos datos, las conclusiones del estudio

<sup>1</sup> Más tarde abordaremos en forma específica la representatividad de la muestra objeto de la aplicación del instrumento, la cual es una de las más importantes.

enfrentarán la resistencia a reformular las creencias de los que operan directamente el proceso de atención a los clientes que compran a crédito.

Cuando el resultado de esta valoración crítica del proceso de construcción de las conclusiones es positivo, se dice que el estudio tiene *validez interna*.

Los conceptos de validez externa e interna adoptan formas muy especiales cuando la naturaleza de la investigación hace que la observación se realice con base en muestras de individuos de una población que tiene variabilidad en cuanto a las características objeto de la investigación. En esta situación, las conclusiones son obtenidas mediante un proceso inductivo en el cual están presentes ingredientes como el azar y la incertidumbre. Más adelante abordaremos el proceso de aplicación de la estadística, en cuyo contexto se logrará ampliar estos importantes conceptos.

## 2.2 La validez en investigaciones que usan métodos estadísticos

En general las investigaciones o los estudios pueden o no requerir de la metodología estadística. En este trabajo nos estamos refiriendo a estudios de naturaleza estadística que dentro de los trabajos factuales o fácticos se constituyen en una clase muy amplia. Particularmente en el contexto de las organizaciones educativas, y más específicamente en las dedicadas a la administración educativa, la mayor parte de las veces se hacen estudios que se basan en hechos que se traducen a datos numéricos, considerando indicadores como matrícula, eficiencia terminal, reprobación, deserción, etc. En este apartado presentaremos algunas características distintivas de la validez de los estudios e investigaciones que usan la metodología estadística.

### 2.2.1 Validez externa y representatividad

Una característica de los estudios que usan métodos estadísticos radica en la observación con base en muestras probabilísticas,<sup>2</sup> otro aspecto de importancia es que las inferencias que se hacen son de naturaleza probabilística y permiten asociar a las conclusiones o hallazgos niveles de confianza, como resultado de la componente de aleatoriedad o azar que involucran.

Se puede ver que en esta situación un componente adicional al instrumento de observación propiamente dicho es la representatividad de la muestra, sobre la cual se ha especulado mucho, dando origen a serias controversias, algunas de las cuales aún tienen vigencia. Aquí, el criterio para valorar la representatividad de una muestra tiene dos dimensiones

---

<sup>2</sup> La muestra probabilística es diferente del muestreo intencional, en el que es el juicio del investigador el que decide sobre los elementos a estudiar y por lo tanto las inferencias no se sustentan en las probabilidades de elección. En el capítulo dedicado al muestreo se tratará con detalle estos conceptos.

esenciales: el mecanismo mediante el cual se seleccionan las unidades a incluir en la muestra y el número de elementos a incluir en la misma. En resumen: la forma y la cantidad.

La forma de muestrear, es decir, el mecanismo para seleccionar la muestra, debe ser tal que se procure conservar la estructura de las características y las relaciones que se quieren observar; que los alejamientos se deban solamente a la acción del azar. Esta afirmación a veces se operacionaliza con aseveraciones como: "Todas las unidades de la población deben tener la misma probabilidad de ser seleccionadas en la muestra", algo así como la democracia en la selección de la muestra, aunque podría funcionar algo más flexible como: "El mecanismo de selección<sup>3</sup> debe ser tal que se conozca la probabilidad que tiene cada unidad de la población de ser incluida en la muestra". Esta segunda afirmación, más general que la primera, exige conocer los ponderadores o pesos que más tarde, en el análisis, deberá darse a cada una de las unidades de la muestra para conservar la mencionada estructura de la población.

De hecho, cada uno de los llamados modelos de muestreo<sup>4</sup> tiene asociado el conocimiento de la probabilidad que cada unidad de la población tiene de ser seleccionada; así, por ejemplo, en un muestreo aleatorio simple<sup>5</sup> la probabilidad es igual para todos ( $1/N$ ). En un muestreo estratificado, es decir, cuando la población se ha clasificado en estratos de tamaño conocido, por ejemplo socioeconómicos, la muestra se conforma con las unidades que se seleccionan al azar de cada uno de ellos. En este caso la ponderación de una unidad depende del estrato al que pertenece y está dada por la proporción que representa la muestra en ese estrato con respecto al tamaño del mismo. De esta forma de muestreo se dice que genera muestras más representativas.

De manera análoga en modelos como el muestreo por conglomerados, la población puede estar agrupada en barrios, colonias o comunas. Aquí se escogen algunos barrios de los que se seleccionan ciertas manzanas al azar y luego se extraen viviendas (muestreo por conglomerados trietápico). En esta situación las ponderaciones se definen de acuerdo al número de barrios (unidades primarias), de manzanas (unidades secundarias) y de viviendas en cada una de ellas (unidades terciarias). Existen otros modelos como el muestreo sistemático de intensidad  $K$ , en el cual se da un ordenamiento a las unidades de la población, se selecciona la primera al azar y a partir de ésta se toma una cada  $K$  unidades.

Pueden construirse mezclas de estos modelos básicos y además otros tipos de muestreo que surgen como resultado de consideraciones de eficiencia o de dificultades prácticas.

<sup>3</sup> Nótese que la representatividad de una muestra se juzga, más que por sí misma, por el mecanismo que le dio origen.

<sup>4</sup> En las llamadas poblaciones finitas, la población está conformada por un número conocido de unidades ( $N$ ).

<sup>5</sup> Todos en un "saco" y se saca al azar una muestra.

Hay otros procedimientos de muestreo que se conocen como no probabilísticos, como el muestreo por cuotas, ampliamente utilizado en los estudios de mercado y de opinión política, pero no son los únicos, también se pueden mencionar los muestreos de grupos focales, la observación sistemática, etc. En el capítulo correspondiente a esta temática se amplían estos aspectos.

En resumen, puede decirse que el establecimiento de un modelo de muestreo que tenga asociadas probabilidades conocidas de selección de cada una de las unidades de la población, y que de alguna manera proporciona elementos que aseguren la representatividad, es garantía de la validez externa (por su forma).

La otra dimensión de la representatividad está relacionada con el tamaño de la muestra, sobre el cual existe un gran número de mitos y falsas creencias que se van transmitiendo por generaciones.

Existe la creencia de que para que la muestra sea representativa debe contener 10% de las unidades de la población, lo cual se demuestra que es falso con un sencillo ejemplo: para saber el tipo de sangre de una persona no es necesario extraerle 10% de la sangre, basta con una gota, puesto que se sabe que todas las gotas de sangre de su cuerpo son del mismo tipo. Aquí se nota cómo el grado de homogeneidad de las unidades toma un papel importante en la definición del tamaño de la muestra. También podría traerse a colación el caso de la sabia ama de casa que únicamente prueba una cucharadilla de su sopa para tomar con base en ella la decisión de ponerle o no más sal; eso sí, asegurándose de antemano en garantizar la homogeneidad al menear con maestría por todos los rincones de la olla.

El tamaño de la muestra sí se relaciona con el tamaño de la población a muestrear, pero la heterogeneidad, es decir la variabilidad de la característica de interés, pesa mucho más en su determinación, a tal punto que en poblaciones muy grandes<sup>6</sup> el tamaño no tiene importancia; esto es, que las fórmulas para el cálculo del tamaño de la muestra no toman en cuenta el tamaño de la población. En todo caso, el criterio que define si una muestra de un tamaño determinado puede considerarse adecuada tiene relación con el nivel de precisión requerido. En este sentido, en un salón de clase tomar una muestra puede no ser necesario, pero si el estudio alude a toda una escuela, o a un grupo de escuelas, y la unidad de muestreo son los estudiantes, es obvio que el cálculo del tamaño de muestra resulta una tarea que hay que atender con sumo cuidado.

Puede intuirse que entre más precisión se exija más grande se requerirá la muestra.

---

<sup>6</sup> En la teoría se conocen como poblaciones infinitas.

### 2.2.2 La validez interna y la comparabilidad

Cuando en investigaciones que usan la metodología estadística se hace referencia a la validez interna, se le está pidiendo a la lógica de la inferencia estadística que garantice la comparabilidad. Para entender mejor lo que esto significa se expone una situación donde se viola la comparabilidad: se desea comparar el efecto de la edad de corte de la caña de azúcar en el rendimiento en toneladas por hectárea, para ello se registra un buen número de suertes,<sup>7</sup> la edad de corte ( $X$ ) y su rendimiento en ton/ha ( $Y$ ); posteriormente se aplican medidas estadísticas de asociación para detectar la fuerza de la relación entre estas dos características y resulta una muy pobre asociación. Se encuentra posteriormente que las suertes tenían diferente número de cortes,<sup>8</sup> lo cual afectaba la comparación; es decir, no podía distinguirse si un efecto se debía a la edad o al número de cortes. Un caso extremo podría presentarse si las cañas más jóvenes tienen mayor número de cortes, pues los dos efectos podrían neutralizarse y hacer aparecer pobre la asociación. En este ejemplo, a la variable número de cortes que afecta diferencialmente a las unidades observadas se le conoce como *factor de confusión*.

Puede decirse entonces que la validez interna y la comparabilidad se logran a través del control de los factores de confusión. En esta situación sería posible encontrar la asociación de las variables edad de corte y rendimiento en cada grupo de suertes que tengan el mismo número de cortes, así, dentro de cada grupo, el número de cortes permanece constante y puede lograrse la comparación deseada, siempre y cuando no existan otros posibles factores de confusión, como podrían ser, en este caso, la aplicación de madurantes en forma diferencial en las suertes observadas.

Dentro del capítulo de las herramientas estadísticas hay una sección dedicada al análisis estratificado, el cual tiene entre otros propósitos garantizar la comparabilidad a la hora de realizar los procesos estadísticos. Este tipo de recomendaciones han sido ampliamente difundidas en los cursos de capacitación y entrenamiento, pero no se justifican plenamente, lo que hace que en muchas ocasiones se utilicen de manera mecánica y a veces inadecuada. A esta solución, para lograr validez interna, se le llama construcción de bloques.<sup>9</sup> No obstante, existen otras soluciones para este mismo problema de falta de comparabilidad, como por ejemplo la aleatorización o el involucrar en el análisis al factor de confusión como una variable que permite hacer las comparaciones para cada nivel del factor. Cuando se incluye al factor de confusión en el análisis, se le conoce como utilización de covariable; el factor de confusión es la covariable.

<sup>7</sup> Una suerte es un lote de terreno que se maneja como una unidad, para la siembra, el arreglo, el corte, etcétera.

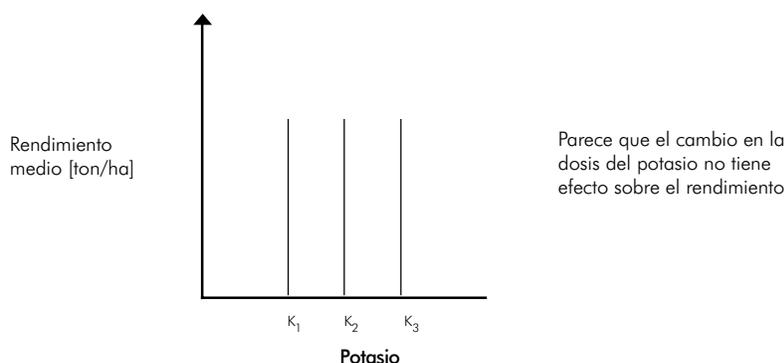
<sup>8</sup> Normalmente el terreno se va empobreciendo con el número de siembras (cortes), hasta el punto de que se hace necesario "arreglar el terreno" (remover y abonar) después de un cierto número de cortes, generalmente cuatro.

<sup>9</sup> De ahí el famoso nombre del diseño de bloques al azar, el cual es un plan experimental ampliamente usado en agricultura.

Note que la identificación de factores de confusión potenciales no es tarea exclusiva de un estadístico, sino, sobre todo, del investigador que conoce el campo de su disciplina específica. Así, en el caso de un estudio sobre productividad de dos departamentos de una industria, el factor turno puede ser un factor de confusión, pero esto será conocido por el gerente de recursos humanos, más que por el técnico que se encargue de hacer los análisis de la información.

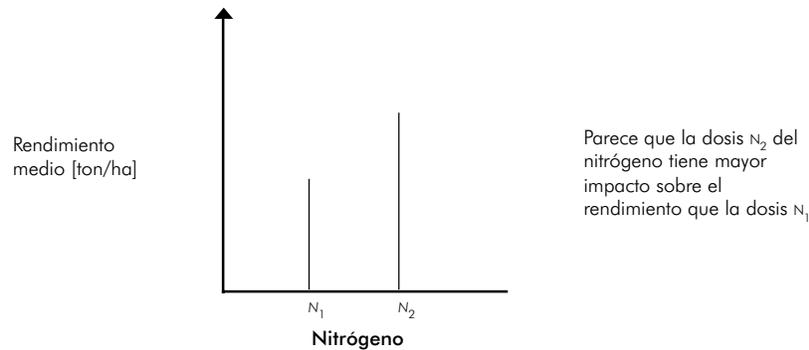
Otro elemento generalmente ignorado es la llamada *interacción entre factores*, la cual se ilustra en la siguiente situación relacionada con el rendimiento de un cultivo agrícola en función de la dosis de nitrógeno ( $N$ ) y de potasio ( $K$ ). Se ha considerado tres dosis de potasio:  $K_1, K_2, K_3$  y dos de nitrógeno:  $N_1, N_2$

Los resultados reportados por separado para el potasio y el nitrógeno se presentan en los gráficos 2.2 y 2.3.



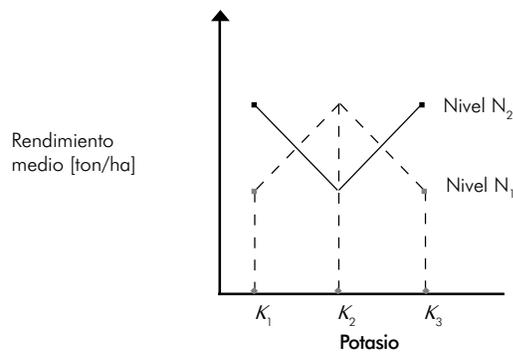
**Gráfico 2.2** Ilustración de no efecto de la concentración de potasio sobre el rendimiento

Con base en la información reportada surgiría naturalmente recomendar la dosis más baja de potasio y por otro lado la dosis más alta de nitrógeno, según el Gráfico 2.3. Sin embargo, si se considera los dos factores al tiempo, midiendo el efecto de todas las combinaciones de los niveles de los factores, es decir,  $K_1N_1, K_1N_2, K_2N_1, K_2N_2, K_3N_1, K_3N_2$ , y para cada una de estas posibilidades se grafica el rendimiento medio, se podría obtener la situación que ilustra el Gráfico 2.4.



**Gráfico 2.3** Ilustración del efecto de la concentración del nitrógeno en el rendimiento

En el gráfico siguiente se observa que para cada una de las dosis de potasio el efecto del cambio en la dosis de nitrógeno sobre el rendimiento es distinto. Así, por ejemplo, el mayor efecto del cambio en la dosis de nitrógeno se produce cuando se aplica una dosis  $\kappa_2$  de potasio. Este efecto diferencial de un factor, de acuerdo con dos niveles de otro factor, se conoce como **interacción**.



**Gráfico 2.4** Interacción entre la concentración del nitrógeno y la del potasio en la explicación de la variabilidad del rendimiento

Cuando existe interacción, la respuesta a la pregunta: ¿cuál es el efecto del factor potasio? sería: depende del nivel de nitrógeno presente. Es decir que los dos factores no se pueden separar, interactúan para afectar el rendimiento. Otro término comúnmente usado para describir este efecto es sinergismo o sinergia. Cuando se ignora la existencia de interacción se afecta la compatibilidad, se pierde validez interna.

## 2.3 Aspectos generales de la metodología estadística

Hasta el momento la metodología estadística se ha tratado de manera general, aunque ya se han introducido algunos conceptos básicos. En adelante se precisarán los elementos que constituyen un proceso de aplicación de la estadística, esto permitirá tener un conocimiento más adecuado para hacer buen uso de las técnicas y los métodos que la hacen tan útil y en ocasiones indispensable.

La estadística aporta en cada uno de los siguientes tres aspectos básicos: 1) del diseño adecuado para la obtención de datos, 2) del análisis de éstos, y 3) de la interpretación y presentación de los resultados en forma apropiada.

El primer aspecto guía en la definición de una metodología para obtener los datos que se requieren de acuerdo a las necesidades de información, buscando que se colecten de la manera más rápida, barata y menos laboriosa, y logrando validez externa. El segundo brinda una serie de métodos y procedimientos para explotar los datos obtenidos de manera apropiada, a fin de que se pueda extraer de ellos la información relevante de acuerdo a las preguntas que dieron origen al estudio o investigación, y

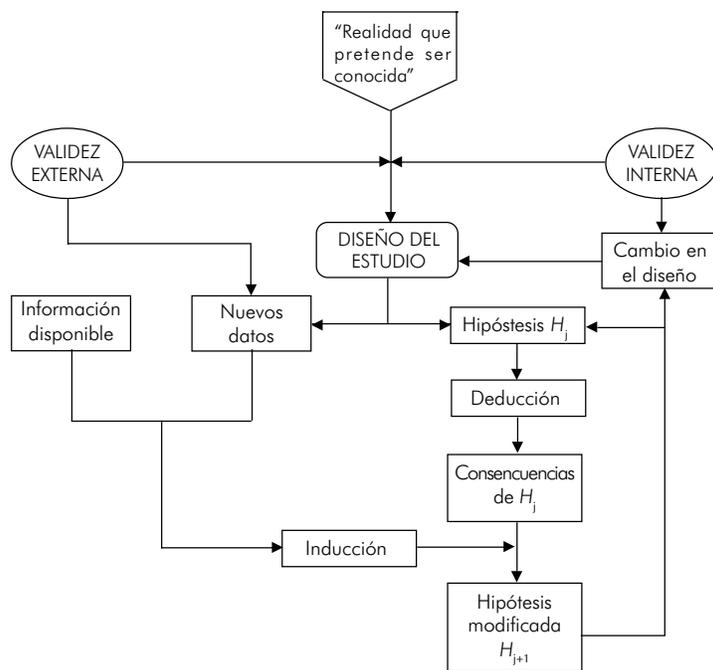


Gráfico 2.5 La búsqueda del conocimiento y la estadística (Adaptado de Box *et al.*, 1993)

se garantice la validez interna. En cuanto al tercero, una serie de principios y procedimientos de la estadística se encargan de proporcionar guías generales para el diseño de formatos de presentación y de gráficos, además de ofrecernos los elementos para construir juicios válidos a partir de los resultados de los análisis estadísticos.

La estadística es ampliamente aceptada como una metodología fundamental para la investigación y los estudios técnicos en disciplinas como biología, ingeniería, ciencias administrativas y todas aquellas áreas donde los métodos cuantitativos han adquirido gran popularidad. Goza también de reconocimiento en las ciencias sociales, en antropología, lingüística y hasta en las ciencias políticas, donde los procesos de cuantificación son menos entendidos y poco usados por los investigadores y profesionales de estas disciplinas.

Por otro lado, en las empresas u organizaciones la estadística juega un papel esencial, constituye una herramienta muy útil pues sus principios nos ayudan a diseñar mejores sistemas de información, a organizar y sistematizar datos para ser usados en la toma de decisiones y, en general, a utilizar de manera eficiente, rápida y barata toda la información pertinente para el desarrollo de los objetivos de la organización o empresa. El incremento de la productividad y de la calidad está asociado íntimamente con el uso eficiente de los métodos estadísticos para el diagnóstico y análisis de situaciones.

Por tal motivo, la estadística se enseña como una herramienta fundamental para administradores y técnicos; sin embargo, su enseñanza en el enfoque tradicional no se contextualiza en la problemática real, por lo que, en nuestra opinión, no se aprecian los métodos estadísticos por su utilidad. Con frecuencia los cursos tradicionales orientan en aspectos que poco o nada ayudan a considerar o valorar a la estadística para la solución de problemas; por ejemplo, cuando se pone énfasis excesivo en los cálculos o en las fórmulas. Los conceptos clave de la estadística, desde nuestro punto de vista, son pocos y muy sencillos de presentar y entender en el contexto de los problemas reales. En lo que sigue a este capítulo haremos un desarrollo de las principales ideas y conceptos de la estadística, siempre pensando en problemas tanto de una organización o empresa como de la vida cotidiana en las diferentes esferas de la actividad humana.

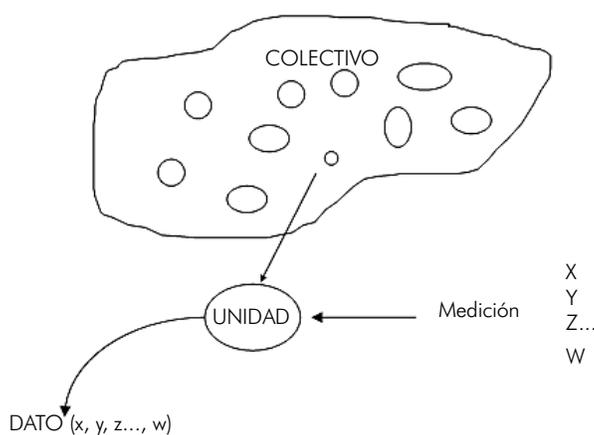
### *2.3.1 Colectivos, descripciones e inferencias*

La estadística toma como base para un estudio a un conjunto de objetos, individuos o entidades que llamaremos el colectivo de estudio o las unidades de estudio. Estas unidades presentan una serie de características comunes que las hacen susceptibles de un estudio estadístico. También observan una serie de características que las hacen diferentes entre sí. Sin embargo, el interés estadístico se fija por el hecho de que las unidades conforman un conjunto homogéneo para los propósitos específicos del estudio. Entonces,

la primera fase en un análisis estadístico es definir las unidades de estudio. Es recomendable determinar cuál es una unidad y cuál es el colectivo. Por ejemplo, cuando estamos estudiando la matrícula escolar global del estado de Veracruz en los últimos diez años, la unidad de estudio es el sistema educativo en cada uno de los años, y el colectivo es el sistema durante los diez años. En otra situación, si nos interesa el estudio de las delegaciones regionales de la Secretaría de Educación en un periodo dado, entonces cada delegación es una unidad de estudio.

La materia prima para el uso de las técnicas estadísticas está constituida por los datos, que son el resultado de la medición de una serie de características que se denominan variables de estudio. Podemos decir entonces que los datos son la descripción numérica de todos y cada uno de los elementos del colectivo en estudio. Usualmente la dimensión de la caracterización numérica es múltiple; es decir, el número de características que se miden en cada unidad de estudio es de dos o más, por tal motivo se dice que los problemas reales son usualmente multivariados o multidimensionales.

En general las técnicas estadísticas persiguen el objetivo básico de caracterizar dos aspectos del colectivo: el patrón y la dispersión, siempre en términos de las características que les son medidas. El patrón es como construir el individuo típico del colectivo y la dispersión es como la evaluación del grado de variación en torno al patrón. De este objetivo general se pueden derivar algunos otros objetivos particulares, como identificar uno o varios individuos, siempre que éstos sean atípicos al colectivo, obtener agrupaciones en el colectivo o representarlo en una dimensión en la que se pueda interpretar más fácilmente su comportamiento en términos del patrón y la dispersión.



**Gráfico 2.6** Elementos de un problema estadístico

A este respecto no se debe perder de vista que la estadística es una disciplina que permite construir juicios sobre colectivos que son caracterizados numéricamente. En este sentido, el juicio es válido para el colectivo, pero no para un individuo en particular. Así, cuando se habla de los mexicanos “pensando en un mexicano típico”, no estamos hablando de Juan necesariamente. Si hablamos de los mexicanos sería mejor hablar de diferentes tipos de mexicanos, esto estaría considerando no sólo el patrón, sino también la dispersión, y estaría reportando varios patrones.

El promedio es un indicador de localización del colectivo de datos, es un rasgo que constituye un primer acercamiento al conocimiento del colectivo. El promedio es, tal vez, el indicador más popular para lograr una idea preliminar sobre la magnitud de los datos. Sin embargo, no debemos olvidar que es realmente un indicador. Si se pretende sustituir la información del colectivo por un solo número, se genera una pérdida de información que eventualmente podría producir interpretaciones erróneas. Por tal razón es necesario observar rasgos del colectivo completo que reproduzcan características esenciales de acuerdo con el propósito del estudio.

Para ilustrar conceptos supongamos que se desea realizar un estudio para determinar si un método de conducción de un curso está siendo efectivo. Las unidades de estudio en este caso son los cursos que están aplicando este método y la variable de interés puede ser el porcentaje de estudiantes que aprobó un examen estandarizado. Hay, sin duda, otras variables que nos ayudarían a entender mejor el comportamiento de la variable de interés; por ejemplo, “el porcentaje de aprobados con una calificación mayor de 90”, “el porcentaje de los estudiantes que se declararon satisfechos”, “el porcentaje de deserciones”. Si procedemos a realizar este estudio podremos obtener datos que, una vez analizados, nos permitirán tener un conocimiento de la variable de interés sobre el colectivo, tal conocimiento nos llevará a tomar mejores decisiones respecto al problema en cuestión.

Otro de los objetivos de la estadística es generalizar los resultados del patrón y la dispersión en el colectivo de estudio a un colectivo más general al que se le llama población objetivo o de referencia. Por ejemplo, para realizar el estudio señalado anteriormente es más barato, rápido y operativo trabajar con un grupo pequeño de cursos. ¿Hasta dónde es posible generalizar las conclusiones obtenidas con los datos de este estudio realizado sobre la muestra de cursos? Es claro que el grupo de cursos en la muestra es un fragmento de una población mayor que está compuesta por todos los cursos de la zona norte, los cuales comparten una serie de características vitales para el estudio, como son contemporaneidad, cultura y tal vez nivel de desarrollo de las comunidades que atienden. Para hacer las inferencias o generalizaciones se necesita precisar con claridad la población objetivo o de referencia, para no extrapolar las conclusiones más allá de la validez del estudio y, desde luego, es necesario tener una buena

muestra, representativa y seleccionada con un procedimiento que garantice la validez externa, y que sea de un tamaño adecuado para los propósitos que se persiguen.

En muchos estudios es recomendable utilizar el muestreo. Para hacer esto primero se identifica y delimita la población objetivo y después se construye un procedimiento para seleccionar o confeccionar una muestra representativa. Por ejemplo, si se quiere conocer el desempeño de las escuelas particulares en todo el Estado en el último periodo, un aspecto a determinar es: cuántas son, cuáles son y dónde están. Si ya se tiene tal aspecto resuelto podríamos, entonces, idear un procedimiento para seleccionar algunas que sean representativas de todo el colectivo. Para lograrlo se podría construir un listado de ellas, por ejemplo: por zona, por tipo, nivel, etc. Este listado nos dará elementos suficientes para diseñar una muestra con cierto grado de representatividad y validez para hacer inferencias sobre la población objetivo o de referencia, que en este caso es la que tenemos listada. A esta población de referencia se le llama finita. Cuando es así se dice que el estudio es de naturaleza enumerativa; en general en estos casos interesa determinar estimaciones de totales, proporciones, promedios, etc. Es aquí, como ya se especificó antes, donde tiene su mayor valor el muestreo probabilístico. Sin embargo, algunas veces el estudio se orienta por el interés de analizar una relación de causa–efecto.

Por ejemplo, para el estudio de las escuelas puede ser de interés la relación que existe entre reprobación y nivel de atención a la gestión educativa, o las inversiones realizadas, o bien evaluar los factores que determinan algunos indicadores de desempeño. En este caso se debe construir cuidadosamente la muestra para que garantice que se incluirá un número suficiente de escuelas, a fin de hacer el análisis de la relación causa–efecto que interesa. A este tipo de estudios se les denomina analíticos, y para realizarlos se utilizan los llamados modelos estadísticos, que no son abordados en este texto.

De acuerdo con su objetivo, los estudios pueden estar enfocados o describir un solo colectivo, o pueden ser comparativos al intentar establecer si hay diferencias entre varios de ellos. Asimismo, pueden ser transversales o longitudinales; es decir, estudios de un lapso fijo o estudios que impliquen el seguimiento de las unidades bajo estudio a través del tiempo.

En el caso de los estudios transversales comparativos usualmente interesa ver si el patrón se mantiene cuando se cambian algunas condiciones. Por ejemplo, en el caso de los cursos podríamos estar interesados en ver si el patrón del porcentaje de alumnos satisfechos se mantiene cuando hacemos agrupaciones con criterios geográficos o por algún otro, como por el tamaño del grupo.

Los estudios longitudinales pueden ser retrospectivos o prospectivos,<sup>10</sup> en el primer caso observamos la unidad en el tiempo hacia atrás, y en el segundo hacia adelante, planeando la toma de los datos de acuerdo con el propósito. Por ejemplo, en el caso de las escuelas nos podría interesar la historia de las matrículas en los últimos años. Los estudios prospectivos son más comunes en investigaciones o estudios para darle seguimiento a programas que deben ser evaluados después de pasado un tiempo para detectar una tendencia o para valorar el impacto de una intervención. Esto es bastante común en el sector educativo, pero también es fundamental en las empresas, donde al intervenir algún proceso debemos darle seguimiento para evaluar la magnitud del impacto y por ende la conveniencia del mismo.

Los estudios estadísticos pueden ser también exploratorios, confirmatorios o de seguimiento. En los estudios exploratorios se tiene poco conocimiento del colectivo y el interés central es caracterizarlo, describirlo y conocerlo en una primera aproximación. Este conocimiento permitirá tomar mejores decisiones e implementar mejores acciones que impliquen intervención en el colectivo. Si ya se tiene una idea del colectivo, pero se quiere confirmar una hipótesis o relación causal en él, entonces el estudio es confirmatorio. Los estudios de seguimiento se hacen usualmente después de una intervención para medir el impacto, para describir los cambios, etcétera.

De acuerdo con la posibilidad de control y la naturaleza de la situación pueden distinguirse tres tipos de estudios estadísticos: experimentales, observacionales y de muestreo. En todos los casos se realiza la fase del diseño que consiste en la planeación de las actividades hasta que se han colectado los datos. En los estudios experimentales el investigador cuenta con una serie de unidades de estudio a las que asigna un conjunto de tratamientos (estímulos) y observa la respuesta. Es decir, los valores que asume una variable de interés (variable respuesta). En los estudios experimentales el investigador tiene la posibilidad de asignar una característica a una unidad experimental, por ejemplo, decide (puede ser al azar) a cuál parcela le aplica cuál dosis de abono. En los estudios observacionales, como su nombre lo indica, el investigador no puede asignar categorías de una característica a las unidades, sólo las observa para obtener el registro del dato; por ejemplo, en una investigación de mercado el investigador no puede decidir qué sexo o estrato socioeconómico asigna a una persona, sólo registra esta característica asociada a una persona seleccionada del colectivo. En los estudios observacionales generalmente el investigador selecciona de una población mayor las unidades a estudiar y les observa tanto las variables explicatorias como las variables respuesta.

En un estudio de muestreo se tiene una población objetivo bien delimitada e identificada, a veces se dispone de un listado de esta población, al

---

<sup>10</sup> Una excelente clasificación de un estudio de acuerdo con distintos factores se realiza en Méndez *et al.* (1993).

que se llama el marco de muestreo. El muestreo consiste en seleccionar una muestra representativa de elementos, lo que implica decidir cuántos de ellos obtener de la población de muestreo y, lo más importante, cómo elegirlos. Un estudio experimental se puede combinar con un muestreo; por ejemplo, en un estudio sobre preferencia entre dos marcas podríamos obtener una muestra de familias en cada comunidad y después darles a probar aleatoriamente una de dos marcas.

Muchos aspectos definitorios de cuántos, cuáles y cómo determinar los elementos del colectivo bajo estudio se encuentran en los propósitos del mismo, en el tipo de inferencia que interesa y en el nivel de generalización que se desea hacer de los resultados. También en estos aspectos se basa el tipo de estudio que debemos realizar. Para una discusión mayor de estos aspectos sugerimos leer a Méndez, *et al.* (1993).

Repasando conceptos, queremos enfatizar una serie de recomendaciones respecto a la aplicación de lo que se llama diseño estadístico de un estudio o una investigación.

1. Entender claramente el problema. Esto implica separar los hechos conocidos de las hipótesis. Una vez que se ha comprendido el problema se conocerán los beneficios de resolverlo. Si no se conoce no tiene sentido sugerir soluciones o plantear estrategias metodológicas. El resultado de comprenderlo es la definición precisa de los objetivos que se persiguen.
2. Defina con precisión cuáles son sus unidades de estudio y qué variables son las de interés fundamental. Un sano ejercicio es asociar a cada uno de los objetivos definidos una estrategia para lograr y detectar la información que se requiere para la implementación de la misma. Tome en cuenta todo lo relacionado con la validez externa; si lo considera necesario consulte a un especialista en diseño estadístico.
3. Piense en los resultados que obtendría al hacer el estudio que está tratando de diseñar; intente explicar los resultados, esto le llevará a identificar otros factores o variables a considerar. Incluya en la lista sólo aquellos de los que espere influencia con alguna explicación lógica en el contexto del problema.
4. Trate de definir con precisión si su estudio es enumerativo o analítico, si es longitudinal o no, si es transversal o no. Defina si usará muestreo y si es así, qué características o variables requiere para definir la representatividad de la muestra.
5. Si ya se dispone de los casos a estudiar deberá preguntarse hasta dónde es posible generalizar los resultados a partir de dichos casos.

### *2.3.2 Medición: obtención de datos*

Una vez que ha determinado el colectivo bajo estudio —es decir, cuáles unidades son las que se van a estudiar— debemos determinar qué caracte-

rísticas o variables se requieren y cómo se van a medir en cada unidad. A esto se le llama el proceso de medición. Medir se entiende, en este contexto, de una manera general. Por ejemplo, a una vivienda se le puede medir: el número de cuartos, si tiene agua potable, si tiene luz eléctrica, etc. Respecto a sus habitantes podemos medir el ingreso, el número de personas en el hogar, su nivel educativo. Algunos de estos aspectos se pueden determinar fácilmente y traducir a una escala numérica ya conocida. Para el caso del número de cuartos y el número de habitantes es claro que hay que realizar un conteo; sin embargo, para otras características como el nivel educativo, probablemente deberemos construir nuestra propia escala. De acuerdo con los objetivos que se persigue deberá decidirse cuántas categorías habrá y cuáles y cómo serán asociadas a una vivienda. Medir el ingreso es complejo, pues suele ser variable para una unidad familiar, además de los prejuicios que existen para obtener una respuesta confiable. En ocasiones se usa otras variables que miden el ingreso en forma indirecta. Al ingreso como concepto se le llama variable y a la forma de operarlo a través de otras características se le denomina indicador.

En la medición interviene un aspecto que se denomina la escala: ésta puede ser de naturaleza cualitativa o cuantitativa. Por ejemplo, en el número de cuartos y el ingreso la escala es cuantitativa, por otro lado, tener o no luz eléctrica produce una medición que arroja dos resultados posibles: “no tiene” y “sí tiene”, estas categorías no son numéricas, pero es posible traducirlas a códigos numéricos, por ejemplo: 1 y 2; estos números no tienen significado cuantitativo, sirven exclusivamente para identificar, son sólo nombres, por tal motivo a escalas como éstas se les llama nominales. En los datos que se generan con ellas únicamente podemos contar cuántos individuos hay en cada categoría y hacer representaciones comparando el número o porcentaje que resulta en cada categoría. Representaciones como las tablas de frecuencias o los gráficos de barras y pasteles son los adecuados para estos datos. Otra escala cualitativa, pero que tiene un elemento adicional: el orden, se llama escala ordinal. Datos que se generan con características como la opinión respecto al surtido de la tienda se pueden registrar en una escala de este tipo, para este caso podríamos definir las categorías: “bueno”, “regular” y “malo”. A estas categorías las podríamos codificar con números como 1, 2 y 3. Está claro que en los números 1 y 2 hay un significado de orden, pero no sabemos qué tanto es “regular” y qué “bueno”; sin embargo, se conoce que la opinión es más favorable en cuanto menor sea el número asignado.

Las escalas de medición más usadas son: la nominal, la ordinal, la de intervalo y la de razón. Las últimas sirven para registrar datos cuantitativos; la de intervalo tiene una cualidad importante y es que el cero en esta escala no significa ausencia de la característica de interés, sino que representa un origen arbitrario de referencia. La escala de grados Fahrenheit es un ejemplo de este tipo de escala, pues  $0^{\circ} \text{F}$  no significa ausencia de calor. Observe que en las escalas de temperatura el cero no es absoluto, pues  $0^{\circ} \text{C} \neq 0^{\circ} \text{F} \neq 0^{\circ} \text{K}$ .

La última escala es la de razón, y en ella la ausencia de la característica de interés se registra con el cero; el cero (0) es absoluto; aquí tienen sentido las razones o cociente de dos valores que asume la variable. Con esta escala se miden variables como longitudes, cantidades, pesos y volúmenes.

Por otro lado, las características o los conceptos que se miden en las unidades de estudio se denominan variables y se clasifican por su naturaleza en continuas y discretas. Las variables discretas son aquellas características en las que las categorías que puede tomar la variable son un número finito; es decir, toma valores a “saltos”, como el número de personas en una familia. Las continuas son variables que, en principio, su medición puede resultar cualquier valor en un continuo. Debe decirse que en el proceso de medición todas las variables son discretas, debido a la precisión de los instrumentos que restringe el conjunto de valores posibles a un conjunto finito.

Usualmente los datos se toman con motivaciones específicas y es posible establecer una serie de preguntas que permiten clasificar las variables como independientes o explicatorias y como variables respuesta; esto da los elementos para especificar con precisión los objetivos del análisis estadístico, sobre todo cuando se establece como objetivo el estudio de una relación causa–efecto. Por ejemplo, si se está interesado en conocer si las ventas en un mes específico para todas las sucursales están asociadas al monto que se ofrece en promociones, las ventas podrían dividirse en dos tipos: de productos básicos y de productos novedosos. La variable explicatoria sería el monto que se subsidia por promoción y se podría clasificar según los tipos de artículos que se ofertan. Note que aquí hay una serie de motivaciones implícitas que son las que están determinando las variables a medir, y si éstas son consideradas como “causa” o como “efecto”.

El producto de la medición son los datos, que se organizan en una matriz o tabla de doble entrada en la que los individuos o unidades de estudio son los renglones, y las mediciones en las diferentes variables son las columnas (ver Gráfico 2.7). Algunas de las cuales pueden servir para definir la estructura del colectivo. Ésta es, junto con las preguntas de investigación, la materia prima del análisis estadístico.

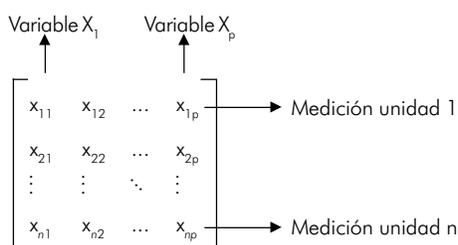


Gráfico 2.7 Estructura de una matriz de datos

Al analizar esta matriz hay que tener siempre en mente las preguntas que originaron el estudio, el objetivo preciso y las ideas clave de la estadística. Con los medios modernos de la computación hacer un análisis estadístico requiere del diseño de estrategias muy precisas. En la siguiente sección se darán algunas ideas generales y a lo largo del texto, se presenta e ilustra el uso de herramientas básicas y procedimientos que están implementados en la mayoría de los paquetes estadísticos.

### *2.3.3 Análisis estadístico*

Es el proceso que se aplica a la matriz de datos con el propósito de obtener respuestas a las preguntas de investigación. El análisis tiene varias fases, la primera de las cuales es de naturaleza descriptiva y exploratoria, esto comprende la aplicación de procedimientos de conteo y la obtención de tablas de frecuencias y porcentajes con el propósito de tener la primera información sobre los patrones y la variabilidad. Al análisis que se realiza de cada columna de la tabla de datos por separado se le llama análisis marginal; éste proporciona la base para las primeras conclusiones sobre el estudio. Al análisis marginal le sigue el análisis bivariado o cruzado, esto implica la selección de una serie de preguntas de interés, las cuales nos permiten identificar las variables a cruzar. La elaboración de conteos cruzados y la construcción de tablas de resumen permiten tener soporte para contestar las preguntas de investigación. Cuando hay una cantidad grande de variables explicatorias y de variables respuesta, se requiere de esfuerzos técnicos especiales para el tratamiento de estos datos; se dice que entonces deben usarse técnicas multivariadas, las cuales son parte de las técnicas avanzadas del análisis estadístico. En realidad cada objetivo del estudio sugiere una estrategia de análisis, la cual a su vez puede disponer de una o más herramientas estadísticas.

Para hacer un análisis estadístico hay que entender la estructura de la matriz de datos y los datos mismos. Se deben realizar análisis marginales e ir construyendo poco a poco juicios sobre el colectivo. En este sentido el análisis estadístico de los datos es un proceso iterativo de descubrimiento, lo cual quiere decir que los procedimientos de cálculo aritmético y la realización manual o con calculadoras ha dejado de ser práctico y eficiente, ahora adquiere importancia el saber cómo hacerlo y cómo entender los resultados o las salidas, pero a través de paquetes estadísticos. Muchos de los gráficos y análisis que se incluyen en el libro fueron realizados con los paquetes *STATISTICA* (Statsoft, 1995), *SYSTAT* (Systat Inc., 1993) y *STAT VIEW* (Abacus Co., 1996), pero hay muchos otros disponibles en el mercado de *softwares* que son equivalentes en efectividad.

Ante esta perspectiva, y por la situación del desarrollo de la computación estadística, se debe poner mayor atención a la forma correcta de explotar las facilidades que brindan los paquetes estadísticos, porque es muy probable, y se da de manera frecuente, el hecho de pensar que por

aprender a operar un paquete estadístico es posible hacer cualquier análisis olvidándose de la validez externa o interna del estudio; tal actitud ha multiplicado los malos usos de la metodología estadística. A este respecto, Chatfield (1988) plantea una serie de reglas para analizar datos en el contexto de un estudio o investigación en general. Aquí presentamos las llamadas “Seis Reglas Básicas”.

1. No intentar analizar los datos antes de tener un entendimiento claro de qué es lo que se está midiendo y por qué, tratando además de encontrar si existe información anterior o primaria acerca de los posibles efectos que pueda introducir cada variable en el comportamiento general del problema o fenómeno. En este orden de ideas, el analista de los datos deberá hacerse muchas preguntas con la finalidad de: clarificar los objetivos del estudio o análisis del problema; conocer el significado de cada variable y las unidades en que se están midiendo; conocer el significado de los símbolos especiales que se estén utilizando (si los hay); y si existen experiencias similares que aporten información complementaria sobre el problema o fenómeno en cuestión que apoye los análisis, entonces deberá acceder a la revisión.
2. Una vez realizado lo anterior es imprescindible conocer cómo fueron recolectados los datos. Aquí se destaca básicamente la necesidad de conocer si hubo un proceso de aleatorización u otra forma de garantizar la validez externa que sea apropiado y que garantice la confiabilidad de las mediciones. Si los datos provienen de un proceso no aleatorizado propiamente, posiblemente sólo sea justificado realizar un análisis descriptivo simple, lo cual tendrá que ser explícitamente indicado. Hay muchas técnicas estadísticas que se soportan sobre supuestos restrictivos, que de no cumplirse le restan validez a los resultados.
3. Especifique cuál es la estructura de los datos. Siendo importante aquí contestar las siguientes preguntas:
  - ¿Son suficientes las observaciones para explicar el problema o fenómeno?
  - ¿Son muchas o pocas las variables explicativas? Aquí es necesario distinguir los diferentes tipos de variables que se vayan a estudiar, definiendo si son controlables, explicatorias o variables respuesta, etcétera.
  - Además debe hacerse una clasificación de variables por tipo de medida o escala, y por la naturaleza: continuas o discretas, cualitativas, binarias, etc. Todo ello porque los análisis resultantes dependen críticamente de la estructura que guarden los datos.
4. Posteriormente los datos deben ser examinados en una forma exploratoria antes de tratar de intentar un análisis más sofisticado.

Para llevar a efecto este análisis es necesario el cálculo de estadísticas básicas y el ajustar gráficas de funciones a los datos en cualquier forma que parezca apropiada, haciendo esto separadamente para cada variable (y en algunos casos para pares de ellas). Se recomienda el uso de histogramas, diagramas de cajas y alambres, así como diagramas de dispersión, de tallos y hojas para hacerse una idea de la distribución que pueda suponerse para los datos, además de tratar de observar los efectos de los valores faltantes o valores extremos y que puedan, o no, afectar los posibles análisis.

5. Utilizar el sentido común todo el tiempo. Aunque los resultados de aplicar la estadística pueden contradecir algunas ideas preliminares, la explicación que se logra de los resultados es consistente con la lógica del sentido común.
6. Reportar los resultados en una forma clara y explicativa por sí mismos. Debemos dejar que las evidencias hablen, que sean el eje del discurso de las recomendaciones y conclusiones.

### *2.3.4 Elaboración de un reporte*

La última tarea, y una de las más importantes en la aplicación de la estadística, consiste en diseñar y elaborar un reporte. En este documento se debe presentar la descripción del problema, la metodología de obtención y el análisis de datos, así como los resultados y las conclusiones. La tarea de diseñar y elaborar un reporte requiere una clara comprensión tanto del problema como del proceso que se siguió para su solución.

En este sentido, el manejo de los conceptos clave de la estadística es fundamental, sobre todo en lo que se refiere a la descripción de la metodología de obtención y análisis de datos, así como en la presentación y discusión de los resultados. El análisis de los resultados, una vez realizado, debe ser plenamente justificado y los resultados deben presentarse de manera apropiada. Usualmente se recomienda diseñar y elaborar sólo unos cuantos cuadros, tablas y gráficos; no hace falta presentar todo lo que se hizo; hay que seleccionar lo más relevante, lo directamente relacionado con las preguntas que dieron origen a la investigación o estudio. Por otro lado, la discusión de los resultados debe incluir los aspectos estadísticos pero también aspectos del marco de referencia del problema, debe tratar de dar una explicación de los resultados y no solamente hacer una recapitulación de los mismos.

Para escribir reportes de análisis estadísticos no hay en la literatura más que recomendaciones generales. En este sentido una práctica conciente propiciará, sin duda, la adquisición de las habilidades que se requieren para hacerlo de manera adecuada.

Con seguridad es posible decir que una investigación o estudio no se ha terminado hasta que se reporte y difunda. El reporte de la investigación es la prueba de fuego para el que está encargado de la investigación o estudio, ya que es allí donde concurren muchos problemas que son producidos o propiciados por la mala conducción de algunos pasos en el desarrollo de la misma. La buena organización y administración de los pasos y fases del estudio producirá materiales fundamentales para elaborar un buen reporte; sin embargo, también se requiere un esfuerzo de síntesis y un manejo de la comunicación escrita en el estilo técnico. La síntesis de los resultados y un buen diseño fundamentado; la revisión repetida y un adecuado manejo del estilo producen, en general, buenos reportes.

Después de un adecuado reporte de investigación o estudio técnico es inmediata y relativamente sencilla la preparación de una ponencia para un público específico, ya que la mayoría de las veces los resultados de los estudios se deben presentar ante equipos de trabajo de la misma organización. También es necesaria la construcción de un reporte ejecutivo, lo cual es recomendable para comunicar los resultados a la alta gerencia.

Muchas de las formas específicas de reportes y escritos sobre los resultados de la investigación están determinadas por convenciones aceptadas que son diferentes según el área de conocimiento y la disciplina, por tal motivo es difícil tratar muy particularmente los puntos que hay que desarrollar para obtener dicho reporte.

### 3. CONCEPTOS BÁSICOS DE ESTADÍSTICA

La estadística es una disciplina que proporciona principios y herramientas para hacer juicios sobre colectivos, con base en datos que se han obtenido para un propósito específico. Con sus técnicas y principios brinda la metodología para saber qué datos obtener, cómo obtenerlos y, una vez obtenidos, proporciona métodos y procedimientos para organizarlos y transformarlos con diferentes propósitos, a fin de extraer de ellos la máxima información según nuestros intereses y objetivos. Del análisis de los datos se obtiene la base para la construcción de juicios concluyentes sobre el colectivo bajo estudio; por tal motivo, es muy importante saber de qué colectivo se está hablando. Este capítulo está destinado a la presentación de algunos conceptos básicos que son clave para el empleo adecuado de los principios y las técnicas de la estadística. Varios de los conceptos que se tratarán aquí ya han sido mencionados en el capítulo anterior, pero ahora serán desarrollados de manera más detallada.

#### 3.1 Colectivos estadísticos

Se llama población objetivo o de referencia al colectivo del cual interesa conocer o saber su comportamiento. Esta población puede ser concreta (estar delimitada e identificada, en el sentido de saber quiénes y cuáles son sus miembros) o puede ser hipotética. En el primer caso tendríamos los siguientes ejemplos:

- Las tiendas de una cadena son la población objetivo si se desea hacer un estudio sobre ventas en un mes.
- Los proveedores son la población objetivo si se desea estimar el porcentaje de veces que éstos dejan de surtir su producto en un periodo fijo.

Una población hipotética es un conjunto que se caracteriza a través de las propiedades de los elementos que la conforman, así que no es necesaria otra cosa que tener una definición clara de cómo son los elementos de dicha población. Por ejemplo:

- Los estudiantes pueden ser la población objetivo para efectuar un estudio de hábitos de estudio.
- Las asignaciones presupuestales para cierto tipo de obra escolar pueden ser la población objetivo para el encargado que desea estudiar la situación financiera del almacén.
- Las posibles deserciones puede ser la población objetivo para el departamento encargado de esa temática.

Nótese que para estos ejemplos los conjuntos se caracterizan como  $U = \{X / X \dots\}$ . En los tres casos de este segundo tipo de población no sabemos cuántos elementos la conforman, e incluso no tenemos posibilidad de pensar a la población como un conglomerado ubicado en algún lugar. En general debe decirse que para estas poblaciones, que se denominan hipotéticas, lo importante es caracterizar con precisión cuándo un elemento pertenece o no a ella, lo cual establece los límites de la población.

Otro aspecto importante de notar es que en el caso de los primeros dos ejemplos las poblaciones objetivo son finitas y conocemos el número de elementos (N) que las conforman. En el segundo caso, en los ejemplos segundo y tercero, se hace referencia a un proceso que está funcionando y se desea conocer del proceso. En el primer ejemplo del segundo caso no podemos saber cuántos elementos la conforman. Tal situación es muy común en los estudios de mercado y de opinión pública.

### 3.2 Estudios enumerativos y estudios analíticos

En la terminología estadística, cuando la población objetivo es concreta, es decir que puede expresarse en forma explícita, se dice que el estudio es de carácter enumerativo, y cuando la población objetivo es hipotética se dice que se trata de un estudio analítico.

Cuando se realiza un estudio estadístico, éste se basa en una muestra (n elementos de la población), la cual sólo puede ser obtenida de una población bien delimitada que contiene elementos de la población objetivo, o bien construida bajo criterios que puedan garantizar cierta representatividad. A la población de la que se extrae la muestra se le

llama población de muestreo. Cuando esta población es la misma que la población objetivo, y lo que interesa es conocer de cantidades como el total en alguna característica, la proporción, el promedio o alguna razón, entonces se dice que el estudio es de tipo enumerativo. Por ejemplo, si se desea saber cuál sería la erogación total que la Secretaría de Educación de Veracruz haría si diera un estímulo para subsanar ciertas necesidades de escolaridad de los hijos de los profesores, entonces le interesaría una cantidad que se define en función de las que erogaría con cada uno de ellos. Tal estudio sería enumerativo.

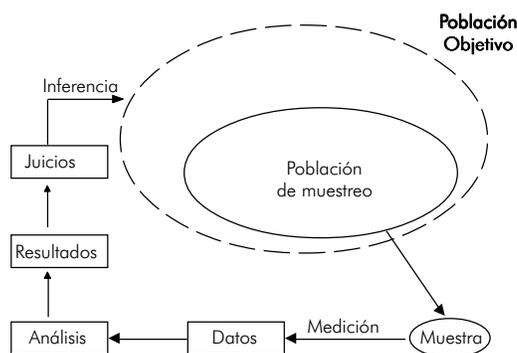
Si la población objetivo es finita, sabemos su tamaño  $N$ , podríamos obtener una muestra probabilística (a través de una rifa), asignándole a cada elemento de la población de muestreo (que es la misma que la población objetivo) una probabilidad de salir electo para pertenecer a la muestra. En el ejemplo enunciado en el párrafo anterior estamos en este caso. Hay varios métodos para obtener muestras probabilísticas en poblaciones finitas de tamaño conocido, en el capítulo sexto describimos algunos de los más importantes planes de muestreo.

En los estudios analíticos, más que hablar de la población en términos de indicadores, como el total, la media o la proporción, interesa estudiar las relaciones de causa–efecto; por ejemplo, cómo está asociada la cantidad de alumnos aprobados con las horas de capacitación del personal docente y directivo. En el caso del coordinador de zona podría estar interesado en conocer cómo la época del año influye en el ausentismo de profesores. Para los estudios de rendimiento escolar esto es más claro, ya que se hace una caracterización del rendimiento estudiantil en función de su edad, sexo, nivel de socioeconómico, etc. En este tipo de situaciones no interesa la población de la que se extrae la muestra, sino la relación causa–efecto definida sobre una población más general, que en este caso sería la de los estudiantes.

En los estudios analíticos es muy importante modelar relaciones causa–efecto y probar hipótesis sobre ellas. La forma de obtener la muestra de unidades que se medirán es muy importante; se tiene que decidir: dónde, cómo, cuándo y cuántos. Por ejemplo, alguien que desea estudiar sobre los efectos de ciertas intervenciones en el rendimiento final de un proceso deberá garantizar que en su muestra se presenten los diferentes tipos de intervenciones para que pueda estudiar comparativamente los efectos. Esto se podría lograr a través de la realización de un experimento sobre el sistema en funcionamiento normal. A veces esto puede ser muy costoso y no es posible realizarlo, por lo que se opta por emplear información histórica. En ambos casos se debe tener cuidado al extrapolar las conclusiones obtenidas de los datos a la población de muestreo.

El proceso general de la aplicación de la estadística (ver Gráfico 3.1) involucra la conceptualización de la población objetivo y la población de muestreo, la obtención de una buena muestra de acuerdo a los propósitos

y objetivos del estudio, la conducción cuidadosa del proceso de medición para que los datos sean de la calidad adecuada, la conducción de un análisis estadístico acorde a las necesidades de información, y una vez obtenidos los resultados se requiere una buena interpretación para que los juicios que se hagan sobre la población objetivo sean sustentados adecuadamente.



**Gráfico 3.1** Esquema general de los colectivos involucrados y las fases en un estudio estadístico

### 3.3 Muestreo de procesos

En el enfoque sistémico el concepto de proceso es fundamental. En el enfoque actual de control de calidad, o más generalmente de administración de la calidad, la tarea fundamental es el mejoramiento continuo de los procesos. Un proceso es una secuencia de tareas o actividades que se realizan de manera repetitiva para lograr un fin. Por ejemplo, los contadores trabajan con procesos contables de diferente tipo, los cuales siguen un protocolo específico. De hecho todas las esferas de la organización se pueden concebir como procesos, incluso en la vida diaria muchas actividades que realizamos las podemos ver como procesos. Cuando se quiere mejorar un proceso lo primero que se tiene que hacer es conocerlo, protocolizarlo o definirlo con precisión y después identificar sus puntos críticos con el propósito de intervenirlo o mejorarlo. Para evaluar los puntos críticos de un proceso hay que tomar datos, lo que implica la definición de las variables o indicadores de eficiencia del proceso y la forma de muestrear, de tal manera que los datos nos proporcionen información válida y confiable.

Para concebir la población objetivo, en el caso de los procesos, es necesario pensar que cada vez que el proceso se realiza se genera una variable aleatoria, y la población sería la distribución de referencia de esa

cantidad si hubiera un número infinito de repeticiones del proceso en esas condiciones.

En situaciones en las que interesa estudiar el funcionamiento de un proceso que está operando en tiempo real, es importante la definición de las muestras. El concepto de muestreo racional establece que un conjunto de subgrupos racionales o muestras son observaciones individuales cuya variación es atribuible sólo a un sistema constante de causas comunes. Cuando se están estudiando los cambios en el proceso es necesario que las muestras se elijan de tal forma que las unidades en un grupo o muestra estén sujetas a causas comunes (que sean la misma población), y que de grupo a grupo sean influidos de manera diferenciada, de esta forma la variabilidad dentro de grupos será la variación no explicada por las causas, y la variabilidad de grupo a grupo será la variabilidad explicada. Se sugiere mantener un criterio de economía en el número de elementos por cada muestra, por lo que se recomienda 4, 5, 6 ó 7 elementos tomados a intervalos de tiempo seleccionados aleatoriamente. En cada tiempo es recomendable tomar unidades sucesivas; la frecuencia con la que se deben recoger las muestras depende de la estabilidad del proceso, de la frecuencia con que se presentan eventos asociados a causas atribuibles, y del costo del muestreo.

Hay algunos procesos en los que las muestras están determinadas por la naturaleza del proceso. Por ejemplo, si se estudian las ventas diarias de un almacén, una forma racional de definir el muestreo es tomando los datos de cada semana, entonces ésta sería de tamaño 6 ó 7, dependiendo del número de días que funcione la tienda. De semana a semana se tendría suficiente razón para pensar que habrá causas atribuibles y además se tendrá un muestreo que producirá muestras representativas.

### 3.4 Escalas de medición

Los datos por sí solos no significan nada, es necesario referirlos a hechos. Un dato, unidad estadística básica, es el resultado de una medición; tiene asociada una escala y un significado. La medición tiene asociado un valor comparativo con un referente.

En general, cuando analizamos datos necesitamos conocer el contexto y el procedimiento de medición que los genera. Los datos siempre están asociados a conceptos específicos llamados variables; éstas son los conceptos de referencia más importantes en la investigación, ya que los datos son el resultado de mediciones sobre estas variables o características.

Hay una clasificación general de tipos de datos que se refiere a las escalas de medición propuestas por el psicólogo Stevens, la cual es casi universalmente aceptada. Los datos están referidos siempre a una de estas escalas:

**Nominal:** Un número en esta escala sirve sólo para identificar a un individuo. El número hace las veces de nombre; para dos datos en esta escala sólo es posible decir si son iguales o diferentes.

Un ejemplo de una variable que se mide en escala nominal es el sexo, que podría producir datos del tipo "1" y "2", donde el 1 puede ser "sexo femenino" y 2 "sexo masculino". Nótese que en el proceso de medición hay que establecer cómo los números se asocian a las categorías de la variable. En este caso la variable es dicotómica porque sólo tiene dos categorías. Otro ejemplo: si estamos estudiando los municipios del Estado de Veracruz podría ser la variable zona; aquí primero hay que definir cuántas zonas hay, cuáles son y después asignar los números que correspondan.

**Ordinal:** En esta escala los datos pueden ordenarse; es decir, de acuerdo a los números asociados a dos individuos, uno no sólo puede decir si son iguales o diferentes, sino que también cuál está en un lugar más abajo o más arriba en la escala.

Un ejemplo de variable que se mide en escala ordinal es el que se genera en muchas preguntas de opinión sobre un servicio: ¿qué tanto le agradó el producto o servicio? Las categorías de respuesta podrían ser 0= "nada", 1= "poco", 2= "regular", y 3= "mucho".

**Intervalo:** Los números en esta escala permiten establecer "distancias" entre dos individuos. La diferencia entre los dos datos dirá si están cerca o lejos. En la escala de intervalo el cero es un valor que no significa ausencia de la característica, sino que es colocado de forma arbitraria en algún lugar de la escala para tenerlo como referencia.

Ejemplos típicos de variables medidas en escala de intervalo son la temperatura y la dureza de los metales. Aquí hay varias escalas que establecen un cero relativo. En el caso de la temperatura es conocido que "cero grados centígrados" es diferente que "cero grados Fahrenheit"; cada cero en cada escala tiene un significado físico diferente.

**Razón:** Esta escala es la más fuerte en el sentido de que es posible establecer un porcentaje de diferencia entre dos datos. Aquí el cero significa ausencia de la característica que se está midiendo; es decir, el cero es absoluto. En la escala de razón se miden variables "cuantificables", la gran mayoría de naturaleza continua, como pesos, longitudes, cantidades, etcétera.

Resumiendo: los datos son de cuatro tipos distintos, dependiendo de la escala a la que correspondan, además pueden referirse como discretos o continuos. Los nominales u ordinales son discretos, porque al "medir" un conjunto de individuos los valores que pueden tomar los datos forman un conjunto numerable. Los datos continuos, en cambio, toman valores de conjuntos infinitos, aunque la precisión de los aparatos de medición nos

obliga siempre a referir conjuntos discretos de posibles valores, por eso decimos que los datos son sólo en su naturaleza continuos.

### 3.5 Variabilidad y estadística

La estadística proporciona los criterios racionales para decidir cómo coleccionar adecuadamente datos, transformarlos y obtener y presentar conclusiones válidas de ellos. Los datos están asociados con un colectivo (conjunto de individuos medidos) de referencia, que puede ser sólo una muestra o toda una población, dependiendo de los intereses del estudio. Pero los datos también pueden referirse a las mediciones de un proceso en funcionamiento; es decir, las poblaciones de referencia u objetivo pueden ser finitas o infinitas (hipotéticas).

Los procesos de medición están sujetos a fluctuaciones en los datos que se llaman variabilidad. Ésta está presente en los procesos y la medición la refleja. El estudio, cuantificación e interpretación de la variabilidad es competencia de la estadística.

La variación es inherente a todos los procesos. La variabilidad es en sí la discrepancia observada entre las mediciones, puede ser de dos tipos: la asociada a causas atribuibles y la asociada al azar. Por ejemplo, en la verificación de los pedidos de un producto de alta rotación se acepta cierta variación en la cantidad requisitada pues los registros históricos la involucran en forma inherente al proceso. Esta sería una variabilidad natural que no sabemos a qué se deba y por eso decimos que es no explicada. Sin embargo, cuando hay una cantidad solicitada, rara por su volumen (o muy grande o muy pequeña), sabemos que debe haber una causa atribuible a esa variación, ya que difiere sustancialmente de la variación que conocemos por experiencia.

El control de un proceso está asociado al control de la variabilidad y a la reducción de ésta, para eso es conveniente identificar sus causas, tomar datos de manera que se puedan construir indicadores de la variabilidad asociados a las causas que se sospeche pueden resultar atribuibles, para ello se requiere contar con el entendimiento de los principios y el manejo de las herramientas y los métodos de la estadística. En el próximo capítulo se hace una presentación y discusión de las herramientas básicas para identificar puntos críticos, para resolver problemas y fundamentar formas de intervención; sin embargo, debe tenerse presente que todos los sistemas están influidos por múltiples factores y por tanto la variabilidad es inherente y sólo puede reducirse hasta cierto nivel.

En el siguiente gráfico se presenta la forma en que se concibe la relación de la variabilidad con el control, que en sí sería identificar las causas atribuibles y actuar sobre el sistema para que la influencia de éstas se pudiera llevar a valores razonables, de acuerdo con estándares

previamente especificados, lo que nos permitiría tener el proceso bajo control estadístico. Cabe hacer notar que causas atribuibles pueden ser también condiciones del medio, materiales y las mismas personas; todos aquellos factores que concurren en la operación del proceso y que puedan afectar la respuesta.

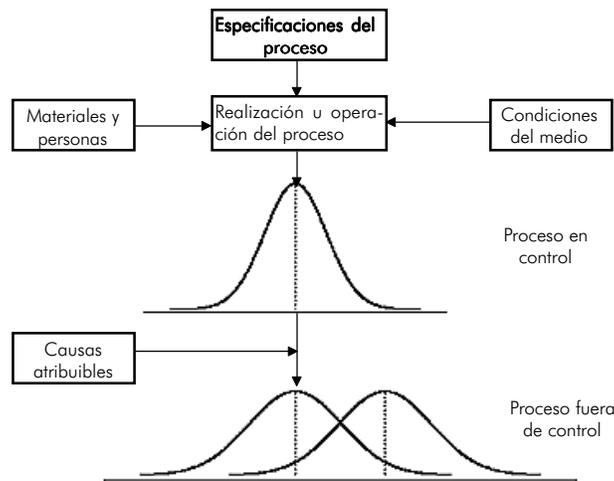


Gráfico 3.2 Esquema de la variabilidad y su relación con el control

Los gráficos de control son una valiosa herramienta para monitorear los procesos una vez que se tiene información suficiente sobre su funcionamiento normal. La vigilancia de los procesos, para que se mantengan bajo control, es una actividad importante en la administración de la calidad. En el capítulo quinto se presentan los gráficos de control más populares y útiles en las etapas preliminares de control estadístico de procesos.

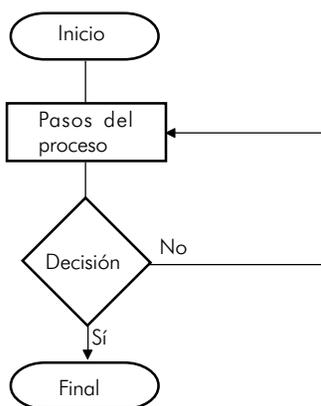
## 4. HERRAMIENTAS BÁSICAS PARA EL DIAGNÓSTICO DE SITUACIONES

La estadística nos dota de principios, técnicas, procedimientos y métodos para recopilar datos, analizarlos y obtener de ellos conclusiones válidas y útiles. En este contexto hay un conjunto de herramientas básicas, que sí son utilizadas de acuerdo a objetivos claros nos pueden ayudar a identificar posibles problemas, a priorizar su importancia y a plantear e instrumentar medidas correctivas. A continuación se presenta una serie de herramientas que son de utilidad en las fases iniciales del trabajo con los procesos, entendiendo que un proceso es una secuencia de tareas o actividades que tienen un fin específico.

Estas herramientas son sencillas de aplicar, pero la clave del éxito radica en saber cuál es la más apropiada para utilizar en una situación específica y cuál es la forma correcta de usarla. Se asegura que particularmente en el contexto del trabajo organizacional y en las tareas de mejoramiento de la calidad permiten resolver un porcentaje muy alto de los problemas que con el tiempo perjudican el logro de las metas y los objetivos organizacionales. Hay muchos estudios que demuestran que más de 80% de los problemas en el ámbito laboral, en las más diversas organizaciones, se pueden diagnosticar y resolver satisfactoriamente utilizando estas herramientas. De hecho, en Japón y en muchas empresas de Estados Unidos de Norteamérica, los obreros y los trabajadores de todos los niveles las utilizan cotidianamente. Basados en este hecho se está promoviendo su aprendizaje y aplicación en los niveles de educación media superior y superior.

## 4.1 Diagrama de flujo

Esta herramienta tiene su origen en la ingeniería y fue profusamente promocionada para la diagramación de algoritmos computacionales. El diagrama de flujo es de gran utilidad cuando se requiere identificar la trayectoria actual o ideal que sigue un producto o servicio, con el fin de identificar desviaciones. En general, es una poderosa herramienta para conocer y compenetrarse con los procesos, ya que su elaboración implica un análisis cuidadoso de flujos, de subprocesos y fases, permite además tomar conciencia de cómo se están haciendo las cosas y cómo deberían hacerse, obligando de esta manera a un análisis crítico y objetivo, requisito indispensable para abordar una tarea de mejoramiento. El diagrama de flujo es una representación gráfica que muestra el esquema general y los flujos del proceso. En el siguiente gráfico se presenta la forma general, los símbolos y las convenciones que se utilizan corrientemente. Un aspecto importante en los procesos son las decisiones (se representan con un rombo) y los ciclos, los cuales deben estar claramente establecidos.



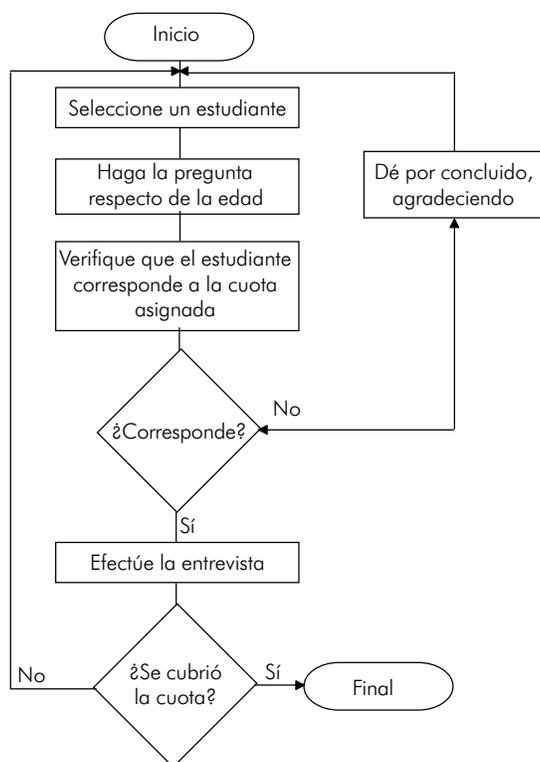
**Gráfico 4.1** Forma general de un diagrama de flujo

Esta herramienta puede ser aplicada en múltiples situaciones, por ejemplo en la elaboración de una factura, en el flujo de mercancía o los pasos necesarios para hacer una venta, así como para entender y analizar el proceso de distribución de un producto. También resulta de utilidad para comprender y desarrollar algoritmos eficientes para tareas complejas.

Para elaborar un diagrama de flujo tenga siempre en cuenta los siguientes consejos:

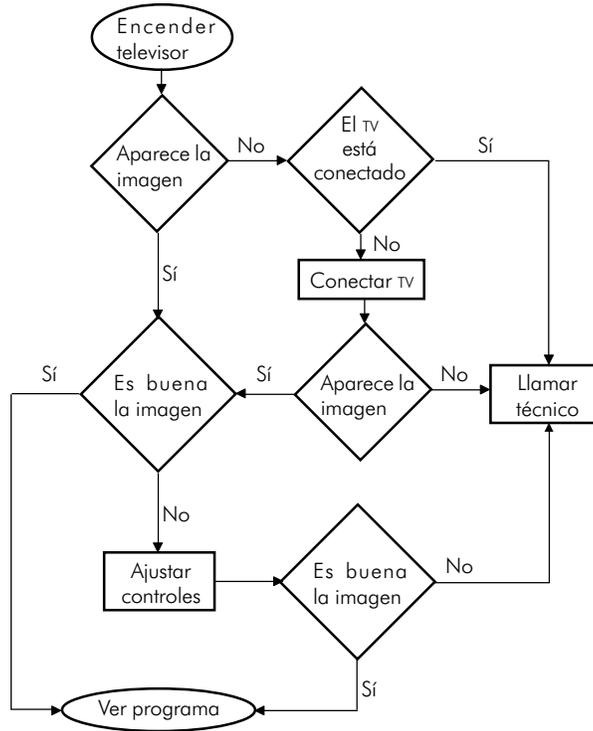
1. Definir claramente los límites del proceso.
2. Utilizar los símbolos más sencillos posibles.
3. Asegurarse de que cada paso tenga una salida.
4. Por lo general solamente sale una flecha de los bloques de proceso, de no ser así podría requerirse el uso de un bloque de decisión.

*Ejemplo 1:* Para el levantamiento de una encuesta, cuando se utiliza muestreo por cuotas, a cada encuestador se le pide que entreviste a un número de personas que cumplan con ciertas condiciones previamente definidas, de acuerdo con las tipologías que el estudio considere. Así pues, el encuestador debe cumplir con las “cuotas” que se le asignen. Por ejemplo, la cuota puede consistir en entrevistar a cinco estudiantes de cada grupo, tres mujeres y dos hombres. Para capacitar a los encuestadores puede usarse el diagrama de flujo que se presenta a continuación.



**Gráfico 4.2** Diagrama de flujo para un ejemplo de un muestreo por cuotas

*Ejemplo 2:* El gráfico que se presenta ahora ilustra con un diagrama de flujo el proceso que debe seguirse cuando se desea ver un programa de televisión.



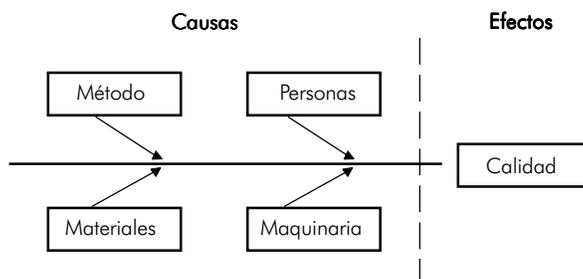
**Gráfico 4.3** Diagrama de flujo para el proceso que se sigue para ver un programa de televisión

## 4.2 Diagrama de causa–efecto

El diagrama de causa–efecto es una herramienta útil cuando se necesita explorar y mostrar todas las causas posibles de un problema o una condición específica. Se llama también diagrama de espina de pescado, por la forma que toma (ver Gráfico 4.4). Fue desarrollado para representar la relación entre algún efecto y todas las posibles causas que lo influyen. El efecto o problema es colocado en el lado derecho del diagrama y las influencias o causas principales son listadas a su izquierda.

Los diagramas de causa–efecto se utilizan para ilustrar claramente las diferentes causas que afectan un proceso, identificándolas y relacionándolas unas con otras. Para un efecto hay varias categorías de causas principales que pueden ser resumidas en cuatro categorías: personas, maquinaria, métodos y materiales; en el área administrativa es recomendable usar las 4 P: pólizas,

procedimientos, personal y plantas. Estas categorías son sólo sugerencias, y el diagrama se adapta a la naturaleza y complejidad del problema.



**Gráfico 4.4** Forma general de un diagrama de causa-efecto

De una bien definida lista de causas, las más comunes son identificadas y seleccionadas para un análisis mayor; a medida que se examine cada una, intente ubicar todo lo que influye o pueda influir. La elaboración de un diagrama de causa-efecto exige creatividad y buen conocimiento del proceso; su creación es una tarea que se desarrolla mejor en forma colectiva, con la participación de todos los involucrados en el proceso. Para elaborar un diagrama de este tipo se recomienda seguir los siguientes pasos:

1. Genere la información que permita identificar las causas necesarias a fin de construir un diagrama de causa-efecto, de alguna de las siguientes maneras:
  - Lluvia de ideas estructurada acerca de las posibles causas (sin preparación previa).
  - Pídale a los miembros del equipo que utilicen hojas de inspección simples para ubicar las posibles causas y examinar cuidadosamente los pasos del proceso de producción.
  
2. Elabore el diagrama de causa-efecto actual de la siguiente forma:
  - Coloque la frase descrita que identifica el problema en el cuadro de la derecha.
  - Por pasos, de acuerdo al proceso o problema que se está analizando, anote por categoría las causas principales o bien cualquier causa que sea útil organizar, considerando los factores más importantes.
  - Coloque en forma apropiada, en categorías principales, las ideas generadas durante la lluvia de ideas.
  - Para cada causa pregúntese ¿por qué sucede?, y liste las respuestas como ramificaciones de las principales causas.

3. Interprete. Con el fin de encontrar las causas más elementales del problema, se recomienda lo siguiente:

- Observe las causas que aparecen repetidamente.
- Llegue al consenso con el grupo, sometiendo el diagrama a un análisis colectivo.
- Reúna información para determinar las frecuencias relativas de las diferentes causas. Para ello son de mucha utilidad la hoja de registro y el diagrama de Pareto, que se expondrán más adelante.

*Ejemplo 3.* Este ejemplo fue desarrollado por los miembros de los departamentos de Control de Calidad y Garantía de Calidad de la Central Nuclear de Laguna Verde (Veracruz–México). Se realizó como una práctica con base en una lluvia de ideas, que fue coordinada por uno de los autores del presente libro (ver Gráfico 4.5).

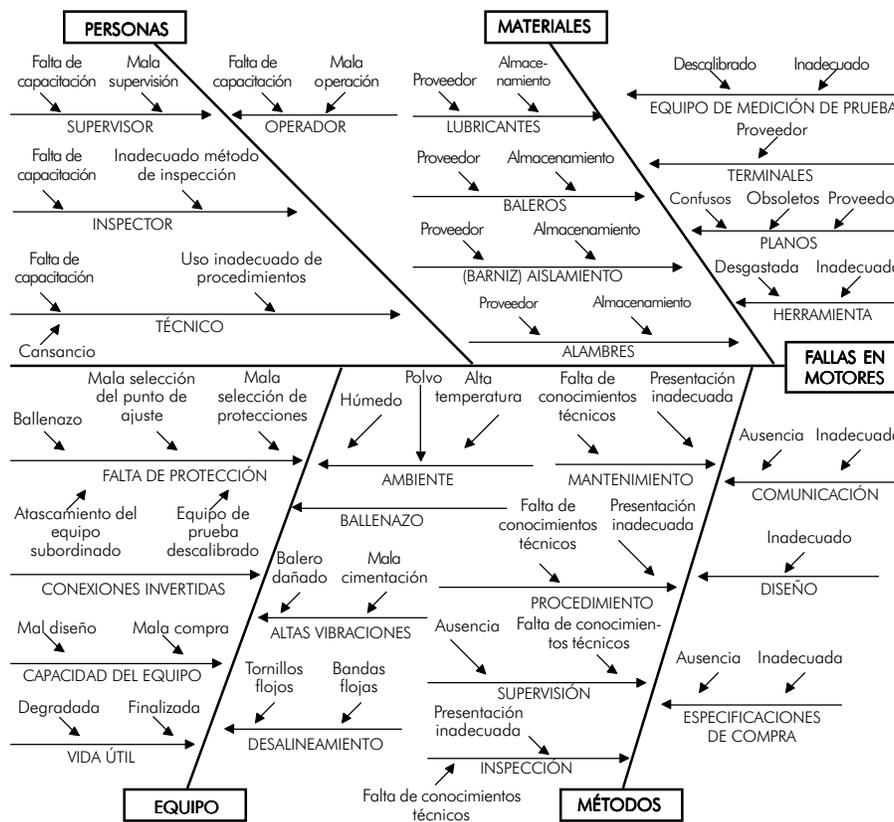


Gráfico 4.5 Diagrama de causa-efecto para el ejemplo de la falla en motores

Este diagrama es de mucha utilidad como instrumento para involucrar a los miembros de un equipo en la solución de un problema. Para su elaboración considere las siguientes recomendaciones:

- Procure no ir más allá del área de control del grupo a fin de minimizar posibles frustraciones.
- Si las ideas tardan en llegar, utilice las principales categorías de causas como catalizadores.
- Sea conciso, use pocas palabras.
- Asegúrese de que todos estén de acuerdo con la frase descriptiva del problema.

El tipo de diagrama de causa–efecto más utilizado se construye colocando las causas individuales dentro de cada categoría principal y formulándose la pregunta: ¿por qué sucede esta causa? para cada punto.

Los diagramas de causa y efecto pueden adoptar formas particulares de acuerdo con las necesidades, por ejemplo:

1. Clasificación según el proceso. Listar secuencialmente todos los pasos de un proceso.
2. Enumeración y organización de causas. Permite enumerar todas las causas posibles, las cuales son organizadas en categorías de causas principales.

### 4.3 La hoja de inspección o de registro

Una tarea estadística muy importante es la captación de datos. La adecuada obtención de los datos que se requieren para analizar un problema es fundamental; en este sentido una buena hoja de registro permitirá anotar con precisión los diferentes antecedentes de cada unidad de estudio para posteriormente crear una base de datos que cuente con los atributos para realizar un buen análisis.

La hoja de inspección es recomendada siempre que se necesite reunir datos basados en la observación de las unidades de estudio, con el fin de empezar a detectar tendencias o aspectos relevantes del asunto bajo estudio; este es el punto lógico de inicio en la mayoría de los ciclos de solución de problemas. La necesidad de diseñar una hoja de registro se presenta cuando se ha comprendido y delimitado bien un problema y se desea tener evidencia empírica para abordar racionalmente su solución. Usualmente esto sucede cuando se ha analizado el proceso, se han identificado los puntos críticos y se quiere la identificación específica y la priorización de las causas, con el propósito de establecer un curso de acción. Una vez que se ha diseñado una hoja de inspección o registro, se debe confrontar cada una de las variables incluidas con la necesidad que originó el instrumento, a fin de no cargar innecesariamente la hoja con información, sobre la que no hay claridad respecto de su utilidad.

Las hojas de inspección son formas fáciles de comprender para contestar a la pregunta: ¿Con cuánta frecuencia ocurren ciertos eventos? Empieza entonces el proceso de convertir “opciones” en “hechos”. Para la elaboración de una hoja de inspección se requiere lo siguiente:

1. Estar de acuerdo sobre qué evento exactamente está siendo observado.
2. Decidir el periodo durante el cual serán recolectados los datos. Esto puede variar de horas a semanas.
3. Diseñar una forma que sea clara y fácil de usar. Asegúrese de que todos los campos estén claramente descritos y de que haya suficiente espacio para registrar los datos.
4. Obtener los datos de una manera consistente y honesta. Asegúrese de que se ha dedicado el tiempo necesario para esta labor.
5. Asegúrese de que la muestra de observaciones o el colectivo de casos sea representativo.
6. Reafirme que el proceso de muestreo sea eficiente y práctico, de manera que las personas tengan tiempo y todas las indicaciones necesarias para hacerlo.
7. La población (universo) a ser muestreada debe ser homogénea; si no lo es, el primer paso debe ser la estratificación (agrupación). Los datos agrupados permiten verificar las causas atribuibles que producen variabilidad, si es que hay diferencias entre los estratos.

*Ejemplo 4:* En la Tabla 4.1 se presenta la propuesta de una hoja para registrar los datos de la entrega de desayunos escolares en comunidades apartadas del estado de Veracruz, México. Se llenaría una hoja para cada caso de entrega, después se podría hacer un concentrado de los datos en otra hoja de inspección (o de registro) en la que únicamente se registrarían los casos de retraso con su causa principal.

Orden: _____
Fecha de la orden: _____
Fecha de recepción: _____
Turno de recepción: _____
Fecha de despacho: _____
Turno de despacho: _____
Fecha de entrega: _____
Situación de la entrega: _____
Monto del pedido: _____
Observaciones: _____
Certificó: _____

**Tabla 4.1** Forma de registro para un caso de entrega de desayunos escolares

Si para cada evento observado, por ejemplo cuando tenemos un retraso, se anota la causa principal, podríamos diseñar una forma de registro como la que se presenta en la Tabla 4.2, en la que tendríamos concentrados de las causas por turno, suponiendo que el turno fuese un factor a vigilar.

La estructura de la tabla es el resultado de planear los factores que se desea estudiar y vigilar. Se ha establecido previamente el tipo de problema y la estrategia de análisis, lo cual permite incluir en la tabla toda la información necesaria para la posterior toma de decisiones.

Causa de retraso	Turno		Total
	Vespertino	Matutino	
Retraso en recepción	17	14	31
Retraso en despacho	11	19	30
Retraso por dificultad de surtido	23	18	41
Retraso por transporte	6	3	9
Otra	4	2	6

**Tabla 4.2** Hoja de registro en la que se resume la frecuencia de cada una de las causas de retraso, según el turno

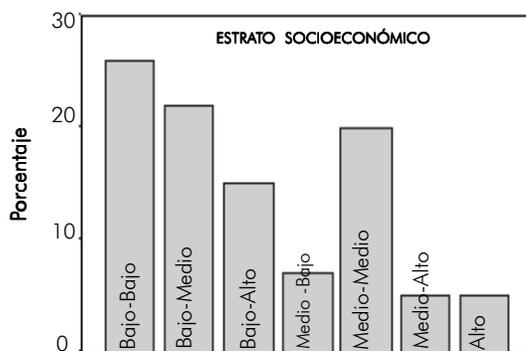
#### 4.4 Gráfico de barras

Esta representación gráfica es muy usada por su simplicidad y facilidad de interpretación; se emplea para comparar gráficamente varias categorías asociadas con la misma variable, que puede ser de escala nominal u ordinal, aunque también podría utilizarse una variable cuantitativa categorizada.

*Ejemplo 5:* En una muestra de cien estudiantes de una escuela urbana se aplicó un estudio para identificar su nivel socioeconómico; un equipo de trabajo social, siguiendo una metodología preestablecida definió las categorías a partir de las visitas domiciliarias y entrevistas a profundidad. Las frecuencias obtenidas se presentan a continuación, con su correspondiente gráfico de barras.

Estrato económico		
	Frecuencia	Porcentaje
Bajo-Bajo	26	26
Bajo-Medio	22	22
Bajo-Alto	15	15
Medio-Alto	7	7
Medio-Bajo	20	20
Medio-Alto	5	5
Alto	5	5
Total	100	100

**Tabla 4.3** Distribución de frecuencias por estratos socioeconómicos de la muestra de cien estudiantes



**Gráfico 4.6** Gráfico de barras para la variable estrato socioeconómico

## 4.5 Diagrama de puntos

Es un despliegue unidimensional que ubica las observaciones sobre un eje de amplitud igual al rango de valores,<sup>1</sup> más dos unidades de medida (una a cada lado del eje). Se construye colocando puntos sobre el eje para ubicar cada dato.

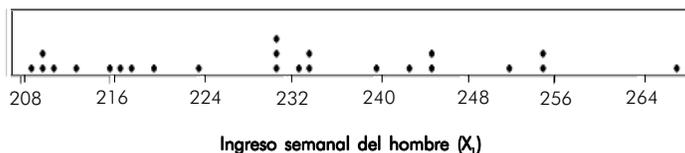
*Ejemplo 6:* Consideremos la matriz de datos que aparece en la Tabla 4.4 para ilustrar algunas de las técnicas que se presentarán.

<sup>1</sup> Rango es la distancia entre el mayor y el menor de los datos.

Pareja	Antigüedad Z	Ingreso-hombre $X_1$	Gasto-alimentación $X_2$	Gasto-recreación $X_3$	Ingreso-mujer $X_4$
1	1	231	169	65	201
2	1	233	159	65	193
3	1	245	164	69	206
4	1	231	160	65	191
5	1	243	170	70	203
6	1	234	160	62	190
7	1	240	158	66	203
8	1	231	162	67	195
9	1	234	155	62	195
10	1	224	153	64	193
11	1	255	175	67	210
12	1	252	171	54	211
13	1	245	178	51	210
14	1	255	178	57	211
15	1	267	178	57	223
16	2	213	145	64	184
17	2	211	149	60	180
18	2	216	164	61	184
19	2	220	152	64	185
20	2	217	143	57	180
21	2	210	148	60	179
22	2	209	145	58	177
23	2	210	145	58	178
24	2	218	149	60	182

**Tabla 4.4** Datos sobre los 24 matrimonios

En el cuadro anterior se presentan las mediciones de matrimonios seleccionados en un sector de clase media–alta. Con la entrevista se obtuvieron datos sobre las variables: Z\_ antigüedad de la pareja, el valor “1” se asigna a la pareja que tiene 5 años de casados o menos (baja antigüedad) y de otra forma se asigna el valor “2” (alta antigüedad):  $X_1$  = Ingreso semanal del hombre;  $X_2$ \_gasto semanal de la pareja en alimentación;  $X_3$ \_gasto semanal en recreación;  $X_4$ \_ingreso semanal de la mujer.



**Gráfico 4.7** Diagrama de puntos para el ingreso semanal del hombre ( $X_1$ ), en la pareja



En el Gráfico 4.9 podemos ver notorias diferencias entre las distribuciones del gasto en recreación, sobre todo en lo que a la variación se refiere; éste tiene menor variación en las parejas de mayor antigüedad, aunque en cuanto al valor central (media) no parece existir mucha diferencia.

## 4.6 Diagrama de Pareto

Hay un gráfico de barras que tiene un nombre especial y que se utiliza con el propósito de organizar y priorizar las causas asociadas a un problema. Éste es el llamado Diagrama de Pareto.

En una empresa existen muchos problemas que esperan ser resueltos o atenuados, cada problema puede ser originado por una o varias causas. Es imposible e impráctico tratar de resolver todos los problemas o atacar todos los motivos al mismo tiempo.

Un proyecto de mejora tendrá mayor probabilidad de éxito si está bien planeado, en este sentido es necesario escoger un problema importante y atacar las causas más relevantes. La idea es seleccionar un proyecto que pueda alcanzar la mejora más grande con el menor esfuerzo. La herramienta que permite localizar el problema principal y seleccionar la causa más importante de éste es el Diagrama de Pareto, que también es utilizado para localizar áreas de mejora en donde potencialmente el éxito puede ser mayor.

Usualmente este diagrama se usa en conjunción con el diagrama de flujo, el diagrama de causa–efecto y la hoja de registro.

La idea anterior contiene el llamado Principio de Pareto, conocido como Ley 80–20 o “pocos vitales, muchos triviales”. Este principio reconoce que unos pocos elementos (20%) generan la mayor parte del efecto (80%), el resto de los elementos generan muy poco del efecto total.

En la elaboración del Diagrama de Pareto debe tenerse en cuenta las siguientes recomendaciones:

- 1) Seleccione los problemas a ser comparados y ordénelos por categoría de acuerdo a lo siguiente:
  - Lluvia de ideas: discutir y llegar a un consenso para establecer cuáles son los principales problemas.
  - Utilizando los datos existentes: para establecer las áreas problemáticas más importantes se deben revisar los informes generados durante el mes pasado.
- 2) Seleccione la unidad de medición del patrón de comparación: el costo, la frecuencia, etcétera.

- 3) Seleccione el periodo a ser estudiado: ocho horas, cinco días, cuatro semanas, etcétera.
- 4) Reúna los datos necesarios de cada categoría: el retraso debido a la causa A ocurrió 19 veces en los últimos seis meses; o bien, el retraso por razones imputables a la causa A originó un costo de \$18,000,000 en los últimos tres meses.
- 5) Compare la frecuencia o costo de cada categoría respecto a las demás: la causa de retraso A ocurrió 75 veces, la causa B 107 y la causa C ocurrió 23 veces; o bien, el costo anual atribuible a la causa A es de \$32,000 y el costo asociado a la causa B fue de \$46,000. Todos los datos pueden obtenerse de las hojas de registro apropiadas.
- 6) Enumere, en orden decreciente de frecuencia o costo, y de izquierda a derecha sobre el eje horizontal, las diferentes categorías; las que contengan nuevas categorías pueden ser combinadas en la categoría denominada "otros", la cual es colocada al extremo derecho de la clasificación.
- 7) Arriba de cada categoría o clasificación (eje horizontal) dibuje una barra cuya altura represente la frecuencia o costo de esa clasificación.

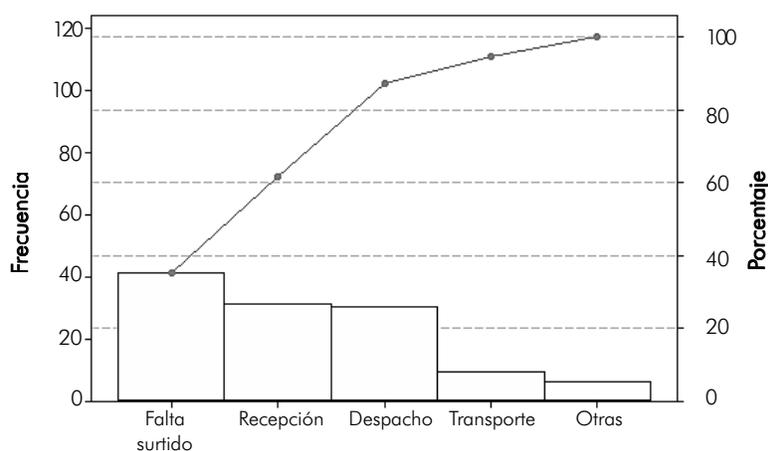
En la elaboración del diagrama y para su correcta interpretación se sugiere las siguientes recomendaciones:

- a) Los datos de las frecuencias o los costos de las categorías son comúnmente representados en el eje vertical izquierdo y su respectivo porcentaje en el eje vertical derecho. Asegúrese de que los dos ejes estén a escala, por ejemplo: 100% de la escala del eje vertical derecho es equivalente al costo o a la frecuencia total representada en el eje vertical izquierdo; 50% equivale a la mitad del valor total representado, etcétera.
- b) Desde la esquina superior derecha de la barra más alta, y moviéndose de izquierda a derecha a través de las categorías se puede trazar una línea que nos muestre la frecuencia acumulada de las categorías. Haciendo esto se pueden contestar preguntas tales como: ¿cuánto del total está representado por las tres primeras categorías?"
- c) Utilice el sentido común; los eventos más frecuentes o más costosos no son siempre los más importantes, por ejemplo: dos accidentes fatales requieren más atención que cien cortaduras en los dedos.
- d) Marque el diagrama claramente para mostrar el patrón de medición (\$, % ó #).

Causa de retraso	Frecuencias	Porcentaje	Frecuencia acumulada	Porcentaje acumulado
Falta surtido	41	35.0	41	35.0
Recepción	31	26.5	72	61.5
Despacho	30	25.6	102	87.2
Transporte	9	7.7	111	94.9
Otras	6	5.1	117	100.0

**Tabla 4.5** Distribución de frecuencias de las causas de los retrasos en la entrega de los desayunos escolares

Se hace evidente que las tres primeras causas son responsables de casi 90% de los retrasos. Si se eliminaran las dos primeras causas se reduciría más de la mitad de los retrasos.



**Gráfico 4.10** Diagrama de Pareto para las causas de retraso en los desayunos escolares

## 4.7 Diagrama de tallos y hojas

El diagrama de tallos y hojas es una técnica gráfico–numérica que permite organizar y presentar un grupo de datos cuantitativos. La organización y presentación de los datos se hace de tal forma que se sigue manteniendo la totalidad de valores que conforman el grupo, pero además se tiene un despliegue visual que nos ayuda a explorar características de la forma de la distribución.

Para elaborar un diagrama de tallos y hojas se siguen los siguientes pasos:

1. Se seleccionan los tallos, que son clases de valores. Generalmente son los dígitos a la izquierda de las cifras.
2. Se traza una línea horizontal y a la izquierda se escriben los tallos.
3. Se apilan las hojas a la derecha de los tallos, conforme se revisan los datos.
4. Se ordenan las hojas.

La adecuada elección de los tallos es fundamental en la visualización de las características relevantes de la distribución.

*Ejemplo 7:* De los expedientes de los supervisores operativos se registra la edad en años cumplidos de cada uno a la fecha de la revisión. Los datos son: 30, 31, 30, 38, 38, 27, 25, 29, 35, 35, 36, 31, 31, 45, 44, 32, 33, 33, 28, 29, 29, 34, 34. El diagrama sería:

Tallos	-	Hojas	Clase	Percentiles
2	-	5 7 8 9 9 9	6	25%
3	-	0 0 1 1 1 2 3 3 4 4	10	Mediana
3	-	5 5 6 8 8	5	75%
4	-	4	1	
4	-	5	1	
Hoja = 1		Mínimo	25	
		Máximo	45	
		Total:	23	

**Gráfico 4.11** Diagrama de tallos y hojas de los datos de las edades de los supervisores

Éste es un diagrama con 5 tallos de hojas posibles; para 3 son 0, 1, 2, 3, 4 y para 3° son 5, 6, 7, 8 y 9. Puede observarse que en este diagrama no sólo tenemos los valores concretos de los datos, sino también la forma de la distribución que se construye con los propios números.

*Ejemplo 8:* En un almacén regional se registraron, en miles de pesos, los montos de 50 pedidos que se efectuaron durante el mes pasado. A continuación se transcriben los datos: 20.8, 21.9, 20.7, 25, 22.8, 25.3, 22.5, 23.8, 20.9, 23.5, 23.7, 23.6, 25.1, 19.5, 24.2, 21.3, 23.1, 24.2, 19.8, 22.8, 19.7, 23.8, 23.8, 21.1, 21.6, 22.8, 22, 20.9, 22.2, 20.1, 20.7, 21.2, 23.3, 22.9, 19.5, 23.3, 19.0, 25, 24.1, 21.8, 21.5, 19.9, 24.1, 23.9, 23.9, 24.2, 20.7, 24.3, 20.9, 22.7.

Tallos	-	Hojas	Clase	Percentiles
19	-	0	1	
19	-	5 5 7 8 9	5	
20	-	1 3	2	
20	-	7 7 7 8 9 9 9	7	25%
21	-	1 2 3	3	
21	-	5 6 8 9	4	
22	-	0 2	2	
22	-	5 7 8 8 8 9	6	Mediana
23	-	1 3	2	
23	-	5 6 7 8 8 8 9 9	8	75%
24	-	1 1 2 2 2 3	6	
24	-		0	
25	-	0 0 1 3	4	
25	-		0	
Hoja = 1		Mínimo	19.0	
		Máximo	25.3	
		Total:	50	

Gráfico 4.12 Diagrama de tallos y hojas para el número de pedidos por mes

De acuerdo con lo que se aprecia en el diagrama de tallos y hojas anterior, los datos se encuentran dispersos en todo el rango de una manera más o menos uniforme, aunque se observa una ligeramente mayor concentración hacia los valores mayores.

## 4.8 Estadísticas de orden

Se llaman estadísticas de orden a ciertos valores en la escala de los datos ordenados. Son estadísticas de orden el mínimo  $X_{(1)}$ , el máximo  $X_{(n)}$ , la mediana  $Med.$ , los cuartiles y los deciles. La mediana es el dato o valor en la escala que parte a la distribución en dos partes iguales; es decir, arriba de este valor o dato cae 50% de los casos. El cuartil primero, a veces denotado por  $Q_1$ , es el valor o dato abajo del cual está 25% de los casos. De manera análoga,  $Q_3$  es el valor o dato abajo del cual se encuentra 75%. Los deciles son los valores o datos que dividen a la distribución en diez partes, cada una de ellas con el mismo porcentaje de datos.

Las estadísticas de orden mencionadas producen una partición del rango en el que se encuentran los datos en dependencia de la concentración de frecuencias en cada rango de valores. En esta partición es de importancia el rango intercuartílico ( $Q_3 - Q_1$ ), el cual nos da una medida de la variación de los datos con respecto al centro: es en ese rango en el que están concentrados 50% de los datos alrededor del "centro".

Las estadísticas de orden se pueden identificar en el diagrama de tallos y hojas. Si el número de datos  $n$ , es impar, entonces el dato que ocupa el lugar del centro  $[(n/2) + 1/2]$  es la mediana. Lo mismo ocurre para  $Q_1$  y  $Q_3$ ; es decir, hay un dato en la colección que parte exactamente la distribución

en dos conjuntos que tienen el mismo número de datos. En el caso de número par de datos, entonces se toma el promedio de los que ocupan las posiciones centrales adyacentes o a la cuarta y tres cuartas partes.

Para los datos del ejemplo de las edades de los supervisores operativos  $n = 23$ , la mediana resulta el dato que está en el lugar 12 de la muestra ordenada; es decir,  $Med = 32$ . Asimismo  $Q_1 = 29$  y  $Q_3 = 35$ .

A una gráfica de tallos y hojas se le puede agregar mayor información con respecto a la distribución de los datos y se puede combinar con una tabla de distribución de frecuencias. El siguiente ejemplo hipotético se refiere a la cantidad gastada en una tienda por 100 personas; las cantidades están medidas en pesos mexicanos sin centavos (redondeadas).

Frecuencia	Frecuencia acumulada	Porcentaje acumulado	Tallos	-	Hojas
3	3	0.03	0	-	1 2 4
3	6	0.06	*	-	6 7 9
10	16	0.16	1	-	0 1 1 1 2 2 3 3 4 4
7	23	0.23	*	-	5 5 6 7 7 8 9
1	24	0.24	2	-	4
17	41	0.41	$Q_1$	*	5 5 5 5 6 6 7 7 7 7 8 8 8 8 9 9
24	65	0.65	Med. 3	-	0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 2 2 2 3 3 4 4 4 4
13	78	0.78	$Q_3$	*	5 5 5 6 6 6 7 7 7 8 8 8 9
12	90	0.90	4	-	0 0 0 1 1 1 1 1 2 2 2 2
2	92	0.92	*	-	5 6
3	95	0.95	5	-	2 3 4
3	98	0.98	*	-	5 5 8
1	99	0.99	6	-	4
1	100	1.00	*	-	7

**Gráfico 4.13** Distribución de frecuencias y diagrama de tallos y hojas de los datos de ventas de una tienda

El Gráfico 4.13 contiene las frecuencias acumuladas y es posible identificar en qué tallos se encuentran ubicados los cuartiles y la mediana. Por otro lado, la forma de la distribución es perfectamente percibida; se pueden identificar además otros indicadores de centralidad como el “tallo moda”, es decir, el que mayor frecuencia presenta.

Como puede intuirse, el diagrama de tallos y hojas tiene la limitación de que para un volumen grande de datos ( $n > 200$ ) el manejo y la disposición de los dígitos se hace difícil, aun en el caso de realizarlo a través de un paquete estadístico. Ante esta circunstancia es recomendable utilizar el histograma o el gráfico de caja, técnicas que se presentan a continuación.

## 4.9 Histograma

Es quizá la representación gráfica para datos continuos que más se conoce. En todos los cursos de estadística se enseña a elaborar una tabla de distribución de frecuencias y a partir de ella construir un histograma. Para elaborarlo debemos tomar algunas decisiones: 1) el número y tamaño de las barras y 2) las escalas de los ejes; normalmente se recomienda seleccionar entre 8 y 20 barras, pero no hay nada definitivo al respecto. Al igual que en el diagrama de tallos y hojas, la elección de las clases determina la visualización de los aspectos sobresalientes de la forma de la distribución de los datos.

Al construir un histograma se deben tomar en cuenta los siguientes aspectos:

1. La escala de valores define la escala de la abscisa.
2. El eje de las ordenadas está definido por la escala de las frecuencias.
3. Se debe guardar la proporción (3/4) del tamaño del eje de la ordenada con respecto al tamaño del eje de la abscisa.
4. Las barras deben ir contiguas, compartiendo los límites de clase superior de la primera e inferior de la sucesiva.
5. El histograma debe contener título y una descripción breve al pie, indicando fuente y datos relativos.

*Ejemplo 9:* Para ilustrar considere los datos hipotéticos que representan el número de supervisiones realizadas por cada uno de los supervisores operativos en una fábrica durante el último año: 63, 88, 79, 92, 86, 87, 83, 78, 41, 67, 68, 76, 46, 81, 92, 77, 84, 76, 70, 66, 77, 75, 98, 81, 82, 81, 87, 78, 70, 60, 94, 79, 52, 82, 77, 81, 77, 70, 74, 61. La distribución de frecuencias para clases de tamaño cinco es como se muestra en el Gráfico 4.14.

Intervalo de clase	Límites	Punto medio	Frecuencia	Frecuencia acumulada	Porcentaje acumulado
40-44	39.5-44.5	42	1	1	2.5
45-49	44.5-49.5	47	1	2	5.0
50-54	49.5-54.5	52	1	3	7.5
55-59	54.5-59.5	57	0	3	7.5
60-64	59.5-64.5	62	3	6	15.0
65-69	64.5-69.5	67	3	9	22.0
70-74	69.5-74.5	72	4	13	32.5
75-79	74.5-79.5	77	11	24	60.0
80-84	79.5-84.5	82	8	32	80.0
85-89	84.5-89.5	87	4	36	90.0
90-94	89.5-94.5	92	3	39	97.5
95-99	94.5-99.5	97	1	40	100.0

**Tabla 4.6** Distribución de frecuencias del número de operaciones por supervisor

El tamaño y número de las barras puede influir sustancialmente en la visión que el histograma despliegue respecto de las características sobresalientes de la distribución. En los gráficos que se muestran a continuación se despliegan los histogramas sobre el mismo lote de datos, pero variando el número de barras.

Observe las diferencias entre ellos; entre menos intervalos se construyan menos información se retiene de los datos. Sin embargo, demasiados intervalos pueden generar “huecos” (intervalos sin datos) que distorsionan la forma del despliegue gráfico.

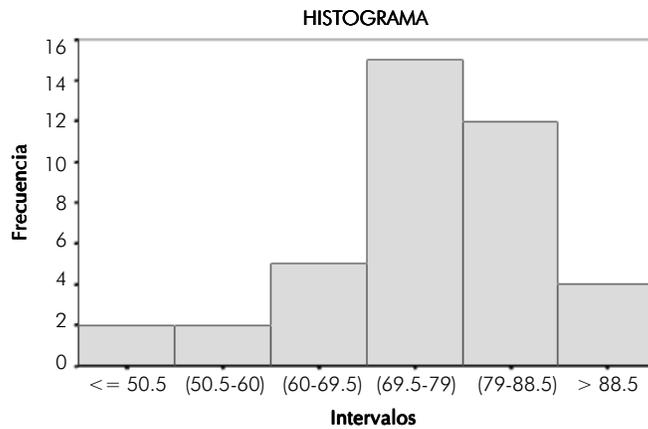


Gráfico 4.14 Histograma para los datos hipotéticos considerando seis intervalos

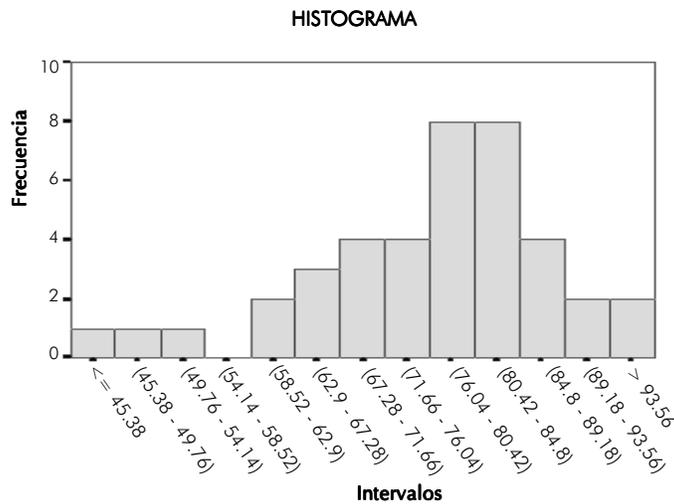
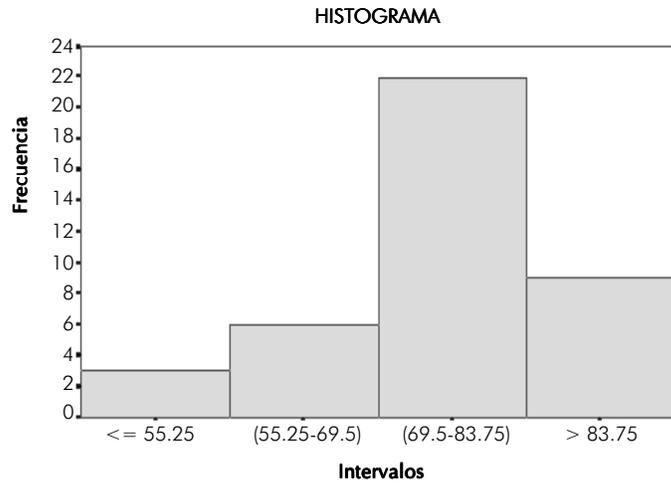
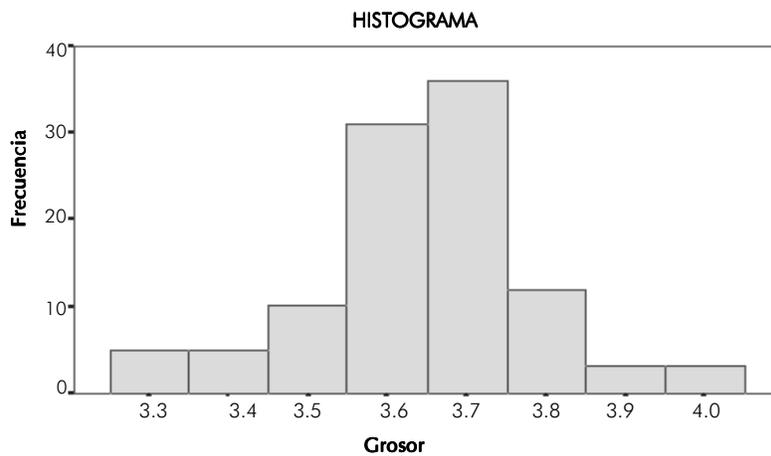


Gráfico 4.15 Histograma para los datos hipotéticos considerando trece intervalos



**Gráfico 4.16** Histograma para los datos hipotéticos considerando cuatro intervalos

Tal como ya hemos visto en el Diagrama de Pareto, es muy útil mostrar en forma de gráfico de barras las características de un producto o servicio; por ejemplo, tipo de retraso, problemas y riesgos de seguridad en los almacenes regionales, etc. (datos de atributo o cualitativos). Un histograma se debe utilizar cuando los datos son de escala de intervalo o razón; por ejemplo, temperatura, mediciones de tiempos, ventas, pérdidas, entre otros. El propósito del histograma, al igual que el diagrama de tallos y hojas y el gráfico de cajas, es mostrar la distribución de los datos. Un histograma revela la cantidad de variación propia de un proceso.

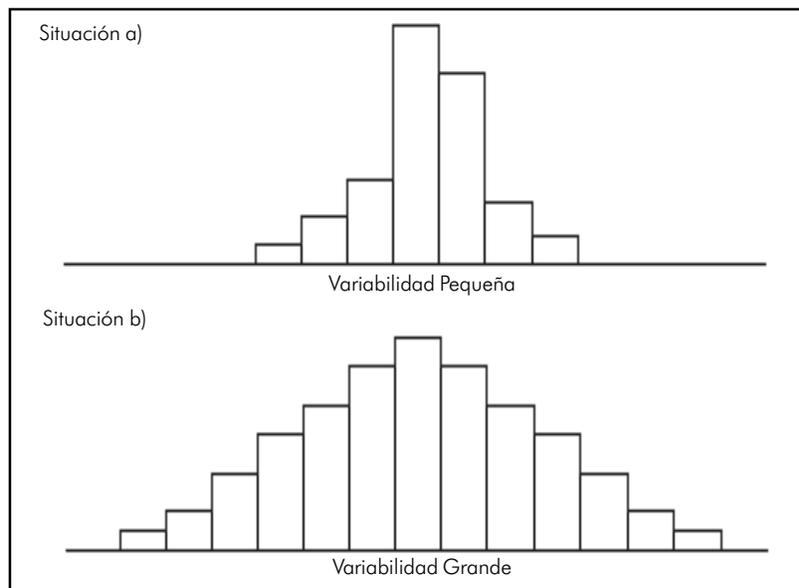


**Gráfico 4.17** Histograma que muestra una distribución aproximadamente normal

Muchas muestras tomadas aleatoriamente de un proceso bajo control estadístico siguen un comportamiento o patrón, en el que la concentración está alrededor del centro y pocos datos están en los extremos. A este patrón se le conoce como distribución normal (ver Gráfico 4.17). Otros muestran distribuciones con muchos datos “apilados” en puntos lejos del centro; este tipo de distribución es conocida como “sesgada”. No siempre se debe esperar que la distribución de los datos siga el patrón de la distribución normal.

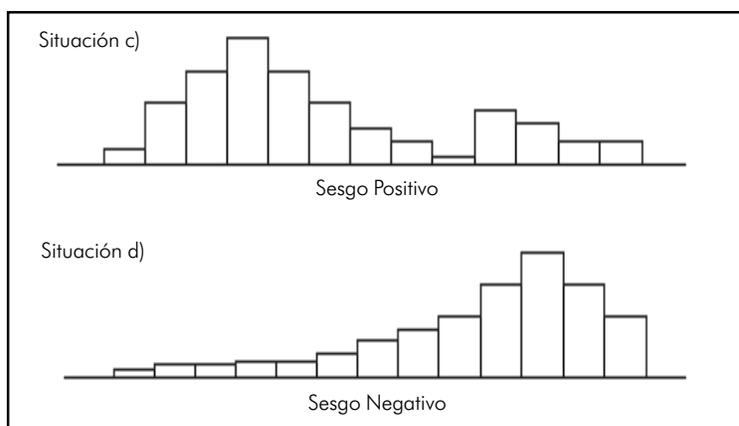
Con el histograma, además de conocer la forma de la distribución, puede conocerse:

- a) Si la dispersión de la distribución cae dentro de las especificaciones; si no es así, a través del histograma podemos darnos cuenta de qué cantidad se ubica fuera de las mismas y valorar la gravedad de la situación.
- b) Si la distribución está centrada en el lugar debido; es decir, si su media corresponde a la de un proceso bajo control, de acuerdo con las especificaciones, se puede saber si la mayoría de los datos cae en el lado izquierdo o en el derecho de la escala.



**Gráfico 4.18** Histograma para dos posibles estados de un mismo proceso

En la situación a) hay más concentración de datos alrededor del centro que en la situación b).



**Gráfico 4.19** Histograma que corresponde a distribuciones sesgadas

Cuando se elabore e interprete un histograma es necesario considerar los siguientes aspectos:

1. El número de clases (barras en la gráfica) puede determinar el tipo de imagen en la distribución.
2. Las distribuciones de algunos procesos son sesgadas por naturaleza. No espere que cada distribución sea normal.
3. Analice detenidamente el tipo de distribución obtenida y su ubicación con respecto a los límites de especificación. Observe la distribución con el fin de tener una idea de su variabilidad y sobre el porcentaje de no conformidades o puntos fuera de las especificaciones.

Observe si la distribución es multimodal,<sup>2</sup> lo que significaría que la información proviene de dos o más fuentes diferentes; por ejemplo, regiones, almacenes, etc. Aquí se recomendaría un análisis estratificado, tema que se considerará más adelante.

El histograma es una de las técnicas gráficas más populares, tiene la ventaja de agrupar datos en clases y presentar los rasgos generales de la forma de la distribución, por lo que su uso se recomienda para problemas con grandes cantidades de datos ( $n > 50$ ). La decisión central en la elaboración de un histograma está en la definición del tamaño y número de clases que determina una buena o mala representación gráfica de los datos. Para tal decisión hay desde recomendaciones generales hasta fórmulas; aunque con el advenimiento del software gráfico han pasado a tener cada vez menor valor, pues el analista puede realizar varias versiones de un

<sup>2</sup> Una distribución es multimodal si su histograma presenta varios máximos locales.

histograma y quedarse con aquèl que mejor represente los datos. Sin embargo, una recomendación tan reconocida como apropiada (Ryan, 1982), es tomar un número  $a$  de intervalos tal que  $2^{a-1} \leq n < 2^a$ . Así por ejemplo, para  $n = 100$ ,  $2^6 \leq 100 < 2^7$ , y entonces deberíamos usar siete clases.

## 4.10 Gráfica de caja

Esta gráfica constituye una de las ideas más prácticas y útiles para estudiar distribuciones de datos continuos o de conteo. Fue inventada por John W. Tukey, a quien también se debe el diagrama de tallos y hojas. Esta gráfica se utiliza en una gran variedad de situaciones.

La gráfica de caja, o de caja y alambres como también se acostumbra llamar, produce una excelente síntesis de una distribución de frecuencias: informa sobre la localización, la dispersión, la simetría y sobre posibles puntos atípicos de la distribución. Cuando se desea comparar varias distribuciones simultáneamente, es una herramienta insuperable, como se apreciará en los ejemplos que se desarrollarán más adelante.

Existen varias maneras de elaborar un gráfico de caja, mismas que no divergen en su esencia. Una vez que usted conozca la utilidad de esta herramienta y cuáles pueden ser los elementos para su construcción e interpretación, también podrá inventar su propia caja, la cual se adapte a intereses particulares. Se ilustrará cómo construir la caja más sencilla y luego se comentará sobre posibles variantes.

Las etapas básicas para construir un diagrama de caja son las siguientes:

- a) Identificar los cuartiles  $Q_1$ ,  $Q_2$  y  $Q_3$ , que sirven para delimitar la caja en la gráfica.
- b) La mediana se dibuja como una línea dentro de la caja.
- c) Se calculan los valores adyacentes superior ( $M$ ) e inferior ( $m$ ), y la amplitud intercuartílica, de la siguiente manera:

$$AI = Q_3 - Q_1 \text{ (amplitud intercuartílica)}$$

$$M = \text{máx. } \{X_i; X_i \leq VAS\} \quad m = \text{mín } \{X_i; X_i \geq VAI\}, \text{ donde:}$$

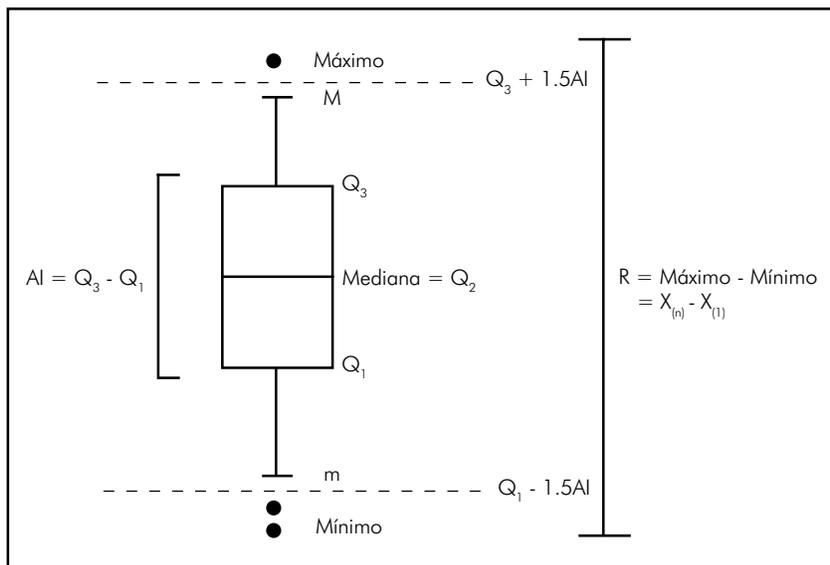
$$VAS = Q_3 + 1.5AI \text{ (valor adyacente superior)}$$

$$VAI = Q_1 - 1.5AI \text{ (valor adyacente inferior)}$$

Los valores  $m$  y  $M$  se representan en la gráfica y los ejes se trazan de manera que unan  $m$  a  $Q_3$  y  $M$  a  $Q_1$ . Los puntos que no aparecen en el intervalo  $[M, m]$  se indican por asteriscos (o pequeños círculos) y son candidatos a ser atípicos.

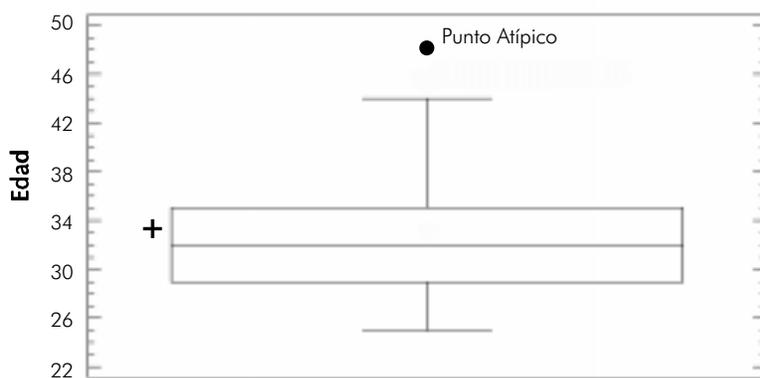
- d) El eje inferior se dibuja para visualizar la separación que hay entre  $Q_1$  y  $m$ .
- e) El eje superior indica la separación entre  $Q_3$  y  $M$ .

En el Gráfico 4.20 se ilustra la forma general de un diagrama de caja.



**Gráfico 4.20** Forma general y componentes del gráfico de caja

Con base en el ejemplo sobre la edad de los supervisores, a continuación se representa la distribución de los datos en una gráfica de caja y alambres.



**Gráfico 4.21** Gráfica de caja para los datos de las edades de los supervisores operativos

En el Gráfico 4.21 se puede observar la presencia de un punto atípico (*outlier*), el cual corresponde a una edad de un supervisor de 45 años. La cruz que aparece entre  $Q_2$  (32 años) y  $Q_3$  (35 años) representa la edad media de los supervisores con un valor de aproximadamente 33 años.

*Ejemplo 10:* Para analizar el puntaje que se debería asignar a “reconocimientos escolares” en el Programa de Carrera Magisterial, se decidió hacer un estudio del comportamiento de esta variable. De una lista de profesores participantes en el programa se seleccionó al azar a 14 profesores. Se les aplicó una revisión curricular. Los resultados fueron: 25, 38, 29, 42, 39, 69, 8, 33, 45, 45, 26, 34, 30, 31.

En primer lugar se debe obtener los tres cuartiles correspondientes a esta muestra, para lo que se ordenan los datos en forma ascendente.

8 25 26 29 30 31 33 34 38 39 42 45 45 69  
 (1) (2) (3) (4) (5) (6) (7) (8) (9) (10) (11) (12) (13) (14)

Los números entre paréntesis corresponden al orden que ocupa cada uno de ellos.

Los cuartiles se descubren calculando la posición que ocupan. Así pues: el segundo cuartil  $Q_2$ , (mediana), ocupa la posición  $(14+1)/2 = 7.5$ ; es decir, entre el 7º y el 8º dato; para evitar esta complejidad se saca el promedio de los dos datos que ocupan esas posiciones:  $Q_2 = (33+34)/2 = 33.5$ .

Para hallar el primer cuartil  $Q_1$ , se trata ahora de encontrar la posición de la mitad de la mitad, por lo tanto se considera la posición truncada que dio el cálculo del segundo cuartil, en este caso 7º, y se procede a identificar en forma análoga, considerando los primeros siete datos; así, la posición que ocupará el primer cuartil será:  $(7+1)/2 = 4$ . Es decir, que el primer cuartil  $Q_1$  es el dato que ocupa la 4ª posición, o sea  $Q_1 = 29$ .

Note que si el número de datos es impar el segundo cuartil  $Q_2$  resultará ser un dato de la muestra. En este caso, para calcular la ubicación del primer cuartil  $Q_1$  se toma en cuenta los datos que quedaron antes del segundo cuartil, excluyendo el dato que resultó ser el segundo cuartil  $Q_2$ . El tercer cuartil  $Q_3$ , por perfecta simetría, será el que ocupe la 4ª posición pero de atrás hacia adelante; es decir, el dato que ocupa la 11ª posición, o sea  $Q_3 = 42$ .

Para la construcción de un diagrama de caja y alambres se requiere de algunos cálculos adicionales basados en los cuartiles ya encontrados, como se expresa a continuación:

Amplitud intercuartílica (AI)  $AI = Q_3 - Q_1 = 42 - 29 = 13$   
 Longitud mínima = 8

Longitud máxima = 69

Valor adyacente inferior (VAI) =  $Q_1 - 1.5(AI) = 29 - 1.5(13) = 9.5$

Valor adyacente superior (VAS) =  $Q_3 + 1.5(AI) = 42 + 1.5(13) = 61.5$

Note que en este caso particular, el punto mínimo (8) está por debajo del VAI, por lo tanto es un posible valor atípico; también lo es el máximo (69) puesto que supera al VAS, por esta razón los puntos interiores más cercanos al VAI y al VAS son 25 y 49, respectivamente. Estos dos datos (25 y 49) definen la longitud de los alambres que van pegados a la caja. Se le pide al lector que considerando estos datos construya el diagrama.

En resumen, puede decirse que los diagramas de caja y alambres son útiles para los siguientes propósitos:

- Para localizar los datos alrededor de la mediana.
- Para hacerse una muy buena idea de la dispersión de los datos, basándose en la longitud de la caja (rango intercuartílico), pues siempre la caja corresponde a 50% de los datos que están en la parte central. Además, se aprecia el rango de los datos, el cual corresponde a la distancia entre las observaciones más extremas.
- Para tener una buena idea sobre el grado de asimetría de una distribución, al comparar las dos porciones de la caja dividida por la mediana; igualmente comparando la longitud de los alambres respectivos.
- Para identificar posibles datos atípicos, los que no se encuentran entre VAI y VAS.
- Para comparar varias poblaciones a través de sus distribuciones. En este caso se construye un diagrama para cada distribución y se dibujan en una misma escala (sobre un mismo plano), lo cual permite fácilmente hacerse una idea de las semejanzas y diferencias de los rasgos más importantes de las distribuciones. Esto último se ilustrará en un ejemplo más adelante.

#### 4.10.1 Una variante del diagrama de caja

Algunos autores, con el ánimo de simplificar los cálculos requeridos para la construcción de la caja, la definen con base en los percentiles 10, 25, 50, 75, 90. Es decir, que a los tres cuartiles que definen la caja, con su mediana por dentro, le agregan los dos alambres (ejes) que van desde la caja hasta el valor que acumula 90% de los datos y hacia abajo, desde la caja hasta el valor que acumula 10% de los datos. Este procedimiento se ilustra en el siguiente ejemplo.

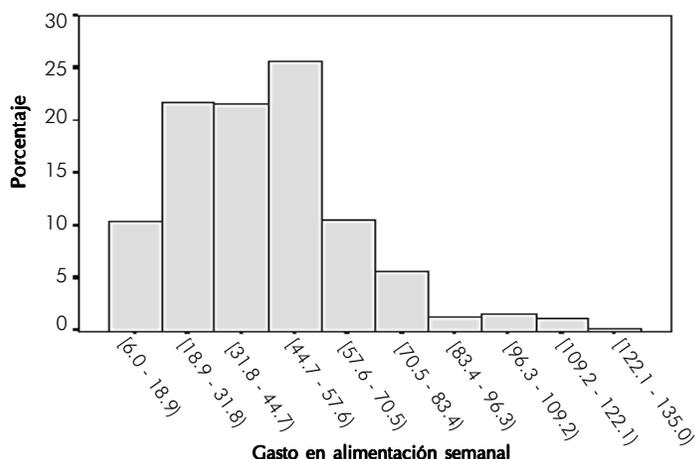
*Ejemplo 11:* A una muestra de 500 socios de la Cooperativa de Alimentos "Unión" se le aplicó una encuesta, cuyo análisis se presenta en forma completa en uno de los apéndices. Entre los datos solicitados en la encuesta

está el gasto semanal de alimentación para la familia. El cuadro de frecuencias que se construyó con los 500 datos de gasto se presenta acompañado de su histograma y su diagrama de caja.

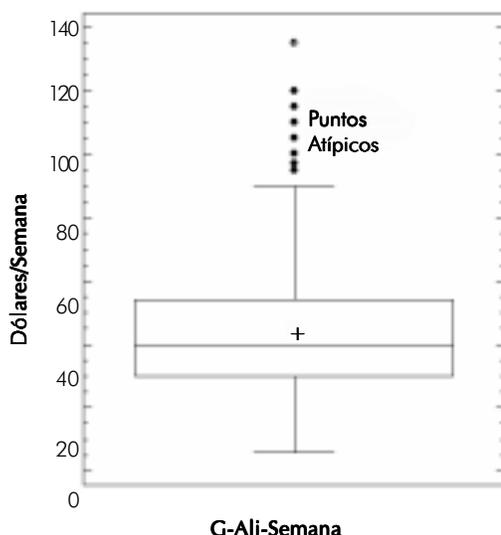
Desde (>)	Hasta (=)	Frecuencia	Frecuencia acumulada	Porcentaje	Porcentaje acumulado
6.00	18.90	52	52	10.4	10.4
18.90	31.80	109	161	21.8	32.2
31.80	44.70	108	269	21.6	53.8
44.70	57.60	128	397	25.6	79.4
57.60	70.50	53	450	10.6	90.0
70.50	83.40	28	478	5.6	95.6
83.40	96.30	7	485	1.4	97.0
96.30	109.20	8	493	1.6	98.6
109.20	122.10	6	499	1.2	99.8
122.10	135.00	1	500	0.2	100.0
<b>Total</b>		<b>500</b>		<b>100.0</b>	

**Tabla 4.7** Cuadro de frecuencias para el gasto semanal en alimentación

En el Gráfico 4.22 se muestra un histograma en el que se aprecia la forma de la distribución del gasto semanal de la familia en alimentos. Debe quedar claro que el diagrama de caja y alambre no permite ver aspectos de la forma de la distribución, sólo rasgos de simetría y rangos de concentración de los datos. Por su parte, el Gráfico 4.23 muestra el diagrama de caja correspondiente, donde se hace notorio lo señalado.



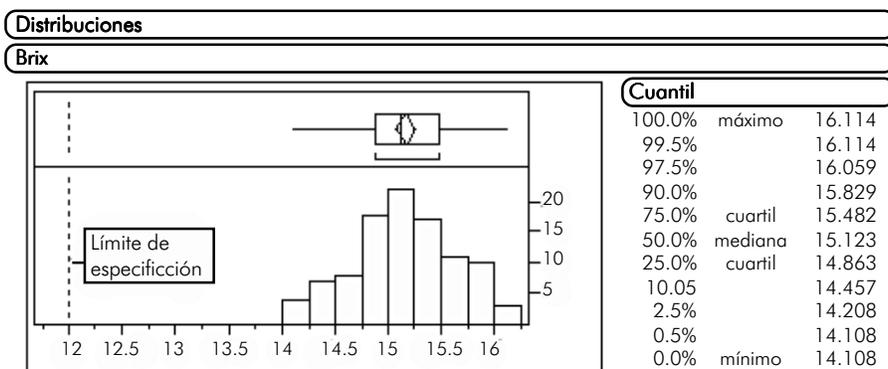
**Gráfico 4.22** Histograma del gasto semanal familiar en alimentación

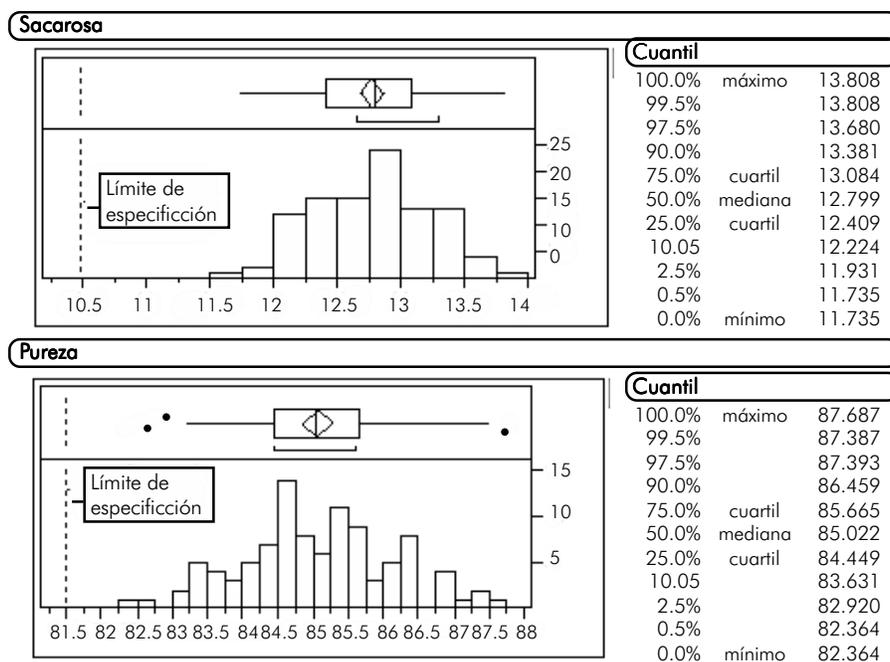


**Gráfico 4.23** Diagrama de caja y alambres para la distribución del gasto semanal en alimentación

En el gráfico anterior se observa que 25% de las familias tiene un gasto semanal en alimentación de 30 dólares o menos, la mitad tiene un gasto semanal en alimentación de 40 dólares o menos y 75% de ellas tiene un gasto semanal en alimentación de 54 dólares o menos; de igual forma se observa que el gasto semanal promedio es de 43.24 dólares.

*Ejemplo 12:* En una industria azucarera se han tomado muestras de jugo diluido, a las cuales se les ha medido entre otras características brix, sacarosa y pureza. En el Gráfico 4.24 se muestran los histogramas con sus respectivos límites de especificación, así como los diagramas de caja correspondientes.





**Gráfico 4.24** Histogramas y límites de especificación para brix, sacarosa y pureza

Como puede apreciarse en el Gráfico 4.24, las tres variables: brix, sacarosa y pureza satisfacen los límites de especificación. Observe que en este gráfico se combina el histograma y en su parte superior los diagramas de caja. A un lado se presentan las principales estadísticas descriptivas, para dar una visión más completa de la situación.

A continuación se presenta otra aplicación de la gráfica de caja cuando se tienen dos o más grupos que se quiere comparar. A partir de las gráficas de los grupos se puede observar si hay diferencias entre sus distribuciones en cuanto a simetría, tendencia y dispersión. De hecho se puede decir que en los análisis comparativos es donde mayor potencial adquiere esta herramienta.

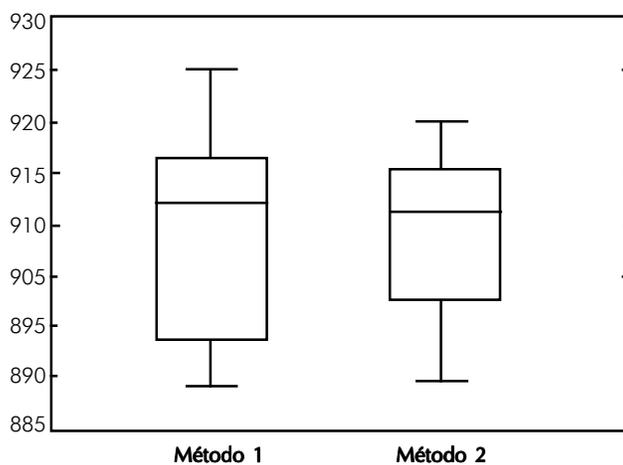
*Ejemplo 13:* Ahora se pretende introducir un nuevo método de abastecimiento a los almacenes rurales para disminuir las pérdidas (mermas) en grano. Para ello se realizará un experimento en el cual se proveerá a 10 almacenes con el método tradicional y a otros 10 con un nuevo método. Los datos de mermas por almacén se muestran en la Tabla 4.8.

En el Gráfico 4.25 se presenta la distribución de frecuencias de las pérdidas de grano, obtenidas como resultado de aplicar cada uno de los dos métodos. Cada distribución tiene asociado un diagrama de caja lo cual permite su comparación inmediata.

Método 1 (tradicional)	Método 2 (nuevo)
895	895
900	915
910	910
915	890
925	915
910	920
890	920
895	905
910	900
920	910

**Tabla 4.8** Merma registrada en los almacenes (kg) para cada método de abastecimiento

En la comparación de los dos diagramas de caja puede apreciarse que tienen medianas aproximadamente iguales; sin embargo, se notan diferencias en cuanto a la simetría y al rango, además de un poco menos de variabilidad en el método 2, aunque las diferencias parezcan casi imperceptibles.



**Gráfico 4.25** Comparación de la distribución de las pérdidas de grano en cada uno de los métodos, usando diagramas de cajas

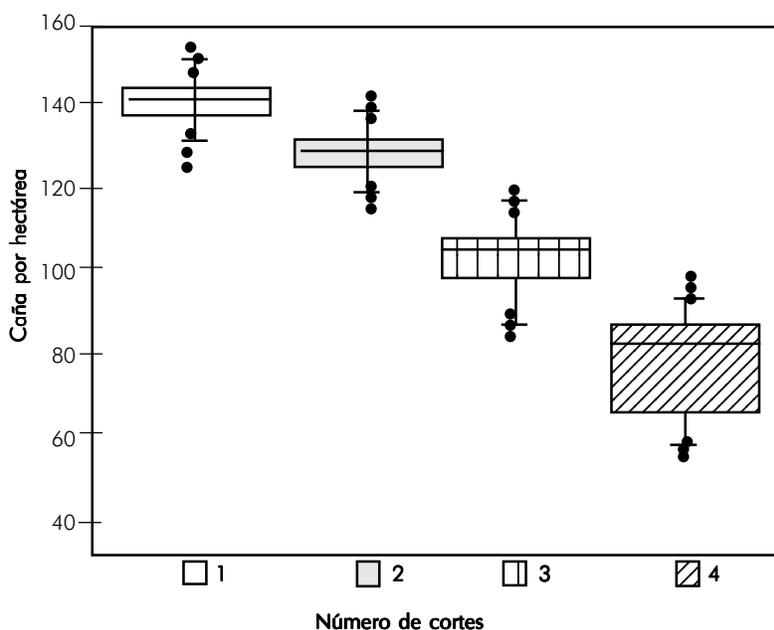
A continuación se presenta un ejemplo realizado en datos sobre el rendimiento de la caña de azúcar, mismo que permite mostrar la potencialidad de los diagramas de cajas para descubrir el impacto de ciertos factores.

*Ejemplo 14:* En el cultivo de la caña de azúcar se llama una “suerte” a un lote de terreno en el cual hay varias parcelas del cultivo a las que se les da el mismo tratamiento; es decir, cuando se cosecha se hace en todas las parcelas de la suerte. Igualmente cuando se arregla el terreno o cuando se siembra o se riega. El terreno de una suerte puede llegar a ser usado hasta para cuatro siembras consecutivas antes de ser acondicionado de nuevo (remover tierra, agregar abono, fertilizantes, etc.). Ya que con cada siembra el terreno se fatiga y eso se verá reflejado en la producción de caña (o en la de azúcar).

Se han tomado datos de producción de varias suertes que han estado sometidas a diferente número de cortes (o de siembras), las cuales tienen distinta procedencia (caña propia [1] o de proveedor externo [0]) o edad de corte (meses). Use un diagrama de cajas para comparar la distribución de frecuencias de los rendimientos para las suertes de acuerdo con los diferentes criterios que se mencionan en el problema.

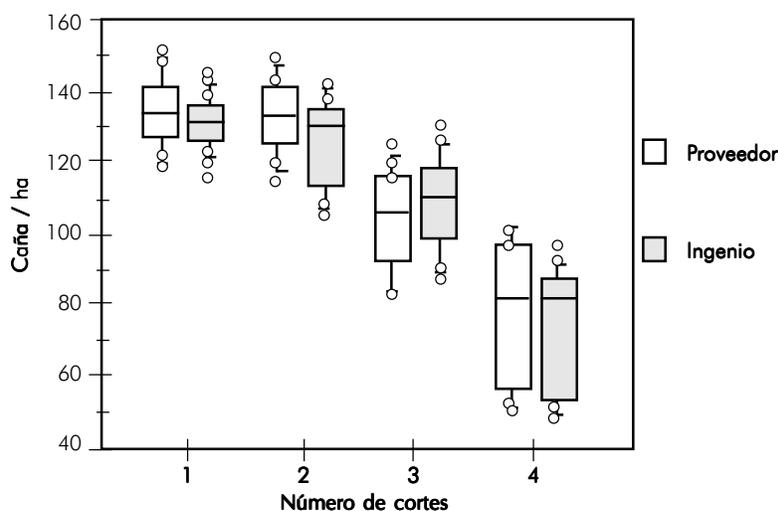
Pregunta 1: ¿El número de cortes que se haya hecho sobre un terreno, desde su último acondicionamiento, afecta el rendimiento?

Para dar respuesta a esta pregunta deben compararse las distribuciones del rendimiento para las poblaciones que tienen distinto número de cortes. A continuación se hace la comparación a través de diagramas de cajas que aparecen en el Gráfico 4.26.



**Gráfico 4.26** Rendimiento de caña de acuerdo con el número de cortes en la suerte

Es notorio que el número de cortes afecta considerablemente el rendimiento; note además que la caña sembrada en un terreno con cuatro cortes tiene un rendimiento mediano de alrededor de 83 t/ha, mientras la de tres cortes tiene alrededor de 110 t/ha, la de dos cortes 130 t/ha y la de un corte tiene un rendimiento mediano de aproximadamente 143 t/ha.



**Gráfico 4.27** Diagrama de cajas de la comparación del rendimiento de acuerdo con el origen de la caña y el número de cortes en la suerte

Puede notarse además que las distribuciones para los cortes 1, 2 y 3 tienen variabilidad muy parecida, mientras que la variabilidad de la distribución del rendimiento para las de cuatro cortes es mayor. Observe que en esta situación se han considerado en forma conjunta la producción propia del ingenio y la de los proveedores externos, por eso surge de manera natural la siguiente pregunta:

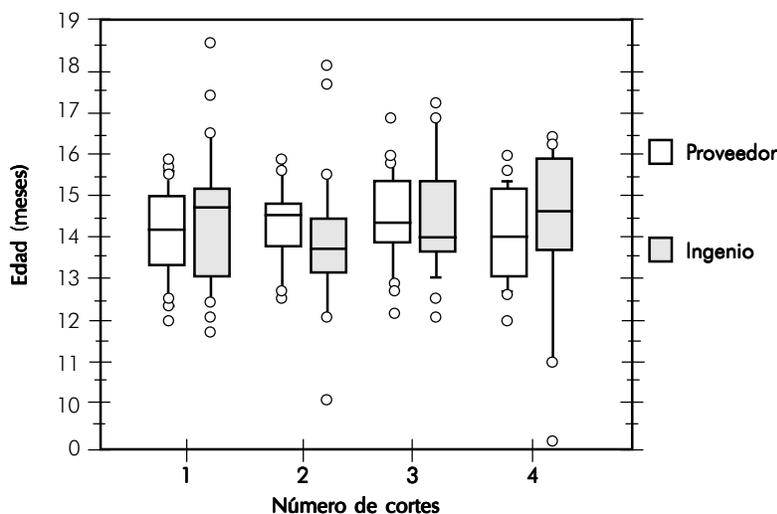
Pregunta 2: ¿El comportamiento registrado en la situación anterior es válida independientemente de si el origen de la caña es “ingenio” o “proveedor”?

Observe en la Gráfica 4.27 las cajas sombreadas que corresponden a las distribuciones del rendimiento para caña del “ingenio”, mientras las blancas a “proveedor” externo. Se nota un comportamiento bastante similar; es decir, no parece existir diferencia en el rendimiento de la caña con respecto a su origen. Por su parte, los rendimientos medianos son consistentes, al igual que su variabilidad; no obstante se nota variabilidad ligeramente menor en la caña del ingenio, para todos los cortes.

Entonces encontramos que la edad de corte es otro factor que puede tener importancia, por lo tanto es pertinente la siguiente pregunta.

Pregunta 3: ¿Cuál es la distribución de la edad de corte, de acuerdo al origen de la caña y el número de cortes?

Para dar respuesta a esta interrogante se construyen cajas para la variable “edad de corte” (meses), para cada una de las distintas subpoblaciones que resultan de la combinación del número de cortes y el origen (procedencia), lo que se muestra en el Gráfico 4.28.

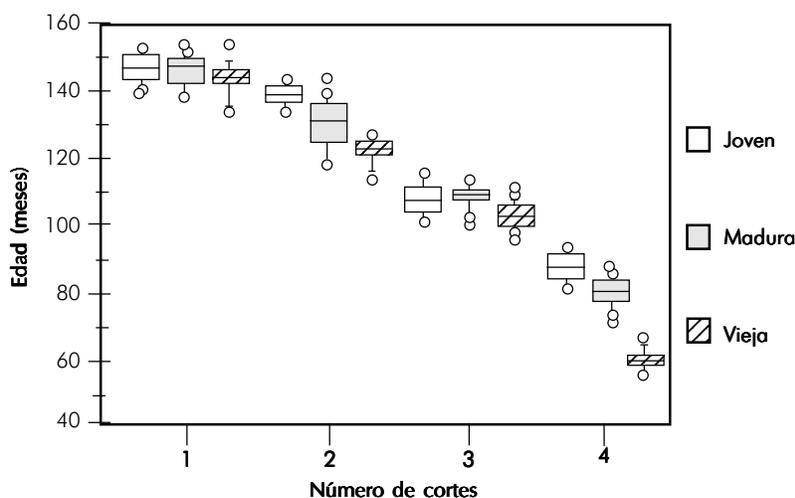


**Gráfico 4.28** Distribución de la edad de corte, según número de cortes y procedencia de la caña

En esta situación sería conveniente conocer más sobre el fenómeno para tener claridad acerca de cuál es la edad óptima de corte, que depende de la variedad de caña que se siembre. Supongamos que para este caso la edad de corte recomendada está entre 12.5 y 13.5 meses. A medida que la caña envejece va empobreciendo su contenido de sacarosa, que es en realidad lo que interesa. En estas condiciones podría decirse que en casi todos los casos se corta después de 12.5 meses; sin embargo, un porcentaje muy grande se está cortando posterior a los 13.5 meses. Se sugiere entonces averiguar el impacto de este hecho sobre el rendimiento.

Pregunta 4: ¿Cómo afecta la edad de corte sobre el rendimiento de la caña en cuanto al volumen de caña cosechado? (note que aquí no sabremos el impacto en términos del contenido de sacarosa, sólo del rendimiento en relación a la cantidad de caña colectada).

Dado que ya se conoce que el número de cortes es una variable importante, debe involucrarse en el análisis para que no se convierta en un factor de confusión. De esta manera deben construirse las cajas para la distribución del rendimiento, para cada categoría de número de cortes y para la edad. Aquí la edad se ha categorizado en tres grupos: joven, madura y vieja. Veamos el resultado en el Gráfico 4.29.



**Gráfico 4.29** Distribución del rendimiento de la caña de azúcar, según edad y número de cortes

Observemos que para cada número de cortes hay tres gráficos que corresponden a diferentes grados de madurez de la caña al corte, pero sistemáticamente en cada uno de los grupos de tres gráficos, la distribución de la caña joven tiene un rendimiento mediano más alto, seguido por la madura y, por último, por la vieja, presentándose diferencias relativamente más grandes en la caña de cuatro cortes. En esta comparación está claro el impacto de la edad de corte.

En la sección correspondiente al análisis estratificado, en este mismo capítulo, se presenta una serie de comentarios para ser considerados cuando se sospecha que existen diferencias entre subgrupos que se formarían al dividir el colectivo de datos en las distintas categorías del factor de interés. Este tipo de análisis ya fue aplicado en el ejemplo del rendimiento de la caña de azúcar.

## 4.11 Gráfico de desarrollo

Una de las gráficas que se usan con frecuencia cuando se desea monitorear la evolución de una variable en el tiempo es la denominada gráfica de

desarrollo. Para construirla, la variable de interés debe estar registrada sobre unidades de tiempo bien definidas, aunque no necesariamente iguales se prefiere que sí lo sean; por ejemplo, cada día, cada semana, etc. Normalmente se estudian variables como ventas, número de tareas, errores, accidentes, producción, entre otras. De hecho la gráfica de desarrollo es un caso particular de las denominadas gráficas de series en el tiempo (a veces se les llama también de datos de series de tiempo).

Este gráfico se debe utilizar cuando se necesite mostrar, de la manera más simple, las tendencias de puntos observados en un periodo determinado; por ejemplo, para comunicar la evolución de las ventas. También son usados para presentar visualmente datos sobre evolución de un proceso; asimismo se utilizan para monitorear un sistema con el fin de detectar si el promedio a largo plazo ha cambiado.

Los gráficos de desarrollo son una herramienta muy simple para construir e interpretar. Los puntos son graficados de acuerdo con sus apariciones en el tiempo y el valor que toma la variable bajo estudio. El gráfico 4.30 presenta el porcentaje de participación en el mercado, de cierta empresa, considerando las ventas anuales de 1968 a 1977.

Sin mucho esfuerzo puede apreciarse que la empresa ha tenido la tendencia a aumentar su participación en el mercado en forma permanente desde 1968.

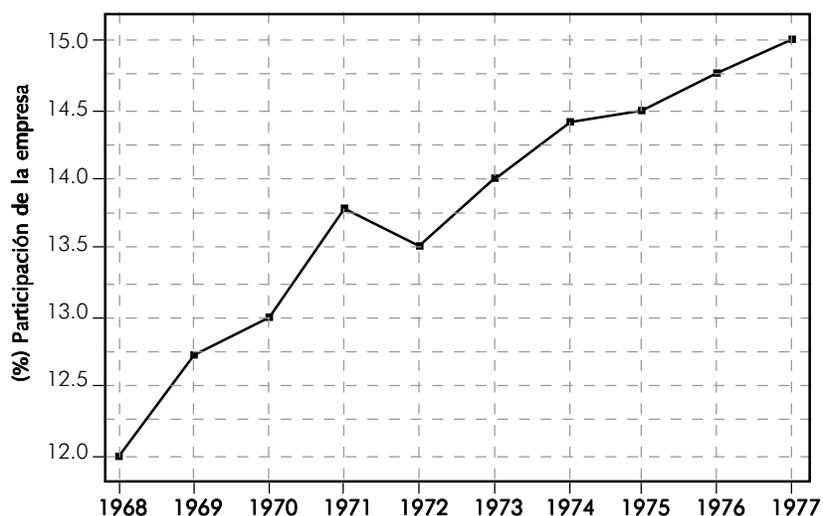


Gráfico 4.30 Gráfico de desarrollo para las ventas anuales de la compañía

Un peligro al emplear un gráfico de desarrollo es que a veces se cree que cada variación en la información es importante. Este gráfico, al igual que los demás, debe ser usado para enfocar la atención en los verdaderos cambios vitales del sistema, los llamados patrones. Es por esto que uno de los usos más importantes del gráfico de desarrollo es identificar cambios o tendencias importantes en el promedio.

Aunque el gráfico de desarrollo es una herramienta muy sencilla, es conveniente tomar en cuenta las siguientes consideraciones para su uso:

- El eje X es la línea horizontal de la gráfica y representa las unidades de tiempo.
- El eje Y es la línea vertical de la gráfica y representa la medición o bien la cantidad observada o muestreada en el tiempo especificado; a esto se le llama valores en la serie en el tiempo.
- Los puntos asociados con los datos deben ser conectados por líneas para facilitar su interpretación.
- El periodo cubierto y la unidad de medición deben ser claramente especificados y marcados en el gráfico.

También es factible realizar un gráfico de desarrollo comparativo. Esto es, puede realizarse un análisis comparativo de ventas mensuales durante un año. Un ejemplo de estos datos se presentan en la Tabla 4.9.

Mes	Unidades vendidas en 1989 (en miles)	Unidades vendidas en 1990 (en miles)
Enero	23	30
Febrero	20	35
Marzo	15	25
Abril	25	35
Mayo	28	40
Junio	29	45
Julio	26	40
Agosto	23	35
Septiembre	17	32
Octubre	21	33
Noviembre	25	40
Diciembre	30	50

**Tabla 4.9** Datos para la comparación de ventas 1989-1990

Resulta notorio que a través de una exploración de los datos podemos ver el comportamiento de mayores ventas durante el año 1990. Puede apreciarse también que la forma de las dos curvas es similar, lo cual habla bien de la consistencia respecto al efecto del factor “época del año”.

El paralelismo aproximado entre las dos curvas indica que las ventas se afectaron por un factor constante, aunque la mayor diferencia se aprecia en el mes de diciembre.

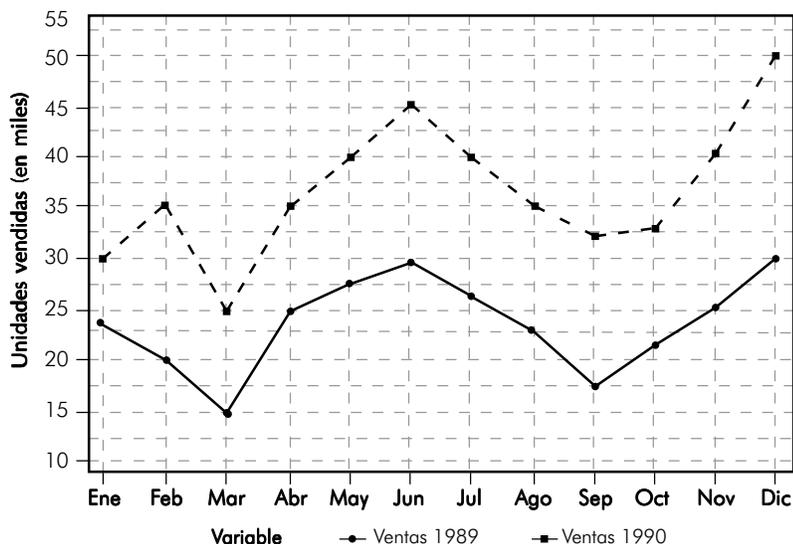


Gráfico 4.31 Gráficas de desarrollo que comparan ventas mensuales en dos años

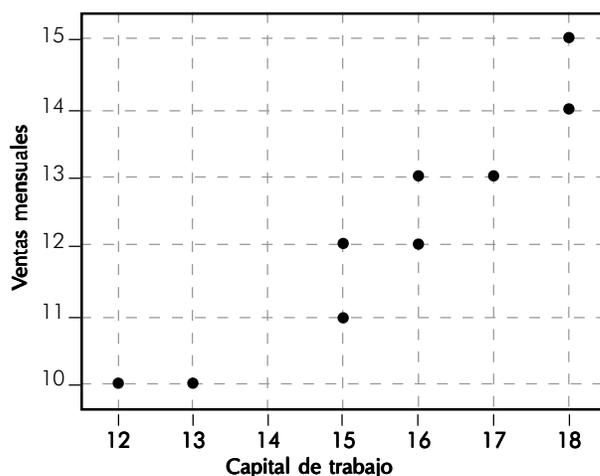
## 4.12 El correlograma o diagrama de dispersión

El correlograma es una técnica gráfica que permite el estudio del comportamiento conjunto de dos variables continuas, aunque es posible agregar una tercera. También se le conoce como diagrama de dispersión y es una de las representaciones gráficas más antiguas y conocidas. El correlograma más simple es un gráfico de puntos (x, y) sobre el plano. El Gráfico 4.32 muestra un correlograma entre las variables capital de trabajo y ventas mensuales.

El correlograma nos permite tener una visión rápida de la forma e intensidad de la relación entre las variables consideradas. La relación puede ser lineal o curvilínea; puede ser inversamente proporcional (negativa) o directamente proporcional (positiva); puede ser intensa (alta pendiente) o moderada (baja pendiente); o puede no haber relación aparente.

El diagrama de dispersión se debe utilizar cuando se desee estudiar la forma y la intensidad de la asociación entre dos variables o factores, de preferencia cuantitativos. En la búsqueda de las causas de un problema y en el reto de innovar un servicio, es común que sea necesario analizar la relación entre dos factores. Así, tal vez sea de interés averiguar si

existe una relación de causa–efecto entre dos factores. Existen varios métodos estadísticos para llevar a cabo tales investigaciones, uno de ellos, sumamente sencillo y que permite hacer una primera evaluación, es el diagrama de dispersión o correlograma. Éste es una herramienta que posibilita hacer una inspección o análisis gráfico de dos factores que se manifiestan simultáneamente en un proceso concreto.



**Gráfico 4.32** Correlograma entre capital de trabajo y ventas mensuales (en miles de pesos)

La construcción de un diagrama de dispersión es sencilla y puede realizarse manualmente, basta tener en consideración los siguientes aspectos:

- 1) Una vez que se ha seleccionado los factores a ser investigados, se miden sus valores de manera simultánea y se registran en una hoja de datos adecuada.
- 2) Cuando se ha tomado la muestra de parejas con los valores de los dos factores se procede a representar a las parejas de valores en un plano cartesiano (eje  $x$ - $y$ ).
- 3) Si existen parejas de puntos repetidos y resulta uno que ya está graficado se traza un círculo sobre ese punto para indicar su repetición. Si se vuelve a repetir se traza otro círculo concéntrico y así sucesivamente. A veces se ponen números que indican la frecuencia de puntos.

Algunas recomendaciones adicionales en la construcción de un diagrama de dispersión son las siguientes:

- Entre mayor sea el número de puntos con el que se construya un diagrama, más seguro se estará de que la relación entre las variables

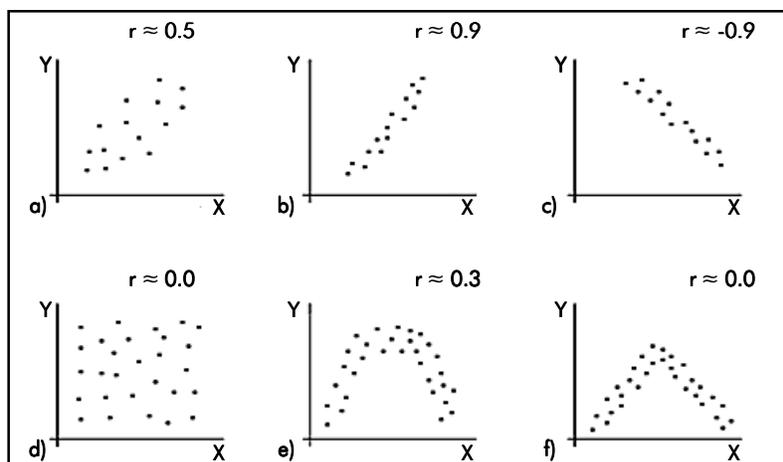
no es por azar; por ello, se sugiere utilizar por lo menos veinte puntos, siempre que sea posible.

- Para seleccionar la escala más adecuada se sugiere encontrar el punto máximo y el mínimo de ambos factores. Se debe escoger las unidades para ambos ejes de tal forma que sus extremos coincidan con el máximo y el mínimo del factor correspondiente; deben ser tan largos como sea posible, pero de tal forma que se despliegue un rectángulo donde el eje  $y$  sea  $3/4$  del eje  $x$ .

Estas recomendaciones se deben considerar aun en el caso en que los gráficos se produzcan con el apoyo de un graficador o paquete estadístico, sobre todo porque en general hay manera de distorsionar la visión de la relación bajo estudio.

En la interpretación del despliegue gráfico debe considerarse que una relación negativa (si “ $x$ ” aumenta, “ $y$ ” disminuye) es tan importante como una relación positiva (si “ $x$ ” aumenta, “ $y$ ” aumenta). Solamente puede afirmarse que “ $x$ ” y “ $y$ ” están relacionadas y no que una causa la otra. La asociación que se detecte es de naturaleza estadística; establecer relaciones de causa-efecto es una tarea más complicada que implica fundamentos del marco teórico del estudio.

La relación puede ser lineal o curvilínea. Para ayudar a la interpretación de un correlograma o diagrama de dispersión se puede utilizar una medida de la relación lineal entre las variables, la más común es el Coeficiente de Correlación de Pearson, que es un número que está entre -1 y 1. Algunas imágenes asociadas a la interpretación de estos coeficientes, dando números aproximados, aparecen en el siguiente gráfico.



**Gráfico 4.33** Diferentes despliegues gráficos con los valores aproximados del Coeficiente de Correlación de Pearson

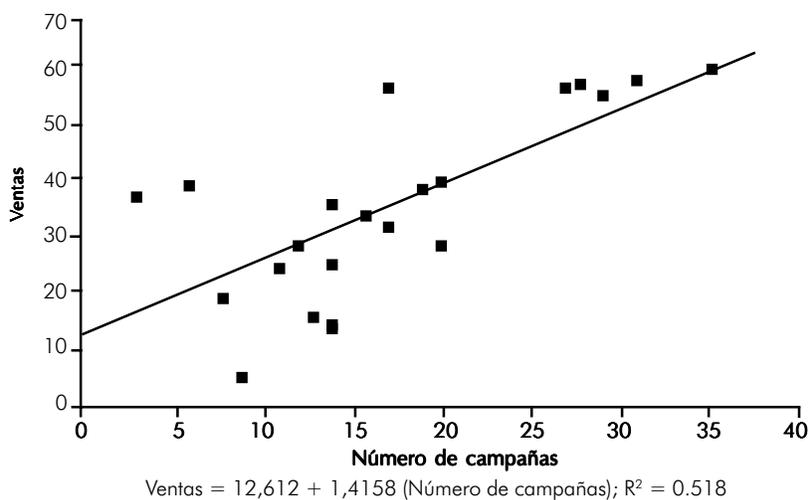
A continuación se indica cada una de las situaciones mostradas en el gráfico anterior:

a) Relación lineal positiva moderada; b) Relación lineal positiva alta; c) Relación lineal negativa alta; d) Relación nula; e) Relación curvilínea intensa; f) Relación lineal estratificada intensa, no detectada por el coeficiente de correlación. Debe tenerse presente que el coeficiente de correlación lineal  $r = 0$ , no se puede interpretar como ausencia de asociación entre las variables, pues este coeficiente sólo mide el grado en que los puntos se ajustarán a una línea recta. Si se observa la situación f) presentada en el Gráfico 4.42 notará que a pesar de que el coeficiente de correlación lineal es  $r = 0$ , se aprecia una buena asociación con un modelo parabólico (de segundo grado).

Con el advenimiento del computador y los paquetes computacionales de graficación y los de análisis estadístico, la elaboración de diagramas de dispersión es cada vez más sencilla. Se le puede pedir al programa de computador indicar el patrón al que se ajustan los datos; una imagen visual de este tipo se presenta en el Gráfico 4.34, donde se puede observar la relación entre el número de campañas de ofertas durante el mes y las ventas para una cadena de supermercados, en un mes específico.

Supermercado	Número de campañas	Ventas en miles
1	17	33.5
2	35	62.1
3	12	29.5
4	16	35.1
5	14	26.4
6	8	19.7
7	11	25.8
8	13	16.5
9	9	5.0
10	3	38.6
11	28	59.5
12	31	60.2
13	14	14.5
14	6	40.6
15	19	40.2
16	20	29.5
17	20	29.7
18	14	37.5
19	17	58.3
20	27	58.5
21	29	57.5
22	30	41.5

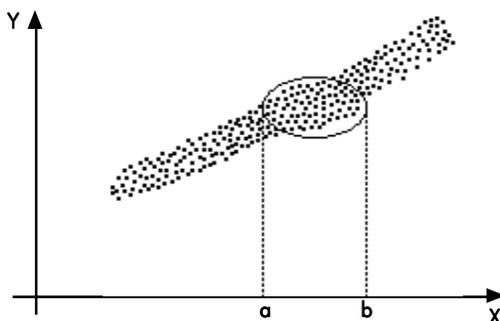
**Tabla 4.10** Datos sobre el número de campañas y ventas en una cadena de supermercados



**Gráfico 4.34** Diagrama de dispersión del número de campañas publicitarias y las ventas en una cadena de supermercados

En la parte inferior se observa un modelo que define un patrón de ajuste rectilíneo y su coeficiente de determinación que mide la calidad del ajuste en una escala de 0 a 1. En este caso resultó 0.518, valor que denota un ajuste relativamente pobre. Esto puede indicar que existen otros factores distintos al número de campañas que explican parte de la variación del valor mensual de las ventas.

Hay que tener cuidado, ya que si el rango de observación de la variable  $X$  es muy estrecho puede deducirse equivocadamente una baja asociación entre las variables. Obsérvese que el correlograma, en el Gráfico 4.35, indica una asociación lineal fuerte entre  $X$  y  $Y$ ; sin embargo, si sólo se consideran los puntos con valores de  $X$  en el rango entre  $a$  y  $b$ , el coeficiente de correlación lineal para dicho punto estaría próximo a cero, induciendo una falsa idea de no asociación.

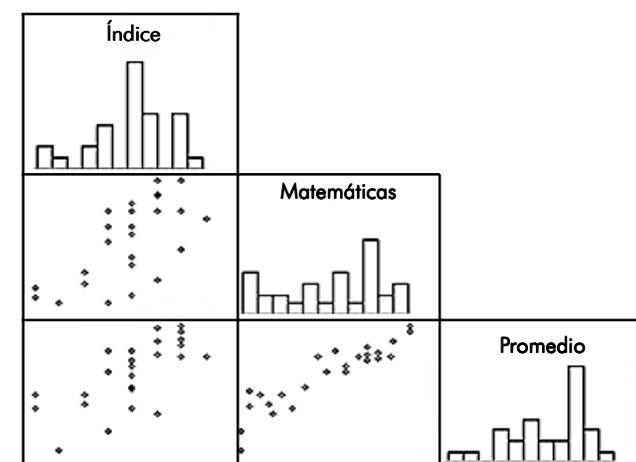


**Gráfico 4.35** Ilustración del efecto sobre la correlación del rango de la variable

### 4.13 Diagrama de escalera

Una presentación integrada de los diagramas de dispersión de un grupo de  $p$  variables se puede hacer por medio de un diagrama de escalera. Para ilustrar esta técnica presentamos otro ejemplo.

*Ejemplo 15:* El Centro de Capacitación en Educación Especial (CAPEP) de Xalapa, identificó en el año 1994 a 30 niños con necesidades de educación especial al inicio de la educación primaria. Para cada uno de ellos, con base en entrevistas a padres y maestros, se construyó un índice de desempeño en el aula (Índice) y se registraron las calificaciones de sus asignaturas al finalizar el periodo escolar (Educación Artística, Conocimiento del Medio, Español y Matemáticas); se calculó también el promedio de todas las calificaciones. La profesora sospecha que el índice de desempeño podría ser reemplazado por el rendimiento en Matemáticas, pues cree que están relacionados. Para contrastar su hipótesis se construye una gráfica como la que se muestra en el Gráfico 4.36, donde se puede observar que la relación entre las variables Matemáticas y Promedio es intensa, lo cual hace pensar que un buen rendimiento en matemáticas va regularmente acompañado de un buen rendimiento general. La relación del índice de desempeño y el rendimiento en matemáticas no aparecen fuertemente asociados.



**Gráfico 4.36** Diagrama de escalera del problema de los niños de CAPEP

### 4.14 Estratificación y análisis estratificado

Una de las formas más útiles para identificar fuentes de variación es realizar una estratificación en la toma de las observaciones. Esto no es otra cosa que

identificar dominios de estudio en la muestra. Por ejemplo, si estamos interesados en estudiar la eficiencia de los empleados de los almacenes rurales, podrían definirse grupos de acuerdo a la antigüedad o experiencia en la tarea que se valora. Una vez realizada la estratificación se genera una muestra de datos estratificada, y entonces el análisis se deberá llevar a cabo de manera comparativa. De hecho, el análisis detallado que se efectuó en la sección dedicada a los gráficos de caja es una muestra de análisis estratificado. Para ilustrar este tipo de análisis podemos realizar un análisis comparativo de las fallas en la captura de datos detectadas semanalmente, por turno, en los almacenes regionales durante un año. Los datos son como se presentan a continuación.

Semana		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Turno	Matutino	13	8	2	7	9	17	14	16	13	8	9	17	14	8	16
	Vespertino	17	26	14	13	8	16	21	28	16	31	27	26	14	15	8
Semana		16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Turno	Matutino	8	13	16	21	3	8	17	12	16	31	20	13	17	14	6
	Vespertino	13	8	16	20	12	12	8	21	20	13	21	19	17	23	27
Semana		31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
Turno	Matutino	8	17	15	13	16	21	13	18	14	16	19	20	16	18	7
	Vespertino	8	23	29	28	17	19	22	35	30	26	28	17	22	18	10

**Tabla 4.11** Número semanal de fallas de captura de datos por turno en almacenes regionales de la cadena "Igor te viste"

Los análisis para esta situación pueden ser varios y arrojarán resultados complementarios. Comenzaremos mostrando cuál es la distribución por turno. Esto se puede hacer a partir de un diagrama de tallos y hojas comparativo, el cual aparece en el siguiente gráfico.

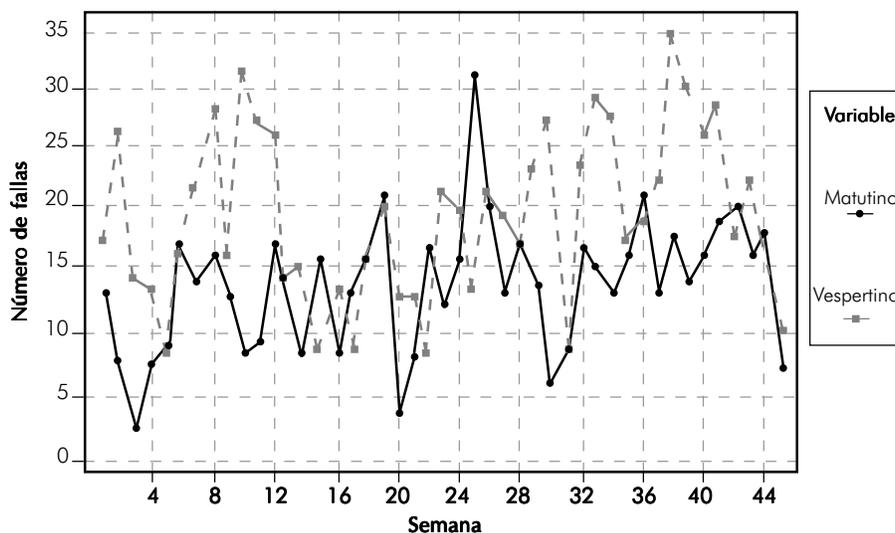
Tallos	-	Hojas	Clase	Percentiles
0	-	2 3	2	
0	-	6 7 7 8 8 8 8 8 8 9 9	11	25%
1	-	2 3 3 3 3 3 4 4 4 4	11	Mediana
1	-	5 6 6 6 6 6 6 6 7 7 7 7 8 8 9	16	
2	-	0 0 1 1	4	
2	-		0	
3	-		1	
Hoja =		<b>Turno matutino</b>	Mínimo Máximo	2 31

Tallos	-	Hojas	Clase	Percentiles
0	-	8 8 8 8 8	5	
1	-	0 2 2 3 3 3 4 4	8	25%
1	-	5 6 6 6 7 7 7 8 9 9	11	Mediana
2	-	0 0 1 1 1 2 2 3 3	9	
2	-	6 6 6 7 7 8 8 8 9	9	75%
3	-	0 1	2	
3	-	5	1	
4	-		0	
Hoja = 10		<b>Turno vespertino</b>	Mínimo Máximo Total:	8 35 45

**Gráfico 4.37** Diagrama de tallos y hojas para los dos grupos de datos del número de fallas por turno

Con este despliegue podemos tener una visión comparativa de las distribuciones, y con ello podemos notar las diferencias entre turnos. La principal es la forma de la distribución: en el turno vespertino es más simétrica, observando alta frecuencia de las 20 a 30 fallas en el turno vespertino, notoriamente más que en el turno matutino.

Para finalizar esta sección sobre el análisis estratificado se presenta, para los datos de las fallas por turno, el diagrama de desarrollo comparativo.



**Gráfico 4.38** Gráfico de desarrollo comparativo por turno

En algunas aplicaciones este tipo de gráfico se presenta con estructura de grupos. Hay variables como antigüedad, región o alguna otra que pueden explicar mejor la variabilidad de la característica que se está estudiando. Estas variables llamadas “clasificadoras” o “indicadoras” permiten dividir un conjunto de datos en varios grupos. Otras veces, si se saben aplicar, surgen diferentes grupos de manera natural como “tratamientos” a los individuos. Éstos, asociados con un tratamiento, constituyen un grupo, lo que es frecuente en las situaciones reales; en esos casos se requiere hacer análisis comparativos con el propósito de contestar si existen diferencias reales en las distribuciones para cada grupo de datos.

## 4.15 Estadísticas descriptivas

Hasta el momento se han presentado algunas técnicas gráficas que permiten hacer un estudio visual de la distribución de los datos para, a través de ello, elaborar juicios acerca del colectivo. En la sección 4.8 presentamos algunas de las estadísticas de orden que son resúmenes de la distribución y que, en presencia de un volumen grande de datos, nos permiten identificar los rasgos de la misma, en cuanto a la dispersión y el patrón de tendencia central. Hay otros estadísticos descriptivos (así se les llama en general a las cantidades que resumen aspectos de tendencia o dispersión de la distribución) que son de mucha utilidad. A continuación se presentan de manera breve.

### 4.15.1 La media aritmética

La estadística de resumen de tendencia que más se conoce es la llamada media aritmética. Su forma es:

$$\bar{X} = \frac{1}{n} (X_1 + X_2 + \dots + X_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$$

Muchas veces ésta es un representante adecuado del colectivo, sobre todo en distribuciones acampanadas. La media muy sensible a valores extremos o atípicos, y para distribuciones con bastantes casos en los extremos y pocos en el centro puede ser completamente inapropiada. Entonces no es recomendable su uso para este tipo de distribuciones.

### 4.15.2 La mediana

Otra estadística de resumen de la tendencia es la mediana, que se define como el valor que divide a la distribución de frecuencias en dos partes iguales. Es un indicador de tendencia central no sensible a la presencia de atípicos o valores extremos. Es el segundo cuantil.

### 4.15.3 La moda

Se define como el valor o dato que se presenta con mayor frecuencia; cuando el rango de valores es un continuo se debe definir un “intervalo moda”. A partir de un diagrama de tallos y hojas es posible identificar “el tallo moda”; en un histograma se identifica el “intervalo de clase moda”.

### 4.15.4 La varianza

Es una de las medidas de dispersión más utilizadas en el análisis estadístico. Se define como el promedio de los cuadrados de las desviaciones, con respecto a la media; más exactamente:

$$S^2 = \frac{1}{(n-1)} [(X_1 - \bar{X})^2 + (X_2 - \bar{X})^2 + \dots + (X_n - \bar{X})^2] = \frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$$

La varianza es una medida muy difícil de interpretar en forma directa, en particular porque sus unidades son cuadráticas, hecho que puede ser solucionado extrayendo la raíz cuadrada para dar origen a la llamada desviación estándar,  $S = \sqrt{S^2}$  la cual es muy útil para construir juicios sobre la dispersión, sobre todo en distribuciones acampanadas.

La varianza (como la desviación estándar) es la medida de dispersión más importante en estadística para determinar las propiedades en la teoría inferencial y por su significado en la distribución normal.

### 4.15.5 El coeficiente de variación

Tanto la magnitud de la varianza como la desviación estándar dependen de las unidades en que se esté midiendo la variable. Para evitar esto se define el coeficiente de variación, que no se deja afectar por las unidades de medida, pues es adimensional.

Esta medida establece un porcentaje de variación en el colectivo con respecto a la media, y permite establecer comparaciones entre grupos, incluso en el caso en que las mediciones se hayan tomado en diferentes escalas, ya que es adimensional. El coeficiente de variación se define como:

$$CV = \frac{S}{\bar{X}} \times 100\%$$

Para datos que tengan media igual a cero este valor no está definido.

*Ejemplo 16:* Consideremos los porcentajes de eficiencia en el surtimiento de los 72 proveedores nacionales durante el mes de septiembre del presente año, como se presenta en la Tabla 4.12.

Proveedores	Eficiencia	Proveedores	Eficiencia	Proveedores	Eficiencia
1	93.40	25	0.00	49	100.00
2	100.00	26	99.60	50	91.34
3	100.00	27	100.00	51	99.94
4	100.00	28	96.20	52	99.03
5	97.10	29	82.50	53	0.00
6	80.90	30	84.70	54	92.50
7	100.00	31	99.10	55	99.50
8	35.40	32	47.90	56	100.00
9	0.00	33	0.00	57	45.45
10	100.00	34	81.70	58	100.00
11	99.90	35	94.10	59	96.44
12	95.90	36	85.70	60	100.00
13	75.20	37	95.10	61	90.80
14	71.30	38	99.60	62	56.50
15	80.10	39	100.00	63	84.10
16	98.80	40	100.00	64	76.40
17	65.60	41	84.76	65	33.30
18	100.00	42	94.85	66	99.80
19	100.00	43	100.00	67	86.70
20	99.80	44	100.00	68	85.70
21	39.30	45	0.00	69	79.60
22	91.70	46	75.44	70	100.00
23	0.00	47	21.28	71	100.00
24	0.00	48	95.05	72	100.00

**Tabla 4.12** Porcentajes de eficiencia de proveedores de una cadena de supermercados

En este caso existe una gran discrepancia entre la media y la mediana, por lo que se requiere un estudio detallado de la forma de la distribución; por ejemplo, elaborando un histograma y explorando algún modelo probabilístico que se ajuste al despliegue gráfico de los datos.

Es importante destacar que en este ejemplo se pretende ilustrar las limitaciones de los estadísticos descriptivos para resumir la distribución de los datos y, por tanto, llamamos la atención para que se utilicen siempre después de un exhaustivo análisis gráfico.

## 5. GRÁFICOS DE CONTROL

En casi todos los procesos de la actividad humana se requiere del control para garantizar el cumplimiento de los objetivos previamente definidos. En él están involucrados algunos elementos deseables que aparecen en cualquier situación donde se intenta mantenerlo.

Un aspecto importante en muchas de estas situaciones es la variabilidad. La estadística proporciona buenos instrumentos para abordarla, estudiarla y manipularla; es decir, dota de herramientas que facilitan esta tarea, algunas de ellas son los gráficos de control.

### 5.1 La variabilidad y el control de un proceso

La variabilidad es una característica inherente a todo proceso. Ésta puede ser generada por la suma de muchas causas, tales como:

- *Los procesos de medición.* El mismo objeto es medido en forma repetida y no arroja exactamente el mismo resultado. Esto puede ser debido a la naturaleza del instrumento de medición o a la variabilidad que introduce el operario del instrumento.
- *Los seres humanos.* No es posible lograr homogeneidad total en la calidad del trabajo de un ser humano. El cansancio, la concentración, además de su variabilidad hacen de este componente un hecho aceptado y cotidiano.
- *Las máquinas.* Existe una variabilidad natural en las características del producto que se genera a partir de una máquina, aun estando la

máquina en perfectas condiciones. Esta variabilidad es reconocida por la fábrica que provee las máquinas, la cual reporta información sobre dicha variabilidad como parte integral de las especificaciones de un equipo. Adicionalmente, éstas sufren procesos de desgaste además de fallas que afectan sus características. Las políticas de mantenimiento de máquinas y equipos aportan también una cuota.

- *Las materias primas.* Generalmente existen varios proveedores de materia prima, la cual tiene diferentes niveles de calidad. Más aún, el mismo proveedor, en un mismo pedido, proporciona materia prima con variabilidad en las características de interés, pues él mismo se enfrenta a las fuentes de variabilidad que se están describiendo.
- *Las condiciones del medio.* Éstas no son absolutamente homogéneas, constituyéndose en una fuente de variabilidad. En algunas épocas del año es necesario trabajar a marcha forzada por los niveles de demanda que se presentan, asimismo existen otros factores que alteran un producto y generan variabilidad.

En síntesis, la variabilidad es inevitable. Sin embargo, ésta no es una afirmación fatalista. Se convive con la variabilidad de la misma manera en que se convive con algunas condiciones adversas del medio ambiente, siempre y cuando éstas no trasciendan ciertos límites. La ética, las exigencias de nuestros clientes, los niveles de competencia y los costos, entre otros, definen los niveles de variabilidad que son aceptables, pues variabilidad y niveles de no-conformidad van siempre asociados.

En este contexto surge, en forma natural, la definición de algunos elementos esenciales. Aunque no necesariamente en el orden en que aparecen a continuación:

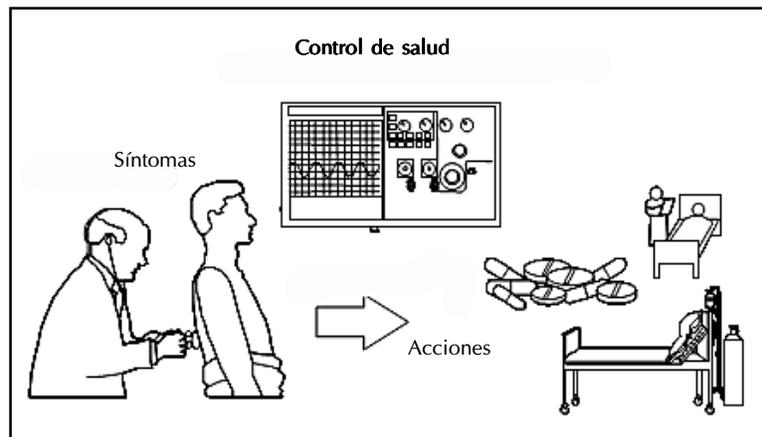
1. De acuerdo con la ética, en las normas, en las exigencias de los proveedores y en las políticas de la compañía, es posible definir las características mínimas que debe tener todo producto que salga al mercado.
2. Hay que conocer a fondo los procesos propios de producción, con la intención de determinar su capacidad para cumplir con las especificaciones del producto definidas previamente. En esta etapa deberá valorarse la situación y tomar los correctivos necesarios para garantizar que el proceso tenga la capacidad suficiente (“no pedirle peras al olmo”). Esto implica, entre otros detalles, realizar un estudio de costo-beneficio, pues de la capacidad del proceso dependerá directamente el porcentaje de no-conformidades que la empresa asumirá como “normales”, como parte de una característica del proceso.
3. De acuerdo con lo anterior se infieren las características que debe cumplir el proceso, para que éste genere productos con características cuya distribución de frecuencias se comporte de acuerdo a lo esperado. Obsérvese que unas son las condiciones que se exigen a cada pro-

ducto de forma individual y otras al proceso de producción para que sea compatible con las primeras. Siempre que el proceso esté cumpliendo con las condiciones estipuladas se dirá que “el proceso está bajo control” y, en caso contrario, está fuera de control.

4. Teniendo claridad sobre estos aspectos, queda por definir una estrategia para realizar en forma permanente un diagnóstico, a partir del cual pueda afirmarse con cierto grado de certeza si hay evidencias contundentes para pensar que el proceso está fuera de control y en seguida llevar a cabo las acciones que haya lugar. En esta parte juegan un papel fundamental los gráficos de control que se presentan en este capítulo.

Este proceso es similar a muchos de los que se presentan en la vida cotidiana; a continuación se presenta un ejemplo de una situación de control.

*Ejemplo 1:* Dos veces al año se asiste al médico con el propósito de que se realice un diagnóstico.



**Gráfico 5.1** Diagnóstico de salud: un ejemplo de control

El médico tiene la información de lo que significa “un cuerpo bajo control”. Dicho de otra manera: él conoce los síntomas que sugieren que un cuerpo está fuera de control. Con base en ello realiza observaciones, cualitativas algunas, como son la coloración de la mucosa del ojo, el aspecto de la lengua y garganta, escucha la ventilación pulmonar y otras cuantitativas como el pulso y el ritmo cardiaco, las cuales mide directamente. Otros datos para el diagnóstico provienen de pruebas de laboratorio, como características químicas y físicas de la sangre, y de análisis de la materia fecal.

El médico contrasta (compara) los valores observados para determinar si caen dentro del rango de lo “normal”; de no ser así, los correlaciona con otras características para determinar compatibilidades y formular alguna hipótesis sobre la patología que pudiera ser el origen de observación fuera del rango. Puede ordenar más exámenes para confirmar una nueva hipótesis y por último definir acciones consistentes con su diagnóstico, todo con el propósito de poner de nuevo el cuerpo bajo control. Es claro también que el sistema de diagnóstico no es infalible y que puede haberse diagnosticado una patología inexistente (falsa alarma), a esto se le conoce en el lenguaje del control estadístico como “error tipo I”. Pudo haber sucedido también que no se detectó en el proceso evaluativo de diagnóstico una enfermedad existente, “error tipo II”. ¿Qué es más grave? ¡Júzguelo usted!

En los gráficos de control estadístico, o cartas de control como también se conocen, se puede tomar en consideración la probabilidad de cometer ambos tipos de error. Cuando tenemos una muestra de tamaño fijo, disminuir la probabilidad  $\alpha$  de cometer un error tipo I implica aumentar la probabilidad  $\beta$  de cometer error tipo II; es decir, que cuando uno de ellos disminuye el otro aumenta. Sin embargo, el riesgo de cometer ambos tipos de error puede ponerse en niveles deseados tomando un tamaño de muestra adecuado para este propósito.

## 5.2 Construcción de un gráfico de control

Quizá la herramienta estadística más conocida y utilizada en la industria manufacturera es la llamada gráfica de control o gráfica de Shewhart. La idea de este procedimiento para el control de procesos es muy simple: de la misma manera como el médico toma el pulso y el ritmo cardíaco para decidir si el corazón está bajo control, se toma una muestra de la salida del proceso y se observa el comportamiento de una estadística (fórmula que se construye con los datos), que puede ser la media de los datos, la distancia entre el dato más grande y el más pequeño (rango), la varianza, etc.; se observa entonces el comportamiento de dicho estadístico, digamos  $w$ , del cual se conoce previamente su distribución de probabilidad (o de frecuencias) cuando el proceso está bajo control, en el caso del médico el conocimiento de esta distribución de referencia es equivalente a saber cuáles son los valores “normales” que debe arrojar un cuerpo cuando está sano.

El resto es valorar si el resultado obtenido de la estadística resultante de una muestra es o no verosímil (creíble) de provenir de un proceso bajo control. El juicio no es muy subjetivo, pues de antemano se han definido los criterios para clasificar un suceso como “compatible” con una distribución de referencia. Si se decide que el valor observado no es compatible con una situación bajo control, entonces se investiga sobre las posibles causas para actuar sobre ellas y colocar de nuevo el proceso bajo control.

Literalmente un gráfico de control puede pensarse como un diagrama que esté construido de tal manera que indique la franja fuera de la cual una

observación, resultante de una muestra, es considerada como síntoma de un proceso sin control. Así se visualiza la simplicidad de la aplicación de un gráfico de control: se marca un punto y se mira si cayó dentro o fuera de una franja. Esta sencillez tan extraordinaria para emitir un diagnóstico ha hecho que dichos gráficos hayan venido para quedarse por largo tiempo con nosotros. En honor a la verdad, la construcción de algunos gráficos requiere conocimientos un poco más sofisticados de probabilidad, sobre todo si se considera el diseño de planes de muestreo asociados. El presente libro ha sido pensado para un lector con conocimientos estadísticos mínimos, por tal razón el desarrollo se limitará a la aplicación de algunas fórmulas para construir las franjas de control y para su correcta interpretación. Lectores que estén interesados en profundizar un poco más sobre este asunto podrán consultar la bibliografía que se ofrece al final de este libro.

Los gráficos de control se dividen, de acuerdo a la naturaleza de la variable de calidad, en gráficos para variables y gráficos para atributos; en el primer caso la variable de calidad es de naturaleza continua, y en el segundo nos referimos usualmente a una variable dicotómica (conforme o no-conforme). Aunque hay otras formas de clasificar a los gráficos de control, la que aquí planteamos es útil para nuestro propósito de organizar la presentación.

### 5.3 Gráficos de control para variables

Cuando la característica de calidad a medir es una variable de naturaleza continua, resulta razonable interesarse en el funcionamiento del proceso en términos de un parámetro de centralidad y otro de dispersión. En lo referente al primero, el promedio aritmético  $\bar{X}$  resulta el parámetro obvio por su popularidad y la abundancia de resultados teóricos que lo respaldan; el segundo caso se refiere a varios tipos de estadísticos, entre los que destacan el rango (R) y la desviación estándar ( $s$ ).

Para construir un gráfico de control debe aludirse a un resultado de la teoría estadística que es conocido como el Teorema Central del Límite. Este resultado garantiza que cuando tomamos una muestra razonablemente grande, independientemente de la distribución de la característica de calidad  $X$ , el promedio ( $\bar{X}$ ) sigue una distribución normal o gaussiana, con media igual a la media de  $X$  y varianza igual a la varianza de  $X$  dividida por el tamaño de la muestra, donde  $X$  es la característica de calidad observada. Bajo esta consideración de tipo teórico es posible, asumiendo la hipótesis de que el proceso funciona bajo control, establecer los llamados “límites de control”, fijando una probabilidad de cometer un error del tipo I ( $\alpha$ ), suficientemente pequeña. Es claro que aún si el proceso está bajo control existe la probabilidad prefijada  $\alpha$ , de observar un promedio fuera de los límites establecidos. La teoría de las pruebas estadísticas garantiza que la probabilidad de no detectar cuando el proceso está fuera de control, el llamado error de tipo II ( $\beta$ ), quedará minimizado. No se incluye aquí una

presentación formal de estos conceptos teóricos por estar fuera del objetivo de este libro, pero el lector interesado puede consultar la bibliografía referida.

El Gráfico 5.2 muestra la forma típica de un gráfico de control, en el que el eje horizontal indica el número de orden que ocupa la muestra de turno, la que se está valorando. La aplicación del gráfico puede interpretarse como la verificación de la hipótesis de que el promedio, o en su caso la variabilidad del proceso, corresponde a la de un proceso bajo control. Cuando la estadística correspondiente cae dentro de los límites de control, interpretamos que la evidencia (la muestra) es compatible con la hipótesis de un proceso bajo control, en caso contrario, se deberá actuar en consonancia con un proceso fuera de control.

En el gráfico de control para la media del proceso aparecen dos líneas horizontales gruesas (LSC: Límite Superior de Control y LIC: Límite Inferior de Control), que representan los límites de control para la media. Se señala un punto que se ha salido de la franja definida por los límites de control y que indica que en el momento en que fue tomada la muestra el proceso parecía estar fuera de control. A la escala de la derecha aparece el valor 13.71, lo cual corresponde a la media histórica del proceso bajo control y se ha calculado como la media de las medias de muchas muestras en el pasado, las cuales diagnosticaron un proceso bajo control; es decir, se excluyeron para el cálculo los puntos que sugerían un proceso fuera de control. El gráfico considera 45 puntos que corresponden a las veces que se ha tomado una muestra para diagnosticar el proceso.

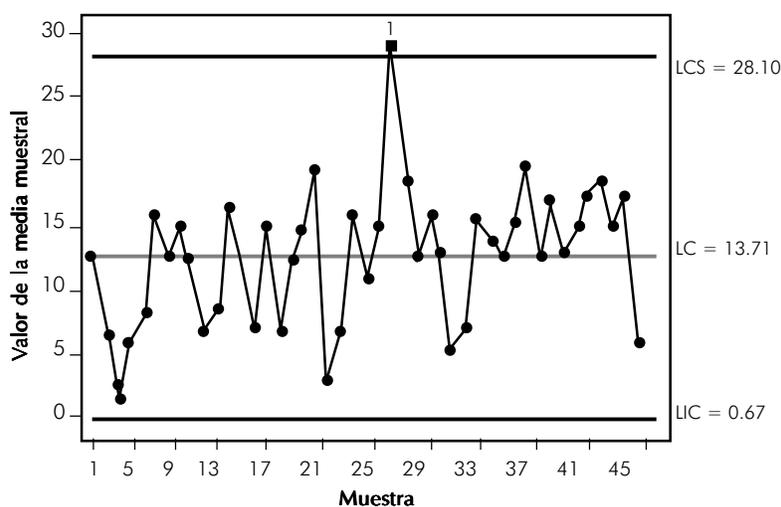
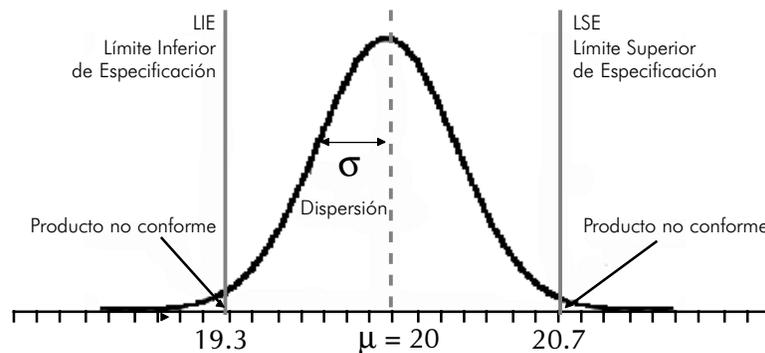


Gráfico 5.2 Forma típica de un gráfico de control para la media

En términos generales, si un punto cae fuera de los límites de control entonces se deberán buscar causas atribuibles a esta desviación del patrón establecido; sin embargo, hay otras anomalías que pueden dar luz acerca de posibles desviaciones del control. Posteriormente se discutirán algunas recomendaciones respecto al diagnóstico del proceso a través del gráfico de control. Ahora se estudiará la forma de elaborar este tipo de gráfico.



**Gráfico 5.3** Efecto de la media y la desviación estándar en el porcentaje de no-conformidades

Uno podría preguntarse, ¿por qué se controla un proceso respecto a la media pero también respecto a la dispersión? Para responder a esta pregunta obsérvese detalladamente el Gráfico 5.3. La media es 20. Los productos que resulten con mediciones por debajo de 19.3 o por encima de 20.7 son declarados no-conformes, de acuerdo con los límites de especificación definidos para el producto. Si toda el área bajo la curva representa 100% de las observaciones, entonces el área que está asociada con las no-conformidades —las dos “colitas”— representan aproximadamente 4%; es decir, que con la situación que ilustra el gráfico, 4% de los productos resultan no-conformes.

Ahora, ¿qué pasa con el porcentaje de no-conformidades si se mueve la curva completa un poco hacia la derecha? Ponga un poco de imaginación, considerando que las dos barras que definen los límites de especificación no se moverán, ellas estarán fijas; sin embargo se mueve la curva de tal manera que su centro se coloque en 20.5. ¿Cómo es ahora el área que corresponde a las no-conformidades? La “colita” de la izquierda se ha hecho menor, pero la de la derecha ha aumentado de tal manera que ahora el porcentaje de no-conformidades es aproximadamente 46%. Para estudiar el efecto de aumentar la dispersión déjese la curva en su lugar, con centro en 20 como muestra el gráfico, ahora aumentemos la dispersión haciendo que la distancia que define sea mayor. ¿Qué pasa ahora con el porcentaje de productos no-conformes?, aumenta en ambas direcciones, las dos “colitas” crecen. Por esa razón es importante controlar la localización ( $\mu$ ) y dispersión

( $\sigma$ ) de un proceso, pues de esta forma controlamos de manera indirecta el porcentaje de no-conformidades.

Ejemplo 2: En el proceso de captura de datos de las requisiciones, en los almacenes regionales se sabe que en promedio se capturan 225 caracteres por minuto. Se desea hacer un diagnóstico del proceso de captura y se decide instrumentar un gráfico de control, para lo cual se toma una muestra de cinco mediciones cada tres horas, en tiempos seleccionados aleatoriamente. Dado que el proceso dura doce horas cada día, al muestrear a lo largo de dieciséis días se obtuvieron los datos de la Tabla 5.1, que corresponden a una semana.

Para construir un gráfico de control es necesario especificar el estadístico que se va a controlar. Es costumbre elaborar un par de gráficos, uno para centralidad o promedio y otro para dispersión. Las parejas de

Periodo	Mediciones					Estadísticas	
	M <sub>1</sub>	M <sub>2</sub>	M <sub>3</sub>	M <sub>4</sub>	M <sub>5</sub>	Medio muestral	Rango
1	220	223	228	226	226	225.0	8
2	219	223	219	227	227	223.4	10
3	225	222	218	222	222	222.8	9
4	225	227	226	229	229	225.4	9
5	223	224	226	227	227	225.0	4
6	222	223	227	228	228	225.0	6
7	228	222	222	223	223	224.2	6
8	225	225	227	219	219	225.0	10
9	219	219	219	219	219	219.2	5
10	220	225	223	228	228	224.6	8
11	228	228	220	225	225	224.8	8
12	225	227	227	222	222	225.2	5
13	225	227	222	221	221	224.4	6
14	220	229	230	218	218	225.6	13
15	222	225	227	228	228	225.0	6
16	227	224	224	225	225	224.4	5
17	227	224	227	225	225	225.0	5
18	223	224	222	228	228	224.4	6
19	220	230	225	224	224	225.2	10
20	222	225	227	221	221	224.4	6
21	221	230	225	226	226	225.6	9
22	222	223	228	228	228	225.2	6
23	220	219	222	220	220	221.2	6
24	223	230	215	218	218	221.2	15

**Tabla 5.1** Tiempo de captura, 24 muestras de tamaño n=5

estadísticos referidas son  $\bar{X}$  y  $\bar{R}$  (la media aritmética y el rango)  $\bar{X}$  o  $s$  (la media aritmética y la desviación estándar), destacando por su popularidad el gráfico  $\bar{X}$  y  $R$ . El procedimiento general para construir estos gráficos se ejemplifica usando los datos del siguiente ejemplo:

Paso 1:

Obtenemos los estimadores de la media y la desviación estándar de los estadísticos. Para nuestro caso esto se reduce a obtener la media, las  $\bar{X}$  y las  $R$ , es decir:

$$\bar{\bar{X}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \bar{X}_i = \frac{225.0 + 223.4 + \dots + 221.2}{24} = 224.217$$

$$\bar{R} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \bar{R}_i = \frac{8 + 10 + 9 + \dots + 6 + 15}{24} = 7.542$$

Paso 2:

Obtenemos la línea central, los límites de control ( $3\sigma$ ), inferior y superior. Con el propósito de abreviar cálculos se usan, en la práctica, tablas para definir los límites inferior y superior de los gráficos  $\bar{X}$  y  $R$ . Las fórmulas bajo la utilización de tablas (ver Tabla 5.2) son:

a) Para la media  $\mu$

$$\begin{aligned} \text{LC} &= \bar{\bar{X}} \text{ (línea central)} = 224.217 \\ \text{LSC} &= \bar{\bar{X}} + A_2 \bar{R} = 224.217 + 0.58 (7.542) = 228.591 \\ \text{LIC} &= \bar{\bar{X}} - A_2 \bar{R} = 224.217 - 0.58 (7.542) = 219.843 \end{aligned}$$

El valor 0.58 se obtuvo buscando  $A_2$  de la Tabla 5.2, entrando con el tamaño de muestra  $n = 5$ .

b) Para la dispersión  $\sigma$

$$\begin{aligned} \text{LC} &= \bar{R} = 7.542 \\ \text{LSC} &= D_4 \bar{R} = 2.11 (7.542) = 15.913 \\ \text{LIC} &= D_3 \bar{R} = 0 (7.542) = 0 \end{aligned}$$

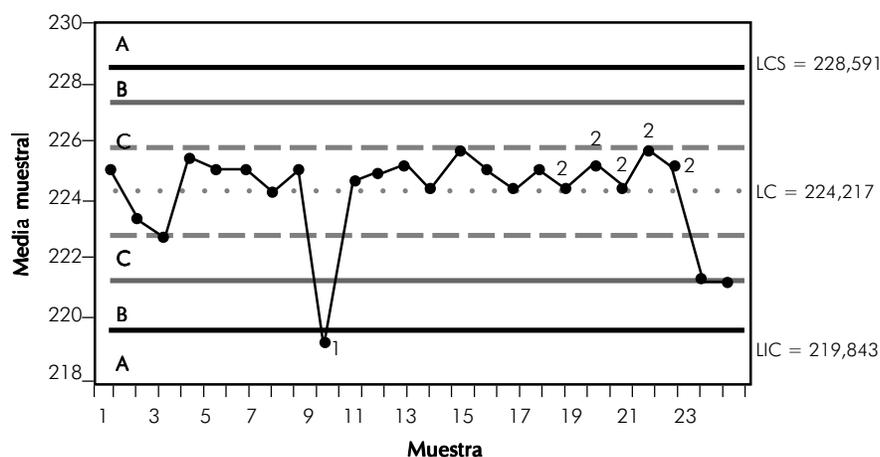
Los valores 2.11 y 0 se obtuvieron buscando  $D_4$  y  $D_3$ , respectivamente, de la Tabla 5.2, entrando con el tamaño de muestra  $n = 5$ .

Factores para la elaboración de los diagramas de control								
N	D <sub>3</sub>	D <sub>4</sub>	A <sub>2</sub>	d <sub>2</sub>	B <sub>3</sub>	B <sub>4</sub>	A <sub>3</sub>	C <sub>4</sub>
2		327	1.88	1.128		3.27	2.66	0.7979
3		2.57	1.02	1.693		2.57	1.95	0.8862
4		2.28	0.73	2.059		2.27	1.63	0.9213
5		2.11	0.58	2.326		2.09	1.43	0.9399
6		2.00	0.48	2.534	0.03	1.97	1.29	0.9515
7	0.08	1.92	0.42	2.704	0.12	1.88	1.18	0.9594
8	0.14	1.86	0.37	2.847	0.19	1.81	1.10	0.9650
9	0.18	1.82	0.34	2.970	0.24	1.76	1.03	0.9693
10	0.22	1.78	0.31	3.078	0.28	1.72	0.98	0.9723

**Tabla 5.2** Factores para la elaboración de gráficos de control

Paso 3:

Trazamos las líneas de control y las líneas de “alerta” que se obtienen simplemente multiplicando por dos en lugar de por tres en los límites de control y, posteriormente, ubicamos los puntos. A continuación, en el Gráfico 5.4 se presenta el despliegue correspondiente.



**Gráfico 5.4** Gráfico de control para  $\bar{X}$

Observe que el gráfico está dividido en franjas que están rotuladas con las letras C, B, A, desde el centro hacia el exterior; cada una de estas franjas tiene un ancho igual a una desviación estándar de la media; su razón de ser es poder descubrir otro tipo de patrones de comportamiento sistemático (no aleatorio) que podría presentarse por una causa asignable (identificable).

Esto significa que salirse de la franja de control no es el único hecho que se observa. Por esta razón al punto que se salió de la franja de 99% de confianza se le asignó el número "1", pues con este número se codifica este tipo de incompatibilidad con un proceso bajo control. Observe que los puntos correspondientes a las muestras 18, 19, 20, 21 y 22 están marcados con el número "2", que intenta mostrar que allí está ocurriendo un evento raro que podría ser incompatible con un proceso bajo control.

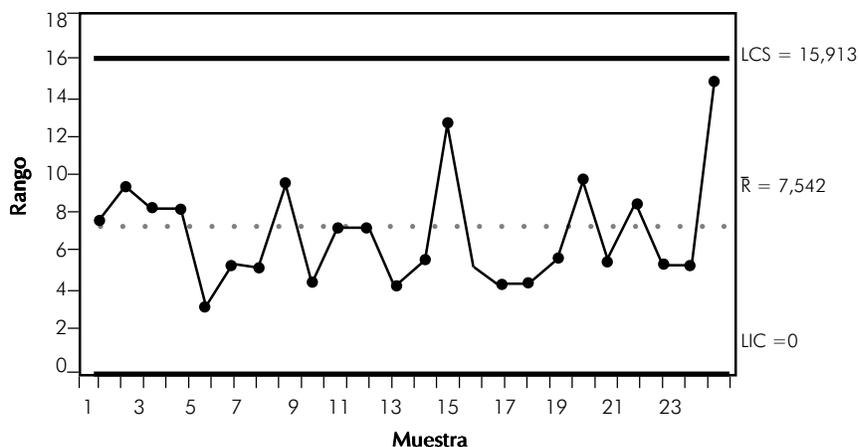
En este caso intenta avisar que en un proceso bajo control es muy raro observar que resulten nueve puntos o más a un sólo lado de la línea central, como de hecho ha ocurrido. Sin embargo, la probabilidad de que en un proceso bajo control esto ocurra es muy baja. A este tipo de señales frecuentemente se le conoce como de pre-control, pues no obstante que dichas observaciones están bastante cerca de la media, insinúan que posiblemente hay una tendencia, como en este caso, a que el proceso aumente su media en forma sistemática. Podrían entonces explorarse las causas para considerar cualquier circunstancia anormal antes de que empiecen a resultar no-conformidades. En la Tabla 5.3 se relacionan otros códigos de eventos pre-control.

Código	Motivos de alarma
1	1 punto en la zona A
2	9 puntos consecutivos a un solo lado de la línea central
3	6 puntos consecutivos en racha ascendente o descendente
4	14 puntos consecutivos en "sube-baja", alternándose
5	2 ó 3 puntos consecutivos en la zona A o más allá
6	4 ó 5 puntos consecutivos en la zona B o más allá
7	15 puntos consecutivos en la zona C
8	8 puntos consecutivos y ninguno en la zona C

**Tabla 5.3** Código de algunos eventos en el gráfico de control de la media que podrían ser indicio de causas atribuibles (proceso fuera de control)

En forma análoga se construye el gráfico para el control de dispersión basado en el rango de una muestra de tamaño  $n = 5$ . Lo mismo ocurre para la media; pueden existir otro tipo de eventos que indiquen que una causa atribuible está afectando al proceso. A continuación, en el Gráfico 5.5, se presenta el despliegue para el control de la dispersión; se aprecia en ese gráfico que la última muestra tomada tiene un rango alto aunque no sale de la franja de control, lo cual indica que es necesario revisar las posibles causas que están afectando la variabilidad del proceso.

A continuación se trata el caso en que la característica de interés no es cuantitativa sino cualitativa; esta situación se conoce en la jerga del control de calidad como el caso de atributos.



**Gráfico 5.5** Gráfico de control de dispersión basado en el rango

## 5.4 Gráficos de control para atributos

Hay muchos procesos en los que no es posible realizar mediciones sobre características de calidad; es más, interesa en términos generales sólo saber si un producto dado o un subproceso “cumplió” con una serie de requerimientos. A los productos o servicios es posible catalogarlos en dos clases: como “conformes” o “no conformes”. Cuando las características de calidad de referencia se registran o “miden” de esta manera, se les llama atributos. Para controlar procesos con esta peculiaridad se usan generalmente tres tipos de gráficos:

1. El gráfico asociado a la proporción de artículos o casos no-conformes.
2. El gráfico del número de no-conformidades.
3. El gráfico de número de no-conformidades por unidad.

A estos gráficos se les refiere como el gráfico  $p$ , el gráfico  $np$  y el gráfico  $c$ , respectivamente. Para estos gráficos se requieren generalmente tamaños de muestra grandes, lo que significa varias decenas de artículos o servicios.

### 5.4.1 El gráfico $p$

Si tenemos que para una muestra de  $n$  artículos (o casos), cada uno puede clasificarse como no-conforme ( $X = 1$ ) o conforme ( $X = 0$ ), entonces la siguiente

expresión  $X_1 + X_2 + \dots + X_n = D$  es el número de artículos (casos) no-conformes en la muestra. Se sabe que si el porcentaje verdadero de no conformes es  $\pi$ , entonces se espera que el número promedio de no-conformes, en una muestra de  $n$ , sea  $\pi n$  y su varianza  $\pi(1-\pi)n$ .

La idea en este caso es elaborar un gráfico con base en el porcentaje de no-conformes de la muestra que se saca en una ocasión, digamos  $j$ .

Así: 
$$p_j = \frac{D_j}{n}; j = 1, 2, \dots, m.$$

Si hemos muestreado en  $m$  ocasiones entonces tendremos  $p_1, p_2, \dots, p_m$ . Así puede calcularse el porcentaje promedio:

$$\bar{p} = \frac{p_1 + p_2 + \dots + p_m}{m}$$

ó

$$\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^m D_i}{mn}$$

De tal manera que los límites de control estarían dados por las siguientes expresiones:

$$LIC = \bar{p} - 3 \frac{\sqrt{\bar{p}(1-\bar{p})}}{n}$$

$$LC = \bar{p}$$

$$LSC = \bar{p} + 3 \frac{\sqrt{\bar{p}(1-\bar{p})}}{n}$$

*Ejemplo 3:* Se toman 30 muestras aleatorias de 50 productos, cada una en un almacén rural, y con ellas se determina si existe sobreinventario de cada uno de los productos; este proceso se repite diariamente durante un mes; los resultados obtenidos se muestran en la Tabla 5.4

Día	Número de "productos" sobre inventariados	$p_j$
1	12	0.24
2	15	0.30
3	8	0.16
4	10	0.20
5	4	0.08
6	7	0.14
7	16	0.32
8	9	0.18
9	14	0.28
10	10	0.20
11	5	0.10
12	6	0.12
13	17	0.34
14	12	0.24
15	22	0.44
16	8	0.16
17	10	0.20
18	5	0.10
19	13	0.26
20	11	0.22
21	20	0.40
22	18	0.36
23	24	0.48
24	15	0.30
25	9	0.18
26	12	0.24
27	7	0.14
28	13	0.26
29	9	0.18
30	6	0.12

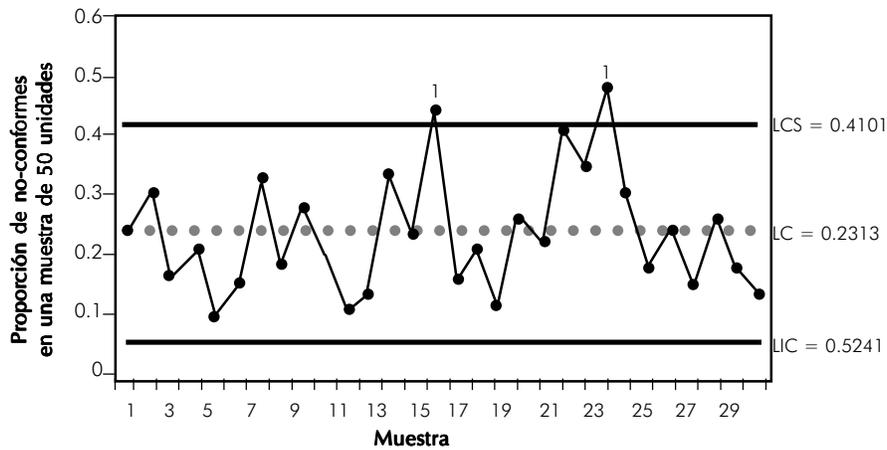
**Tabla 5.4** Número de productos sobreinventariados en el tiempo

Así 
$$\bar{p} = \frac{347}{(50)(30)} = 0.2313$$

De esta manera:

$$LIC = \bar{p} - 3 \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} = 0.2313 - 3 \sqrt{\frac{0.2313(1-0.2313)}{50}} = 0.0524$$

$$LSC = \bar{p} + 3 \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} = 0.2313 + 3 \sqrt{\frac{0.2313(1-0.2313)}{50}} = 0.4102$$



**Gráfico 5.6** Gráfico de control para la proporción de no-conformidades en el Inventario de productos

Observe que en el Gráfico 5.6 existen dos puntos fuera de control, por lo tanto es necesario recalcular los límites excluyendo dichos puntos.

#### 5.4.2 El gráfico $np$

A veces, más que obtener la gráfica de control sobre la fracción de no-conformes, interesa obtenerla sobre el número de no-conformes. A esta gráfica de control para atributos se le llama gráfica  $np$ . Los límites de control para esta gráfica son determinados por:

$$n\bar{p} \pm 3 \sqrt{n\bar{p}(1 - \bar{p})}$$

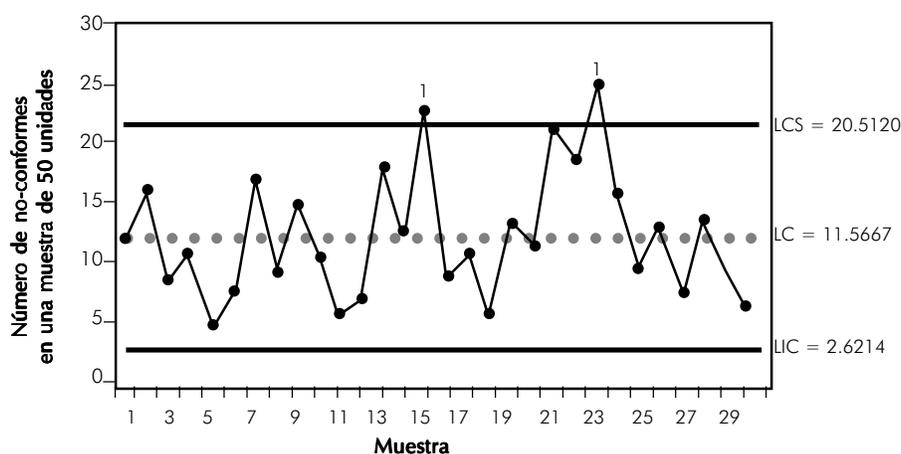
*Ejemplo 4:* Se trata ahora el mismo caso del Ejemplo 3, pero con interés en el número de no-conformidades. En el Gráfico 5.7 presentamos el despliegue correspondiente. El interés ahora es controlar el “número de no-conformidades” en lugar del porcentaje. En esta situación el funcionario encargado del control ya no calcula porcentajes, sólo cuenta el número de veces que resulta no-conformes en una muestra de tamaño fijo,  $n = 50$  unidades.

Observe que la única diferencia con el caso anterior consiste en la escala vertical de la gráfica, que ahora ha sido multiplicada por  $n = 50$ . De esta manera, la línea central ahora es la misma de antes multiplicada por 50. De igual forma ocurre con los límites correspondientes.

Así  $n\bar{p} = 50 \cdot 0.2313 = 11.5667$ . De ahí que:

$$LIC = n\bar{p} - 3 \sqrt{np(1-p)} = 11.5667 - 3 \sqrt{50 \cdot 0.2313(1-0.2313)} = 2.6214$$

$$LSC = n\bar{p} + 3 \sqrt{np(1-p)} = 11.5667 + 3 \sqrt{50 \cdot 0.2313(1-0.2313)} = 20.5120$$



**Gráfico 5.7** Gráfico de control para el número de no-conformidades  $np$ . Caso del Inventario de productos

Observe que los dos gráficos controlan lo mismo usando estadísticas diferentes; por esa razón en las dos gráficas se detectan los mismos puntos fuera de control. También aquí es necesario recalcular los límites de control excluyendo dichos puntos.

### 5.4.3 El gráfico $c^1$

Hemos estudiado casos en los que nos interesa conocer el número de individuos que se clasifica como no-conformes, o su porcentaje; sin embargo, en algunas situaciones puede suceder que una unidad de observación puede tener defectos, sin que se considere no-conforme. Por ejemplo, en la

<sup>1</sup> Aunque el gráfico de control recibe este nombre de no-conformes, aquí, en lugar de  $c$  nos referiremos a  $\lambda$ , que es la letra griega que más frecuentemente se usa para representar el parámetro de la distribución de Poisson.

confección de un artículo plástico por inyección en caliente, pueden resultar algunas pequeñas burbujas que no son deseables, pero que si no son “demasiadas”, no descalifican al artículo. Por otro lado, el carácter de defectuoso puede tener diferentes categorías dependiendo del número de defectos que presente una unidad.

En procesos de naturaleza continua, como la producción de telas o láminas de vidrio, nos puede interesar el número de defectos por unidad de longitud o de área, o por unidad de tiempo, etc. Ejemplos de esta situación podrían ser: el control del número de llamadas por minuto que llegan a una central telefónica, número de pasajeros por día que toman un vuelo determinado; número de camas ocupadas en una determinada sala de un hospital, por día o por semana; número de defectos en un envase, entre otros. El control en situaciones como éstas puede realizarse generalmente tomado como distribución de referencia el modelo de Poisson con parámetro  $\lambda$ , donde la constante  $\lambda$  representa el número promedio de ocurrencias por unidad de tiempo (o de superficie, o cualquier otro continuo).

Si  $\lambda$  es grande se puede aproximar el modelo Poisson al modelo normal.

En el modelo Poisson con parámetro  $\lambda$ :

$$P(X = x) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^x}{x!}$$

Con  $x = 0, 1, 2, \dots$ , donde  $X$  representa la variable número de defectos por unidad de medida;  $P(X = x)$  representa el porcentaje de veces que se obtienen  $x$  defectos por unidad, cuando el número promedio de defectos por unidad es  $\lambda$ . Esta distribución tiene la curiosidad de que la varianza de la variable  $X$  también es  $\lambda$ , así que su desviación estándar será  $\sqrt{\lambda}$ .

En adelante nos referiremos siempre a la situación en que se mide el número de defectos de estampado por metro de tela.

Pasos a seguir en la construcción del gráfico  $\bar{c}$ :

1. Seleccionar lo que será la unidad de observación: un individuo, un metro de cable, un metro cuadrado de tela, una hora, etc. Esta definición debe hacerse de tal manera que en la unidad se presenten en promedio al menos diez ocurrencias; así, por ejemplo, si en un metro se dan en promedio seis defectos, podríamos escoger como unidad de observación dos metros, que en promedio daría doce defectos.
2. Investigar si existe información histórica del parámetro  $\lambda$ : número promedio de defectos por metro cuadrado. Si estamos en este escenario, en el cual conocemos el valor de  $\lambda$ , entonces el gráfico de control, se construirá con base en los límites:

$$\text{LSC: } \lambda + 3\sqrt{\lambda}$$

$$\text{LC: } \lambda$$

$$\text{LCI: } \lambda - 3\sqrt{\lambda}$$

En esta situación, en la cual es factible conocer  $\lambda$  por información histórica del proceso bajo control saltamos directamente al paso 4. Si no es posible conocer con  $x = 0, 1, 2, \dots$  de esta forma, continuamos con todos los pasos.

3. Para acercarnos al valor de  $\lambda$ , procedemos de la siguiente manera:

Tomar  $k$  ( $k > 20$ ) piezas de un metro cuadrado de tela de forma consecutiva y a intervalos de tiempo iguales; contar el número de defectos  $X_i$  en cada pieza y hacer el promedio de las  $k$  piezas, es decir:

$$\bar{\lambda} = \frac{\sum_{i=1}^k X_i}{k}$$

Llevamos ahora este valor a la expresión de los límites de control, sustituyéndolo por el valor  $\lambda$ . Cuando el valor de  $\lambda$  no es muy grande la convergencia a la normal no es muy buena, pudiendo dar negativo el límite inferior, lo cual no tiene mucho sentido para una variable que es número de defectos por metro cuadrado, así que cuando esto ocurre colocamos el límite inferior en cero. Observe que esto puede evitarse definiendo apropiadamente la unidad de observación, como se explicó en el paso 1.

4. Acomodar en el gráfico los datos obtenidos en el paso 3 y seguir las mismas reglas que en los gráficos de control anteriores.
5. Con los gráficos definitivos establecer un plan de control para el futuro.

Los datos de la Tabla 5.5 recogen el número de defectos de estampado por metro cuadrado en un proceso textil. A partir de estos treinta datos, que como puede verse en el Gráfico 5.8 se tomaron de un proceso bajo control, se elaborará entonces el gráfico para ser usado en el futuro.

Número de observación	Número de defectos por m <sup>2</sup>	Número de observación	Número de defectos por m <sup>2</sup>
1	9	16	6
2	9	17	9
3	7	18	13
4	14	19	7
5	8	20	6
6	5	21	11
7	5	22	5
8	5	23	8
9	6	24	10
10	9	25	6
11	4	26	5
12	7	27	10
13	4	28	8
14	11	29	9
15	10	30	9
		<b>Total</b>	<b>235</b>

**Tabla 5.5** Número de defectos por m<sup>2</sup> de estampado

El valor de la línea central se calculó como:

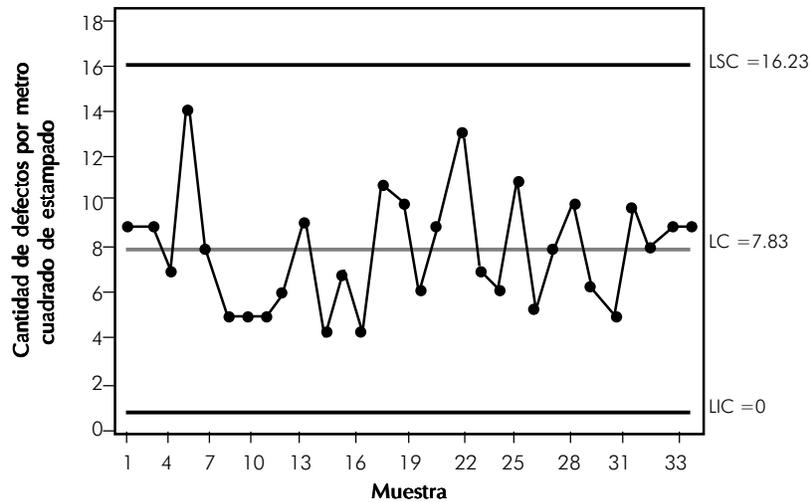
$$\bar{\lambda} = \frac{\sum_{i=1}^k x_i}{k} = \frac{\sum_{i=1}^k \text{defectos}}{\sum_{i=1}^k \text{unidades}} = \frac{235}{30} = 7.833$$

Y por lo tanto los límites de control serán:

$$\text{LSC} = 7.833 + 3 \sqrt{7.833} = 16.23$$

$$\text{LIC} = 7.833 - 3 \sqrt{7.833} = -0.563$$

Como el límite inferior resultó negativo lo dejamos en cero (0).



**Gráfico 5.8** Gráfico de control para el número de no-conformes por unidad C

## 5.5 Comentarios sobre los gráficos de control

La idea de un gráfico de control es permitir el monitoreo del proceso a través de muestreos repetidos en el tiempo. Dos aspectos del proceso son de particular interés: su patrón de tendencia y el de dispersión. El gráfico de control es diseñado de tal forma que la probabilidad de falsa alarma sea pequeña ( $\alpha < 0.05$ ). En los ejemplos que se han desarrollado, se ha usado un coeficiente de 3 para multiplicar el error del estimador y obtener el margen de error por arriba y abajo de la línea central. Este multiplicador 3, está asociado con un riesgo de falsa alarma menor de 1 por ciento.

No debe perderse de vista que el control estadístico de calidad es sólo una parte del sistema de calidad total y que es necesario tener la visión panorámica para construir, con un enfoque holístico, un sistema de calidad. El diseño del plan de muestreo; es decir, de qué manera tomar la muestra, cada cuánto y de cuántas unidades, va muy ligado al objetivo del control y a las consecuencias de cometer error del tipo I y del tipo II. Existen otros gráficos de control como los llamados *CUSUM*, que se basan en sumas acumuladas; sin embargo, la esencia es la misma: definir patrones que puedan considerarse "raros" (poco frecuentes), cuando todo está bien (proceso bajo control).

Los datos usados en la construcción de una carta de control deben corresponder a un proceso controlado.

## 6. INTRODUCCIÓN AL MUESTREO

Con frecuencia, en el contexto de las tareas de diagnósticos organizacionales o en la definición de los criterios que permiten establecer las especificaciones de un proceso de producción o de servicios se recomienda la realización de una encuesta. Llevar a cabo un trabajo estadístico de este tipo no se reduce a elaborar una serie de preguntas y aplicar los cuestionarios para después obtener algunas gráficas y cuadros que una vez interpretados den los elementos para la toma de decisiones. Como se hizo notar en el segundo capítulo, las investigaciones deben cumplir con criterios de validez y seguir una metodología diseñada y conducida de manera escrupulosa, todo para aportar resultados confiables. Esto es verdaderamente importante para los estudios a través de encuestas por muestreo, herramientas elementales para obtener información sobre la opinión de clientes y para conocer las necesidades y los niveles de satisfacción que obtienen al consumir los productos o recibir servicios y, en general, para conducir estudios de mercado.

Cuando se va a tomar una muestra debemos preocuparnos por dos cosas: 1) cuántos elementos muestrear, y 2) cómo seleccionarlos. El segundo problema se resuelve con un esquema de muestreo; es decir, con un método que nos lleve a obtener un subconjunto de los elementos de la población de muestreo. El primer punto nos indica cuál es el número mínimo de elementos que requerimos para lograr un propósito específico de inferencia con una precisión y confiabilidad establecida.

En general, los esquemas de muestreo se dividen en probabilísticos o aleatorios y no aleatorios. En el caso de los estudios enumerativos se recomienda usar los esquemas probabilísticos. Recuérdese que en este

caso se conoce  $N$ , el tamaño de la población de muestreo. En este capítulo se describen los principales esquemas de muestreo aleatorio y se discuten algunos procedimientos prácticos y rápidos para calcular el tamaño de la muestra. También se incluyen algunos comentarios sobre muestreo no probabilístico, y al final hay una sección con recomendaciones para el diseño del cuestionario, aspecto fundamental para las encuestas de opinión y estudios de mercado.

## 6.1 Censos y muestras

El muestreo es una alternativa para realizar muchos estudios estadísticos que en otra circunstancia no podrían realizarse por el tamaño de la población objetivo, por la indefinición de la misma o por lo limitado de los recursos y el tiempo. Así, las técnicas para diseñar muestras que garanticen la validez externa de los estudios técnicos e investigaciones, en el contexto de la problemática de las organizaciones, son demandadas ampliamente. Podríamos decir entonces que el muestreo se constituye en una útil herramienta. En la Tabla 6.1 se comparan algunos aspectos distintivos de los censos y las muestras.

Censo	Muestra
Costoso	Un bajo costo
Muchos recursos humanos	Pocos recursos humanos
Organización compleja	Organización poco compleja
Gran duración en la obtención y análisis de la información	Obtención y análisis de la información en corto tiempo
Resultados precisos	Resultados precisos

**Tabla 6.1** Comparación de características de censo y muestra

Un aspecto importante de destacar es que en muchas situaciones un muestreo adecuadamente diseñado y conducido puede producir resultados más precisos que los que se obtendrían al realizar un censo, lo que es comprensible por el volumen de trabajo y de información, así como por el tiempo que sería requerido para su realización.

## 6.2 Planeación de una encuesta

La realización de una encuesta requiere de la implementación de una metodología cuidadosamente diseñada. Se recomienda siempre tomar en cuenta los siguientes aspectos para el desarrollo de una encuesta por muestreo:

1. Establecimiento claro de los objetivos.
2. Definición de la población de interés.
3. Obtención del marco muestral (listado de las unidades que servirá de base para la identificación de las unidades que conformarán la muestra).
4. Selección del diseño o esquema de muestreo (definir cómo seleccionar la muestra).
5. Determinación de los métodos de medición.
6. Diseño y prueba del instrumento de medición (el cuestionario).
7. Prueba piloto.
8. Selección y adiestramiento de investigadores de campo.
9. Organización, realización y verificación del trabajo de campo.
10. Organización del manejo de datos (verificación, captura y chequeo).
11. Análisis de datos de acuerdo con la forma de selección de las unidades.
12. Elaboración de un reporte.

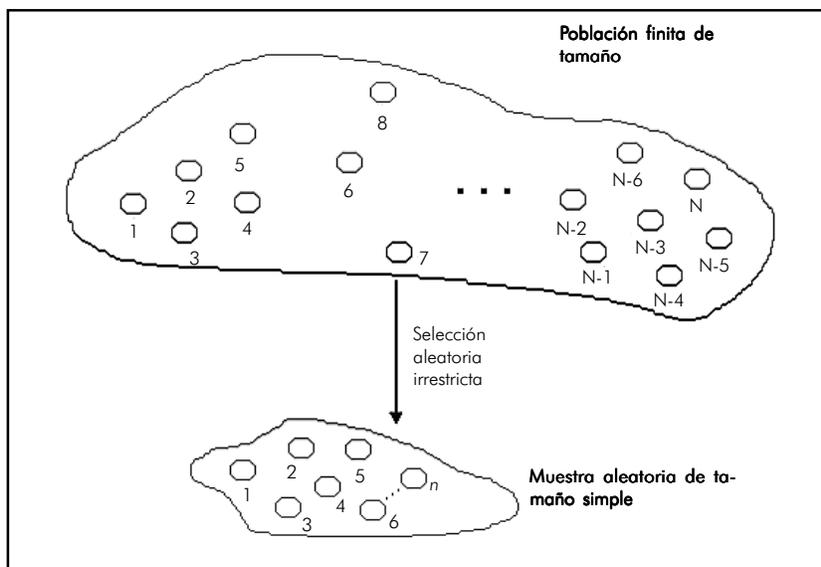
Cabe destacar que si no se realiza una adecuada planeación y una supervisión cuidadosa de los estudios por muestreo, éstos pueden carecer de validez interna; por tal motivo, es muy importante que antes de tomar decisiones relevantes al respecto se tenga en cuenta una serie de consideraciones básicas como las que se presentan en este capítulo.

### 6.3 Muestreo aleatorio simple

Es el esquema probabilístico más simple y se constituye en la base de muchos de los otros procedimientos de esta familia. En él se supone que se tiene una población de tamaño  $N$ . La idea es darle a cada elemento la misma probabilidad de salir electo en la muestra, lo que se garantiza a través de una rifa simple o seleccionando  $n$  números aleatorios de entre 1 a  $N$ , a partir de una tabla o con la ayuda de una calculadora. Estos números nos indicarán cuáles elementos se deben elegir y observar. Para hacer esta rifa es necesario tener un listado de la población de muestreo que se denomina marco muestral. La principal desventaja de este esquema es que la variabilidad en la muestra es mayor que la que resultaría al usar otros esquemas de muestreo, y el riesgo de obtener una muestra poco representativa es más alto. También debe destacarse que, con frecuencia, quien realiza el estudio puede obtener información que le permita construir estratos (grupos más homogéneos), lo que da una mayor garantía de representatividad. El esquema que considera este aspecto se presenta en la Figura 6.1, en la cual se da una idea de un muestreo aleatorio simple.

### 6.4 Muestreo aleatorio estratificado

En los problemas reales es más frecuente tener una población estratificada; es decir, una población de muestreo compuesta por varios grupos bien



**Figura 6.1** Esquema de un muestreo aleatorio simple

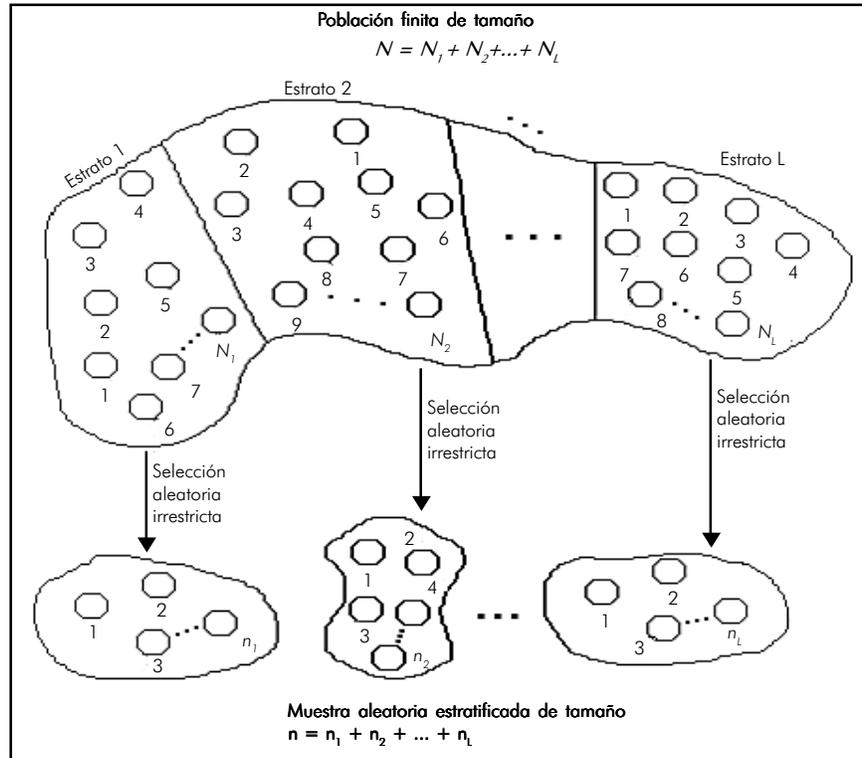
identificados a los que se llama estratos. Los individuos pertenecen solamente a uno de los estratos. Para seleccionar una muestra estratificada de tamaño  $n$ , se procede de la siguiente manera. Sea  $N = N_1 + N_2 + \dots + N_L$ , donde  $N_h =$  número de elementos o unidades en el estrato  $h$ -ésimo (ver figura 6.2). Se determina  $n$  y se distribuye en los  $L$  estratos, por ejemplo usando asignación proporcional, es decir :

$$n_h = \frac{N_h}{N}$$

Cabe hacer notar que hay otras formas de hacer la asignación, una de las cuales se trata en la penúltima sección de este capítulo dedicada a la determinación del tamaño de la muestra.

Entonces, una vez determinado  $n_h$  se procede a realizar un muestreo aleatorio simple en cada estrato.

Debe destacarse que a partir de una muestra estratificada se ha aumentado la representatividad de la misma, con lo que la precisión de las inferencias será mayor. Además, ahora es posible realizar comparaciones entre los estratos. En muchas ocasiones el muestreo estratificado eleva sustancialmente las posibilidades de obtener un conocimiento más preciso sobre la situación de estudio; es quizá por eso uno de los esquemas más utilizados.



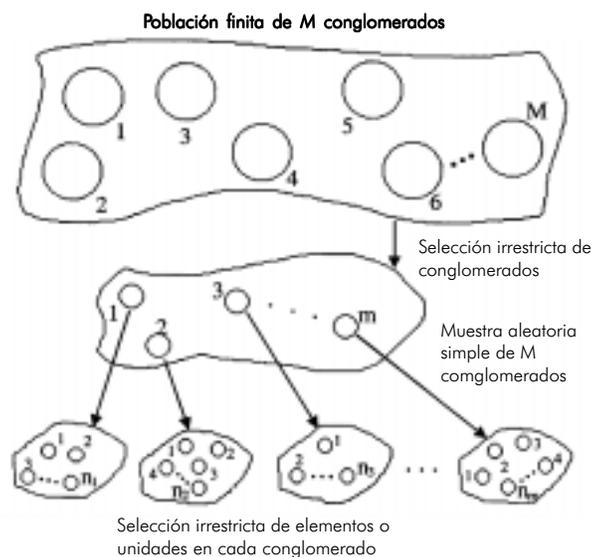
**Figura 6.2** Esquema de un muestreo aleatorio estratificado

## 6.5 Muestreo por conglomerados

En los esquemas anteriores es necesario conocer el marco, un listado de las unidades de muestreo de las que sea posible hacer la rifa y la ubicación de las unidades a muestrear, lo que en muchas situaciones prácticas es muy costoso. Sin embargo, es posible obtener un marco de grupos de unidades elementales, cuando éstas aparecen naturalmente agrupadas en pequeños grupos llamados conglomerados. Tal sería el caso de un estudio sobre ambiente organizacional en una cadena de tiendas. Aquí las unidades de estudio son los empleados, los cuales están agrupados por sucursal, y aunque tal vez podríamos obtener un listado de todos los empleados de la cadena, resulta más práctico trabajar sólo con un listado de las tiendas. Si podemos obtener un listado de conglomerados es posible, a partir de éste, conseguir una muestra aleatoria de unidades básicas. Sea  $1, 2, \dots, M$  el marco de conglomerados. Nosotros podemos seleccionar una muestra de unidades básicas en dos etapas, considerando los siguientes pasos:

1. Se selecciona una muestra de  $m$  conglomerados usando muestreo aleatorio simple.
2. De cada conglomerado seleccionado obtenemos un marco de las  $N_i$  unidades  $i=1, 2, \dots, m$ .
3. Seleccionamos una muestra aleatoria de tamaño  $n_i$ ,  $i=1, 2, \dots, m$ , de cada uno de los conglomerados.

Así, la muestra total será de tamaño  $n = n_1 + n_2 + \dots + n_m$  (ver Figura 6.3). La forma de determinar  $n_i$  para cada conglomerado puede ser por separado o bien determinar  $n$  y después distribuirla sobre los  $m$  conglomerados.



**Figura 6.3** Esquema de un muestreo por conglomerados con selección de unidades en dos etapas

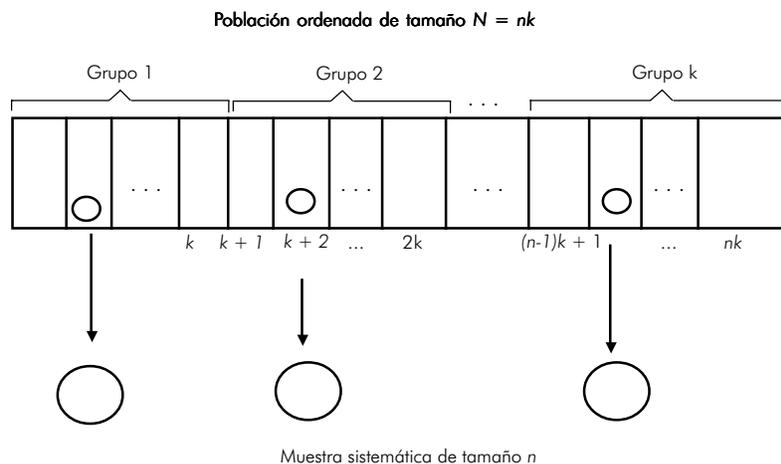
En muchas situaciones, como en el caso del estudio de ambiente organizacional sobre la cadena de tiendas, los conglomerados son en algún sentido también unidades de estudio, ya que hay un efecto contextual que hace que las unidades elementales de un conglomerado sean más homogéneas entre ellas que cuando son comparadas con las unidades de otros. El uso de los esquemas de muestreo en varias etapas, del cual el muestreo por conglomerados es un caso particular, enfrenta una serie de dificultades de tipo teórico, pero su valor práctico lo hace muy popular entre los investigadores.

Observe que el muestreo aleatorio simple y el estratificado no son alternativas excluyentes con el muestreo por conglomerados o con el sistemático. Pueden construirse estratos de conglomerados y en cada uno de ellos realizar muestreo aleatorio de conglomerados y en cada conglomerado llevar a cabo un muestreo sistemático. Evidentemente las expresiones para el cálculo de los estimadores se vuelven un poco complejas, pero es perfectamente factible diseñar e implementar estrategias combinadas.

## 6.6 Muestreo sistemático

Algunas poblaciones aparecen ordenadas físicamente en filas, gavetas, etc., o bien en el tiempo. Por ejemplo, podemos mencionar los expedientes de estudiantes y profesores, en el orden en que llegan los profesores a un servicio administrativo, entre otros. Una manera de aprovechar el orden para elegir una muestra es haciendo una elección sistemática. Para esto el total  $N$  de la población debe dividirse en  $n$  grupos, cada uno de tamaño  $k$ , así  $N = nk$ . Entonces de los primeros  $k$  elementos se selecciona uno aleatoriamente. El resto de los elementos de la muestra se obtiene sistemáticamente tomando siempre el elemento  $j+ik$ , donde  $j$  es el lugar elegido entre los primeros  $k$  e  $i = 1, 2, \dots, (n-1)$ . En la figura 6.4 se ilustra este esquema.

Si la población tiene un comportamiento cíclico, la muestra puede ser poco representativa, por lo que se recomienda tener cierta información para garantizar la efectividad de este esquema cuando sea utilizado.



**Figura 6.4** Esquema de una selección sistemática de tamaño  $n$  de una población ordenada de tamaño  $N = nk$

## 6.7 Otros esquemas aleatorios

Con mucha frecuencia en la práctica resulta necesario combinar varios esquemas. Así se podría tener un muestreo estratificado y por conglomerados que en la segunda etapa utilice el procedimiento sistemático. Por ejemplo, para el caso de las escuelas, éstas pueden aparecer agrupadas a lo largo del estado en regiones geográficas, lo cual daría un criterio para estratificar. Dado que las unidades de muestreo son los estudiantes, se seleccionó una muestra estratificada de escuelas y en cada una se tomó una muestra sistemática de estudiantes, utilizando los listados oficiales. Las características de la población y el problema bajo estudio en general serán los elementos que permitan confeccionar el plan de la forma más adecuada.

## 6.8 Muestras no aleatorias

En algunas ocasiones se dificulta la selección al azar de la muestra, en estos casos para realizar el estudio se puede tomar la muestra con base en el juicio. En la medida en que tengamos conocimiento de la población que deseamos muestrear, con métodos no aleatorios, podemos seleccionar aquellas muestras que pueden ser representativas. Si hay un experto de la población bajo estudio podría proponer una muestra “a juicio” que intente garantizar representatividad. Dado que esa muestra proviene del buen juicio de un experto —estrictamente hablando— las expresiones deducidas para muestreo probabilístico no resultarían adecuadas a esta situación; sin embargo, cuando no es posible realizar muestreo probabilístico, el buen juicio de un experto se convierte en la única alternativa. Cuando esta tarea se realiza con base en un equipo interdisciplinario, la muestra lograda puede arrojar una buena idea acerca de las características de la población.

Otra forma de construir una muestra es a través de cuotas establecidas en términos de algunas variables que definen representatividad. Estas cuotas se les asigna a los trabajadores de campo y encuestadores, y ellos eligen las unidades específicas que pertenecerán a la muestra con las características que ya se han definido para su cuota. Aquí se deben establecer criterios específicos para que el sesgo de la elección se disminuya. En la medida en que se garantice esto, y se consideren más variables para definir la representatividad, mayor calidad tendrá la muestra.

Hay que decir muy claramente que siempre que se pueda obtener una muestra probabilística, ésta se debe preferir, ya que con ella se garantizará la disminución de sesgos de elección, y en el sentido del proceso de investigación se tendrá garantía de validez externa.

## 6.9 Tamaño de la muestra

La determinación del tamaño de la muestra es un tema que ha dado origen a mucho trabajo de investigación por parte de los estadísticos. Dado que ésta depende de muchos factores, varias soluciones teóricas enfrentan dificultades prácticas o restricciones de costo. Los factores más importantes que deben tomarse en cuenta para la determinación del tamaño de muestra son:

- a) La(s) variable(s) de interés.
- b) La variabilidad en la población.
- c) El tamaño de la misma.
- d) Los objetivos de la inferencia.
- e) La precisión y la confiabilidad

A continuación se hará una justificación de los conceptos involucrados en el último inciso, ya que son de suma importancia.

La precisión de una estimación puede expresarse generalmente a través de dos elementos: El error tolerable ( $\delta$ ) y la confianza ( $\gamma$ ) o confiabilidad. El error tolerable es la diferencia que estamos dispuestos a aceptar entre el verdadero valor poblacional ( $\theta$ )<sup>1</sup> y el calculado con la muestra ( $\hat{\theta}_n$ ).<sup>2</sup> Por otro lado, la confianza es justamente la probabilidad<sup>3</sup> de que el error tolerable no sea sobrepasado. De esta manera la ecuación de donde se despeja el tamaño de muestra es:

$$P \left[ \left| \theta - \hat{\theta}_n \right| \leq \delta \right] \leq \gamma$$

La relación entre el tamaño  $n$  de la muestra y el tamaño  $N$  de la población, para una precisión constante especificada, se muestra en la Figura 6.5.

Observe que el tamaño de muestra crece muy lento, aun con grandes incrementos en el tamaño de la población. Así, por ejemplo, para un tamaño de población  $N = 300$  resulta una muestra de  $n = 120$ . Sin embargo, si el tamaño de la población se duplicara a 600, la muestra sería de 150. Nótese que no se duplica. Es más, si  $N = 900$ , el tamaño de muestra será de  $n = 164$ . Si la población fuese muy grande, digamos  $N = 1,000,000$ , el tamaño de muestra sería  $n = 200$ , que es el valor límite (tope), como se percibe, manteniendo en todos los casos el mismo nivel de precisión requerido.

<sup>1</sup> Al verdadero valor poblacional, el cual es una constante, se le llama parámetro.

<sup>2</sup> A la expresión para calcular este valor con base en la muestra se le conoce como estadístico, y cuando se usa como instrumento para conocer la magnitud del parámetro se le llama estimador.

<sup>3</sup> La probabilidad es expresada generalmente en porcentaje.

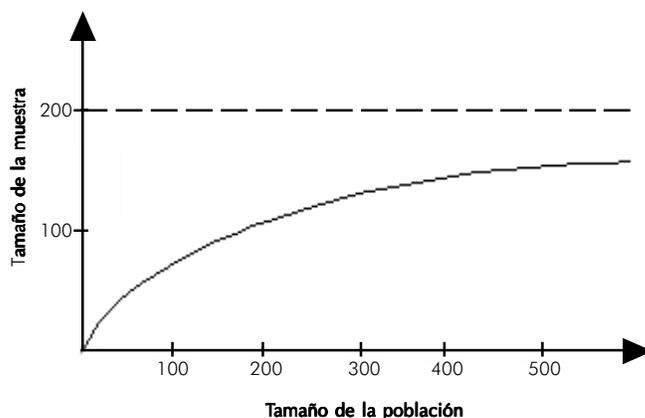


Figura 6.5 Relación entre el tamaño de la población y el tamaño de una muestra

### 6.9.1 Cálculo del tamaño de muestra

Una manera muy simple de determinar el tamaño de una muestra se presenta cuando es posible fijar el interés en una sola variable y el objetivo de inferencia es estimar por intervalo a la media. Así, el tamaño de muestra se obtendría usando la fórmula:

$$n_o = \frac{\sigma^2 Z^2_{(\alpha/2)}}{\epsilon^2}$$

Donde  $Z_{(\alpha/2)}$  es un valor de tablas que determina un nivel de significancia o confianza (90%,  $Z = 1.65$ ; 95%  $Z = 1.96$ ; 99%,  $Z = 2.34$ );  $\sigma^2$  es la varianza de la población que se puede sustituir por una estimación adecuada; y  $\epsilon$  es la precisión con la que se desea obtener la estimación.

*Ejemplo 1:* Suponga que deseamos estimar el tiempo promedio que tardan en entregar una requisición los almacenes regionales de la zona Acayucan. Asuma que se tienen 560 tiendas ( $N$ ) y que de una muestra piloto de 10 obtuvimos que  $X = 5.3$  días con una desviación estándar  $s = 1.3$ . Suponga que pretendemos una estimación tan precisa como mediodía ( $\epsilon = 0.5$ ). Así, si fijamos una confianza de 95% tendremos:

$$n_o = \frac{(1.3)^2 (1.96)^2}{(0.5)^2} \approx 26$$

Nótese que si nos ponemos muy exigentes en la precisión de la estimación, por ejemplo fijando  $\varepsilon = 0.1$ , tendríamos

$$n_o = \frac{(1.3)^2(1.96)^2}{(0.1)^2} \approx 650$$

Dado que este número es más grande que el tamaño de la población, esto nos llevaría a realizar un censo. En general la  $n_o$  se corrige usando el tamaño de la población de la siguiente forma:

$$n = \frac{n_o}{1 + \frac{n_o}{N}}$$

Para nuestro ejemplo tendremos:

a)

$$n = \frac{26}{1 + \frac{26}{560}} \approx 25$$

b)

$$n = \frac{650}{1 + \frac{650}{560}} \approx 300$$

Nótese que la corrección por finitud afecta a los tamaños de muestra grandes, pero no cambia sustancialmente los tamaños de muestra pequeños. Las fórmulas presentadas aquí se pueden aplicar para el caso en el que interese estimar una proporción  $\pi$  de éxitos. Es decir, el caso en que la variable de interés sea dicotómica ("pasa", "no pasa"; "éxito", "fracaso"; etcétera).

Así:

$$n_o = \frac{Z_{(\alpha/2)}^2 p(1-p)}{\varepsilon^2}$$

Donde  $p$  es la proporción estimada de una muestra piloto o estudio previo. Observe que el mayor valor que puede asumir el producto  $p(1-p)$  es 0.25, el cual se alcanza cuando  $p = 0.5$ . En esta condición se estimaría el máximo tamaño de muestra posible. De esta manera el tamaño de muestra más conservador se logra con la expresión:

$$n_o^* = \frac{Z_{(\alpha/2)}^2}{4\varepsilon^2}$$

Si además se define la confiabilidad de 95%, confianza  $n = \frac{Z_{(\alpha/2)}^2 p(1-p)}{\varepsilon^2}$ , tenemos:

$$n_o^{**} = \frac{1}{\varepsilon^2}$$

### 6.9.2 Tamaño de la muestra para poblaciones estratificadas

Para calcular el tamaño de la muestra para una población estratificada se puede proceder calculando un tamaño de muestra para cada estrato, lo que implicaría contar con información sobre la varianza de cada estrato, o bien calculando un tamaño de muestra global y después haciendo una distribución sobre los estratos. El segundo procedimiento resulta más práctico y barato, pero la asignación del tamaño de muestra para cada estrato puede hacerse sólo en dependencia del tamaño del estrato. Si se cuenta con información sobre la variabilidad en cada estrato es posible utilizar una asignación o distribución del tamaño de muestra utilizando la ecuación:

$$n_h = \frac{n N_h \sigma_h}{\sum_{k=1}^L N_k \sigma_k}$$

Donde  $N_h$ ,  $n_h$  y  $\sigma_h$  son el tamaño del estrato de la muestra y la desviación estándar, correspondientes a estrato  $h$ -ésimo. Con esta expresión se toman más muestras de un estrato más grande y de los más variables o heterogéneos. Para variables dicotómicas tenemos que:

$$\sigma_h = \sqrt{p_h(1-p_h)}$$

*Ejemplo 2:* Se requiere estimar la proporción de productos que tienen una baja demanda en las tiendas; si se tienen 700 productos clasificados en tres distintos tipos. Por datos históricos se conoce que 112 productos tienen problema de baja demanda, lo cual se muestra junto a información adicional en el cuadro siguiente:

Tipo	$N_h$	Detectados con demanda baja	$p_h$	$\sqrt{p_h(1-p_h)N_h}$	$n_h$
A	200	58	0.29	90.75	66
B	370	16	0.04	72.50	53
C	130	38	0.29	58.99	43
Total	700	112	0.16	222.24	162

**Tabla 6.2** Cálculo para tamaño de muestra de productos con baja demanda, según tipo

De esta forma, si se desea estimar la proporción global de productos con una precisión de  $\epsilon=0.05$ , y con una confianza de 95%, se tendría:

$$n_o = \frac{(1.96)^2(0.16)(0.84)}{(0.05)^2} \approx 206, \text{ puesto que } p = \frac{112}{700} = 0.16$$

$$n = \frac{206}{1 + \frac{206}{700}} \approx 160$$

Ahora tiene sentido la pregunta: ¿cómo distribuir la muestra? Puede entonces usarse la expresión de distribución proporcional, tomando en consideración que para el caso de proporciones:

$$\sigma_h = \sqrt{p_h(1-p_h)}$$

De esta manera la expresión en la fórmula correspondiente se convierte en:

$$n_h = \frac{nN_h\sqrt{p_h(1-p_h)}}{\sum N_h\sqrt{p_h(1-p_h)}}$$

Con la información del cuadro puede aplicarse de la siguiente manera.

Calcúlese el denominador:

$$\begin{aligned} \sum N_h\sqrt{p_h(1-p_h)} &= 200\sqrt{0.29(1-0.29)} + 370\sqrt{0.04(1-0.04)} + 130\sqrt{0.29(1-0.29)} \\ &= 90.75 + 72.5 + 59.0 = 222.4 \end{aligned}$$

Ahora se aplica la expresión para calcular el tamaño de muestra que se tomará de cada estrato:

$$n_A = \frac{nN_A \sqrt{p_A(1-p_A)}}{22.24}, \text{ es decir,}$$

$$n_A = \frac{(160)(200) \sqrt{(0.29)(0.71)}}{222.24} = \frac{(160)(90.75)}{222.24} \approx 65$$

De manera análoga:

$$n_A \approx 65$$

$$n_A \approx 43$$

Cuando sólo se conoce el tamaño de los estratos la asignación puede hacerse proporcional a dicho tamaño, es decir, usando la expresión:

$$n_h = \frac{N_h}{N} \cdot n$$

Se realizará la asignación y de esta manera se obtendrá:

$$n_A = \frac{N_A}{N} \cdot n = \frac{200}{700} \cdot 160 \approx 46$$

$$n_B = \frac{N_B}{N} \cdot n = \frac{370}{700} \cdot 160 \approx 85$$

$$n_C = 29$$

## 6.10 Diseño del cuestionario

Esta fase se constituye en la base para garantizar la confiabilidad en los datos que a partir de la encuesta se obtengan. Hay una serie de recomenda-

ciones que debemos tener en cuenta, pues de acuerdo a la experiencia de algunos investigadores que se han dedicado a esta área, ha surgido una serie de pasos para el diseño del cuestionario que puede ser de gran utilidad a fin de evitar errores graves. Aunque estas reglas son útiles, la calidad del cuestionario depende de la capacidad y el criterio del investigador, quien debe ser creativo para darle el toque final.

Los pasos generales para el diseño del cuestionario se presentan a continuación:

1. Precisar los objetivos del estudio, planteados de manera operativa.
2. Definir una estrategia para lograr cada uno de los objetivos, en forma acertada.
3. Rescatar de cada una de las estrategias la información que se necesita y la forma que debe tener la misma para llevarla a cabalidad.
4. Verificar una vez que se dispone del listado con toda la información que se requiere, —uno por uno— el papel que desempeñará en el análisis para desechar aquella información que no cumpla una función clara. El cuestionario no debe contener preguntas innecesarias.
5. Asociar a cada requerimiento de información la pregunta adecuada para conseguirla. Aquí hay que tomar en cuenta las características de la población para usar el lenguaje apropiado.
6. Dividir las preguntas por grupos relacionados, de esta manera la entrevista se hará más natural.
7. Diseñar la estructura del cuestionario de tal manera que las preguntas más importantes vayan en un lugar adecuado, no al final.
8. Elaborar la mayor cantidad de preguntas con respuesta cerrada (de marcar). Las preguntas pueden ser de elección múltiple, dicotómicas o de respuesta abierta. Las preguntas cerradas tienen la ventaja de no prestarse a ambigüedades, ni a posteriores interpretaciones. Sin embargo, las preguntas abiertas tienen la ventaja de permitir que el entrevistado exprese sus actitudes generales, lo cual da confianza y logra propiciar la cooperación del encuestado para que conteste preguntas más específicas y estructuradas; éstas son muy importantes como introducción en una entrevista.
9. Un equipo con la persona que procesará los datos asigne código a las preguntas y a las respuestas.
10. Redactar un breve encabezado de presentación, de manera muy clara y concisa, que proporcione confianza y seguridad al entrevistado.
11. Realizar algunas entrevistas piloto o de ensayo a personas variadas en su formación, estrato socioeconómico, sexo, etc., con el propósito de detectar posibles fallas en la forma como se han construido las preguntas y para hacer más exhaustivo su conjunto de opciones en las preguntas de respuesta cerrada. Del estudio de las respuestas

de algunas de las preguntas abiertas, puede surgir la necesidad de cambiarla a una pregunta cerrada, tomando en cuenta las diversas opciones de respuesta que se obtuvieron. En esta parte se debe medir el tiempo que se tarda en aplicar un cuestionario completo. Esto le servirá para calcular el tiempo de ejecución de la encuesta, tamaño del grupo de entrevistadores, estrategia para pedir citas a los posibles entrevistados y para calcular costos.

12. Llevar a cabo los reajustes pertinentes de acuerdo con los resultados de la encuesta piloto.

En cuanto a la redacción de las preguntas tenga en cuenta las siguientes apreciaciones:

- Utilizar palabras claras. Las palabras claras tienen un sólo significado para todos los encuestados.
- Evitar preguntas que sugieran una respuesta más que otra.
- Evitar preguntas tendenciosas. Una pregunta parcializada incluye palabras o frases que sugieren un sentimiento de aprobación o desaprobación.
- Evitar alternativas implícitas. Es conveniente especificar claramente las alternativas de respuesta, si se utilizan alternativas explícitas, éstas deben estar donde les corresponde, ya que si el número de alternativas es grande o complejo, las que están al final tienden a ser más elegidas.
- Evitar suposiciones implícitas. Al formular un cuestionario deben hacerse explícitas las suposiciones para evitar que la respuesta tienda hacia implicaciones lógicas.
- Evitar cálculos. Las preguntas no deben diseñarse de tal manera que los encuestados tengan que realizar cálculos.
- Evitar preguntas de doble respuesta. Por ejemplo, ¿cuántas veces compra y come huevo a la semana? Cuando la pregunta use la conjunción “y” el investigador debe analizarla muy bien para asegurarse de que no incluya dos respuestas.
- Considerar el marco de referencia. Este marco nos indica la óptica bajo la cual el encuestado contempla la realidad de la pregunta.

En general, el cuestionario se debe desarrollar como un proceso, que debe iniciar con la definición clara de los rubros de información que se requiere. Acto seguido, es necesario ponerse a la tarea de redactar un primer ensayo de las preguntas. Las revisiones sucesivas producirán un instrumento que se deberá probar; las modificaciones se deben realizar hasta que se tenga garantía de que el cuestionario mide lo que se requiere medir.

## ANEXO

### CASO DE LA COOPERATIVA “UNIÓN”: UNA APLICACIÓN A LA INVESTIGACIÓN DE MERCADOS

En esta sección, que se construyó con los datos y un enunciado general del libro de Kinneer y Taylor (1993), sobre un problema de investigación de mercado, se ilustra el uso integral de las herramientas estadísticas básicas. Como para realizar un análisis estadístico es necesario que se tengan preguntas concretas que responder, se ha planteado una serie de cuestionamientos para responderlos usando herramientas estadísticas básicas. El contexto del problema ha sido adaptado para darle mayor sentido al análisis.

#### Resumen de la situación

Doña Nelly Uribe, gerente general de la Cooperativa de Alimentos “Unión” (CAU), recientemente se dio cuenta que había perdido contacto con los patrones de compra de los miembros de la cooperativa. Simplemente la CAU parecía más grande ahora que en los primeros años. La gerente se preguntaba si podría hacer uso de algún tipo de datos que estuviesen a su alcance con el propósito de ampliar su comprensión acerca de los hábitos de compra de los miembros, que en este caso son los clientes. Esperaba utilizar este conocimiento para planificar mejor la mezcla y el volumen de artículos que la CAU ofrecía.

## Antecedentes de la CAU

La señora Uribe y un pequeño grupo de voluntarios fundaron la CAU en 1974. Esta cooperativa había aumentado de 10 miembros iniciales en enero de 1974 a 2800 miembros en septiembre de 1996. La empresa estaba localizada en una vieja bodega en la población de Prosperidad, con 100,000 habitantes.

El objetivo de la CAU era proveer productos alimenticios de alta calidad a un precio por debajo de los que se ofrecían en los supermercados locales. Para lograr ese objetivo, la CAU utilizaba las cajas de empaques como estanterías; no empleaba bolsas para transportar los productos que ya venían empacados, el propio cliente resolvía este asunto; vendía sólo las mejores marcas y en general no invertía en “lujos” que no redundaran en un beneficio real para sus clientes.

Para poder comprar en la CAU las personas tenían que ser socios. La cuota de afiliación era, en pesos colombianos, el valor equivalente a 25 dólares anuales. Cualquier ganancia obtenida por la CAU durante el año se devolvía a los clientes en forma de bonos para sus compras. La señora Uribe estaba convencida de que los socios compraban la mayor parte de sus alimentos en la CAU.

## Preocupaciones de la señora Uribe

Durante los primeros años de la CAU, la señora Uribe se sentía orgullosa de conocer a todos sus miembros. Había invertido una cantidad considerable de tiempo en la tienda y sentía que conocía lo que las personas compraban y cuánto dinero estaban gastando. A medida que creció el número de socios sus deberes administrativos la mantenían más tiempo en su oficina, por lo tanto, ya no podía decir que conocía a todos sus socios, ni tenía ahora una idea de sus patrones de gastos. Deseaba conocer mejor estos aspectos de su negocio, y pensó que tal vez parte de los datos que se habían recolectado con anterioridad sobre los miembros podrían proporcionarle algunas respuestas.

## Datos disponibles

En junio de 1996 se utilizó un cuestionario para recolectar datos sobre los socios; durante un mes completo se recogió información de los clientes que compraron, dando información de una muestra de 500 socios del total de 2,800 que conforman la cooperativa. Los datos consistían en las características demográficas de los miembros y sus gastos semanales en alimentos.

Los datos se encontraban en tarjetas que los socios habían llenado en el momento de la entrevista. La señora Uribe tenía éstas en un archivero en su oficina. Las características incluidas en las tarjetas se presentan a continuación.

Con el propósito de conocer mejor a los socios, la gerente quería saber, inicialmente, el promedio semanal de gasto en alimentos. Las categorías de las variables correspondientes son definidas más adelante.

Las variables para las cuales existe información son:

Variable	Descripción
Familia	Número de Identificación de la unidad familiar; 1-500
G-ali-semana	Gastos semanales en alimentos (dólares)
Pers/Fam	Número de personas que conforman la familia, 1-9
Ing-anual	Ingreso familiar anual (dólares)
Educación	Máximo nivel de educación del jefe del hogar
Edad	Edad actual del jefe del hogar
G-ali-sem (C)	Gasto semanal en alimentos, codificado en 7 categorías
Ni<6(no-sí)	Algún niño menor de 6 años, 1-2
Ni6-18 (no-sí)	Algún niño entre 6 y 18 años, 1-2
Ing-anual (C)	Ingreso familiar anual, codificado en seis categorías; 1-6
Edad (C)	Edad del jefe del hogar, codificado en siete categorías

## Exploración y análisis de datos

No obstante que la gerente no ha sido muy específica en sus solicitudes, con la información que se tiene disponible sobre la problemática que da origen a la solicitud del estudio es posible plantear algunas preguntas de interés. Estas preguntas serán el hilo conductor del desarrollo del análisis de datos.

### Preguntas de interés

*¿Quiénes son los miembros de la CAU?*

Estructura de edad y escolaridad

La edad es una característica que está asociada con los estilos de vida y con las apetencias. Esto podría sugerir a la señora Uribe sobre la adquisición de cierto tipo de productos y sobre las cantidades que sería prudente ordenar. Las personas, a partir de cierta edad, desean procurarse una alimentación sana, algunos con tendencias naturistas. Las apetencias de los niños menores de seis años están bastante marcadas y estudiadas. Conocer el

porcentaje de niños en esta edad también permitiría orientar las compras en lo cualitativo y cuantitativo, lo anterior es válido para los jóvenes de seis a dieciocho años.

La distribución de frecuencias por nivel de escolaridad, además de que podría asociarse con el gusto por cierto tipo de productos, le dará información sobre la mejor opción de comunicación con sus socios y sobre el lenguaje a utilizar en los folletos de divulgación y promoción de la tienda.

#### Número de personas por familia

La distribución del número de personas por familia es muy importante para realizar estimaciones, sobre todo si resulta cierta la sospecha de que “una familia de ocho personas no gasta cuatro veces en alimentos, lo que gasta una familia de dos personas, así tengan el mismo nivel socioeconómico y otras características”.

*¿Donde comen dos, comen tres?*

Esta información podría orientar sobre la cantidad de alimento que es posible poner en cada paquete y si vale la pena considerar varios tamaños.

*¿Tendrán éxito paquetes de arroz de 10 kg?  
¿Tendrán éxito paquetes de arroz de 2 kg?*

¿Es posible que ambos? Si es así, ¿en qué proporciones cada uno de ellos?

- ¿Cuánto gastan en alimentos a la semana? ¿Podrían gastar más? ¿Quiénes son los que podrían gastar más?
- ¿Cómo es la distribución del gasto en alimentos según el número de personas por familia? ¿Es verdad que donde comen dos, comen tres? (no linealidad del gasto).
- ¿El gasto en alimentos está asociado con el nivel de educación y éste, a su vez, con el ingreso anual?
- ¿El número de personas que componen la familia está asociado con el nivel de educación?
- ¿Podría pensarse en construir un modelo que permita predecir el gasto en alimentos con base en algunas de las características observadas?

## Observación

Todas estas preguntas, y seguramente muchas más, deben surgir de manera natural de “boca” de quienes contratan el estudio, con el apoyo, por supuesto, de los profesionales de la investigación de mercados. Porque de lo contrario la profundidad del trabajo depende de la capacidad y el

conocimiento de quien no ha sentido el problema; es decir, de ponerse en los zapatos del cliente.

En el camino irán surgiendo inquietudes adicionales que darán origen a nuevas preguntas.

Recuerde que, como propósito general, la gerente desea *conocer a sus clientes*. Cuanto mayor sea el nivel de especificidad de los requerimientos del cliente, mayor será la probabilidad de dejarlo satisfecho con el trabajo de análisis estadístico.

Aquí se trabaja con la información que ya se tiene colectada; sin embargo, pueden surgir preguntas de interés que requieran la toma de datos adicionales.

A continuación se establecen las diferentes categorías en que se han clasificado los individuos para cada una de las variables de interés. Es de anotar que esta clasificación es el resultado de la conveniencia. Usted es libre de organizar las categorías según su criterio.

**Definición de las categorías**

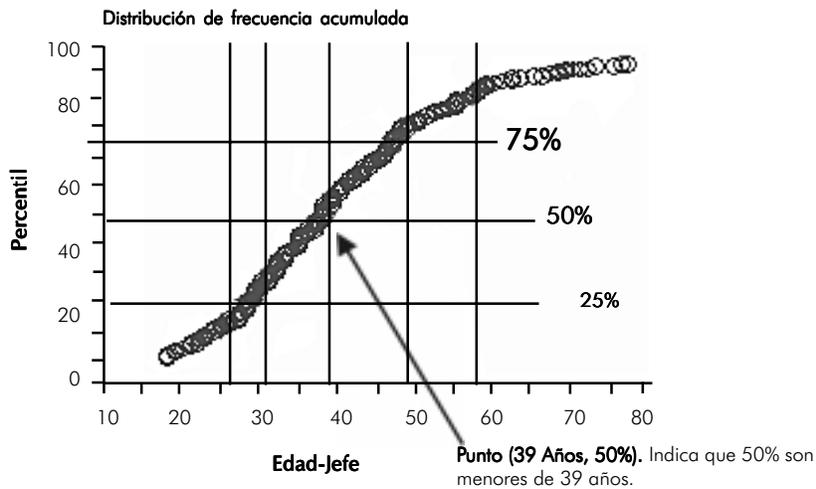
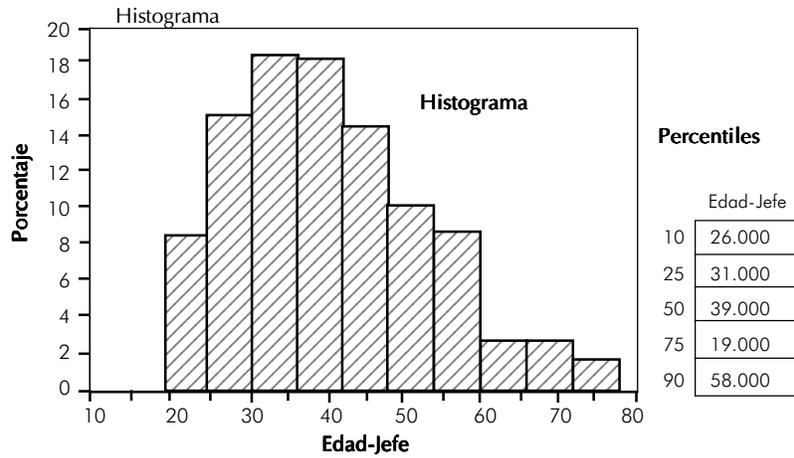
Variable	Categorías
Educación	1= Primaria o menos 2= Estudios secundarios (sin terminar) 3= Con título de secundaria 4= Algunos años de educación universitaria 5= Título universitario
G-Ali-Sem (C)	1= Menos de 15 USD 2= 15 USD-29.99 USD 3= 30 USD-44.99 USD 4= 45 USD-59.99 USD 5= 60 USD-74.99 USD 6= 75 USD-89.99 USD 7= 90 USD o más
Ni<6(No-Sí)	1=No 2= Sí
Ni6-18(No-Sí)	1= No 2= Sí
Ing-Anual (C)	1= Menos de USD 3000 USD 2= 3,000 USD-5,999 USD 3= 6,000 USD-9,999 USD 4= 10,000 USD-14,999 USD 5= 15,000 USD-24,999 USD 6= 25,000 USD o más
Edad (C)	1= Menos de 25 2= 25-34 3= 35-44 4= 45-54 5= 55-64 6= 65-74 7= 75 o más

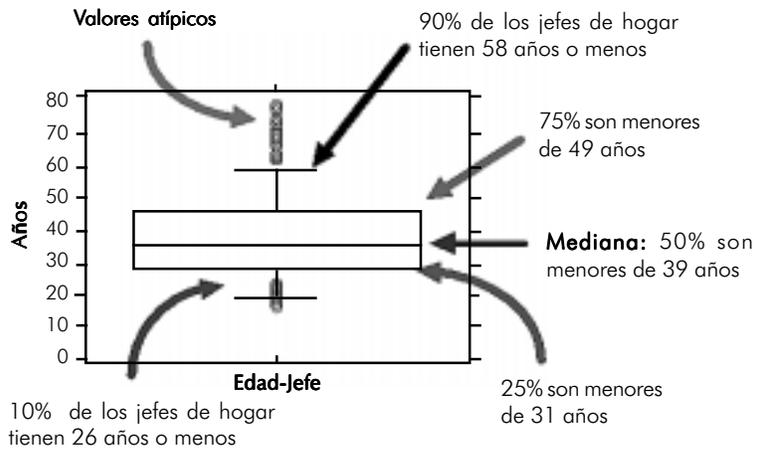
## Estrategia de análisis

A estas alturas, con el acuerdo de la CAU en el sentido de que las preguntas formuladas son pertinentes, la estrategia queda orientada por la manera de dar respuesta a cada una de las preguntas.

## Análisis

*¿Quiénes son los miembros de la CAU?*





## Educación

**Educación**  
Cuadro de frecuencias

	Frec.	Porcent.
1	104	20.8
2	206	41.2
3	386	77.2
4	456	91.2
5	500	100.0
<b>Total</b>	<b>500</b>	<b>100.0</b>

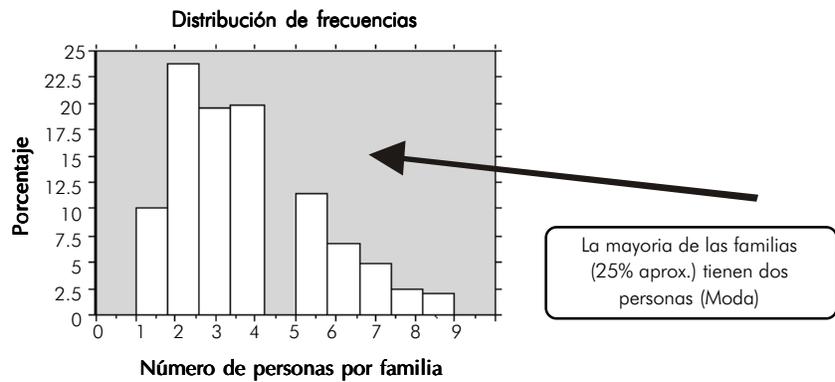
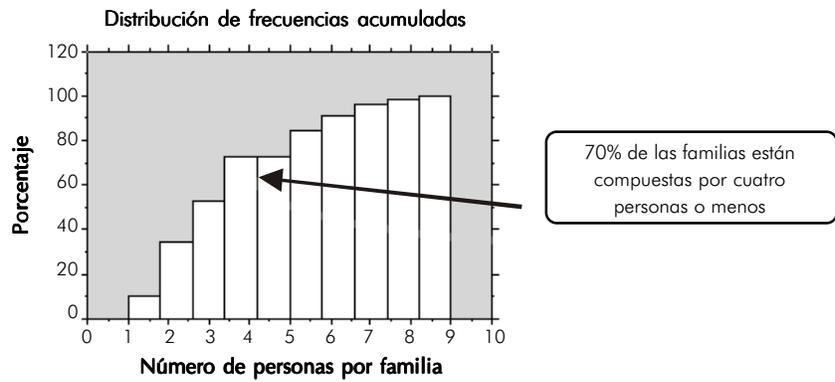
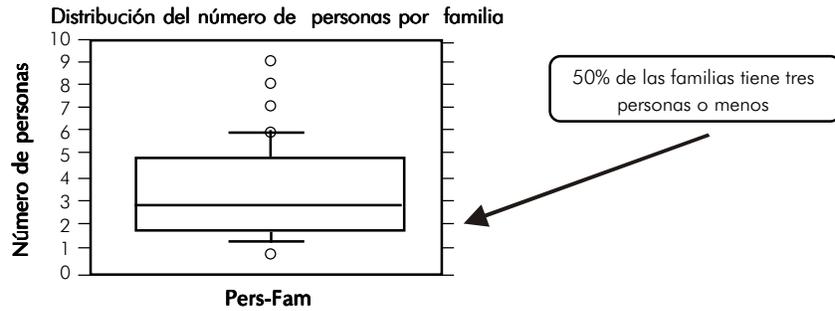
Aproximadamente  
80% tiene estudios superiores a primaria

Aproximadamente  
10% son profesionales

**Educación**

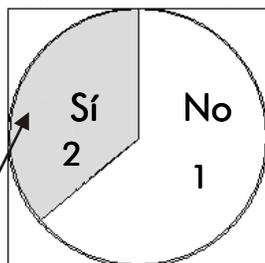


## Número de personas por familia



## Niños menores

¿Niños menores de seis años?

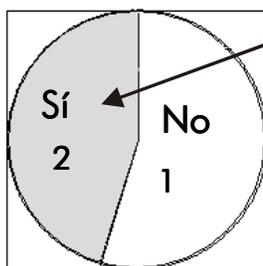


36% de las familias tienen niños menores de 6 años

	Frec.	Porcent.
1	320	64.0
2	180	36.0
<b>Total</b>	<b>500</b>	<b>100.0</b>

## ¿Jóvenes de 6 a 18 años?

¿Jóvenes de 6 a 18 años?



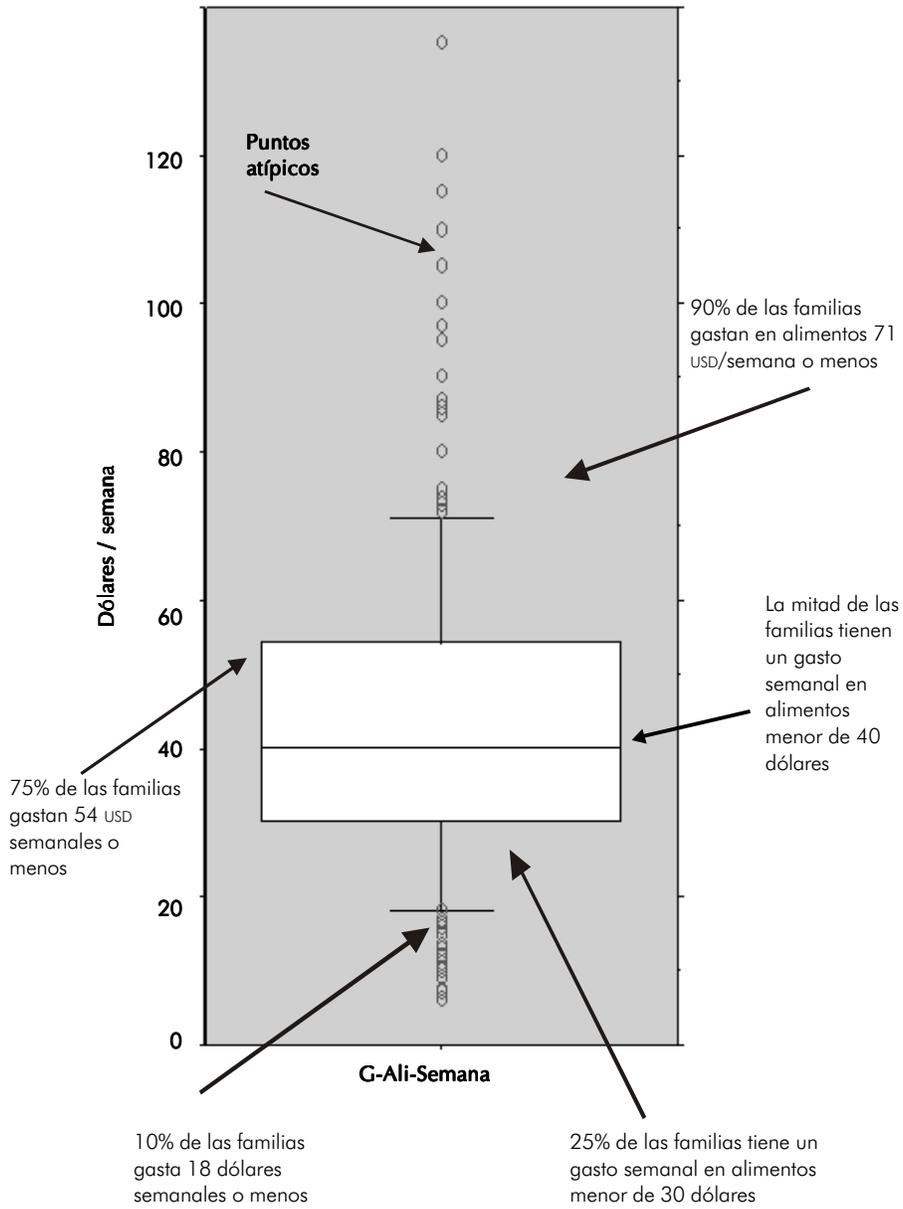
45% de las familias tienen jóvenes de 6 a 18 años

	Frec.	Porcent
1	274	54.8
2	226	45.2
<b>Total</b>	<b>500</b>	<b>100.0</b>

## Gasto semanal en alimentos

Cuadro de frecuencias para el gasto de alimentos semanal

De (=)	A (<)	Frec.	Porcent.
6.000	18.900	52	10.400
18.900	31.800	161	32.200
31.800	44.700	269	53.800
44.700	57.600	397	79.400
57.600	70.500	450	90.000
70.500	83.400	478	95.600
83.400	96.300	485	97.000
96.300	109.200	493	98.600
109.200	122.100	499	99.800
122.100	135.000	500	100.000
	<b>Total</b>	<b>500</b>	<b>100.000</b>



Distribución del gasto semanal en alimentos

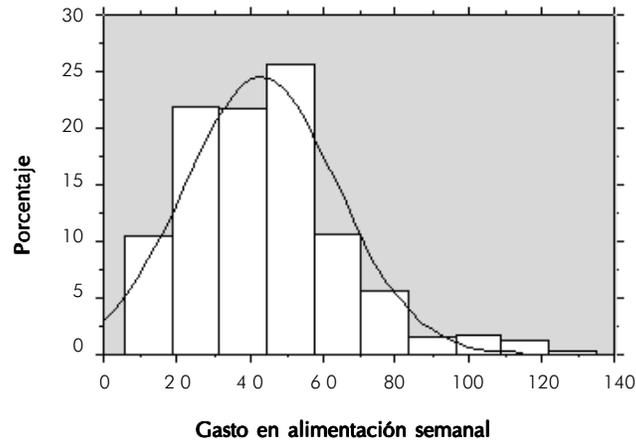
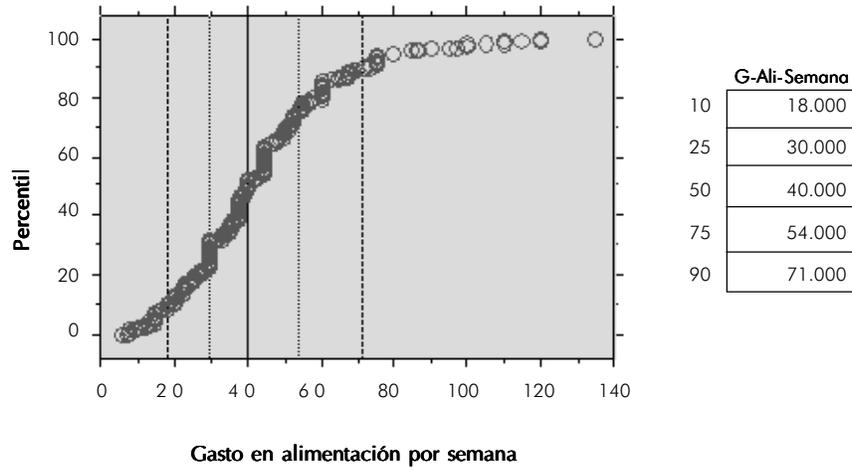
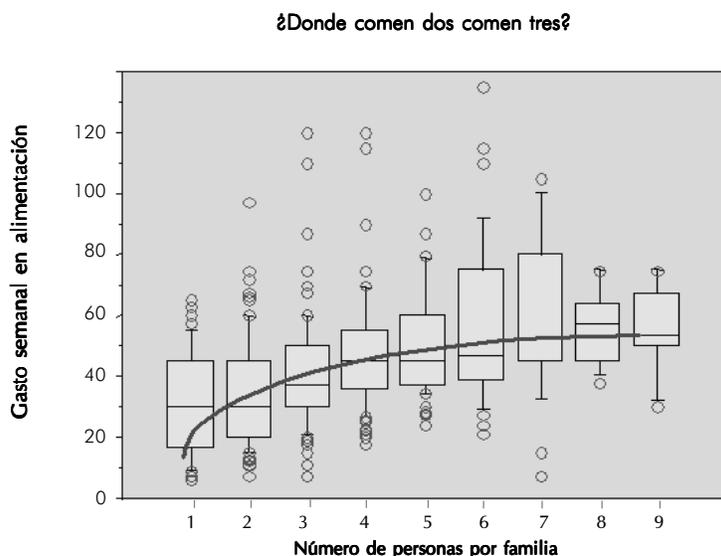


Gráfico de percentiles



## ¿Cómo varía el gasto semanal en alimentación con el número de personas por familia?

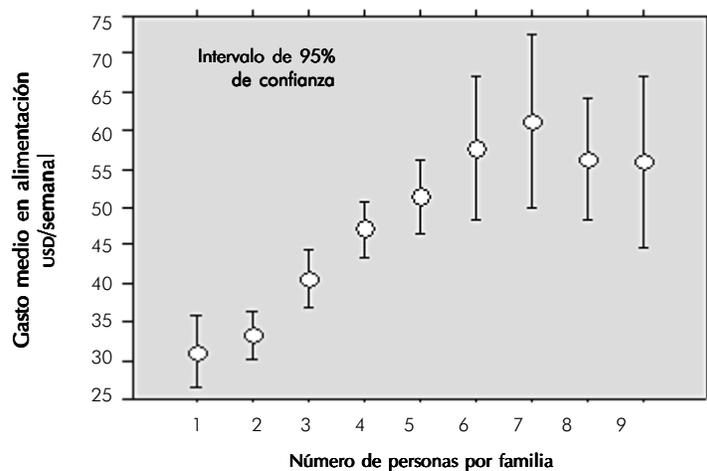


Este gráfico es muy valioso porque permite comparar fácilmente y con claridad varias distribuciones de frecuencia, en este caso nueve al mismo tiempo. Se puede apreciar simultáneamente su localización y su variabilidad. Además, proporciona buena información sobre los propósitos del estudio. Observe que no hay linealidad en el gasto semanal en alimentación. Analice el gráfico y responda las siguientes preguntas:

- ¿Una familia de *dos* personas gasta el doble en alimentación que otra de *una* persona?
- ¿Una familia de nueve personas gasta tres veces en alimentación lo que una familia de tres personas?, ¿o nueve veces lo de una familia de una persona?

En el gráfico siguiente se ha construido un intervalo a 95% de confianza para la media, el globo correspondiente con el valor de la media calculada de la muestra y el segmento marca el intervalo en el que con bastante probabilidad podrá encontrarse la verdadera media de toda la población de donde fue extraída la muestra. Aunque no se ha presentado esta herramienta en el capítulo, el lector lo puede considerar de forma similar a las cajas, suponiendo que sólo se despliega un patrón general.

Gráfico de las medias según número de personas por familia



Comparación de las medias del gasto semanal en alimentación según número de personas/FUA

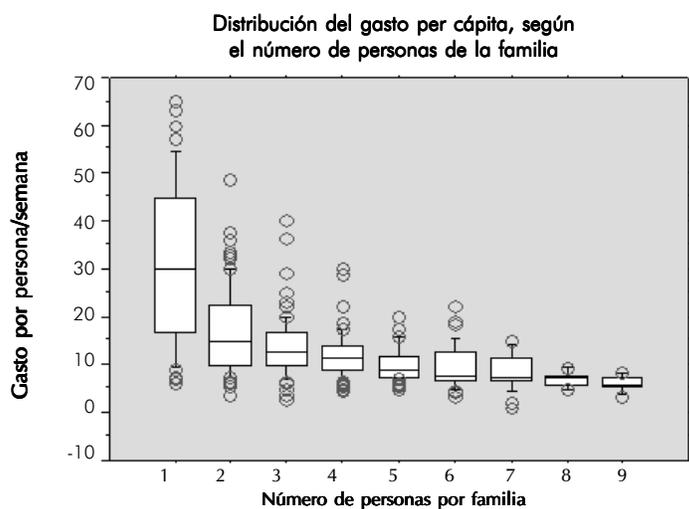
	Frec	Media	Des. Est.	Err. Est.
1	50	30.940	16.573	2.344
2	119	33.231	17.273	1.583
3	95	40.626	17.951	1.842
4	99	47.128	18.074	1.817
5	57	51.404	18.757	2.484
6	34	57.632	27.030	4.636
7	24	61.271	27.075	5.527
8	12	56.250	12.302	3.551
9	10	55.850	15.596	4.932

Una sola persona gasta, en promedio a la semana, aproximadamente 30 dólares. Mientras que la de dos personas gasta en promedio 33 dólares.

¡Donde come uno comen dos!

Se observa que el número de personas y el gasto semanal varía en cada uno de los grupos, determinados por el número de personas que

componen la familia. Si en cada una de las 500 familias calculamos el gasto por persona, dividiendo el gasto semanal por el número de personas de la familia, obtenemos la siguiente distribución:



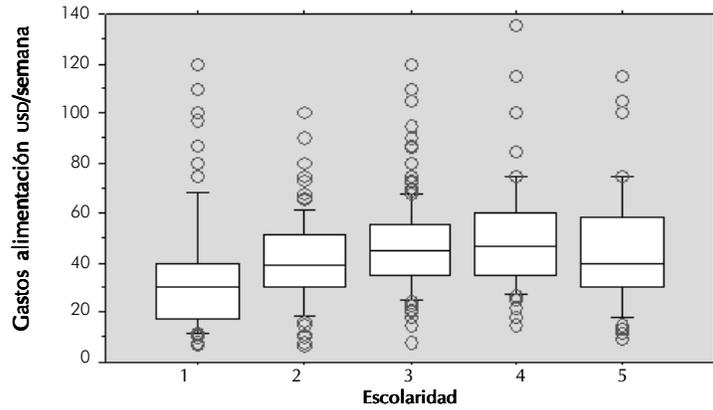
Observe la interesante información que muestra el gráfico; primero, veamos que el gasto per cápita no es homogéneo en todos los grupos, lo cual puede apreciarse claramente, pues para familias con pocas personas el gasto medio por persona es mayor que para familias con más personas. Analizando cifras pasamos de una mediana de aproximadamente 30 dólares/semana–persona, para una persona, a valores como 6 dólares/semana–persona, para familias con nueve personas. Como puede notarse, la diferencia es bastante.

Otra observación interesante es que esa “economía de escala”, de modo razonable, llega a un límite en el que no es posible bajar más. Es decir, el gasto por cabeza probablemente será el mismo si se cocina para nueve personas que si se cocina para veinte.

*¿La educación del jefe del hogar estará relacionada con el gasto semanal en alimentos?*

Se da respuesta a esta interrogante con otro gráfico de cajas y alambres.

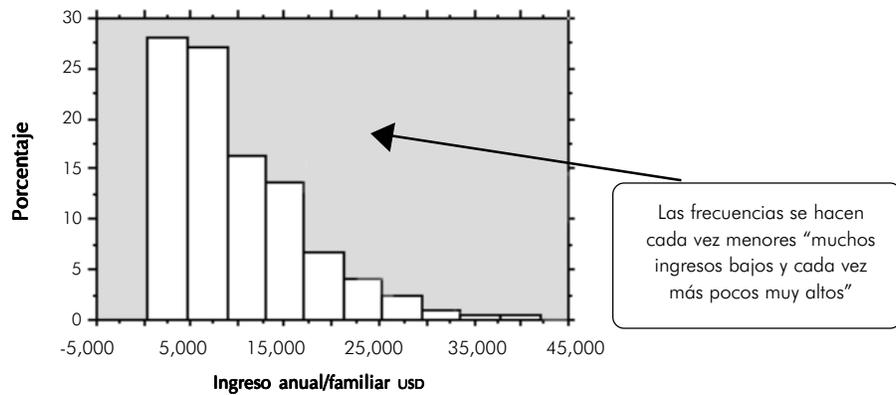
Gasto alimentación semanal/familia según educación del jefe del hogar



Al comparar los distintos grupos de escolaridad se observa que la variabilidad es ahora más homogénea. La mediana del gasto va creciendo con la escolaridad, pero cada vez más lentamente hasta lograr cierta estabilidad. Se aprecia cierta asociación estadística entre estas dos características que podría ser heredada de la asociación de esas variables con una tercera: el ingreso anual. Esto puede ser cierto si se cumpliera la hipótesis de que a mayor nivel de escolaridad se detectará mayor ingreso, y que a mayores ingresos corresponderán mayores gastos en alimentación.

Vamos a verificar si estas sospechas son ciertas, y de paso, aprovechamos para explorar el ingreso anual.

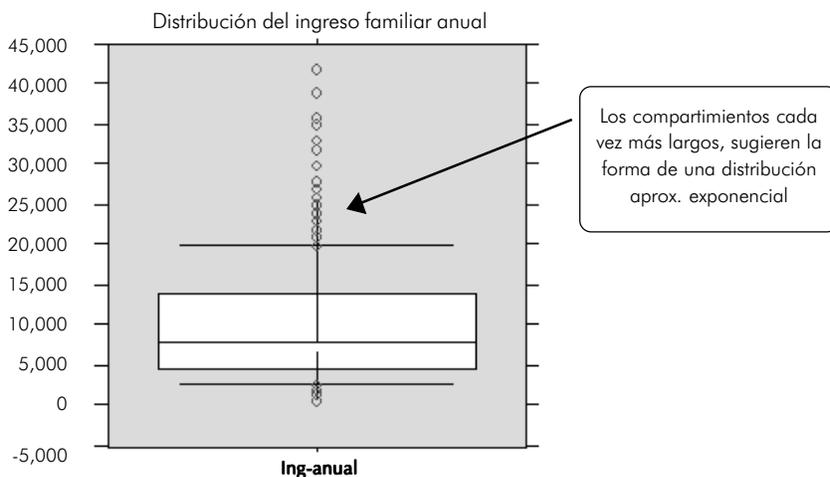
Distribución del ingreso familiar anual



De(³)	A(<)	Frec.	Porcent.
500	4650	140	28.0
4650	8800	135	27.0
8800	12950	81	16.2
12950	17100	68	13.6
17100	21250	33	6.6
21250	25400	21	4.2
25400	29550	13	2.6
29550	33700	5	1.0
33700	37850	2	.4
37850	42000	2	.4
	<b>Total</b>	<b>500</b>	<b>100.000</b>

La distribución tiene una forma exponencial (jota invertida). Su forma se ve reflejada en el diagrama de caja que se presenta a continuación.

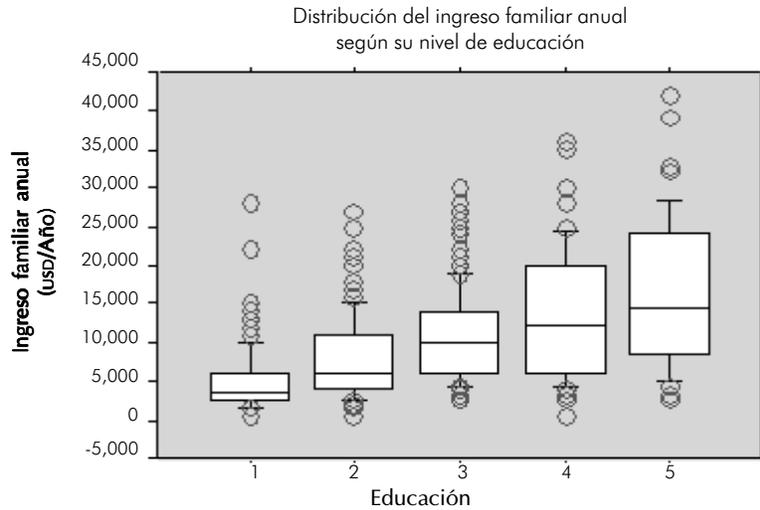
Observe el histograma: si cortamos una “tajada” que tome 25% del área inicial, ésta será relativamente delgada, puesto que al principio el área es “gruesa”; luego el segundo pedazo de 25% tendría que ser más largo, puesto que el área se hace más delgada y así el tercer pedazo sería de 25%. Esto se debe reflejar en el diagrama de caja, con distancias estrechas al principio que se van aumentando, lo que produce poca simetría dentro de la caja.



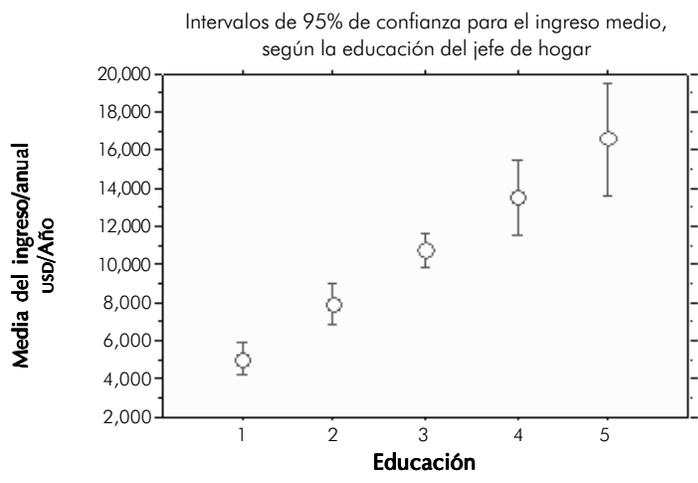
El ingreso mediano está alrededor de los 7,000 dólares. 25% tiene ingresos menores de 5,000 dólares al año.

*¿Los más educados obtienen mayores ingresos?*

Como puede apreciarse en el gráfico que aparece más adelante, el ingreso tiene la tendencia a crecer con el nivel de educación. La mediana de la distribución crece, pero también es cierto que crece su variabilidad.



	<b>Casos</b>	<b>Media</b>	<b>Des. Est.</b>	<b>Err. Est.</b>
1	104	5061.5	4282.0	419.8
2	102	7932.3	5336.7	528.4
3	180	10780.5	5958.3	444.1
4	70	13485.7	8479.7	1013.5
5	44	16568.1	9794.1	1476.5



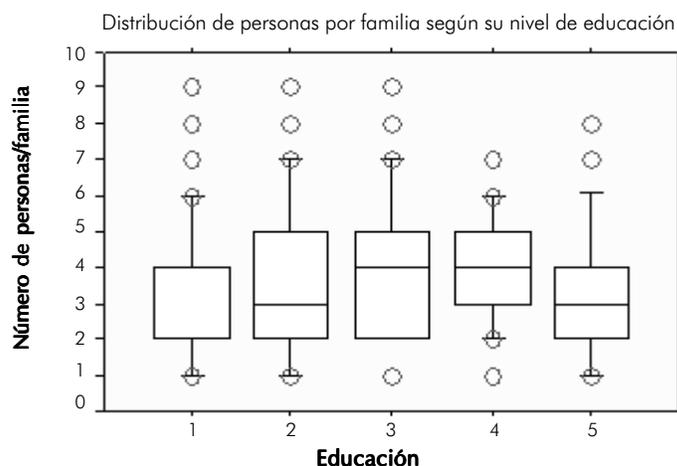
Los sujetos de la categoría 1 tienen ingresos medios anuales de aproximadamente 5,000 dólares, los de categoría 2 de 8,000, los de categoría 3 de 11,000, los de 4 aproximadamente de 13,500 dólares y los profesionales alrededor de 16,500 dólares. Observe cómo crece la longitud de los intervalos de 95% de confianza para la media verdadera en cada categoría. Esto es debido, como veremos más adelante, a que en las categorías superiores hay mayor varianza del ingreso y también hay menos datos.

	Casos	Media	Des. Est.	Err. Est.
1	104	5061.5	4282.0	419.8
2	102	7932.3	5336.7	528.4
3	180	10780.5	5958.3	444.1
4	70	13485.7	8479.7	1013.5
5	44	16568.1	9794.1	1476.5

El número de personas por familia podría obrar como un factor de confusión, en el caso de que el número de personas por familia estuviera relacionado con el nivel de escolaridad.

*¿Las familias con padres con mayor educación tienen la tendencia a ser menos numerosas?*

Vamos a explorar esta pregunta, construyendo un diagrama de cajas para el número de personas por familia según su nivel de educación. Posteriormente haremos la relación del ingreso *per capita* con el nivel de educación. Ésta sería una manera de eliminar el efecto del número de personas por familia, pues estaríamos midiendo la cantidad de dinero que le corresponde a cada uno de sus miembros. El ingreso *per capita* lo obtendremos dividiendo el ingreso familiar entre el número de personas.

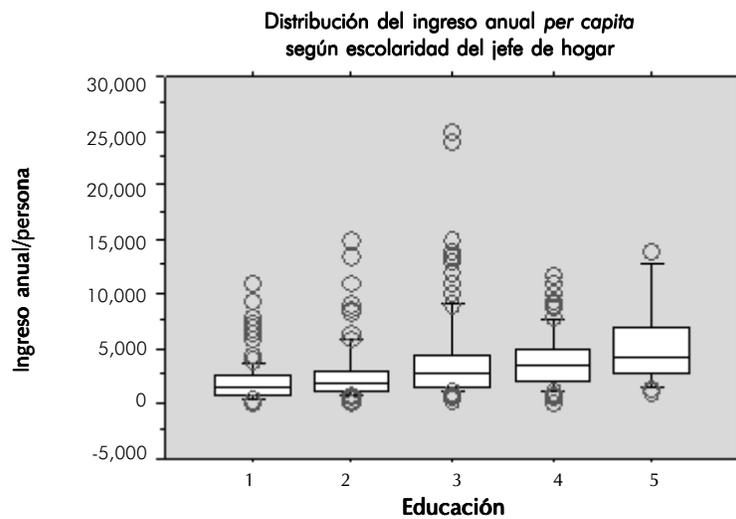


No parece existir una asociación fuerte entre el nivel de educación y el tamaño de la familia.

*¿Cómo es la relación entre nivel de educación e ingreso per capita?*

**Ingreso medio por persona, según nivel de escolaridad del jefe de hogar**

	Casos	Media	Des. Est.	Err. Est.
1	104	2064.178	1.929E3	189.160
2	102	2721.027	2.608E3	258.205
3	180	3858.348	3.744E3	279.034
4	70	3937.704	2.646E3	316.310
5	44	5395.563	3.676E3	554.173

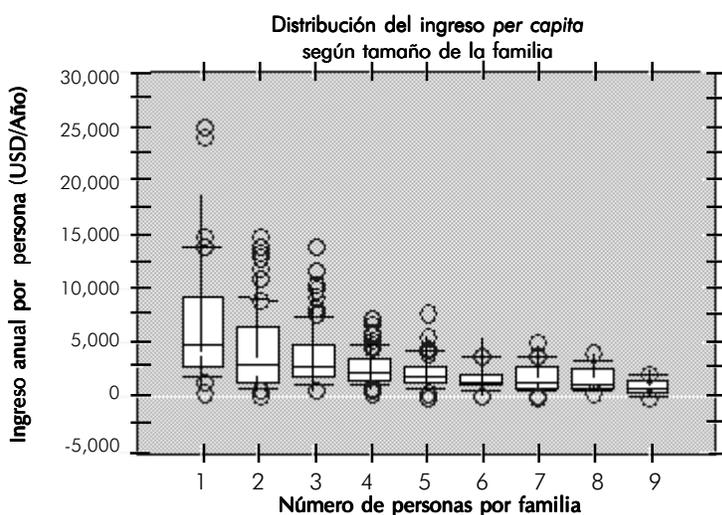


De nuevo se aprecia que el ingreso por persona aumenta con la escolaridad, tanto en su media como en su dispersión.

El ingreso medio por persona en la categoría 1 de nivel de educación es de aproximadamente 2,000 dólares, mientras que en los profesionales (categoría 5) es de aproximadamente 5,400 dólares por persona al año.

En realidad ¿los miembros de una familia compiten por los recursos, o existe una sutil “ley natural” que hace que la familia tenga un número de miembros que deja constante el ingreso *per capita*?

En otras palabras, ¿cuando la familia es más numerosa, a cada uno de los miembros le toca menos recursos? Para responder esta pregunta se construye un diagrama de cajas del ingreso *per capita* variando el número de personas por familia.



Evidentemente, cuando la familia es menos numerosa es mejor su situación en cuanto a recursos económicos anuales por persona. Sin embargo, a partir de un cierto número de miembros, en este caso cinco personas por familia, las diferencias parecen no ser sustanciales.

*¿Están asociados el ingreso anual y la edad del jefe de familia?*

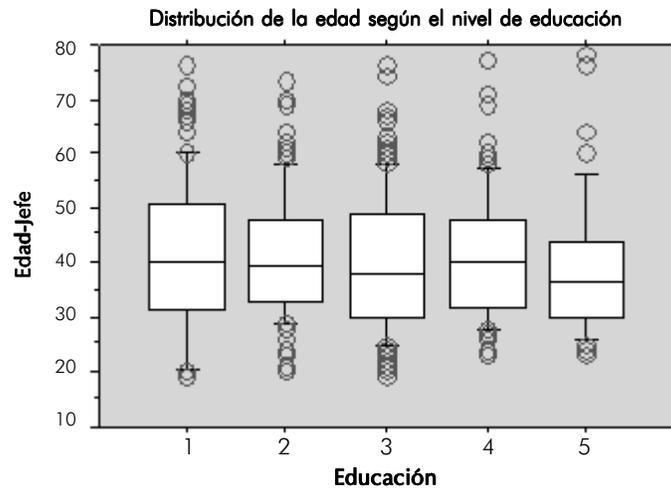
Especulando un poco, ¿podría pensarse que la situación se estanca o decae?

Para tener la información al respecto se construye un diagrama de cajas del ingreso anual según la edad del jefe de hogar (categorizada); sin embargo, el nivel de educación podría ser un factor de confusión, puesto que si la distribución del nivel educativo no es la misma en todas las edades, como parece ser, la comparación del ingreso por grupos de edad no sería válida.

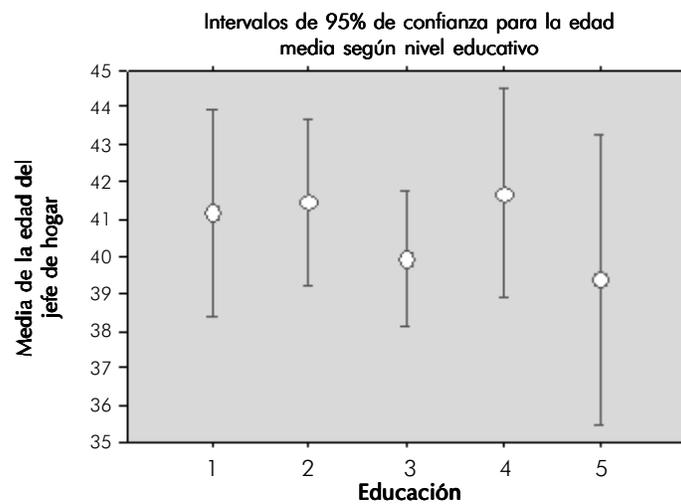
Para ir en orden, primero se responde la pregunta:

*¿El nivel de educación depende de la edad?*

Entonces se estudia la edad en cada categoría de educación.

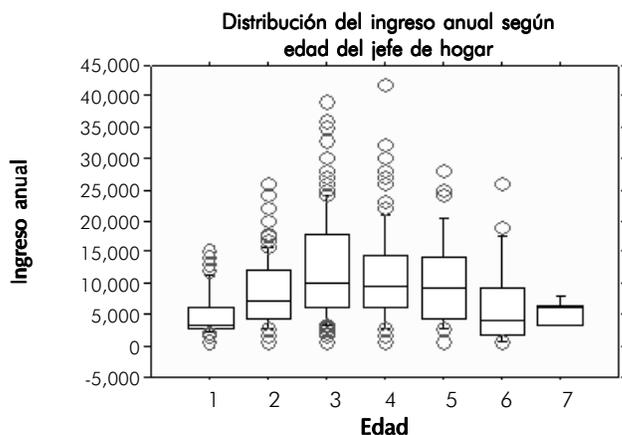


De acuerdo con el gráfico no parece haber diferencias en las distribuciones de edad en cada categoría. Para tener una mejor visión en la siguiente figura se presenta un gráfico para los intervalos del 95% de confianza para la edad promedio en cada nivel de educación.

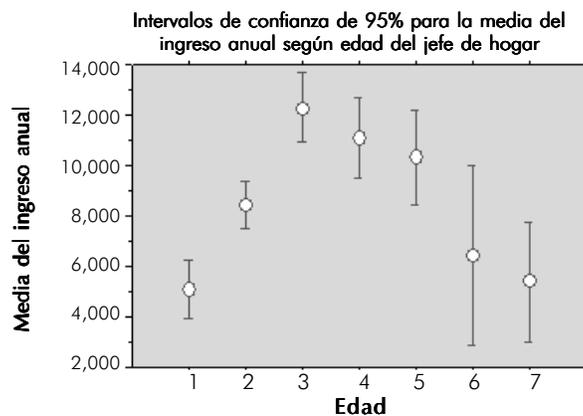


Para reforzar la apreciación anterior note que todos los intervalos de confianza se traslapan, lo cual es indicador de que no hay diferencias significativas cuando se comparan pares de poblaciones con un nivel de significancia de 5%. Aunque ésta es una metodología de naturaleza inferencial, la usamos para reforzar la información proporcionada por las cajas. El lector podrá apreciar su potencial en los usos que adelante haremos de esta herramienta.

Ahora sí intentemos responder la pregunta original acerca de si el ingreso anual y la edad están asociados.



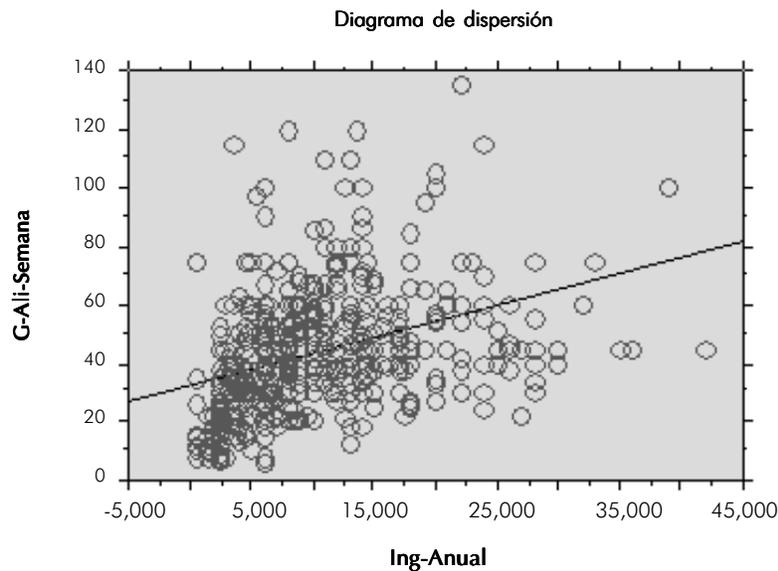
La especulación que realizamos al principio es consistente con lo observado en el diagrama: las personas jóvenes tiene menores ingresos que las maduras, pero las diferencias con los de mayor edad es menor. Parece que entre las categorías de edad 2, 3, 4 y 5 no se presentan muchas diferencias. Para explorar un poco más sobre los patrones de las distribuciones, construyamos un diagrama con los intervalos de 95% de confianza para el ingreso medio en cada categoría de edad.



Observe cuáles intervalos no se traslapan; entre ellos es que existen diferencias significativas a un nivel de 5% de significancia. Por ejemplo, los intervalos, 1, 6 y 7 se traslapan, lo cual significa que no hay diferencias significativas entre las medias de las poblaciones que representan. Tampoco las hay entre los ingresos medios de las categorías de edad 3, 4 y 5. En cambio, se puede observar que sí hay diferencias significativas entre los ingresos medios de las edades denotadas con las categorías 1, 2 y 3.

*¿Existe una asociación fuerte entre el ingreso y el gasto en alimentos?*

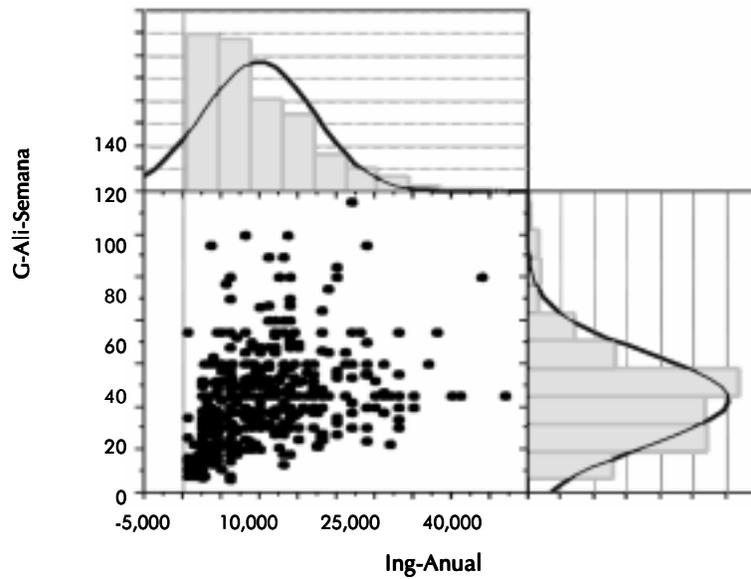
Un primer acercamiento a la solución de esta pregunta puede hacerse a través del diagrama de dispersión. Veamos:



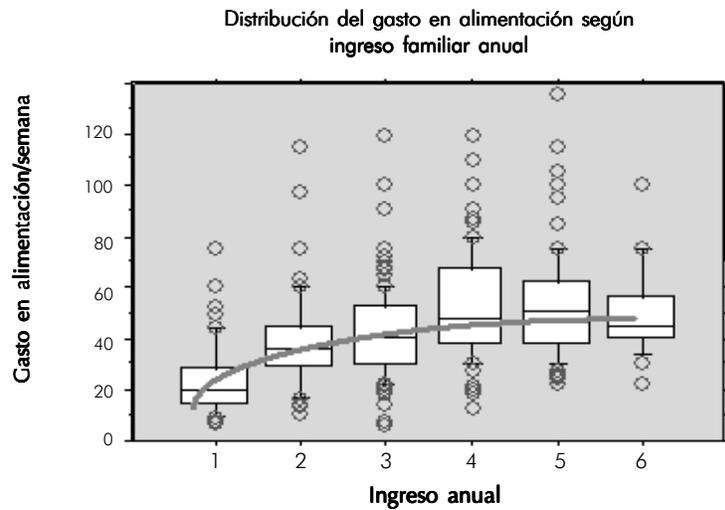
$$G\text{-Ali-Semana} = 32.471 + .001 (\text{Ing-Anual}); R^2 = .14$$

En el diagrama se nota cierta relación débil, aparentemente lineal, aunque observando el modelo debajo del gráfico se descubre un coeficiente de correlación lineal de 0.37, lo cual hace poner en duda la relación lineal o la asociación entre las dos variables. Además, la dispersión (variabilidad) se incrementa, aparentemente de manera proporcional, con el ingreso anual.

Un tipo de diagrama de dispersión que proporciona más información es el siguiente:



Podemos usar el diagrama de cajas, con la variable ingreso anual en forma categórica, para explorar un poco más el asunto.

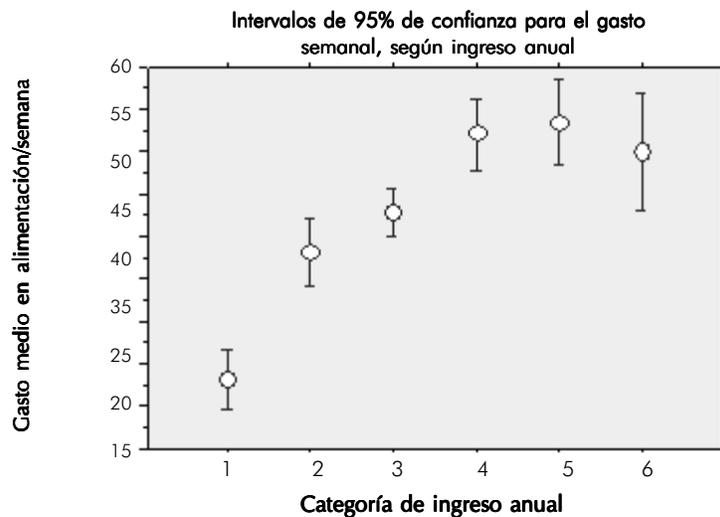


Compare la información que nos da el diagrama de dispersión con la que proporciona este diagrama de cajas. Ahora se aprecia que en realidad la relación no es lineal, como era de esperarse. Se nota que existe un valor límite, apenas evidente, pues lo que una persona se puede comer tiene un límite que se evidencia a partir de un nivel de ingreso. Los que ganan dos millones de dólares no comen mejor que los que ganan uno. Por lo tanto, si se quiere ajustar un modelo que permita predecir el gasto en alimentos, a partir del ingreso, debe considerarse un modelo que satisfaga este rasgo asintótico.

**Estadísticas para el gasto en alimento según ingreso familiar anual**

	Casos	Media	Des. Est.	Err. Est.
1	68	23.250	14.174	1.719
2	84	38.137	18.225	1.989
3	144	42.792	16.837	1.403
4	103	52.073	21.486	2.117
5	76	53.457	22.379	2.567
6	25	49.900	16.720	3.344

Observe que, a partir del ingreso de la clase 4, el gasto medio semanal en alimentos es de alrededor de 50 dólares. De esta manera, en los estratos económicos altos, éste es un buen estimador con base en el cual pueden realizarse otras estimaciones como el potencial de gasto en alimentos del sector de ingresos elevados (categorías 4, 5 y 6).



Observe que entre las últimas tres medias de gasto (categorías 4, 5 y 6) no existen diferencias significativas.

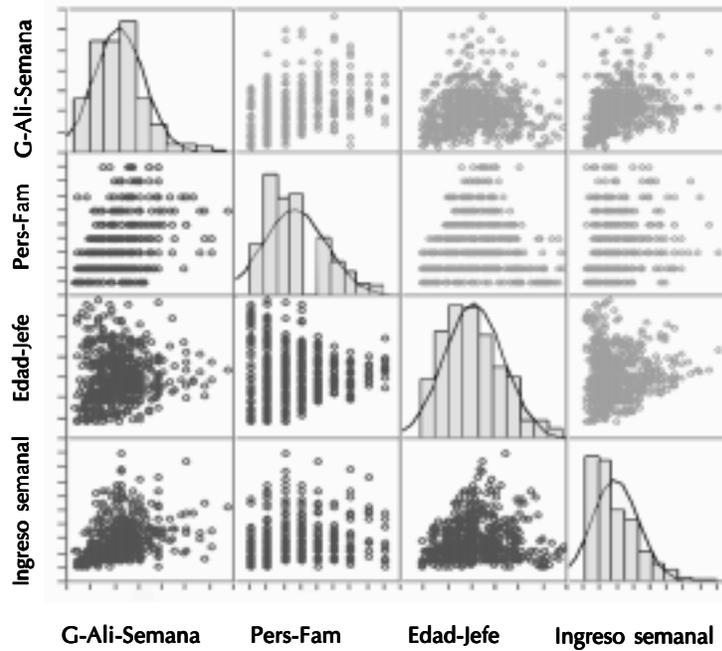
*¿Cómo están asociadas todas las variables estudiadas?*

Para obtener respuesta a la anterior interrogante se puede mostrar la llamada matriz de correlaciones:

**Matriz de correlación**

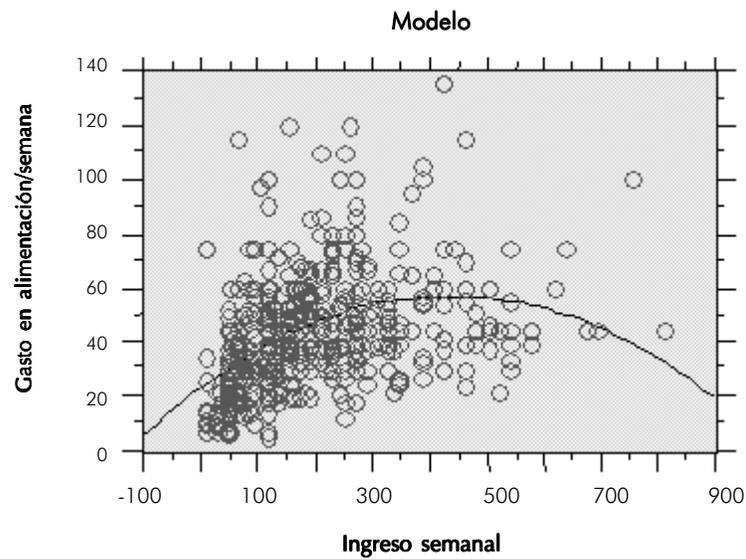
	G-Ali-Semana	Pers-Fam	Edad-Jefe	Ingreso semanal
G-Ali-Semana	1.00	.43	.07	.37
Pers-Fam	.43	1.00	.02	.16
Edad-Jefe	.07	.02	1.00	.14
Ingreso semanal	.37	.16	.14	1.00

También se puede presentar un gráfico que muestre los diagramas de dispersión de las variables de manera comparativa y, como si fuera poco, en la diagonal se despliegan los histogramas de las variables analizadas.



*¿Existe un modelo o ecuación que permita predecir la media del gasto en alimentos?*

Ya se estudió la relación lineal entre el ingreso y el gasto, la cual mostró un coeficiente de determinación de 14%, que es un indicador de la variabilidad explicada por la ecuación, que en este caso es bastante pobre. Se ensaya ahora la fuerza de la variable número de personas por familia, para predecir el gasto en alimentos. Recuérdese que en el diagrama de cajas correspondiente se pudo observar que la relación entre la mediana del gasto y el ingreso no era lineal (rectilíneo), por lo tanto se espera que si se ensaya un modelo parabólico, el ajuste mejore un poco. Véase:



$$Y=23.387+.157 x -1.792E-4$$

Con el modelo parabólico puede observarse que ha subido la calidad del ajuste un poco. Ahora el coeficiente de determinación es de 19.4%, que es todavía bastante bajo.

Una variable más fácil de determinar es el número de personas por familia, cuya relación tampoco es lineal, como ya se anota anteriormente. Veamos también el ajuste que tendría un modelo parabólico, con esta variable.

Después de explorar algunas opciones, las cuales han sido sugeridas por los análisis previos, encontramos un modelo que tiene asociado un

coeficiente de determinación de 40%, el cual es indicador de cierta bondad en el ajuste, lo que permitiría darle algún uso predictivo al modelo encontrado, siempre que se validen los supuestos que exige el modelo.

## **Comentarios y recomendaciones finales**

Al momento de la contratación del estudio, la señora Uribe no tenía en mente los proyectos específicos que quería implementar, lo cual le dio al trabajo una orientación bastante general. Asimismo, no se tuvo la oportunidad de participar en la selección ni en el diseño del formato para la recolección de la información. Es conveniente, una vez que se madure en el entendimiento del problema y se avance en la definición de un espacio de posibles decisiones (acciones), identificar la naturaleza de la información que se requiere para tomar las decisiones sobre dicho espectro de acciones (proyectos de cambio). De esta forma se puede plantear una serie de objetivos específicos para una nueva encuesta. Cada una de las preguntas de la encuesta deberá justificarse en términos de los objetivos; es decir, debe encajar perfectamente en la estrategia de toma de decisiones. Antes de ejecutarse la encuesta, debe ser clara la manera en que va a procesarse, las salidas básicas que se obtendrán del procesamiento y cómo ellas van a permitir resolver la problemática de decisión que dio origen al proyecto; todas esas son cuestiones que deben estar perfectamente definidas. Para lograr esto pueden tomarse los objetivos uno por uno y expresar en forma explícita el camino que deberá recorrerse para lograr su cumplimiento, sin dejar de lado que en el momento de explorar la información pueden producirse cambios en la ruta previamente establecida.

En cuanto al reporte de resultados, en el caso específico que nos ha ocupado se identifican dos partes que apuntan a objetivos cualitativamente diferentes. Una es la presentación gráfica, que pretende dar respuesta general a la señora Uribe sobre quiénes son sus clientes y cómo se caracterizan, en términos de las variables que fueron medidas. Esta parte del reporte se presentará por medios audiovisuales, además del informe escrito, a fin de que ella pueda comprender con facilidad su contenido y así responder a sus preguntas e inquietudes. Una segunda parte del informe contiene una memoria numérica de cuadros y cifras que pueden servirle más adelante para realizar estimaciones que serán de utilidad. Éste es un documento de consulta.

En otras ocasiones, cuando el origen del estudio es más concreto y específico, el reporte debe acompañarse con una memoria ejecutiva, de una página, con los resultados y las conclusiones más importantes, las cuales serán la contribución palpable de la aplicación de la metodología estadística.

## REFERENCIAS

Behar, R. y Grima-Cintas, P. (2004). *55 Respuestas a Dudas Típicas de Estadística*. Madrid. Díaz de Santos.

Behar, R. y Yepes, M. (1995). *Estadística: Un Enfoque Descriptivo*. Santiago de Cali, Colombia, Feriva.

Box, G., Hunter, W. y Hunter, J. (1988). *Estadística para Investigadores*. España, Reverté.

Chatfield, C. (1988). *Problem Solving: a Statistician's Guide*. Londres, Chapman and Hall.

García-Pérez, A. (1972). *Elementos del Método Estadístico*. México, Universidad Nacional Autónoma de México.

Gutiérrez-Cabría, S. (1994). *Filosofía de la Estadística*. España, Universidad de Valencia.

Grima, P., Marco, Ll. y Tort, J. (2004). *Estadística Práctica con Minitab*. Madrid, Pearson-Prentice Hall.

Hoerl, R. y Snee, R. (2000). *Statistical Thinking: Improving Business Performance*. EE.UU., Duxbury, Pacific Groove.

Jambu, M. (1991). *Exploratory and Multivariate Data Analysis*. Nueva York, Academic Press.

Johnson, R. and Tsui, K. (1998). *Statistical Reasoning and Methods*. Nueva York, Wiley.

John, A., Whitaker, D. y Johnson, G. (2001). *Statistical Thinking for Managers*. Londres, Chapman and Hall.

Kinney, C. y Taylor, R. (1993). *Investigación de Mercados: Un Enfoque Aplicado*. Santa Fé de Bogotá, Colombia, McGraw Hill.

Méndez, L., Namihira, G., Moreno, A. y Sosa, C. (1990). *El Protocolo de la Investigación*. México, Trillas.

Morton, S. y Ralph, J. (2000). *Public Policy and Statistics*. Nueva York, Springer.

Ojeda, M. (1994). "La importancia de una buena cultura estadística en la investigación", en *La Ciencia y el Hombre*. Núm. 17, 143-156. México, Universidad Veracruzana.

Ojeda, M. y De León, A. (1997). *Metodología Estadística Básica: Principios y Herramientas para Plantear y Resolver Problemas en un Contexto Organizacional*. México, Universidad Autónoma de Guerrero.

Ojeda, M. M, Díaz-Camacho, J. Apodaca- Victoria, C. y Landa-Trujillo (2004). *Metodología de Diseño Estadístico*. Textos Universitarios, Universidad Veracruzana, Xalapa, Veracruz, México.

Peña, D. y Prat, A. (1986). *Cómo Mejorar la Calidad*. Instituto de la Pequeña y Mediana Empresa Industrial, España.

Prat, A., Tort-Martorell, X., Grima, P. y Pozueta, L. (1997). *Métodos Estadísticos. Control y Mejora de la Calidad*. España, Ediciones UPC.

Ryan, T. P. (1989). *Statistical Methods for Quality Improvement*. Nueva York, Wiley.

Sahai, H. y Khurshid, A. (2002). *Pocket Dictionary of Statistics*. Nueva York, McGraw-Hill.

Scheafer, R., Mendenhall, W. y Ott, L. (1987). *Elementos de Muestreo*, México, Grupo Editorial Iberoamericana.

Wheeler, D. (1995) *Advanced Topics in Statistical Process Control*. Knoxville, SPC Press.

Wheeler, D. y Chambers, C. (1995). *Understanding Statistical Quality Control*. Knoxville, SPC Press.



Este texto se terminó de imprimir en el mes de octubre de 2006 en los talleres del Fondo de Empresas de la Universidad Veracruzana, A.C., siendo Gobernador del Estado de Veracruz el licenciado Fidel Herrera Beltrán y Secretario de Educación el doctor Víctor A. Arredondo Álvarez. La edición consta de 2000 ejemplares.