

UNIVERSIDAD VERACRUZANA SISTEMA DE ENSEÑANZA ABIERTA



CURSO DE MATEMÁTICAS FINANCIERAS



CONTENIDO

Tema 1: INTERÉS SIMPLE

Tema 2: INTERÉS COMPUESTO

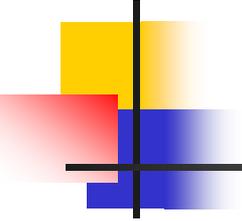
Tema 3: ANUALIDADES

Tema 4: AMORTIZACIÓN

Tema 5: DEPRECIACIÓN

Tema 6: FORMAS BÁSICAS DE VALUAR EL RENDIMIENTO (TMAR)

INTRODUCCIÓN

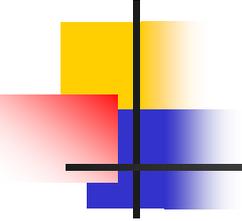


Las matemáticas financieras son una herramienta fundamental en el análisis y en la gestión financiera, la claridad en sus conceptos le permite al administrador financiero tomar decisiones de forma rápida y acertada.

La evaluación de proyectos por medio de métodos Matemáticos- Financieros son una herramienta de gran utilidad para la toma de decisiones por parte de los administradores financieros, ya que un análisis que se anticipe al futuro puede evitar posibles desviaciones y problemas en el largo plazo.

Las matemáticas financieras es un área que resulta muy importante casi a diario.

Herramientas como el Interés Simple, Interés Compuesto, ,Anualidades, Amortización, Depreciación y las Formas Básicas para Valuar el Rendimiento, otras como Valor Presente Neto, la conversión de tasas de interés, son utilizados comúnmente y están presentes tanto al momento de solicitar un crédito empresarial como familiar.



TEMA 1

INTERÉS SIMPLE Y COMPUESTO

- **Interés Simple:**

Es aquel que se calcula sobre el capital, sin importar los períodos de capitalización.

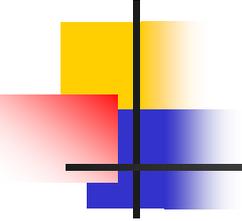
FÓRMULA:

$$S = C (1 + i * t)$$

Tasa Nóminal:

$$TN = (i) (360) / T$$

Cabe mencionar, que el interés simple se puede calcular la tasa diaria, mensual, semestral, quincenal, trimestral, bi anual y anual.



EJERCICIOS DE INTERÉS SIMPLE.

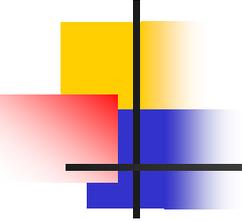
Determine las siguientes tasas.

$$TN = 28.75 \%$$

$$0.2875 \text{ (conversión decimal)}$$

a) Tasa diaria:

$$Te = \frac{(0.2875)(1)}{360} = 0.00079861$$



b) Tasa mensual

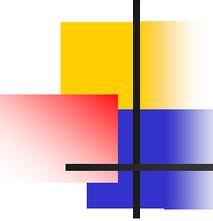
$$Te = \frac{(0.2875) (1)}{12} = 0.02398833$$

c) Tasa semestral

$$Te = \frac{(0.2875) (6)}{12} = 0.014375$$

d) Quincenal:

$$Te = \frac{(0.2875) (1)}{24} = 0.011979166$$



Ejercicio 2

Dada la tasa efectiva semanal, de 0.278 % determine:

a) $TN = \frac{(0.00278)(360)}{1} = 1.0008 = 100.08\%$

1

b) Tasa bianual:

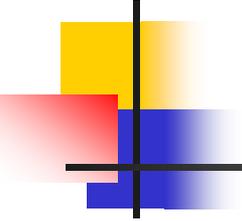
TN= dos años

$$TN = (0.00278)(360)(2) = 2.0016 = 200.16 \%$$

c) Tasa efectiva diaria:

$$Te = \frac{(0.00278)(1)}{360} = 0.0000077222 = 0.00077222$$

360



d) Tasa efectiva mensual:

$$Te = \frac{(0.00278)(1)}{12} = 0.0002316666 = 0.02316666\%$$

e) Tasa efectiva quincenal:

$$Te = \frac{(0.00278)(1)}{24} = 0.00011583333 = 0.011583333 \%$$



Ejercicio 3

Tasa efectiva semanal = 0.278 % , determinar:

$$\text{Diario} = 0.00278 * 1 / 7 = 0.000397$$

Convertir a Tasa efectiva año comercial:

$$0.278 * 52 / 1 = 0.14456 \% \text{ año comercial}$$

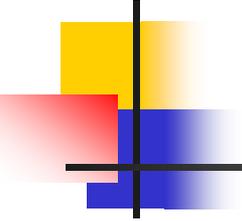
$$\text{TN} = 0.14456 \% \text{ año comercial}$$

a) TN = 1 año

$$\text{TN} = \frac{(0.0014456)(360)}{1} = 0.520416 = 52.0416 \%$$

b) TN = bi anual

$$\text{TN} = \frac{(0.0014456)(360)(2)}{1} = 1.040832 = 104.0832 \%$$



c) $T_e = \text{diaria}$

$$T_e = (0.0014456)(1)/360 = 0.0000040155555556 = 0.000401555556 \%$$

d) $T_e = \text{mensual}$

$$T_e = (0.0014456)(1)/12 = 0.000124666667 = 0.01204567 \%$$

e) $T_e = \text{quincenal}$

$$T_e = (0.0014456)(1)/24 = 0.0000602333333 = 0.00602333333 \%$$



Diferencia entre interés simple y compuesto

- Cuando se invierte cierto capital a un banco, se considera una tasa específica que indica el porcentaje del capital, o interés, que el banco paga al ahorrador por el hecho de haber tenido el capital guardado un determinado tiempo. La diferencia entre interés simple e interés compuesto es que en el primer caso el capital sobre el cual se calcula la tasa es el mismo, y en el segundo caso, el interés obtenido se adjunta al capital, aumentándolo, de tal forma que el nuevo interés se calcula a partir del nuevo capital aumentado.



Tema 2: **INTERÉS COMPUESTO**

Es el interés ganado por una inversión de capital incrementado por los intereses generados por una tasa de interés, al término de cada uno de los periodos de capitalización.

Capitalización.- se le llama así al periodo de tiempo en el cual se generan intereses y estos se agregan al capital.

Formula:

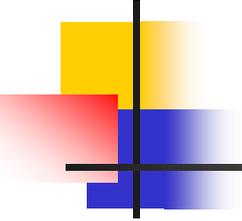
$$\mathbf{M = C (1 + i)^n}$$

En donde: M = monto

C = capital

i = tasa de interés

n = tiempo



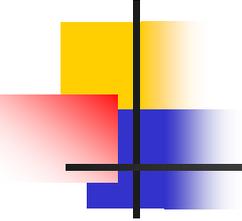
Ejemplo:

Un inversionista coloca en un banco un capital de \$50,000.00 a una tasa del 36% anual durante un periodo de un año y medio con capitalizaciones mensuales ¿Cuál será el monto que obtenga de la inversión al final del periodo?

$$M = C (1 + i)^n$$

$$M = 50,000 (1 + 0.03)^{18}$$

$$M = \$ 85,121.65$$



Fórmulas Derivadas:

$$C = \frac{M}{(1 + i)^n}$$

$$i = \sqrt[n]{\frac{M}{C} - 1}$$

$$n = \frac{\text{Log } M}{\text{Log } (1 + i)}$$



Ejercicio:

$$M = \$353,000.00$$

$$i = 28\% (0.28 \text{ anual}) \quad Te = 0.28/12 = 0.02333$$

n = 6 meses

Periodos mensuales

$$C = \frac{353,000}{(1+0.0233333)^6} = \$307,377.434$$

$$i = 6 \sqrt[6]{\frac{353,000}{307,337.43}} - 1 = 0.0233$$

$$n = \frac{\text{Log } 358,000}{\text{Log } 1.0125} = 5.999762358$$



TEMA 3 INFLACIÓN

Se conoce como inflación al aumento sostenido del nivel general de precios de los bienes y servicios comercializados en la economía de un país determinado. Dicho incremento de precios normalmente es medido por el Índice Nacional de Precios al Consumidor (INPC).

Ejemplo:

$$i = 13.25 \%$$

$$\text{INP} = 3.26 \%$$

Inflación = ?

	Inf.	Acumulada	
Ene	3%	3%	
Feb	2%	5.06%	$(1.03 \times 1.02) = 1.0506$ $A = (0.03)(0.02) = .0006 + 5\%$

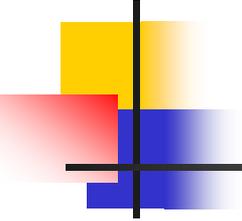
$$\frac{-1}{x 100}$$

$$0.06\%$$

$$+ 5 \%$$

$$5.06 \%$$

Inf.acumulada de enero a febrero



Inf. Acum. 5.06%

Ene-Feb

Inf. Febrero - 2%

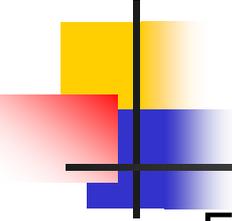
Inf. Enero

$$\text{Inf. Enero} = \left[\frac{1 + \text{Inflación Acum.}}{1 + \text{Inf. Conocida}} \right] - 1 \times 100$$

(remanente)

$$\text{Inf. Enero} = \frac{1 + 5.06 \%}{1 + 2 \%} = \frac{1.0506}{1.02} = 1.03$$

$$1.03 - 1 = 0.03 \times 100 = 3 \%$$



TEMA 4

AMORTIZACIÓN.

Es el proceso de cancelar (pagar) una deuda y sus intereses mediante pagos periódicos (abono).

ABONO = AMORTIZACIÓN + INTERESES

Tipos de amortización:

- 1.- Gradual: Abono igual , se modifica la amortización y los intereses.
- 2.- Constante: Pago amortización constante, varía el pago de intereses.
- 3.- Pagos crecientes: El abono cambia

Ejercicio amortización

$$C = R(1 - (1 + i/p)^{-n}) / (i/p)$$

\$ 1,000.00 en la que se 1.- Préstamo cobra tasa de interés nominal 24 % y lo desea liquidar con 10 pagos mensuales iguales.

$$\begin{aligned} 1000 &= R \left\{ \frac{1 - (1 + .24/12)^{-10}}{.24/12} \right\} \\ &= R \left\{ \frac{1 - (1.02)^{-10}}{0.02} \right\} \end{aligned}$$

$$1,000 = R \left\{ \frac{1 - (0.820348299)^{10}}{0.02} \right\}$$

0.02

$$1,000 = R \left\{ \frac{0.179651701}{0.02} \right\}$$

0.02

$$1,000 = R \{ 8.982585 \}$$

$$R = \frac{1,000}{8.982585}$$

8.982585

$$R = \$ 111.32$$

Interés compuesto

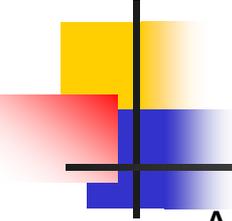
$$M = 1,000 (1.02)^{10}$$

$$M = 1,218.99/10$$

$$M = \$ 121.899442$$

TABLA DE AMORTIZACION GRADUAL

PERIODO	ABONO	CAPITAL AMORTIZACION	INTERESES	SALDO INSOLUTO
0				1,000
1	111.32	91.32	20.00	908.68
2	111.32	93.14	18.17	815.54
3	111.32	95.01	16.31	720.53
4	111.32	96.90	14.41	623.62
5	111.32	98.85	12.47	524.77
6	111.32	100.82	10.49	423.94
7	111.32	102.84	8.48	321.10
8	111.32	104.90	6.42	216.20
9	111.32	107.00	4.32	109.20
10	111.32	109.14	2.18	0.06



TEMA 5

ANUALIDADES

Anualidad:

“Conjunto de pagos iguales realizados a intervalos iguales de tiempo”.

Ejemplos:

- Los pagos mensuales por renta.
- El cobro quincenal o semanal de sueldos.
- Los abonos mensuales a una cuenta de crédito.
- Los pagos anuales de primas de pólizas de seguro de vida.

Se conoce como *intervalo o periodo de pago*, al tiempo que transcurre entre un pago y otro, y se denomina *plazo* de una anualidad al tiempo que pasa entre el inicio del primer periodo de pago y el periodo final de pago. *Renta* es el nombre que se da al pago periódico que se hace.



Tipos de Anualidades

La variación de los elementos que intervienen en las anualidades hace que existan diferentes tipos de ellas. Es por eso que se clasifican con diversos criterios:

Criterio	Tipos de Anualidades
A) Tiempo	Ciertas Contingentes
B) Intereses	Simples Generales
C) Pagos	Vencidas Anticipadas
D) Iniciación	Inmediatas Diferidas



Clasificación de acuerdo a “Tiempo”

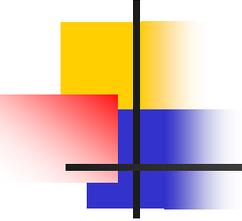
Este criterio de clasificación se refiere a las fechas de iniciación y de terminación de las anualidades:

Anualidades ciertas. Sus fechas son fijas y se estipulan de antemano.

Ejemplo: al realizar una compra a crédito se fija tanto la fecha en que se debe hacer el primer pago, como la fecha para efectuar el último pago

Anualidad contingente. La fecha del primer pago, la fecha del último pago, o ambas no se fijan de antemano; depende de algún hecho que se sabe que ocurrirá, pero no se sabe cuando.

Ejemplo: Una renta vitalicia que se obliga a un cónyuge tras la muerte del otro. El inicio de la renta se da al morir el cónyuge, que no se sabe exactamente cuando.



Clasificación de acuerdo a “Intereses”

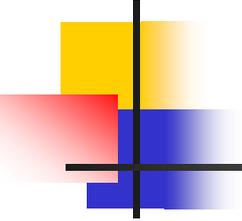
De acuerdo a los intereses, o mejor dicho, a su periodo de capitalización, las anualidades se clasifican en:

Simples. Cuando el periodo de pago coincide con el de capitalización de los intereses.

Ejemplo: el pago de una renta mensual con intereses al 18% capitalizable mensualmente.

Generales. Son aquellas que el periodo de pago no coincide con el periodo de capitalización.

Ejemplo: el pago de una renta semestral con intereses al 30% anual capitalizable trimestralmente.

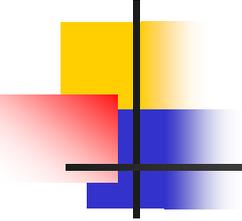


Clasificación de acuerdo a “Pagos”

De acuerdo con los pagos las anualidades son:

Vencidas. Las anualidades vencidas u ordinarias son aquellas en que los pagos se efectúan a su vencimiento, es decir, al final de cada periodo.

Anticipadas. Los pagos se efectúan al principio de cada periodo.

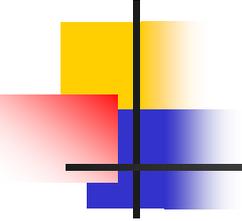


Clasificación de acuerdo a “Iniciación”

De acuerdo al momento en que se inician:

Inmediatas. Es el caso mas común. La realización de los cobros o pagos tiene lugar en el periodo inmediatamente siguiente a la formalización del trato.

Ejemplo: se compra un artículo a crédito hoy, que se va a pagar con mensualidades, la primera de las cuales habrá de realizarse en ese momento o un mes después de adquirida la mercancía (anticipada o vencida).



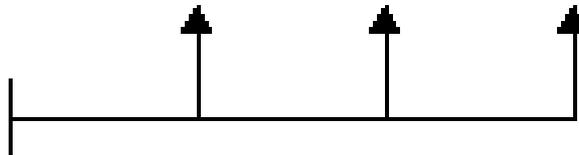
Diferidas.

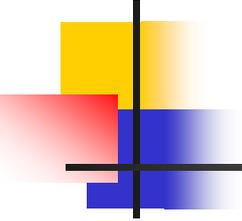
La realización de los cobros o pagos se hace tiempo después de la formalización del trato (se pospone).

Ejemplo: Se adquiere hoy un artículo a crédito para pagar con abonos mensuales; el primer pago habrá de hacerse 6 meses después de adquirida la mercancía.

Anualidades simples

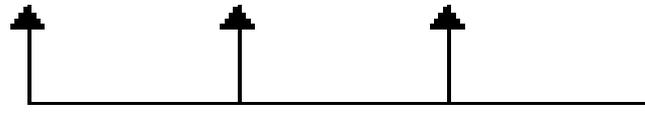
ANUALIDAD ORDINARIA O VENCIDA: Es aquella en la cual los pagos se hacen al final de cada periodo, por ejemplo el pago de salarios a los empleados, ya que primero se realiza el trabajo y luego se realiza el pago. Se representa así:





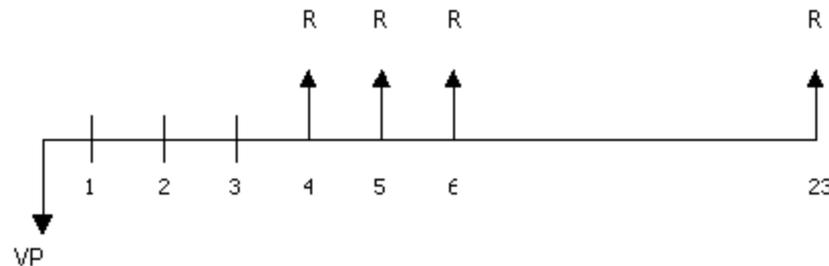
Anualidades Anticipadas

ANUALIDAD ANTICIPADA: En esta los pagos se hacen al principio del periodo, por ejemplo el pago mensual del arriendo de una casa, ya que primero se paga y luego se habita en el inmueble.



Anualidades Diferidas

ANUALIDADES DIFERIDAS. Una anualidad diferida es aquella en que el primer pago se efectúa después de transcurrido cierto número de periodos.

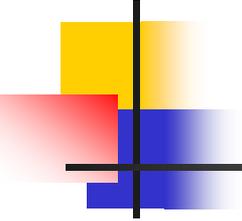


Anualidades Perpetuas

ANUALIDADES PERPETUAS. Una anualidad que tiene infinito número de pagos, se denomina Anualidad infinita o perpetua, en realidad, las anualidades infinitas no existen, porque en este mundo todo tiene fin, pero, se supone que es infinita cuando el número de pagos es muy grande.

Este tipo de anualidades se presenta, cuando se coloca un capital y únicamente se retiran los intereses.





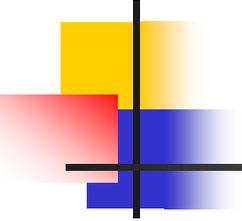
Anualidades Generales

Anualidades generales. Son aquellas que el periodo de pago no coincide con el periodo de capitalización.

La forma mas sencilla de resolver las anualidades generales es *modificarlas*, para que se ajusten al caso simple y luego utilizar las formulas ya conocidas.

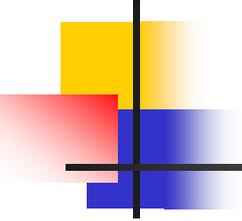
Existen dos maneras de convertir las anualidades generales en simples:

- Encontrando la tasa de interés equivalente y
- Encontrando la renta, o pago periódico equivalente.



Hay dos casos de anualidades generales:

- El periodo de pago es más largo que el periodo de capitalización.
- El periodo de capitalización es más largo que el periodo de pago



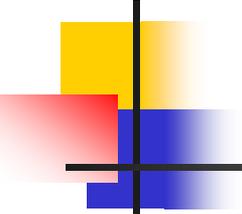
Anualidades

Monto acumulado por np depósitos

$$M = R \left(1 + \frac{i}{p} \right)^{np} \frac{\left(+i/p \right)^{np} - 1}{i/p}$$

Donde:

M → Monto
R → Renta
i → Tasa de interes
p → Frecuencia de pagos
np → Plazo y frecuencia de pagos
n → Plazo



Ejercicios

De cuanto será el monto anticipado (M) si:

$$M = ?$$

$$R = 200$$

$$i = 13\% - 0.13$$

$$p = 12 \text{ meses}$$

$$n = 1 \text{ año}$$

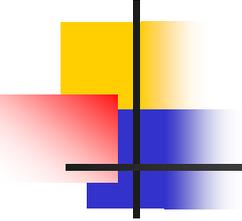
$$M = R \left(1 + \frac{i}{p} \right) \left[\frac{\left(1 + \frac{i}{p} \right)^{np} - 1}{\frac{i}{p}} \right]$$

$$M = 200 \left(1 + \frac{0.13}{12} \right) \left[\frac{\left(1 + \frac{0.13}{12} \right)^{12} - 1}{\frac{0.13}{12}} \right]$$

$$M = 200 (2.8795)$$

$$M = 2575.89$$

El Monto es de = 2575.89



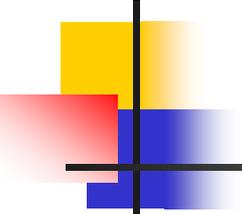
Anualidades

Si se Sustituye Monto (M) por Capital (C) entonces la formula queda como sigue:

$$C = R \left[\frac{1 - \left(+i/p \right)^{np}}{i/p} \right]$$

Donde:

C → Capital
R → Renta
i → Tasa de interes
p → Frecuencia de pagos
np → Plazo y frecuencia de pagos
n → Plazo



Ejercicios

De cuanto será el monto anticipado (M) si:

$C = ?$
$R = 200$
$i = 13\% - 0.13$
$p = 12 \text{ meses}$
$n = 1 \text{ año}$

$$C = R \left[\frac{1 - \left(1 + \frac{i}{p}\right)^{-np}}{i/p} \right]$$

$$C = 200 \left[\frac{1 - \left(1 + 0.13/12\right)^{-12}}{0.13/12} \right]$$

$$C = 200 \left(1.1960 \right)$$

$$C = 2239.2085$$

El Capital es de = 2239.2085

Ejercicios

Cuanto tiene que depositarse quincenalmente del 1 de Junio del 2004 al 30 de Agosto del 2006 si:?

$$M = 175,000$$

$$R = ?$$

$$i = 6.5\% - 0.065$$

$$p = 26 \text{ quincenas}$$

$$n = 2 \text{ años}$$

$$\text{intervalo} = \text{quincenal}$$

$$M = R \left(1 + \frac{i}{p} \right)^{np} \left[\frac{(+i/p)^{np} - 1}{i/p} \right]$$

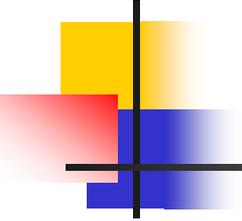
$$175000 = R \left(1 + \frac{0.065}{26} \right)^{52} \left[\frac{(+0.065/26)^{52} - 1}{0.065/26} \right]$$

$$175000 = R \cdot 55.6$$

$$R = 175000 / 55.6$$

$$R = 3147.4820$$

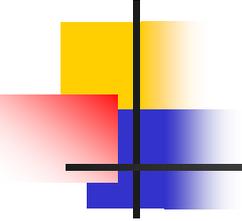
Renta de pagos periódicos = 3147.4820



TEMA 6

LA DEPRECIACIÓN

- Es la pérdida del valor de un activo fijo tangible a consecuencia de su uso u obsolescencia.
- Se considera en periodos anuales y generalmente se expresa con una 'R'.
- VIDA ÚTIL:
Tiempo que dura el activo entre su compra y su retiro
- VALOR DE RESCATE:
Es el valor que tendrá el activo al final de su vida útil.
- VALOR DE DESECHO:
Gasto o erogación para retirar el activo.



MÉTODOS:

PROMEDIOS:

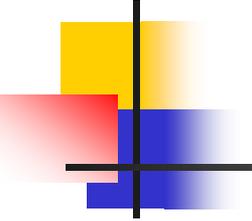
- Línea Recta
- Horas de servicio

CARGO DECRECIENTE

- Suma de dígitos
- Tasa Fija

INTERÈS COMPUESTO

- Fondo de amortización
Anualidad Ordinaria



El método de línea recta:

Para realizar este método se utiliza la siguiente formula:

$C - C_n$

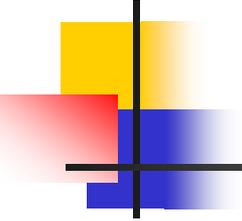
$$R = \frac{C - C_n}{u}$$

En donde:

C = costo original del activo

C_n = valor de rescate

u = vida útil.



Cabe mencionar que surge la siguiente observación:

El Valor de rescate: se resta al costo del activo

El valor de rechazo: se suma al costo del activo.

Aquí es importante también obtener el **valor en libros** del activo el cual se realiza mediante la siguiente fórmula:

$$CK = C - K (R)$$

K= al número de años

EJERCICIOS

1) Se compra una máquina cuyo costo fue de \$ 12, 100.00, y la cual tiene una vida útil de 5 años y un valor de rescate de \$ 1,300.00.

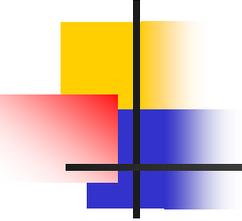
Elabore la tabla de depreciación mediante el método de línea recta
12,100 - 1300

$$R = \frac{12,100 - 1300}{5}$$

$$R = 2,160.$$

Tabla de Depreciación

Período	Depreciación anual	Depreciación acumulada	Valor en Libro
0	-	-	12,100
1	2,160	2,160	9,940
2	2,160	4,320	7,780
3	2,160	6,480	5,620
4	2,160	8,640	3,460
5	2,160	10,800	1,300



Valor en Libros

$$\underline{C_5 = C - K(R)}$$

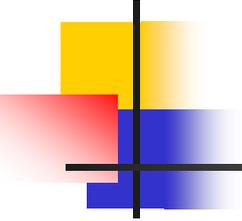
$$C_1 = 12,100 - (1)(2,160) = 9,940$$

$$C_2 = 12,100 - (2)(2,160) = 7,780$$

$$C_3 = 12,100 - (3)(2,160) = 5,620$$

$$C_4 = 12,100 - (4)(2,160) = 3,460$$

$$C_5 = 12,100 - (5)(2,160) = 1,300$$



Problema “2”

La depreciación anual de una máquina con un costo de 580,000 pesos, un valor de rescate de 40,000.00 pesos y una vida útil de 6 años es:

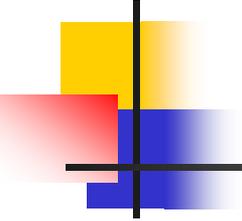
$$R = \frac{580,000 - 40,000}{6 \text{ años}}$$

R = 90,000 pesos de gasto de depreciación anual

Para obtener la depreciación mensual, basta dividir la depreciación anual entre los meses.

$$\$ 90,000 / 12 \text{ meses} = 7,500.00 \text{ de depreciación mensual}$$

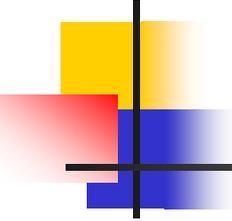
Suponiendo que la máquina utilizada tiene una vida útil calculada en 2 000 000 de unidades de producción aproximadamente y durante el primer año produjo 320,000 unidades. El costo por unidad es:



Para obtener la depreciación mensual, basta dividir la depreciación anual entre los meses.

$\$ 90,000 / 12 \text{ meses} = 7,500.00$ de depreciación mensual

Suponiendo que la máquina utilizada tiene una vida útil calculada en 2 000 000 de unidades de producción aproximadamente y durante el primer año produjo 320,000 unidades. El costo por unidad es:



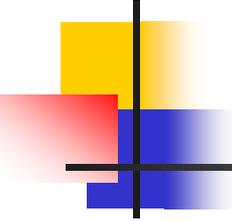
580,000 – 40, 000

2 000 000 unidades

Equivale a 0.27 pesos de gasto por unidad producida.

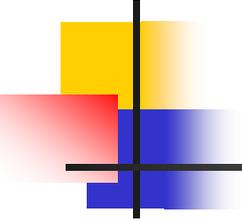
Para calcular el gasto de depreciación, se multiplica el costo por unidades por el total de unidades producidas en el periodo:

$(\$0.27) (320, 000 \text{ unidades}) = 86, 400$ pesos de gasto de depreciación anual.



La depreciación anual de la máquina durante 6 años se muestra en la siguiente tabla:

Año	Costo por unidad	Unidades	Depreciación anual
1	\$ 0.27	320,000	86,400
2	\$ 0.27	325,500	87,850
3	\$ 0.27	330,800	89,316
4	\$ 0.27	350,000	94,500
5	\$ 0.27	355,300	95,931
6	\$ 0.27	318,400	85,968
		2,000,000	540,000



NOTA:

Los métodos de depreciación en línea recta y unidades producidas distribuyen el gasto por depreciación de una manera equitativa.

Con el método de línea recta el importe de la depreciación es el mismo para cada periodo contable.

Cuando se aplica el método de unidades producidas el costo de la depreciación de cada unidad producida es el mismo, ya sean horas o kilómetros, pero la cifra total de la depreciación depende en cada periodo de cuantas unidades se producen, de cuantas horas se emplean o de los kilómetros recorridos durante el periodo.