ACTIVIDADES GA

ACTIVIDAD 01

a) Conteste ¿Qué es y para qué sirve un Sistema de referencia?
b) Conteste ¿Qué es y para qué sirve un Sistema de coordenadas?
c) Conteste ¿Es lo mismo 'sistema de referencia' que 'sistema de coordenadas'?
d) Señale en el plano Cartesiano a los puntos $P_1(1,-7)\ y\ \ P_2(-2,-5)$ y dibuje sus respectivos radio vectores asociados
e) Exprese en coordenadas polares a los puntos $P_1(3,4)$ y $P_2(6,0)$ y dibuje sus radio vectores asociados en el plano polar
f) Exprese en Coordenadas rectangulares a los puntos $P_0(5, 45°)$ y $P_1(3, \frac{3}{4}\pi)$

ACTIVIDAD 02

a) Enuncie los tres sistemas de coordenadas más comunes y escriba, para cada uno, el conjunto de variables asociadas
b) Ubique en un sistema de referencia Cartesiano, a los puntos $P_7(2,-2,1)$ y $P_9(4,3,5)$ y dibuje sus radio vectores asociados
c) Exprese en coordenadas cilíndricas y también en coordenadas esféricas al punto $P_8(3,5,6)$, luego dibuje en un sistema de referencia 3D a su vector asociado
d) Exprese en coordenadas rectangulares a los puntos $P_1(5, 30°, 50°)$ y $P_6(4, 25°, 7)$ y luego dibuje a sus radio vectores asociados

ACTIVIDAD 03

a) Exprese a la ecuación de la curva (elipse) $x^2 + 2y^2 = 4$, en coordenadas polares y trace algunos puntos de ella en el plano polar
b) Exprese a la ecuación de la superficie cuadrática $z = 3x^2 - xy + 20$, tanto en coordenadas esféricas como en coordenadas polares
c) Exprese en coordenadas rectangulares a la superficie $\mathrm{r} = 2\ \mathrm{Sen}\ \theta\ \mathrm{Cos}\ \varphi + \mathrm{Sen}\ \theta\ \mathrm{Sen}\ \varphi\ \mathrm{Cos}\ \theta - 5\ \mathrm{Cos}\ \theta$

ACTIVIDAD 04

a) Conteste ¿Qué es y para qué sirve un vector?
b) Conteste ¿Cuáles son las características geométricas de un vector?
c) Conteste ¿A qué se le llama la dimensión de un vector?
d) Obtenga la magnitud de los vectores $\vec{A} = (3,1,-2),\ \vec{B} = (1,2,-2)\ y\ \ \vec{C} = (0,-3,4)$

ACTIVIDAD 05

Sean $\vec{A} = (3,1,-2),\ \vec{B} = (1,2,-2)\ y\ \ \vec{C} = (0,-3,4)$ tres vectores en 3D Obtenga:

a) $\vec{A} - 3\vec{B} + |\vec{B}|\vec{C}$
b) $\frac{3}{4}\vec{C} - \frac{1}{B}\vec{B}$

ACTIVIDAD 06

Sean $\vec{A} = (3,-2),\ \vec{B} = (1,2)\ y\ \ \vec{C} = (-3,4)$ tres vectores en 2D y $\vec{D} = (3,-2,5)\ y\ \ \vec{E} = (1,2,-2)$

a) Exprese a $\vec{A}$ y a $\vec{C}$ con coordenadas polares
b) Obtenga el unitario $\hat{B}$
c) Obtenga los unitarios $\hat{D}$ y $\hat{E}$
d) Escriba a los vectores unitarios $\hat{e}_2$ y $\hat{e}_4$ de la base ortonormal en 5D

ACTIVIDAD 07

Sean $\vec{A} = (3,-2),\ \vec{B} = (1,2)$ dos vectores en 2D y $\vec{C} = (3,-2,5)\ y\ \ \vec{D} = (1,2,-2)$ dos vectores en 3D y $\vec{E} = (1,1,1,5,-10)$ y $\vec{F} = (0,-2,3,4,-1)$ dos vectores en 5D

a) Realice $\vec{A} \cdot \vec{B}$
b) Realice $\vec{C} \cdot \vec{D}$
c) Realice $\vec{E} \cdot \vec{F}$
d) Encuentre los ángulos θ_{AB}, θ_{CD} y θ_{EF} que se forman entre las parejas de vectores $\{\vec{A},\vec{B}\}$, $\{\vec{C},\vec{D}\}$ y $\{\vec{E},\vec{F}\}$

ACTIVIDAD 08

Sean $\vec{A} = (3,-2)$, $\vec{B} = (1,2)$ dos vectores en 2D y $\vec{C} = (3,-2,5)$ y $\vec{D} = (1,2,-2)$ dos vectores en 3D y $\vec{E} = (1,1,1,5,-10)$ y $\vec{F} = (0,-2,3,4,-1)$ dos vectores en 5D

a) Verifique si los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$, son o no perpendiculares entre si
b) Verifique si los vectores $\vec{E}$ y $\vec{F}$, son o no perpendiculares entre si
c) Obtenga dos vectores perpendiculares al vector $\vec{A}$
d) Obtenga dos vectores perpendiculares al vector $\vec{D}$
e) Obtenga las siguientes proyecciones (observe que algunos vectores son unitarios)

$Proy_{\,\hat{e}_4}\,\vec{F}$

$Proy_{\,\hat{\jmath}}\,\vec{A}$

$Proy_{\,\vec{C}}\,\vec{D}$

$Proy_{\,\hat{D}}\,\vec{C}$

ACTIVIDAD 09

Sean $\vec{A} = (3,1,-2)$, $\vec{B} = (3,-4,0)$ y $\vec{C} = (1,-2,2)$ tres vectores 3D

a) Obtenga los ángulos θ_{B1} , θ_{B2} , y θ_{B3} , que forma el vector $\vec{B}$ con cada uno de los ejes de referencia '1', '2' y '3'
b) Obtenga el ángulo θ_{BC} que se forma entre los vectores $\vec{B}$ y $\vec{C}$, use la fórmula para la magnitud del producto cruz
c) Realice $\vec{A} \times \hat{B}$
d) Realice $\vec{C} \times \vec{B}$
e) Verifique, mediante producto cruz o su magnitud, si los vectores $\vec{A}$ y $\vec{C}$ son paralelos o no

ACTIVIDAD 10

Sean $\vec{A} = (3,1,-2)$, $\vec{B} = (1,2,-2)$ y $\vec{C} = (0,-3,4)$ tres vectores en 3D Obtenga:

a) Realice $(\vec{A} \times \vec{C}) \cdot \vec{B}$
b) Si $\vec{A}$, $\vec{B}$ y $\vec{C}$ son las aristas de una caja en 3D, obtenga su volumen
c) Realice $\vec{A} \times \vec{B} \times \vec{C}$

ACTIVIDAD 11

a) Encuentre las ecuaciones paramétricas y cartesiana de la recta que pasa por los puntos $P_1(0,2,3)$ y $P_2(-1,2,5)$
b) Determine la intersección entre las rectas

$$\ell_1: \quad \begin{aligned} x &= 2+3t \\ y &= -2t \\ z &= -1-t \end{aligned} \qquad\qquad \ell_2: \quad \begin{aligned} x &= 3t \\ y &= 4+t \\ z &= -1 \end{aligned}$$

ACTIVIDAD 12

La ecuación simétrica de una recta ℓ_1 es: $\frac{x-2}{5} = \frac{y+1}{4} = \frac{z}{-1}$

a) Determine un vector unitario que tenga la misma dirección de la recta ℓ_1
b) Verifique si el punto $P_1(7,3,1)$ es un punto de la recta ℓ_1

ACTIVIDAD 13

Encuentre el ángulo θ_{AB} que se describe entre las rectas ℓ_A $\begin{aligned} x_A &= 2+3t_A \\ y_A &= -5+t_A \\ z_A &= -4t_A \end{aligned}$ y ℓ_B $\begin{aligned} x_B &= -3+4t_B \\ y_B &= -2-t_B \\ z_B &= -10+3t_B \end{aligned}$

ACTIVIDAD 14

Encuentre el punto de intersección, si lo hay, entre las rectas ℓ_A $\begin{aligned} x_A &= 2+3t_A \\ y_A &= -5+t_A \\ z_A &= -4t_A \end{aligned}$ y ℓ_B $\begin{aligned} x_B &= -3+4t_B \\ y_B &= -2-t_B \\ z_B &= -10+3t_B \end{aligned}$

ACTIVIDAD 15

La ecuación simétrica de una recta ℓ_1 es: $\frac{x-2}{5} = \frac{y+1}{4} = \frac{z}{-1}$

a) Determine la distancia entre el punto $P_1(2,1,-2)$ y la recta ℓ_1
b) Determine la distancia entre el punto $P_2(4,0,1)$ y la recta ℓ_1

ACTIVIDAD 16

Encuentre la distancia más corta entre las rectas ℓ_A $\begin{aligned} x_A &= 2 + t_A \\ y_A &= -1 + t_A \\ z_A &= 2 - 4t_A \end{aligned}$ y ℓ_B $\begin{aligned} x_B &= 4t_B \\ y_B &= 2 - t_B \\ z_B &= 3 + 3t_B \end{aligned}$

ACTIVIDAD 17

Sea $\vec{A} = (3,1,-2)$ el vector director de la recta ℓ_3 y $P_3(1,2,6)$ uno de sus puntos y, sea $\vec{B} = (1,2,-2)$ el vector director de la recta ℓ_4 y $P_4(0,0,1)$ un punto perteneciente a ℓ_2 , encuentre la distancia más corta entre ℓ_3 y ℓ_4

ACTIVIDAD 18

Encuentre el de intersección entre las rectas concurrentes ℓ_A $\begin{aligned} x_A &= 2 + t_A \\ y_A &= -1 + t_A \\ z_A &= 2 - 4t_A \end{aligned}$ y ℓ_B $\begin{aligned} x_B &= \tfrac{3}{2}t_B \\ y_B &= 2 - t_B \\ z_B &= -8 + 3t_B \end{aligned}$

ACTIVIDAD 19

El plano $\mathcal{P}_1$ contiene a los puntos $P_1(0,2,3)$, $P_2(1,1,1)$ y $P_3(-1,2,5)$

a) Encuentre sus ecuaciones paramétricas
b) Encuentre su ecuación general
c) Encuentre su ecuación simétrica

ACTIVIDAD 20

a) Determine la ecuación del plano $\mathcal{P}_2$ que contiene al punto $P_1(0,2,3)$ y es perpendicular a la recta

ℓ_1: $\begin{aligned} x &= 2 + 3t_2: \\ y &= -2t \\ z &= -1 - t \end{aligned}$

b) Encuentre la intersección entre la recta ℓ_1 y el plano $\mathcal{P}_2$

ACTIVIDAD 21

Sean $\vec{a} = (3,1,-2)$ y $\vec{b} = (1,2,-2)$ dos vectores en el plano $\mathcal{P}_1$ y $(0,-3,4)$ un punto dentro del mismo plano

a) Encuentre la ecuación general del plano $\mathcal{P}_1$

ACTIVIDAD 22

Encuentre la ecuación de algún plano perpendicular al plano $-x - y + 10z - 1 = 0$

ACTIVIDAD 23

Encuentre el ángulo que forman los planos $\mathcal{P}_1$: $-x - y + 10z - 1 = 0$ y $\mathcal{P}_2$: $2x - y - 2z + 2 = 0$

ACTIVIDAD 24

Encuentre la recta de intersección entre los planos $\mathcal{P}_1$: $-x - y + 10z - 1 = 0$ y $\mathcal{P}_2$: $2x - y - 2z + 2 = 0$

ACTIVIDAD 25

Sean $2x + 3y - z + 8 = 0$ la ecuación del plano $\mathcal{P}_1$ y $P_5(0,-2,4)$ un punto fuera del plano

a) Encuentre la distancia entre el plano $\mathcal{P}_1$ y el punto P_5

ACTIVIDAD 26

Determine la distancia entre los planos $\mathcal{P}_7$ $3x + 2y - z + 9 = 0$ y $\mathcal{P}_{10}$ $-6x - 4y + 2z - 20 = 0$

ACTIVIDAD 27

Determine la distancia entre el plano $\mathcal{P}_7$ $3x + 2y - z + 9 = 0$ y la recta ℓ_8 con ecuación $\begin{array}{l} x = 3 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = 5t \end{array}$

ACTIVIDAD 28

Represente en forma paramétrica a las curvas bidimensionales

a) $\mathcal{C}_8$: $9x^2 - 3y + 12 = 0$
b) $\mathcal{C}_{12}$: $-x + y^3 = 4$

ACTIVIDAD 29

a) Encuentre la longitud de arco de la curva x(t) = $2t^2$, y(t) = 5, z(t) = -5t que va del tramo definido por los puntos extremos $\overrightarrow{r_1} = (0, 5, 0)$ y $\overrightarrow{r_2} = (2, 5, -5)$
b) Encuentre la longitud de arco de la curva $\vec{v}(t) = (\cos(t), sen(t), \sqrt{8}\, t)$ que va del tramo definido por los puntos extremos $\overrightarrow{v_1} = (1, 0, 0)$ y $\overrightarrow{r_2} = \left(-1, 0, -\sqrt{8}\,\pi\right)$

ACTIVIDAD 30

Encuentre la ecuación de la recta tangente y la ecuación del plano transversal a la curva x(t) = $2t^2$, y(t) = t cos(t), z(t) = -5t en el punto $\overrightarrow{r_0} = (2\pi^2, -\pi, -5\pi)$

ACTIVIDAD 31

Identifique de qué superficie se trata

a) $x^2+y^2+z^2+2x-2y+4z-3=0$
b) $3x^2+5y^2+10z^2=100$
c) $30x^2+8y^2-z^2=50$
d) $5x^2+3y^2-z^2=0$
e) $-x^2+8y^2-z^2=50$
f) $x^2+8y^2=5z$
g) $x^2-y^2=z$

ACTIVIDAD 32

Encuentre la ecuación del plano tangente y el vector normal a la superficie z(x,y) = x^2+2y^2 en el punto $P_0(1,1,3)$

ACTIVIDAD 33

Encuentre la fórmula para el área del círculo de radio **R**

ACTIVIDAD 34

Encuentre la fórmula para el área del cilindro de radio **R** y altura **H**

ACTIVIDAD 35

Encuentre la fórmula para el volumen de un cilindro de radio ρ y altura **h**