

1. Sean $\alpha = 20[\cos(40^\circ) + i\text{sen}(40^\circ)]$ y $\beta = 4[\cos(10^\circ) + i\text{sen}(10^\circ)]$, Obtenga:

a) $\frac{\alpha}{\beta}$

b) $\sqrt{\beta}$

a) $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{20}{4} [\cos(40^\circ - 10^\circ) + i\text{sen}(40^\circ - 10^\circ)] = 5[\cos(30^\circ) + i\text{sen}(30^\circ)]$

b) $\sqrt{\beta} = \begin{cases} \sqrt{4} [\cos(\frac{10^\circ}{2}) + i\text{sen}(\frac{10^\circ}{2})] & = 2[\cos(5^\circ) + i\text{sen}(5^\circ)] \\ \sqrt{4} [\cos(5^\circ + \frac{360^\circ}{2}) + i\text{sen}(5^\circ + \frac{360^\circ}{2})] & = 2[\cos(185^\circ) + i\text{sen}(185^\circ)] \end{cases}$

2. Usando división sintética y teorema del residuo, obtenga las raíces racionales de

$$P(x) = x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x + 1$$

$$\begin{array}{r|rrrrrr} 1 & 1 & -2 & 2 & -2 & 1 \\ & & & 1 & -1 & 1 & -1 \\ \hline & 1 & -1 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & & 1 & 0 & 1 & \\ \hline & 1 & 0 & 1 & 0 & \end{array}$$

De lo anterior se tiene: $P(x) = (x-1)(x-1)(x^2+1)$

Donde el último factor tiene raíces complejas

Quedando **1 y -1** como las dos raíces racionales de $P(x)$

3. Usando el método de la matriz inversa, encuentre la solución del sistema de ecuaciones lineales

$$x - 2y = 0$$

$$x + z = 3$$

$$-y + 2z = -1$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad \rightarrow \quad AX = B \rightarrow A^{-1}AX = A^{-1}B \rightarrow X = A^{-1}B$$

$$|A| = 5, \quad \text{Cof}(A) = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 4 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad \text{Adj}(A) = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -2 \\ -2 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad A^{-1} = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 1 & 4 & -2 \\ -2 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$X = A^{-1}B \rightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 1 & 4 & -2 \\ -2 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14/5 \\ 7/5 \\ 1/5 \end{pmatrix} \quad x = \frac{14}{5}, \quad y = \frac{7}{5}, \quad z = \frac{1}{5}$$

4. Encuentre los valores propios de la matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

$$|B - \lambda I| = 0 \rightarrow \begin{vmatrix} 1-\lambda & 1 & 0 \\ 1 & -\lambda & 1 \\ 0 & -1 & 1-\lambda \end{vmatrix} = [(1-\lambda)(-\lambda)(1-\lambda)] - [(1-\lambda) - (1-\lambda)] = -\lambda(\lambda-1)^2 = 0$$

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= 0 \\ \lambda_2 &= 1 \\ \lambda_3 &= 1 \end{aligned}$$