PROFESOR ANTONIO HERRERA ESCUDERO
UNIVERSIDAD VERACRUZANA, MÉXICO

EXAMEN ORDINARIO (45 minutos) **ÁLGEBRA - IQ** **Jueves 6 de Noviembre de 2018** **No. de Lista: ______**

Nombre: ____

Matrícula: ________________ Firma: ______________________________ Fecha de Nacimiento: ____________

Nota: Cada problema vale 1.1 puntos, el valor total de examen es de 6.6 puntos, las tareas representan 3 puntos y la asistencia 1 punto. Se han puesto 0.6 puntos extra en este examen.

1. Sean $\propto = 4[cos(40°) + i\ sen(40°)]$, Obtenga las dos raíces cuadradas de α

   R. $\sqrt{\propto} = \begin{cases} \sqrt{4}\left[\cos\left(\frac{40°}{2}\right) + i\ sen\left(\frac{40°}{2}\right)\right] = 2[\cos(20°) + i\ sen(20°)] \\ 2\left[\cos\left(20° + \frac{360°}{2}\right) + i\ sen\left(20° + \frac{360°}{2}\right)\right] = 2[\cos(200°) + i\ sen(200°)] \end{cases}$

2. ***Usando el método de división sintética***, obtenga las raíces racionales de $P(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2$

   R. Posibles raíces racionales:
   $p = -2 \quad y \quad q = 1$, de lo cual $\frac{p}{q} = \pm 1, \pm 2$
   Usamos división sintética y teorema del residuo para probar las posibles raíces racionales

1	1	2	-1	-2
		1	3	2
-1	1	3	2	0
		-1	-2	
-2	1	2	0	
		-2		
	1	0		

De las divisiones sintéticas realizadas vemos que al probar con 1, -1 y -2, el residuo resulta cero, por lo cual
-1, -1 y -2
Son las tres raíces racionales de nuestro polinomio.

3. ***Usando el método del desarrollo por cofactores***, encuentre el determinante de $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

   R. Usando la primera columna:

   $|A| = A_{11}C_{11} + A_{21}C_{21} = 1(2) + 0(1) = 2$

4. ***Usando el método de eliminación de Gauss***, encuentre la solución del sistema de ecuaciones lineales
   $x - 2y = 0$
   $x + y = 3$

   R. Escribimos la matriz ampliada:

$$\left[\begin{array}{cc|c} 1 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 3 \end{array}\right] F_2 - F_1 \rightarrow \left[\begin{array}{cc|c} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 3 & 3 \end{array}\right] \frac{F_2}{3} \rightarrow \left[\begin{array}{cc|c} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{array}\right] F_1 + 2F_2 \rightarrow \left[\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{array}\right]$$

De donde: $x = 2$
$y = 1$

5. Encuentre la matriz inversa de $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

R. Usamos el método de Gauss:

$$\left[\begin{array}{cc|cc} 0 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \textit{ intercambiamos a } F_1 \textit{ con } F_2 \rightarrow \left[\begin{array}{cc|cc} -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{array}\right] \textit{ multiplicamos a } F_1 \textit{ por } -1$$

Obteniendo finalmente $B^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

6. Encuentre los valores propios de $c = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$

R. Obtenemos el polinomio característico:

$$|c - \lambda I| = \begin{vmatrix} 1-\lambda & 0 \\ 2 & -1-\lambda \end{vmatrix} = (1-\lambda)(-1-\lambda) = \lambda^2 - 1 = (\lambda - 1)(\lambda + 1)$$

Lo cual implica: $\begin{aligned} \lambda_1 &= 1 \\ \lambda_2 &= -1 \end{aligned}$