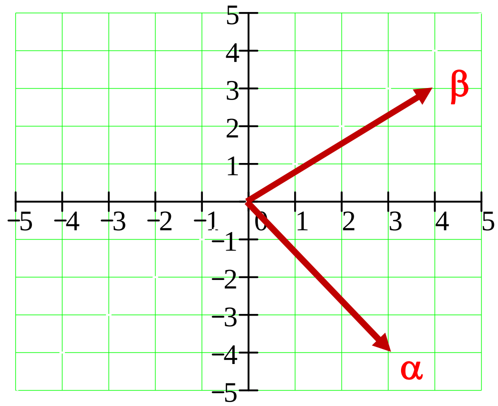
EXAMEN ORDINARIO (60 minutos) ÁLGEBRA - IQ Jueves 13 de Diciembre de 2018 No. de Lista: ____

Nombre: ____

Matrícula: __________________ Firma: ____________________________________ Fecha de Nacimiento: ______________

PREGUNTAS

1. (9 puntos) Grafique en el plano complejo que se muestra abajo, a los números $\alpha = 3 - 4i$ y $\beta = 4 + 3i$



2. (9 puntos) ¿Qué condición debe cumplir u polinomio $P(x)$ para que si una de sus raíces es compleja, su conjugada compleja también sea una raíz?
   R. Que sus coeficientes sean todos números reales

3. (9 puntos) ¿Qué quiere decir que un conjunto de ecuaciones lineales sea determinado y no homogéneo?
   R. Que solo tiene una solución y que el término independiente en todas sus ecuaciones es igual a cero

4. (9 puntos) Enuncie 5 tipos de matrices
   1. Cuadrada 2. Rectangular 3. nula 4. Identidad o Unidad 5. Diagonal 6. Idempotente 7. Triangular Superior 8. Simétrica 9. Antisimétrica 10. Escalar 11. Ortogonal 12. Normal 13. Fila 14. Columna 15. Triangular Inferior 16. Regular 17. Singular 18. Involutiva. 19. Escalonada

---

PROBLEMAS

No. de Lista: ______

1. (16 puntos) Sea $\alpha = 10[\cos(10°) + i\,\mathrm{sen}(10°)]$ y $\beta = 2[\cos(20°) + i\,\mathrm{sen}(20°)$, obtenga $\gamma = \frac{\alpha^5}{\beta}$.

$$\gamma = \frac{\alpha^5}{\beta} = \frac{10^5[cos(5x10°) + isen(5x10°)]}{2[cos(20°) + isen(20°)]} = \frac{10^5}{2}\frac{[cos(50°) + isen(50°)]}{2[cos(20°) + isen(20°)]} = 50000[cos(50° - 20°) + isen(50° - 20°)]$$

$$\gamma = \frac{\alpha^5}{\beta} == 50000[cos(30°) + isen(30°)]$$

2. (16 puntos) Encuentre, todas las raíces del polinomio $P(x) = x^4 + 3x^2 - 4$; ***para las raíces racionales use la división sintética y el teorema del residuo***.

Las posibles raíces racionales son: $\frac{p}{q} = \pm 1, \pm 2, \pm 4$

1	1	0	3	0	-4
		1	1	4	4
1	1	1	4	4	0
		1	2	8	12
	1	2	6	12	12

-1	1	1	4	4
		-1	0	-4
	1	0	4	0

De lo anterior y el teorema del residuo y del factor:
$P(x) = (x - 1)(x + 1)(x^2 + 4)$
Donde el último factor se puede escribir como
$(x^2 + 4) = (x^2 - (2i)^2) = (x - 2i)(x + 2i)$, de lo cual
$P(x) = (x - 1)(x + 1)(x - 2i)(x + 2i)$

Por lo tanto las 4 raíces buscadas son:

$x_1 = 1, \quad x_2 = -1, \quad x_3 = 2i, \quad x_4 = -2i$

3. (16 puntos) ***Usando el método de Cramer***, resuelva el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{aligned} a + b \quad &= 1 \\ b - 2c &= 0 \\ -a \quad + 3c &= -6 \end{aligned}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \\ -1 & 0 & 3 \end{vmatrix} = 5 \qquad \Delta_a = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \\ -6 & 0 & 3 \end{vmatrix} = 15 \qquad \Delta_b = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \\ -1 & -6 & 3 \end{vmatrix} = -10 \qquad \Delta_c = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -6 \end{vmatrix} = -5$$

De lo cual

$$a = \frac{\Delta_a}{\Delta} = 3 \qquad b = \frac{\Delta_b}{\Delta} = -2 \qquad c = \frac{\Delta_c}{\Delta} = -1$$

4. (16 puntos) Obtenga los valores propios $\lambda_1,\ \lambda_2\ y\ \lambda_3$ para la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Obtenemos el polinomio característico $|A - \lambda I| = 0$

$$\begin{vmatrix} 1-\lambda & 0 & 0 \\ -1 & 2-\lambda & 1 \\ 2 & 0 & -1-\lambda \end{vmatrix} = (1-\lambda)(2-\lambda)(-1-\lambda) = -(\lambda-1)(\lambda+1)(\lambda-2)$$

De lo cual, los valores propios son

$\lambda_1 = 1,\quad \lambda_2 = -1 \quad y \quad \lambda_3 = 2$