LA REPRESENTACIÓN MATRICIAL DE UNA TRANSFORMACIÓN LINEAL

Sea T: V → W una transformación lineal, donde V y W son espacios vectoriales. Sean $e_1 = (1, 0, 0, \ldots, 0)$, $e_2 = (0, 1, 0, 0, \ldots, 0)$, $e_3 = (0, 0, 1, 0, \ldots, 0)$, …, $e_n = (0, 0, 0, \ldots, 0, 1)$. Suponga que $\{e_1, e_2, e_3, \ldots, e_n\}$ es una base de V. Ahora, sea $T(e_1) = w_1$, $T(e_2) = w_2$, $T(e_3) = w_3$, …, $T(e_n) = w_n$. Llamamos a A_T la matriz cuyas columnas son $w_1, w_2, w_3, \ldots, w_n$. Entonces a la **matriz A_T se le llama la representación matricial de T.**

Ejemplos (para discusión):

1. … $$Sea\ T : R^3 \to R^3\ definida\ por\ T\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x - y + 3z \\ 4x - 2y + 6z \\ -6x + 3y - 9z \end{pmatrix}.\ Halla\ A_T.$$

2. … $$Sea\ T : R^3 \to R^4\ definida\ por\ T\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x - y \\ y + z \\ 2x - y - z \\ -x + y + 2z \end{pmatrix}.\ Halla\ A_T.$$

Ejercicios: Halla la representación matricial A_T y el rango de la transformación lineal dada:

$$1.\ T : R^2 \to R^3;\ T\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + y \\ x - y \\ 2x + 3y \end{pmatrix}$$

.

$$2.\ T : R^3 \to R^3;\ T\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x + 2y + z \\ 2x - 4y - 2z \\ -3x + 6y + 3z \end{pmatrix}$$

$$3.\ T : R^3 \to R^2;\ T\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x - y + z \\ -2x + 2y - 2z \end{pmatrix}$$

$$4.\ T : R^3 \to R^3;\ T\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x - y + 2z \\ 3x + y + 4z \\ 3x - y + 8z \end{pmatrix}$$

Respuestas:

$$1.\ A_T = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix};\ \rho(A) = 2$$

$$2.\ A_T = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 2 & -4 & -2 \\ -3 & 6 & 3 \end{pmatrix};\ \rho(A) = 1$$

$$3.\ A_T = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -2 & 2 & -2 \end{pmatrix};\ \rho(A) = 1$$

$$4.\ A_T = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 4 \\ 5 & -1 & 8 \end{pmatrix};\ \rho(A) = 2$$