

DETERMINANTES

PROFR. ANTONIO HERRERA ESCUDERO
UNIVERSIDAD VERACRUZANA

DEFINICIÓN DE DETERMINANTE

A cada matriz cuadrada A se le asigna un escalar particular denominado determinante de A, denotado por $|A|$ o por $\det(A)$.

DETERMINANTE DE ORDEN UNO

$$[a_{11}] = a_{11}$$

DETERMINANTE DE ORDEN DOS

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

DETERMINANTE DE ORDEN TRES

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = (a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32}) - (a_{13}a_{22}a_{31} + a_{11}a_{23}a_{32} + a_{12}a_{21}a_{33})$$

REGLA DE SARRUS

Los términos con signo + están formados por los elementos de la diagonal principal y los de las diagonales paralelas con su correspondiente vértice opuesto.

$$|A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

Los términos con signo - están formados por los elementos de la diagonal secundaria y los de las diagonales paralelas con su correspondiente vértice opuesto.

$$|A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

MENOR COMPLEMENTARIO

Se llama menor complementario de un elemento a_{ij} al valor del determinante de orden $n-1$ que se obtiene al suprimir en la matriz la fila i y la columna j .

ADJUNTO

Se llama adjunto del elemento a_{ij} al menor complementario anteponiendo:

- El signo es + si $i+j$ es par.
- El signo es - si $i+j$ es impar.

El valor de un determinante es igual a la suma de productos de los elementos de una línea por sus adjuntos correspondientes:

DETERMINANTE DE ORDEN SUPERIOR A TRES

Consiste en conseguir que una de las líneas del determinante esté formada por elementos nulos, menos uno: el elemento base o pivote, que valdrá 1 ó -1.

Seguiremos los siguientes pasos:

1. Si algún elemento del determinante vale la unidad, se elige una de las dos líneas: la fila o la columna, que contienen a dicho elemento (se debe escoger aquella que contenga el mayor número posible de elementos nulos).
2. En caso negativo:
 - a) Nos fijamos en una línea que contenga el mayor número posible de elementos nulos y operaremos para que uno de los elementos de esa línea sea un 1 ó -1 (operando con alguna línea paralela).
 - b) Dividiendo la línea por uno de sus elementos, por lo cual deberíamos multiplicar el determinante por dicho elemento para que su valor no varíe. Es decir sacamos factor común en una línea de uno de sus elementos.

3. Tomando como referencia el elemento base, operaremos de modo que todos los elementos de la fila o columna, donde se encuentre, sean ceros.
4. Tomamos el adjunto del elemento base, con lo que obtenemos un determinante de orden inferior en una unidad al original.

PROPIEDADES DE LOS DETERMINANTES

1. $|A^t| = |A|$
2. $|A| = 0$ Si:
 - c) Posee dos líneas iguales
 - d) Todos los elementos de una línea son nulos.
 - e) Los elementos de una línea son combinación lineal de las otras.
3. Un determinante triangular es igual al producto de los elementos de la diagonal principal..
4. Si en un determinante se cambian entre sí dos líneas paralelas su determinante cambia de signo.
5. Si a los elementos de una línea se le suman los elementos de otra paralela multiplicados previamente por un n° real el valor del determinante no varía.
6. Si se multiplica un determinante por un número real, queda multiplicado por dicho número cualquier línea, pero sólo una.
7. Si todos los elementos de una fila o columna están formados por dos sumandos, dicho determinante se descompone en la suma de dos determinantes.
8. $|A \cdot B| = |A| \cdot |B|$

MATRIZ INVERSA

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot (A^*)^t$$

RANGO DE UNA MATRIZ

El rango es el orden de la mayor submatriz cuadrada no nula.