ACTIVIDADES - ÁLGEBRA

ACTIVIDAD 1

En un mismo plano complejo represente gráficamente a los números $\alpha = 3 - 4i$, $\beta = -1 + i$ y $\gamma = 5[\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i \cdot sen\left(\frac{\pi}{4}\right)]$

ACTIVIDAD 2

Obtenga el módulo y el argumento de los números $\alpha = 3 - 4i$ y $\beta = -1 + i$

ACTIVIDAD 3

Exprese a los números $\alpha = 3 - 4i$, $\beta = -1 + i$ y $\gamma = 5[\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i \cdot sen\left(\frac{\pi}{4}\right)]$

a) En forma exponencial
b) En forma polar
c) En forma rectangular

ACTIVIDAD 4

Considere los números $\alpha = 3 - 4i$, $\beta = -1 + i$ y $\gamma = 5[\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i \cdot sen\left(\frac{\pi}{4}\right)]$ y realice:

a) $\alpha + \beta$
b) $\propto -\frac{1}{2}\gamma$

ACTIVIDAD 5

Considere los números $\alpha = 3 - 4i$, $\beta = -1 + i$ y $\gamma = 5[\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i \cdot sen\left(\frac{\pi}{4}\right)]$ y realice:

a) En forma rectangular $-3\gamma \cdot \alpha$
b) En forma polar $\beta \cdot \gamma$

ACTIVIDAD 6

Considere los números $\alpha = 3 - 4i$ y $\beta = -1 + i$

a) Obtenga el conjugado de cada uno de ellos
b) Usando el conjugado correspondiente obtenga el módulo de α y de β

ACTIVIDAD 7

Considere los números $\alpha = 3 - 4i$, $\beta = -1 + i$ y $\gamma = 5[\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i \cdot sen\left(\frac{\pi}{4}\right)]$ y realice:

a) En forma polar $\frac{\beta}{\gamma}$
b) En forma rectangular $\frac{\beta}{\gamma}$
c) En forma polar $\frac{\|\propto\|}{\beta}\gamma$
d) En forma rectangular $\frac{\|\propto\|}{\beta}\gamma$

ACTIVIDAD 8

Considere los números $\alpha = 3 - 4i$, $\beta = -1 + i$ y $\gamma = 5[\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i \cdot sen\left(\frac{\pi}{4}\right)]$, obtenga y grafique:

a) α^5

b) $\sqrt[5]{\frac{\beta}{\gamma}}$

c) $\sqrt{\propto}$

ACTIVIDAD 9

a) Encuentre el resultado de dividir el polinomio $P(x) = 2x^4 - x^3 - x^2 - x - 3$ entre $P(x) = x - 2$

b) Encuentre el resultado de dividir el polinomio $P(x) = x^3 - x$ entre $P(x) = x + 2$

c) Evalúe al polinomio $P(x) = 2x^4 - x^3 - x^2 - x - 3$ en $x = 2$ y luego compare con el residuo obtenido en el inciso a)

d) Evalúe al polinomio $P(x) = x^3 - x$ en $x = -2$ y luego compare con el residuo obtenido en el inciso b)

ACTIVIDAD 10

Considere al polinomio $P(x) = 2x^4 - x^3 - x^2 - x - 3$. Utilice la regla de los signos de Descartes para saber las posibles combinaciones del número de raíces reales positivas, reales negativas y complejas que puede tener. haga una tabla de dichas posibilidades

ACTIVIDAD 11

Escriba el conjunto de las posibles raíces racionales del polinomio $P(x) = -2x^4 - x^3 - x^2 - x - 4$

ACTIVIDAD 12

Mediante división sintética y con el resultado de la actividad anterior, obtenga las raíces racionales del polinomio $P(x) = 2x^4 - x^3 - x^2 - x - 3$

ACTIVIDAD 13

Sean $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 0 & -5 & 10 \\ 4 & -1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 12 \\ -8 & 0 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 0 & -4 \\ -3 & 7 \\ 12 & 1 \end{pmatrix}$, Obtenga:

a) El determinante de A

b) Las trazas de A, B y C

ACTIVIDAD 14

Sean $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 0 & -5 & 10 \\ 4 & -1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 12 \\ -8 & 0 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 0 & -4 \\ -3 & 7 \\ 12 & 1 \end{pmatrix}$, Obtenga:

a) $-\frac{1}{4}B$

b) AB

c) $-AB - 2C$

ACTIVIDAD 15

Sean $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 0 & -5 & 10 \\ 4 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ y $D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & -1 & 3 & 0 \\ 4 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ Obtenga:

a) El determinante de A

b) El determinante de D

ACTIVIDAD 16

Sean $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 0 & -5 & 10 \\ 4 & -1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 12 \\ -8 & 0 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 0 & -4 \\ -3 & 7 \\ 12 & 1 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & -1 & 3 & 0 \\ 4 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ Obtenga:

a) Las matrices transpuestas A', B' y C'
b) La Inversa A^{-1}

ACTIVIDAD 17

Siendo 2x+3y=5, -x+2z=1 y x-y+3z=-4, encuentre la solución utilizando el método de Cramer

ACTIVIDAD 18

Siendo u+v+r+s=5, 3u+2v-s=-2, -2u+4v-5r=3 y 6v-s=1, encuentre la solución mediante el método de eliminación de Gauss

ACTIVIDAD 19

Obtenga el Wronskiano para 2x+3y=0, -x+2z-5w=1, x-y-2w=-4 y 3z+4w=0

ACTIVIDAD 20

para el sistema de ecuaciones lineales 2x+3y=5, -x+2z+w=1, x-y+3z-2w=-4 y -y+3z+4w=0, encuentre la matriz reducida de Gauss

ACTIVIDAD 21

a) Determine si la Matriz A es singular o no:

$$A := \begin{pmatrix} 3 & 0 & -5 & 0 \\ 1 & -9 & 3 & -1 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 2 & -6 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

b) Encuentre la matriz reducida de Gauss para A y determine su rango

ACTIVIDAD 22

a) De entre los vectores siguientes: $\vec{m} = (2 \quad 0 \quad -2)$, $\vec{n} = (0 \quad -5 \quad 0)$, $\vec{o} = (-1 \quad 3 \quad 1)$, determine que parejas son ortogonales entre si
b) Se tiene al vector $\vec{A} = (2 \quad -1 \quad 2)$ en la base ortonormal: $\overrightarrow{e_1} = (1 \quad 0 \quad 0)$, $\overrightarrow{e_2} = (0 \quad 1 \quad 0)$ y $\overrightarrow{e_3} = (0 \quad 0 \quad 1)$, expréselo en la base: $\overrightarrow{u_1} = (1 \quad 1 \quad 0)$, $\overrightarrow{u_2} = (0 \quad 4 \quad 4)$ y $\overrightarrow{u_3} = (0 \quad -3 \quad 0)$

ACTIVIDAD 23

Mediante el procedimiento de Gram-Schmith ortonormalice a: $\overrightarrow{v_1} = (1 \quad 1 \quad 0)$, $\overrightarrow{v_2} = (0 \quad 4 \quad 4)$ y $\overrightarrow{v_3} = (0 \quad -3 \quad 0)$

ACTIVIDAD 24

Verifique cuales de las siguientes transformaciones son lineales:

a) T_1(r, s, t)=(3r+t, 5, s-4t, 0)
b) T_2(x,y,z,w)=(x+y, z-w)
c) T_3(a, b)= a+2b-ab

ACTIVIDAD 25

Construya 2 transformaciones T_1 y T_2, tales que:

a) La primera transformación T_1 sea lineal y envíe un vector de R^2 al espacio vectorial R^4 de tal suerte que la primera componente sea constante
b) La segunda transformación T_2 <u>no</u> sea lineal y nos envíe de R^3 a R^2

ACTIVIDAD 26

Encuentre la matriz para la transformación de todo vector expresado en la base ortonormal $\overrightarrow{e_1} = (1 \quad 0 \quad 0)$, $\overrightarrow{e_2} = (0 \quad 1 \quad 0)$ y $\overrightarrow{e_3} = (0 \quad 0 \quad 1)$ a la base $\overrightarrow{v_1} = (1 \quad 1 \quad 0)$, $\overrightarrow{v_2} = (0 \quad 4 \quad 4)$ y $\overrightarrow{v_3} = (0 \quad -3 \quad 0)$

ACTIVIDAD 27

Aplique las siguientes transformaciones a los vectores que se indican:

a) T_1(r, s, t)=(3r+t, 5, s-4t, 0), en (3, -1, 5)
b) T_2(x,y,z,w)=(x+y, z-w), en (-10, 0, ½, 100)
c) T_3(a, b)= a+2b-ab, (1/2, -4/5)

ACTIVIDAD 28

Encuentre la transformación lineal correspondiente a la matriz $M = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 0 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$

ACTIVIDAD 29

Obtenga los valores propios λ para la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ -2 & 5 & 4 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

ACTIVIDAD 30

Obtenga los vectores propios para la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ -2 & 5 & 4 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

ACTIVIDAD 31

Sea $T = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -2 \\ -3 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ una matriz invertible, realice la transformación de similaridad de $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ -2 & 5 & 4 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ usando la matriz T

ACTIVIDAD 32

Siendo $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ -2 & 5 & 4 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ y $T = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -2 \\ -3 & 0 & 5 \end{pmatrix}$, verifique que $B = T^{-1}AT$ y A tienen el mismo determinante, la misma traza, y los mismos valores y vectores propios

ACTIVIDAD 33

Mediante la transformación de similaridad adecuada diagonalice a la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ -2 & 5 & 4 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ y verifique que es igual a la matriz diagonal de los valores propios $L = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{pmatrix}$

ACTIVIDAD 34

Mediante la transformación de similaridad adecuada diagonalice a la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ y verifique que es igual a la matriz diagonal de los valores propios $L = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix}$