

Polinomios

Definición de polinomio

Un **polinomio** es una **expresión algebraica** compuesta de **dos o más monomios**.

Un **polinomio** es una **expresión algebraica** de la forma:

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_1 x^1 + a_0$$

Siendo $a_n, a_{n-1} \dots a_1, a_0$ números, llamados **coeficientes**.

a_0 es el **término independiente**.

Grado de un polinomio

El **grado** de un polinomio $P(x)$ es el **mayor exponente** al que se encuentra elevada la **variable x** .

Polinomio de grado cero

$$P(x) = 2$$

Polinomio de primer grado

$$P(x) = 3x + 2$$

Polinomio de segundo grado

$$P(x) = 2x^2 + 3x + 2$$

Polinomio de tercer grado

$$P(x) = x^3 - 2x^2 + 3x + 2$$

Polinomio de cuarto grado

$$P(x) = x^4 + x^3 - 2x^2 + 3x + 2$$

Clases de polinomios

Polinomio nulo

El **polinomio nulo** tiene todos sus **coeficientes nulos**.

Polinomio homogéneo

El **polinomio homogéneo** tiene todos sus **términos** o **monomios** con el **mismo grado**.

$$P(x) = 2x^2 + 3xy$$

Polinomio heterogéneo

Los **términos** de un **polinomio heterogéneo** son de **distinto grado**.

$$P(x) = 2x^3 + 3x^2 - 3$$

Polinomio completo

Un **polinomio completo** tiene **todos los términos** desde el término independiente hasta el término de mayor grado.

$$P(x) = 2x^3 + 3x^2 + 5x - 3$$

Polinomio ordenado

Un **polinomio** está **ordenado** si los **monomios** que lo forman están escritos de **mayor a menor grado**.

$$P(x) = 2x^3 + 5x - 3$$

Polinomios iguales

Dos polinomios son iguales si verifican:

1 Los dos polinomios tienen el **mismo grado**.

2 Los **coeficientes** de los términos del mismo grado son **iguales**.

$$P(x) = 2x^3 + 5x - 3$$

$$Q(x) = 5x - 3 + 2x^3$$

Polinomios semejantes

Dos polinomios son semejantes si verifican que tienen **la misma parte literal**.

$$P(x) = 2x^3 + 5x - 3$$

$$Q(x) = 5x^3 - 2x - 7$$

Tipos de polinomios según el número de términos

Monomio

Es un **polinomio** que consta de **un** sólo **monomio**.

$$P(x) = 2x^2$$

Binomio

Es un **polinomio** que consta de **dos monomios**.

$$P(x) = 2x^2 + 3x$$

Trinomio

Es un **polinomio** que consta de **tres monomios**.

$$P(x) = 2x^2 + 3x + 5$$

Valor numérico de un polinomio

Es el resultado que obtenemos al sustituir la variable x por un número cualquiera.

$$P(x) = 2x^3 + 5x - 3 ; x = 1$$

$$P(1) = 2 \cdot 1^3 + 5 \cdot 1 - 3 = 2 + 5 - 3 = 4$$

Ejercicios resueltos de polinomios

1 Di si las siguientes expresiones algebraicas son polinomios o no. En caso afirmativo, señala cuál es su grado y término independiente.

$$1 \quad x^4 - 3x^5 + 2x^2 + 5$$

Grado: 5, término independiente: 5.

$$2 \quad \sqrt{x} + 7x^2 + 2$$

No, porque la parte literal del primer monomio está dentro de una raíz.

$$3 \quad 1 - x^4$$

Grado: 4, término independiente: 1.

$$4 \quad \frac{2}{x^2} - x - 7$$

No, porque el exponente del primer monomio no es un número natural.

$$5 \quad x^3 + x^5 + x^2$$

Grado: 5, término independiente: 0.

$$6 \quad x - 2x^{-3} + 8$$

No, porque el exponente del 2º monomio no es un número natural.

$$7 \quad x^3 - x - \frac{7}{2}$$

Grado: 3, término independiente: $-7/2$.

2 Escribe:

1 Un polinomio ordenado sin término independiente.

$$3x^4 - 2x$$

2 Un polinomio no ordenado y completo.

$$3x - x^2 + 5 - 2x^3$$

3 Un polinomio completo sin término independiente.

Imposible

4 Un polinomio de grado 4, completo y con coeficientes impares.

$$x^4 - x^3 - x^2 + 3x + 5$$