

Ecuación de Riccati

De Wikipedia, la enciclopedia libre

Saltar a: [navegación](#), [búsqueda](#)

La **ecuación de Riccati** es una [ecuación diferencial ordinaria](#) desarrollada en el siglo XVIII por el matemático italiano [Jacopo Francesco Riccati](#), con el fin de analizar la [hidrodinámica](#).

Corresponde a una ecuación de la forma:

$$\frac{dy}{dx} + p(x)y + q(x)y^2 = f(x)$$

Esta ecuación se resuelve si previamente se conoce una solución particular, digamos $y_1(x)$.

Conocida dicha solución, se hace el cambio:

$$y(x) = z(x) + y_1(x)$$

y reemplazando, se obtiene:

$$\frac{dy}{dx} = -p(x)y - q(x)y^2 + f(x) = \frac{dz(x)}{dx} + \frac{dy_1}{dx}$$

es decir:

$$-p(x)y - q(x)y^2 + f(x) = \frac{dz}{dx} - p(x)y_1(x) - q(x)y_1(x)^2 + f(x)$$

$$\Rightarrow \frac{dz}{dx} = p(x)(y_1 - y) + q(x)(y_1^2 - y^2)$$

lo que equivale a:

$$\frac{dz}{dx} = -p(x)z - q(x)(z^2 + 2zy_1)$$

$$\Rightarrow \frac{dz}{dx} = -(p(x) + 2q(x)y_1(x))z - q(x)z^2$$

que corresponde a una [ecuación diferencial de Bernoulli](#).

Obsérvese que si se hace el cambio

$$y(x) = y_1(x) + \frac{1}{z(x)},$$

esto nos lleva directamente a una [ecuación lineal diferencial](#) de primer orden.