

ACTIVIDADES ED

ACTIVIDAD 1: (Mié-12-Feb-14)

Identifique y clasifique las siguientes ecuaciones diferenciales de acuerdo a los 5 criterios vistos en clase

- $yy' + 2y = 1 + x$
- $\frac{d^2y}{dx^2} + 9y = \text{Sen } y$
- $\frac{\partial y}{\partial x} - \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + (2y + x)^2 = 0$
- $3 \frac{\partial^4 v}{\partial t^4} + x^2 \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + (y - 1)^3 = \frac{x-2}{\text{Cos } x}$
- $3y''' + 2y'' - y' + 4y = xe^{-2x}$

ACTIVIDAD 2: (Vie-14-Feb-14)

1. Mediante el método de Isóclinas dibuje el campo de direcciones para la ecuación

- $\frac{dy}{dx} = y - x^2$
- $\frac{dy}{dx} = y - \text{Cos } x$

2. Verifique si $y = 3\text{Cos}(2t + \pi)$ es una solución de la ecuación diferencial $y'' + 4y = 0$

3. En cada una de las siguientes soluciones de diversas ecuaciones diferenciales, escriba si se trata de una solución implícita o explícita, en caso de que la solución sea implícita, cheque si se puede o no poner en forma explícita

- $y = 3 - 2x^2e^{-2x}$
- $x^2 + y^2 = \text{Cos}(xy)$
- $\text{Ln}|x| + yx^5 = 25$

ACTIVIDAD 3: (Mié-19-Feb-14)

- Resuelva, por separación de variables, la ecuación $4x^2y' - y = 2$, bajo la condición $y(2) = 4$
- Resuelva, por separación de variables, la ecuación $e^{-x}y' - y = -10$, bajo la condición $y(0) = 5$

ACTIVIDAD 4: (Vie-21-Feb-14)

1. para las siguientes ecuaciones diferenciales, determine si son o no homogéneas de algún grado

- $3(y^2x - x^2y)dx + y^3dy = 0$
- $(y - xy)y' = x^2$
- $(y - 2)y' - (x + 2) = 0$

2. Determine el grado de homogeneidad de la ecuación $y' = \frac{y^2 + 2xy}{x^2}$, luego resuélvala mediante algún cambio de variable

ACTIVIDAD 5: (Vie-21-Feb-14)

1. para las siguientes ecuaciones diferenciales, determine si son o no exactas

a) $2x + y^2 + 2xyy' = 0$

b) $(e^{-2y} - y \cos xy)dx + (2xe^{2y} - x \cos xy + 2y)dy = 0$

c) $(x \cos x - y \sin x)y' - (y \cos x + 2y) = 0$

2. Verifique que la ecuación diferencial $2xydx + (x^2 - 1)dy$ sea exacta, si es así, encuentre entonces su solución general

ACTIVIDAD 6: (Jue-27-Feb-14)

1. Convierta a la ecuación $(3xy + y^2) + (x^2 + xy)y' = 0$ en una ecuación diferencial exacta, mediante un factor integrante y luego resuélvala para la condición $y(0) = 1$

2. Convierta a la ecuación $ydx + (2xy - e^{-2y})dy = 0$ en una ecuación diferencial exacta y luego resuélvala para la condición $y(0)=0$

ACTIVIDAD 7: (Jue-13-Mar-14)

1. Resuelva la ecuación diferencial lineal de primer orden $xy' - 2x^2y = e^{-x}$

2. Resuelva la ecuación diferencial lineal de primer orden $e^{-2x}y' - 2x^2y = e^{-x}$

ACTIVIDAD 8: (Jue-13-Mar-14)

1. Resuelva la siguiente ecuación de Bernoulli $2y' + \frac{1}{x}y = x^2y^{-1}$

2. Resuelva la siguiente ecuación de Bernoulli $y' - 2xy = x^3y^{-5}$

ACTIVIDAD 9: (Vie-14-Mar-14)

En una mezcladora hay inicialmente 10 kg de cloruro de potasio disueltos en 220 lt de aceite, si se vierten 100 gramos de potasio por segundo a la mezcladora y salen 0.5 lt de la solución de aceite y cloruro de potasio

a) Calcule cuantos lt de la solución habrá al cabo de 1 minuto

b) calcule la cantidad de cloruro de potasio que habrá por cada litro de aceite al cabo de 2 minutos

ACTIVIDAD 10: (Mié-19-Mar-14)

En un cultivo bacteriano hay inicialmente 2×10^5 bacterias, si la población crece proporcionalmente al número N de bacterias presentes, obtenga

a) la ecuación diferencial que modela al crecimiento de la población bacteriana N(t)

b) tomando en cuenta que la población se duplicó en una hora, obtenga la solución de la ecuación diferencial

c) calcule el tiempo que tarda en cuadruplicarse la población

ACTIVIDAD 11: (Jue-20-Mar-14)

Determine, mediante las dos condiciones de linealidad si las siguientes funciones u operadores son o no lineales

a) $f(x) = xe^{-2x}$

b) El operador integral $\int dx$

c) $g(x) = x - 7x + 3x$

ACTIVIDAD 12: (Vie-21-Mar-14)

Resuelva las siguientes ecuaciones lineales homogéneas de coeficientes constantes

- a) $16y'''' - 8y'' + 4y' = 0$, para $y(0) = 1$, $y'(0) = 3$ y $y''(0) = 5$
 b) $y'' - 4y = 0$

ACTIVIDAD 13: (Vie-21-Mar-14)

Resuelva las siguientes ecuaciones lineales homogéneas de coeficientes constantes

- a) $y'''' - y'' + 4y - 4 = 0$
 b) $y^{iv} - 6y'''' + 12y'' - 8y' = 0$

ACTIVIDAD 14: (Mié-26-Mar-14)

Determine, mediante el Wronskiano, si las siguientes funciones son o no linealmente independientes

- a) $y_1 = \cos(x)$, $y_2 = e^{2x}\text{sen}(x)$, $y_3 = \text{sen}(x)$
 b) $y_1 = \cos(x)$, $y_2 = e^{2x}$, $y_3 = x^2$

ACTIVIDAD 15: (Jue-27-Mar-14)

Resuelva las siguientes ecuaciones lineales no homogéneas de coeficientes constantes

- a) $y'''' - y'' - y' + y = 2e^{-x} + 3$
 b) $y^{iv} + 2y'' + y' = 3 + \cos(2x)$

ACTIVIDAD 16: (Jue-27-Mar-14)

Resuelva las siguientes ecuaciones lineales no homogéneas de coeficientes constantes

- a) $y'''' - y' = xe^{-x} + 2\cos x$, para $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$, $y''(0) = 0$

ACTIVIDAD 17: (Jue-03-Mar-14)

Resuelva las siguientes ecuaciones lineales no homogéneas de coeficientes constantes, usando coeficientes indeterminados con el método del anulador

- a) $y'''' - y'' - y' + y = 2e^{-x} + 3$
 b) $y^{iv} + 2y'' + y' = 3 + \cos(2x)$

ACTIVIDAD 18: (Jue-03-Mar-14)

Resuelva las siguientes ecuaciones lineales no homogéneas de coeficientes constantes, usando coeficientes indeterminados con el método del anulador

- a) $y'''' - y' = xe^{-x} + 2\cos x$, para $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$, $y''(0) = 0$

ACTIVIDAD 19: (Jue-10-Abr-14)

Resuelva las siguientes ecuaciones lineales no homogéneas de coeficientes constantes, usando el método de variación de parámetros

- a) $y'' + y' = \sec x$
 b) $2y'''' - 6y'' = x^2$

ACTIVIDAD 20: (Jue-10-Abr-14)

Resuelva las siguientes ecuaciones lineales no homogéneas de coeficientes constantes, usando el método de variación de parámetros

a) $y'' + y = \cos^2 x$, para $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$

b) $y^{iv} - 4y'' = e^{-x}$, para $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$

ACTIVIDAD 21: (Vie-11-Abr-14)

Obtener la transformada de Laplace de:

a) $f(t) = e^{4t} \cos(3t)$

b) $f(t) = 2x^2 + 1$

c) $f(t) = x^2 \ln(x)$

ACTIVIDAD 22: (Mié-23-Abr-14)

Obtener la transformada inversa de Laplace de:

a) $F(s) = \frac{s^2}{s+4}$

b) $F(s) = \frac{2}{s^4}$

c) $F(s) = \frac{1}{s^2-3s+2}$

ACTIVIDAD 23: (Mié-23-Abr-14)

Aplique el primer teorema de traslación para obtener la transformada de Laplace de:

a) $f(t) = e^{4t} \cos(3t)$

b) $f(t) = e^{-5t} t^5$

ACTIVIDAD 24: (Mié-23-Abr-14)

Grafique las siguientes funciones:

a) $U(t - 2)$

b) $2 \cos(t) U(t + \pi)$

c) $g(t) = \begin{cases} 0 & t < 5 \\ -x^2 & t \geq 5 \end{cases}$

ACTIVIDAD 25: (Jue-24-Abr-14)

Aplique el segundo teorema de traslación y su forma alternativa para obtener la transformada de Laplace de:

a) $f(t) = (t - 3)^2 U(t - 3)$

b) $f(t) = \cos(t) U(t + \pi)$

ACTIVIDAD 26: (Vie-25-Abr-14)

Aplique el teorema sobre derivadas de la transformada de Laplace para obtener:

a) $\mathcal{L}\{t^2 \sinh(t)\}$

b) $\mathcal{L}\{t^3 e^{-2t}\}$

ACTIVIDAD 27: (Vie-25-Abr-14)

Aplique el teorema sobre la transformada de Laplace de la derivada de una función para obtener:

a) $\mathcal{L} \left[\frac{d^3}{dt^3} f(t) \right]$, con $f(t) = t \cos(2t)$, siendo $f(0) = 0$, $f'(0) = 1$, $f''(0) = 0$

ACTIVIDAD 28: (Vie-25-Abr-14)

Aplique el teorema sobre la transformada de Laplace de una convolución para obtener:

a) $\mathcal{L} \left\{ \int_0^t e^{t-\tau} \cos(\tau) d\tau \right\}$

b) $\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{(s-3)(s+2)} \right\}$

ACTIVIDAD 29: (Mié-30-Abr-14)

Aplique el teorema sobre la transformada de Laplace de una integral para obtener:

a) $\mathcal{L} \left\{ \int_0^t e^{4\tau} \cosh(\tau) d\tau \right\}$

b) $\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{s(s^2+4)} \right\}$

ACTIVIDAD 30: (Mié-30-Abr-14)

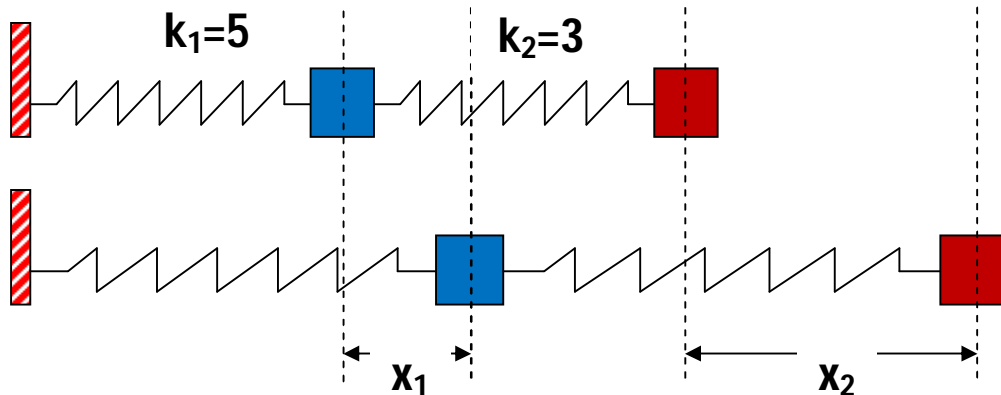
Usando la transformada de Laplace resuelva:

a) $y'' - 2y = \cos(2t)$, para $y(0) = 1$, y $y'(0) = 0$

b) $y''' - 9y' + y = t^2$, con $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$ y $y''(0) = -1$

ACTIVIDAD 31: (Mié-07-May-14)

Se tiene un sistema de dos resortes horizontales acoplados, como se muestra en la figura:



a) Obtenga el sistema de ecuaciones diferenciales que modelan al sistema

b) Considerando $x_1(0) = 1$, $x_1'(0) = 0$, $x_2(0) = 2$ y $x_2'(0) = 0$, y mediante el método de la transformada de Laplace, resuelva el sistema de ecuaciones obtenido

ACTIVIDAD 32: (Jue-08-May-14)

Usando la transformada de Laplace de la delta de Dirac y el primer teorema de traslación resuelva:

a) $y'' - 2y = e^{-2t} \delta(t - 1)$, para $y(0) = 1$, y $y'(0) = 0$

ACTIVIDAD 33: (Jue-08-May-14)

Usando la el método de operadores resuelva el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & x'' - 4y' = 0 \\ & x'' + x' + y'' = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad & x'' - 4x + y = e^{-t} \\ & y'' + 2x = 4e^{-2t} \end{aligned}$$

ACTIVIDAD 34: (Mié-14-May-14)

Represente en forma matricial al sistema de ecuaciones diferenciales lineales siguiente:

$$x' = 3x - 2y - 2t^2$$

$$y' = -4y + z$$

$$z' = x + y - 5z + t$$

ACTIVIDAD 35: (Mié-21-May-14)

Considere al sistema de ecuaciones diferenciales lineales homogéneas siguiente:

$$x' = x + 3y$$

$$y' = 5x + 3y$$

a) Representélo en forma matricial

b) si $\mathbf{X}_1 = \begin{pmatrix} e^{-2t} \\ -e^{-2t} \end{pmatrix}$ y $\mathbf{X}_2 = \begin{pmatrix} 3e^{6t} \\ 5e^{6t} \end{pmatrix}$ son dos vectores solución del sistema anterior,

Escriba el Wronskiano y resuélvalo, con ello determine si el conjunto de los dos vectores solución son un conjunto fundamental de soluciones, es decir, determine si \mathbf{X}_1 y \mathbf{X}_2 son o no linealmente independientes

c) Usando el principio de superposición construya un tercer vector solución a partir de \mathbf{X}_1 y \mathbf{X}_2

ACTIVIDAD 36: (Jue-22-May-14)

Considere al sistema de ecuaciones diferenciales lineales homogéneas siguiente:

$$x' = x + 4y$$

$$y' = x + y$$

a) Representélo en forma matricial

b) Encuentre los valores propios y los vectores propios correspondientes

c) Escriba la solución general para el sistema

ACTIVIDAD 37: (Vie-23-May-14)

Considere al sistema de ecuaciones diferenciales lineales homogéneas siguiente:

$$x' = -x$$

$$y' = 3y + 2z$$

$$z' = -x - z$$

a) Representélo en forma matricial

b) Encuentre los valores propios

c) Obtenga las soluciones X_1 , X_2 y X_3 del conjunto fundamental

d) Escriba la solución general del sistema

ACTIVIDAD 38: (Vie-23-May-14)

Considere al sistema de ecuaciones diferenciales lineales homogéneas siguiente:

$$x' = 2x + y$$

$$y' = -2x$$

- Representéelo en forma matricial
- Encuentre los valores y vectores propios
- Escriba la solución general del sistema

ACTIVIDAD 39: (Mié-28-May-14)

Considere al sistema de ecuaciones diferenciales lineales no homogéneas siguiente:

$$x' = x + 4y + e^{-t}$$

$$y' = x + y - e^{2t}$$

- Representéelo en forma matricial
- Encuentre el conjunto fundamental de soluciones
- Mediante variación de parámetros, encuentre una solución particular
- Escriba la solución general

ACTIVIDAD 40: (Jue-29-May-14)

Se tiene el conjunto de funciones $\{\text{Sen}(x) \quad \text{Sen}(2x)\}$

- Determine si es ortogonal
- Encuentre la norma cuadrada de cada una de las funciones