PROGRAMA DE MATEMÁTICAS DISCRETAS

Primer Cuatrimestre

Contenido Temático

1. **Conjuntos Relaciones y Funciones**
   1.1. Definiciones Básicas.
   1.2. Simetría, Reflexividad, Transitividad, Relaciones de Equivalencia.
   1.3. Funciones, Funciones Inyectivas, Funciones Suprayectivas, Funciones Biyectivas.

2. **Inducción y Recursión**

3. **Cálculo Proposicional**
   3.1. Definiciones Básicas
   3.2. Tablas de Verdad
   3.3. Formas Normales
   3.4. Sistema Axiomático
   3.5. Circuitos Digitales
   3.6. Tablas Semánticas
   3.7. Resolución

4. **Teoría de Grafos**
   4.1. Definiciones Básicas
   4.2. Representación
   4.3. Algoritmos Básicos
   4.4. Caminos Eulerianos
   4.5. Caminos Hamiltonianos

5. **Temas Avanzados**

BIBLIOGRAFÍA

1. **The Essence of Discrete Mathematics.**
   Neville Dean.
   Prentice Hall, 1997.
   Se encuentra en las bibliotecas de: Economía e Inteligencia Artificial

2. **The Essence of Logic.**
   John Kelly.
   Prentice Hall, 1997.

3. **Elements of Discrete Mathematics.**
   C.L.Liu

4. **Logic for Mathematicians.**
   A.G. Hamilton.
   Cambridge University Press, 1988.
   Se encuentra en las bibliotecas de: USBI-Xalapa e Inteligencia Artificial.

5. **A Mathematical Introduction to Logic.**
   H.B. Enderton
   Academic Press, 1972.
   Se encuentra en las bibliotecas de: USBI-Xalapa.

6. **Introduction to the Theory of Computation. Second Edition.**
   Michael Sipser.
   Thomson, Course Technology.

7. **Estructuras de Matemáticas Discretas para la Computación**
   Bernard Kolman, Robert C. Busby.
   Prentice Hall, 1932.
   Se encuentra en las bibliotecas de: USBI-Xalapa, Contabilidad y Economía.

8. **Discrete Mathematics for New Technology**
   R. Garnier and J. Taylor.
   Institute of Physics Publishing Bristol and Philadelphia.
   Se encuentra en las bibliotecas de: Inteligencia Artificial.

9. **Discrete Mathematics and Its Applications, Fourth Edition.**
   Kenneth H. Rosen.
   McGraw-Hill, 1995.
   Se encuentra en las bibliotecas de: Economía.

EVALUACIÓN

Tareas:	**40%**
Examen:	**30%**
Proyecto Final:	**30%**

TAREAS

Programación 1: Cada autómata finito no determinista (AFND) tiene un autómata finito determinista (AFD) equivalente. Considerando que sea N = (Q, Σ, δ, q0, F) un AFND que reconoce un lenguaje A; donde Q es un conjunto finito de estados, Σ es un alfabeto finito, δ es la función de transición definida como: δ: Q x $\Sigma\varepsilon \rightarrow$ P(Q) donde P(Q) es el conjunto de todos los subconjuntos de Q (conjunto potencia) y $\Sigma\varepsilon$ es $\Sigma \cup \{\varepsilon\}$ (donde ε representa a la cadena vacía), q0 $\in$ Q es el estado inicial y F $\subseteq$ Q es el conjunto de estados de aceptación, se puede construir un AFD M = (Q', Σ, δ', q_0', F') que reconozca el lenguaje A. Considerando el teorema anterior, escribir un programa de computo que convierta un AFND a un AFD equivalente.

Programación 2: El objetivo del acertijo propuesto por Hofstadter es producir la cadena MU (de ahí su nombre de Acertijo MU) dentro de un sistema formal conocido como sistema MIU, el nombre del sistema se toma de hecho de que solo emplea tres letras del alfabeto: M, I, U. Esto significaque las cadenas del sistema MIU estarán formadas exclusivamente por esas tres letras. Para comenzar, el sistema MIU parte de una cadena inicial, la cadena MI, es decir, MI es el único axioma del sistema en cuestión.

Las cadenas que sean producidas deberán conseguirse aplicando las reglas que se mencionan a continuación:

- **Regla 1:** Si se tiene una cadena cuya última letra sea I, se le puede agregar una U al final. Dicho en otras palabras, si xI es un teorema, también lo es xIU. En este caso x representa cualquier cadena arbitraria.
- **Regla 2:** Supongamos que se tiene Mx. En tal caso puede agregar Mxx a la colección.
  Por ejemplo:
  Si se tiene MIU se puede obtener MIUIU
  Si se tiene MUM se puede obtener MUMUM
  Si se tiene MU se puede obtener MUU
- **Regla 3:** Si en una de las cadenas de la colección aparece la secuencia III puede elaborarse una nueva cadena sustituyendo III por U. Por ejemplo:
  Si se tiene la cadena UMIIIMU se puede elaborar UMUMU
  Si se tiene la cadena MIIII se puede elaborar MUI o también MIU.
  Si se tiene la cadena UMIIIMU se puede elaborar UMUMU.

Dado IIMII la aplicación de esta regla no permite ninguna transformación. (Las tres III deben ser consecutivas). Si se tiene MIII se puede elaborar MU.
Bajo ninguna circunstancia se podrá emplear la regla en sentido contrario (las reglasson unidireccionales) como en el ejemplo siguiente:
Dado MU obtener MII (esto es un error).
• **Regla 4:** Si aparece UU en el interior de una de las cadenas está permitida su eliminación.
Dado UUU se puede obtener U
Dado MUUUIII se puede obtener MUIII.

EXERCISES

1. Which of the following statements are true?
   (a) $7 \in \{0,1,2\}$
   (b) $0 \in \{0,1,2\}$
   (c) $\{0\} \in \{0,1,2\}$
   (d) $\varnothing \in \{0,1,2\}$
   (e) $\{0\} \in \{\{0,1,2\}\}$
   (f) $\{0\} \in \{\{0\},\{1\},\{2\}\}$

2. Which of the following statements are true?
   (a) $\{0\} \subseteq \{0,1,2\}$
   (b) $\{0,1,2\} \subseteq \{0,1,2\}$
   (c) $\{2,1\} \subseteq \{0,1,2\}$
   (d) $\{\ \} \subseteq \{0,1,2\}$
   (e) $\{0\} \subseteq \{0,1,2\}$
   (f) $\{0,1,2\} \subseteq \{0,1,2\}$
   (g) $\{2,1\} \subseteq \{0,1,2\}$
   (h) $\varnothing \subseteq \{0,1,2\}$
   (i) $\{1,2\} \subseteq \{\{0,1,2\}\}$
   (j) $\{2\} \subseteq \{\{0\},\{1\},\{2\}\}$
   (k) $\{0,1,2\} = \{0,1,2\}$
   (l) $\{0,1,2,2\} = \{0,1,2\}$
   (m) $\{0,1,2,0\} = \{2,1,0,1\}$
   (n) $\{0,1\} = \{0,1,2,0,1\}$
   (o) $\{\{0\},\{1\},\{2\}\} = \{\{0,1,2\}\}$
   (p) $\{\{0,1,2\},\{0\}\} = \{\{0,1,2\}\}$

3. Evaluate each of the following:
   (a) $\#\{8,12,34\}$
   (b) $\#\{8,12,34,12\}$
   (c) $\#\{\{8,12,34\}\}$
   (d) $\#\{\{8\},\{12\},\{34\}\}$
   (e) $\#\{\{8,12,34\},\{8\},\{12\},\{34\}\}$

4. Evaluate each of the following:
   (a) $P\,\{9\}$
   (b) $PP\,\{9\}$
   (c) $P\,\{3,5\}$
   (d) $P\,\{3,5,3\}$

5. Evaluate each of the following:
   (a) $\{9,5\} \cup \{5,3\}$
   (b) $\{9,5,2,6\} \cup \{1,3,4\}$
   (c) $\{9,2\} \cup \{2,9\}$

(d) $\{\{9\},\{2\}\} \cup \{\{9\},\{1\}\}$
(e) $\{9, \{2\}\} \cup \{\{9\},1\}$
(f) $\{ (\{9,3\} \cup \{3,4,5\}) \cup \{1,2,3\}\}$
(g) $\{9,3\} \cup (\{3,4,5\} \cup \{1,2,3\})$

6. Evaluate each of the following:
   (a) $\{9,5\} \cap \{5,3\}$
   (b) $\{9,5,2,6\} \cap \{1,3,4\}$
   (c) $\{9,2\} \cap \{2,9\}$
   (d) $\{\{9\},\{2\}\} \cap \{\{9\},\{1\}\}$
   (e) $9,\{2\}\} \cap \{\{9\},1\}$
   (f) $(\{9,3\} \cap \{3,4,5\}) \cap \{1,2,3\}$
   (g) $\{9,3\} \cap (\{3,4,5\} \cap \{1,2,3\})$
   comment on these last two answers

7. Evaluate each of the following:
   (a) $\{9,5\} \setminus \{5,3\}$
   (b) $\{9,5,2,6\} \setminus \{1,3,4\}$
   (c) $\{9,2\} \setminus \{2,9\}$
   (d) $\{\{9\},\{2\}\} \setminus \{\{9\},\{1\}\}$
   (e) $\{9,\{2\}\} \setminus \{\{9\},1\}$
   (f) $(\{9,3\} \setminus \{3,4,5\}) \setminus \{1,2,3\}$
   (g) $\{9,3\} \setminus (\{3,4,5\} \setminus \{1,2,3\})$
   Comment on these last two answers.

8. Evaluate each of the following:
   (a) $\{9,5\}$ X $\{5,3\}$
   (b) $\{9,2\}$ X $\{2,9\}$
   (c) $\{\{9\},\{2\}\}$ X $\{\{9\},\{1\}\}$
   (d) $\{9,\{2\}\}$ X $\{\{9\},1\}$
   (e) $(\{9,3\}$ X $\{3\})$ X $\{1,2\}$
   (f) $\{9,3\}$ X $(\{3\}$ X $\{1,2\})$
   Are the last two results the same?

9. Evaluate each of the following:
   (a) # $P\{3,5\}$
   (b) $\#(\{9,5\} \cup \{5,3\})$
   (c) $\#(\{9,5\} \cap \{5,3\})$
   (d) $\#(\{9,5\} \setminus \{5,3\})$
   (e) $\#(\{9,5\}$ X $\{5,3\})$

10. Verify by taking suitable examples that if X and Y are sets then:
    (a) $\#(X \times Y) = \#X * \#Y$
    (b) $\#PX = 2^{\#x}$
    (c) $\#(X \cup Y) = \#X + \#Y - \#(X \cap Y)$

(d) $\#(X \setminus Y) = \#X - \#(X \cap Y)$

You may find it helpful to use small sets of no more than four elements. Note also that your results simply verify the properties listed and do not constitute mathematical proofs. In particular, care would need to be taken when deciding whether the results are applicable to infinite sets.

11. Evaluate each of the following and note which expressions give the same values.
   (a) $(\{9,3\} \cup \{3\}) \cap \{1,2,9\}$
   (b) $\{9,3\} \cup (\{3\} \cap \{1,2,9\})$
   (c) $(\{9,3\} \cap \{1,2,9\}) \cup (\{9,3\} \cap \{1,2,9\})$
   (d) $(\{9,3\} \cup \{3\}) \cap (\{9,3\} \cup \{1,2,9\})$
   (e) $P(\{9,3\} \cup \{1\})$
   (f) $P(\{9,3\}) \cup P(\{1\})$
   (g) $P(\{9,3\} \cap \{3\})$
   (h) $P(\{9,3\}) \cap P(\{3\})$
   (i) $P(\{9,3\} \text{ X } \{1\})$
   (j) $P(\{9,3\}) \text{ X } P(\{1\})$

   Why has it been necessary to use brackets in these questions?

12. Suppose $E=\{-2,-1,0\}$ and $F=\{1,2\}$.

(a) Evaluate:

   i. $\#(E \times F)$
   ii. $\#(F \times E)$
   iii. $\#(F \times (E \cup F))$
   iv. $\#(F \times (E \times F))$
   v. $\#(PF)$
   vi. $\#(PE)$
   vii. $\#(P(E) \times P(F))$
   viii. $\#(P(E\text{x}F))$
   ix. $\#((PF) \times (P(E \cup F)))$

   Rewrite the expressions in this question but with as many brackets taken out as possible without causing ambiguity.

(b) Which of the following statements are true?

   i. $2 \in E$
   ii. $E \in F$
   iii. $E \subset F$
   iv. $E \subseteq F$
   v. $\varnothing \subseteq E$
   vi. $E \subseteq E$
   vii. $E \subseteq PE$
   viii. $E \in PE$
   ix. $\varnothing \subseteq PE$
   x. $\varnothing \in PE$
   xi. $\#\varnothing \in E$