COEFICIENTE DE ERROR TÍPICO

Pablo Tadeo Cruz*

I. INTRODUCCIÓN

A partir de la media y desviación típica de una muestra extraída en forma aleatoria de una población con distribución de probabilidad normal, se puede estimar el promedio general, agregando un error de estimación, que delimita el intervalo de confianza donde se encuentra la verdadera media de la población. En este documento, se describe el proceso que se sigue para realizar dicha estimación.

II. COEFICIENTE DE ERROR TÍPICO

Al error de estimación mencionado con anterioridad, se le representa como:

$$d = z_{(1 - \alpha/2)} * s_{\mu} \quad (1)$$

En donde:

d = Error de estimación para estimar la media de la población.

s_{μ} = Error típico de distribución muestral de medias.

$z_{(1 - \alpha/2)}$ = Coeficiente tipificado de distribución de probabilidad de Gauss.

El intervalo de confianza para la estimación de la media de poblaciones infinitas con distribución normal, se puede calcular considerando el error de estimación (1), de la siguiente forma:

$$\mu_n + d = \mu \quad (2)$$

$$\mu_n + [z_{(1 - \alpha/2)} * s_{\mu}] = \mu$$

En donde:

μ_n = Media de la muestra.

μ = Media de la población.

La media de cualquier tamaño de muestra guarda una relación con el error típico que sirve de base para estimar el intervalo de confianza para la media de la población (2):

* Licenciado en Economía. Egresado del Instituto Politécnico Nacional y Profesor en la Facultad de Ingeniería en Sistemas de Producción Agropecuaria de la Universidad Veracruzana. México.

(3) $$s_{\mu} = s/\sqrt{n}$$

$$\mu_n + [z_{(1 - \alpha/2)} * (s/\sqrt{n})] = \mu$$

En donde:

s = Desviación típica de la muestra

n = Tamaño de la muestra

La relación del error típico (3) con la media de la muestra, se representa por un coeficiente que se identifica como:

$$s_{\mu} = u * \mu_n$$

$$u = s_{\mu}/\mu_n$$

(4) $$u = (s/\sqrt{n})/\mu_n$$

En donde:

u = Coeficiente de error típico para toda muestra, que resulta de una estimación de media poblacional por intervalo de confianza.

Si se extraen muestras en forma aleatoria, con tamaño distinto, de una población determinada; en la medida en que el tamaño de la muestra crece, disminuye el coeficiente de error típico (4) correspondiente a cada una de ellas.

Se tomaron cinco muestras de diferente peso en gramos con piedras de un jardín de una población finita de 400, de tamaño: n = 31, n = 35, n = 39, n = 104 y n = 140. De los datos recopilados y analizados, resultó que el coeficiente de error típico varía inversamente proporcional al tamaño de n (Tabla 1 y Gráfica 1 y 2) y el coeficiente del error de estimación, ***w*** = $[z_{(1 - \alpha/2)} * (s/\sqrt{n})]/\mu_n$, varía directamente proporcional a la variación del coeficiente de error típico. El coeficiente de error de estimación de los datos analizados corresponde a una escala de u, para $[z_{(1 - 0.05/2)}]$ y n > 30:

n	31	35	39	104	140
u	0.0511	0.0500	0.0481	0.0252	0.0204
w	0.1001	0.0981	0.0942	0.0494	0.0401

Conociendo el valor del coeficiente de error típico (4), de una muestra tomada al azar de una población infinita, se puede identificar la proporción que guarda el error típico respecto a su media, mediante un procedimiento de cálculo para el intervalo de confianza donde se encuentra la media de la población. El coeficiente de error típico (4) debe ser menor o igual a 0.025, para que el tamaño de la muestra sea representativo respecto a los elementos de la población y su variación sea menor al considerar los parámetros de la muestra, como los más confiables. Para tal efecto, se puede utilizar una escala de ***u*** para la precisión del error de estimación de toda media poblacional.

Donde resulta w_1 para toda $z_{(1-0.05/2)}$ y w_2 para toda $z_{(1-0.01/2)}$:

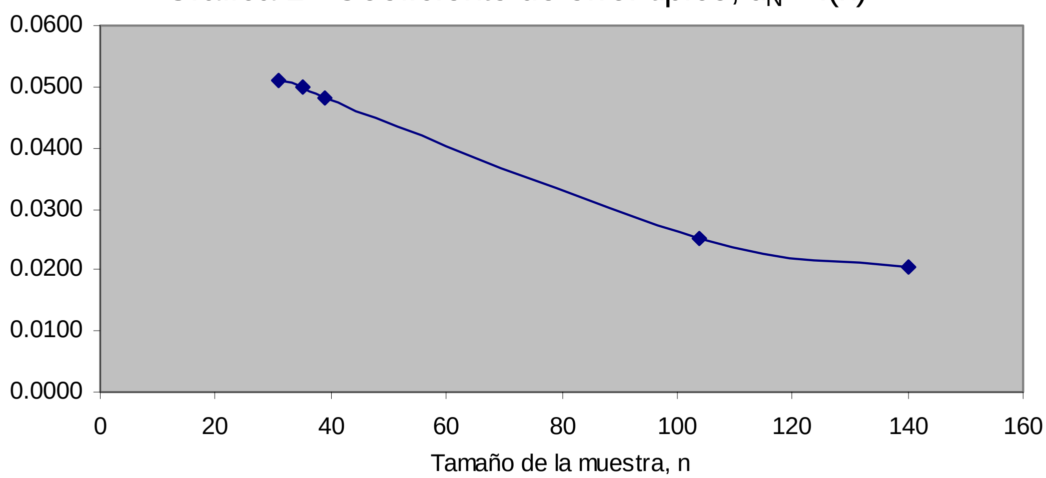
u	0.0250	0.0225	0.0200	0.0175	0.0150	0.0125	0.0100	0.0075	0.0050	0.0025
w_1	0.0490	0.0441	0.0392	0.0343	0.0294	0.0245	0.0196	0.0147	0.0098	0.0049
w_2	0.0644	0.0580	0.0515	0.0451	0.0386	0.0322	0.0258	0.0193	0.0129	0.0064

Tabla 1.- Resultados estadísticos de muestras de tamaño (n) de peso en gramos, de piedras de un jardín.

n	μ_n	s	$s_{\mu N}$	u_N	$d_{(1-0.05/2)}$	$d_{(1-0.05/2)}/\mu_n$
31	29.3548	8.6790	1.4991	0.0511	2.9381	0.1001
35	29.0286	8.9841	1.4524	0.0500	2.8467	0.0981
39	28.7692	9.0821	1.3833	0.0481	2.7113	0.0942
104	28.6058	8.5433	0.7216	0.0252	1.4142	0.0494
140	28.3000	8.4800	0.5785	0.0204	1.1339	0.0401

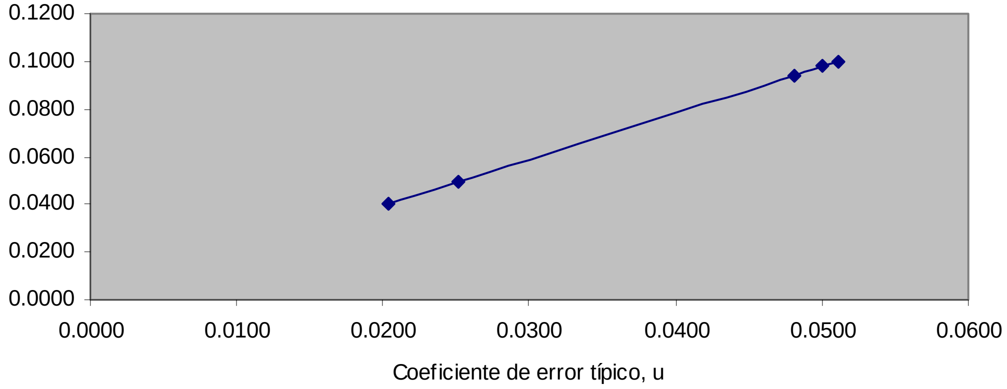
Fuente: Estudio realizado en laboratorios de la Facultad de Ingeniería en Sistemas de Producción Agropecuaria (FISPA) de la Universidad Veracruzana.

Gráfica 1.- Coeficiente de error típico, $u_N = f(n)$



Fuente: Estudio realizado en laboratorios de la FISPA de la Universidad Veracruzana.

Gráfica 2.- Coeficiente de error de estimación, $d_{(1 - 0.05/2)}/\mu_n$



Fuente: Estudio realizado en laboratorios de la FISPA de la Universidad Veracruzana.

Considerando el coeficiente de error típico (4) como variable independiente y al tamaño de la muestra como dependiente, suponiendo que la media y desviación típica permanecen constantes, se puede calcular el tamaño de la muestra para todo ***u*** <= 0.025, de una población infinita:

(5) $$\mathbf{n = s^2/(u^*\mu_n)^2}$$

Cuando la muestra (5) se toma de una población finita, la fórmula se resuelve aplicando la corrección para poblaciones finitas, [(N - n) / (N - 1)], (Freund, John E. 1994):

(6) $$\mathbf{n = (N^*s^2)/[[(u^*\mu_n)^2{}^*(N - 1)] + s^2]}$$

En donde:

N = Tamaño de la población

Si el tamaño de la muestra se calcula utilizando proporciones de una población finita, para toda ***p*** >= 0.5 y ***q*** < 0.5, se puede utilizar:

(7) $$\mathbf{u = \sqrt{[q/(n^*p)]}}$$

(8) $$\mathbf{n = q/(u^2{}^*p)}$$

En donde:

p = Probabilidad de ocurrencia de un evento,

q = Probabilidad de no ocurrencia del evento.

Cuándo ***q*** > 0.5 y ***p*** < 0.5, se puede aplicar:

(9) $$\mathbf{u = \sqrt{[p/(n*q)]}}$$

(10) $$\mathbf{n = p/(u^2*q)}$$

Para poblaciones finitas, cuando ***p*** >= 0.5 y ***q*** < 0.5; se aplica la corrección y queda el procedimiento de cálculo de la siguiente manera:

(11) $$\mathbf{n = (Npq)/[[(up)^2*(N - 1)] + pq]}$$

Si ***q*** > 0.5 y ***p*** < 0.5, el cálculo de la muestra es el siguiente:

(12) $$\mathbf{n = (Npq)/[[(uq)^2*(N - 1)] + pq]}$$

Ejemplos:

1) Se desea saber de que tamaño debe ser la muestra (5) tomada al azar de una población infinita, para diferentes proporciones de coeficiente de error típico respecto a su media; considerando que de una muestra piloto de n = 31 resultaron los siguientes datos: μ_n = 29.3548, s = 8.6790 y u = 0.0532.

Utilizando (5):

$$\mathbf{n = s^2/(u*\mu_n)^2}$$

Tenemos:

u	0.0250	0.0225	0.0200	0.0175	0.0150	0.0125	0.0100	0.0075	0.0050	0.0025
n	140	173	219	285	389	559	874	1554	3497	13986

2) Suponiendo que la muestra del problema 1, se toma de una población finita de N = 400, para la misma escala de u, tenemos (6):

Utilizando (6):

$$\mathbf{n = (N*s^2)/[[(u*\mu_n)^2*(N - 1)] + s^2]}$$

Tenemos:

u	0.0250	0.0225	0.0200	0.0175	0.0150	0.0125	0.0100	0.0075	0.0050	0.0025
n	104	121	142	167	197	233	275	318	359	389

3) Se tomó una muestra piloto de una población infinita de n = 226 y se detectó que 80% de las familias consumen tomate fresco a la semana. De los datos se pueden calcular los diferentes valores de ***n*** (8) para la escala de ***u*** con ***p*** > 0.5:

Utilizando (10):

$$\mathbf{n = q/(u^2*p)}$$

Tenemos:

u	0.0250	0.0225	0.0200	0.0175	0.0150	0.0125	0.0100	0.0075	0.0050	0.0025
n	400	494	625	816	1111	1600	2500	4444	10000	40000

4) Suponiendo que la muestra del problema 3 se toma de una población finita de tamaño N = 1200 familias, Tenemos para la escala de u con p > 0.5:

Utilizando (11):

$$\mathbf{n = (Npq)/[[(up)^2*(N - 1)] + pq]}$$

Tenemos:

u	0.0250	0.0225	0.0200	0.0175	0.0150	0.0125	0.0100	0.0075	0.0050	0.0025
n	300	350	411	486	577	686	811	945	1072	1165

5) Una muestra piloto de una población de 5000 familias, dio como resultado que el 48% de ellas, consumen pan integral. Con los datos se puede calcular los diferentes tamaños de ***n*** para una escala de ***u*** con ***q*** > 0.5:

Utilizando (12):

$$\mathbf{n = (Npq)/[[(uq)^2*(N - 1)] + pq]}$$

Tenemos:

u	0.0250	0.0225	0.0200	0.0175	0.0150	0.0125	0.0100	0.0075	0.0050	0.0025
n	666	797	968	1193	1496	1903	2449	3153	3967	4694

Referencias bibliográficas:

1. Freund, John E. (1994*) Estadística matemática con aplicaciones*. Prentice-Hall. México.
2. Hildebrand, David K y Lyman Ott, R. (1998) *Estadística aplicada a la administración y a la economía*. Addison Wesley Longman. México.
3. Jay L. Devore. (1998) *Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias. International Thomson* Editores. México.
4. Scheaffer, Richard L (1996) *Elementos de muestreo*. Grupo Editorial Iberoamericano. México.
5. Webster Allen. (1996) *Estadística aplicada a las empresas y a la Economía.* McGraw Hill. México.