



---

---

**PROBLEMARIO  
DE  
ÁLGEBRA  
Y  
TRIGONOMETRÍA.**

FACULTAD DE MATEMATICAS  
UNIVERSIDAD VERACRUZANA

2011

Xalapa, Ver. México



1. Demostrar, justificando cada paso, que: Si  $a < b$  y  $b < c$  entonces  $a < c$
2. Simplificar las siguientes expresiones considerando que los paréntesis, barras, corchetes y llaves son símbolos de agrupación:

$$a) \left( \frac{m+2n-\{3m-\overline{2m+n}-(2n-[m-4n])\}}{m+2n-(4m-n+[3m-2n]-\{2n-2m\})} \right) + 1$$

$$b) (((8x^6y^9)^{1/3})^{1/4})^{1/2}$$

$$c) \sqrt[3]{\frac{-125x^{-6}y}{8y^{-7}}} + \left( \frac{7x^{10}y}{y^{-12}} \right)^{\frac{1}{5}}$$

3. Demostrar que la suma de cualquier número negativo con su valor absoluto es igual a cero.
4. Si  $A = 0.15151515\dots$  entonces  $100A = 15.151515\dots$  por lo que

$$\begin{aligned} 100A - A &= 15 \\ A &= \frac{15}{99} = \frac{5}{33} \end{aligned}$$

Así todos los decimales periódicos son números racionales y todos los racionales tienen representaciones periódicas. Convertir en fracción los siguientes decimales:

$$a) 0.092919\dots$$

$$b) 1.454545\dots$$

$$c) 0.285714285714\dots$$

5. Contestar falso o verdadero según corresponda.

$$a) \frac{2x}{4x^2+xy} = \frac{1}{2x} + \frac{2}{y}$$

$$b) \sqrt[3]{\sqrt[4]{x}} = \sqrt[7]{x}$$

$$c) \frac{x^2y+3xy}{xy-y} = \frac{x(x+3)}{x-1}$$

$$d) |x| - |y| \leq |x - y|$$

$$e) \frac{(6x^5yz)^2}{2x^3z} = 3x^7y^2z$$

6. Demostrar que

$$\frac{\left(x + \frac{1}{y}\right)^m \left(x - \frac{1}{y}\right)^n}{\left(y + \frac{1}{x}\right)^m \left(y - \frac{1}{x}\right)^n} = \left(\frac{x}{y}\right)^{m+n}$$

7. En los siguientes ejercicios despejar  $x$

a)  $\log_2(x - 1) = 3$

b)  $\log_6 x = \log_6 5 - 1$

c)  $3^{x+4} = e^{5x}$

d)  $\log_{10}(x + 1) \cdot \log_{10}(x + 1)^2 = 8$

e)  $\log_{10}(1 - x) \cdot \log_{10}(1 - x)^{-2} + 8 = 0$

8. Si se sabe que  $\log_6 2 = a$  y  $\log_6 5 = b$  calcular  $\log_2 3 + \log_{36} 5$

9. Demostrar que  $\log_{ac} b = \frac{1}{\log_b(ac)}$

10. Si  $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ , demostrar

a)  $\left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}$

b)  $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}$

11. Encontrar el cociente  $Q(x)$  y el residuo  $R(x)$  si se divide  $s(x) = 5x^5 - 2x^4 + 3x - 1$  entre  $P(x) = 2x^2 - 1$ .

12. Para qué valores de  $a$  y  $b$  el polinomio  $F(x)$  se divide entre  $P(x)$ , si:

$$F(x) = x^4 - 3x^3 + bx^2 + ax + b \quad \text{y} \quad P(x) = (x - 1)(x + 1)$$

13. En una división el dividendo es  $x^5 + 2x^4 - x^3 + 2x^2 - x + 2$ , el cociente es  $x^2 + 2x - 2$  y el residuo es  $3x^2 + 7x - 4$ . Hallar el divisor.

14. Ejecute las operaciones indicadas y simplifique.

a)  $\frac{(a-1)a-2}{(a-2)a+1} * \frac{(a-2)a-3}{(a-3)a-4} \div \frac{a+1}{a-1}$

b)  $\frac{2r}{r^2-s^2} - \frac{4rs}{(r+s)^2(r-s) - \frac{r-s}{(r+s)^2}}$

15. Simplificar la expresión

$$\frac{1}{x^2 + 2x + 1} - \frac{1}{x^2 - 1} + \frac{x + 1}{3x^2 - 5x + 2} + \frac{x - 1}{6x^2 + 5x - 6}$$

16. Resuelva las siguientes ecuaciones:

a)  $\frac{1}{c^2-c-2} - \frac{3}{c^2-2c-3} = \frac{1}{c^2-5c+6}$

$$b) \frac{2}{2x-1} + \frac{3}{3x+1} = \frac{5}{6x^2-x-1}$$

17. Resolver la ecuación

$$\frac{5}{x-1} + \frac{5}{x+2} = \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x-3}$$

18. La señora Martínez entró en una tienda a comprar ropa para sus hijos y gastó exactamente la mitad del dinero que llevaba. Al salir descubrió que tenía tantos centavos como pesos había tenido al entrar y tantos pesos como la mitad de los centavos que había tenido; ¿cuánto dinero tenía al entrar?

19. Un agricultor se ve en la necesidad de cercar  $10000m^2$  de su propiedad, dicha propiedad es rectangular y colinda con un río, por lo cual no necesita cercar dicho lado. Encontrar las dimensiones del terreno cercado si él dispone de  $300m$  de cerca y desea que el terreno cercado sea rectangular.

20. Descomponer la fracción dada en sus fracciones parciales simples y comprobar el resultado:

$$\frac{2x^4 - 4x^2 - x + 2}{(x^2 - x)^2}$$

21. Descomponer en fracciones parciales

$$\frac{6x^3 - 26x^2 + 42x - 24}{(x^2 - 3x + 2)(x^2 - 3x + 4)}$$

22. Resolver por Regla de Cramer

$$\begin{aligned} x + 2y - z &= 2 \\ 3x + y - w &= 6 \\ x + y &= -3 \\ 4x - 3y - z - 2w &= -8 \end{aligned}$$

23. Resolver el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x - y + z = 2 \\ x + y - z = 3 \end{cases}$$

24. Sabiendo que  $\cos 72^\circ = \frac{1}{1+\sqrt{5}}$ , encontrar el valor exacto de  $\cos 18^\circ$ .

25. Demostrar las siguientes identidades

a)

$$\cot(x + y) = \frac{\cot x \cot y - 1}{\cot x + \cot y}$$

b)

$$\cot^2 \frac{x}{2} - 2 \cot \frac{x}{2} \cot x - 1 = 0$$

26. Considerando la ecuación

$$(2\operatorname{sen}\theta + \sqrt{3})(2\operatorname{sen}\theta - 3) = 0$$

a) Determinar todos los valores de  $\theta$  que satisfacen la ecuación.

b) Determinar el valor de  $\theta$  que satisface la ecuación en el intervalo  $(\frac{3\pi}{2}, 2\pi)$ .

27. Encontrar las 5 raíces complejas en la expresión

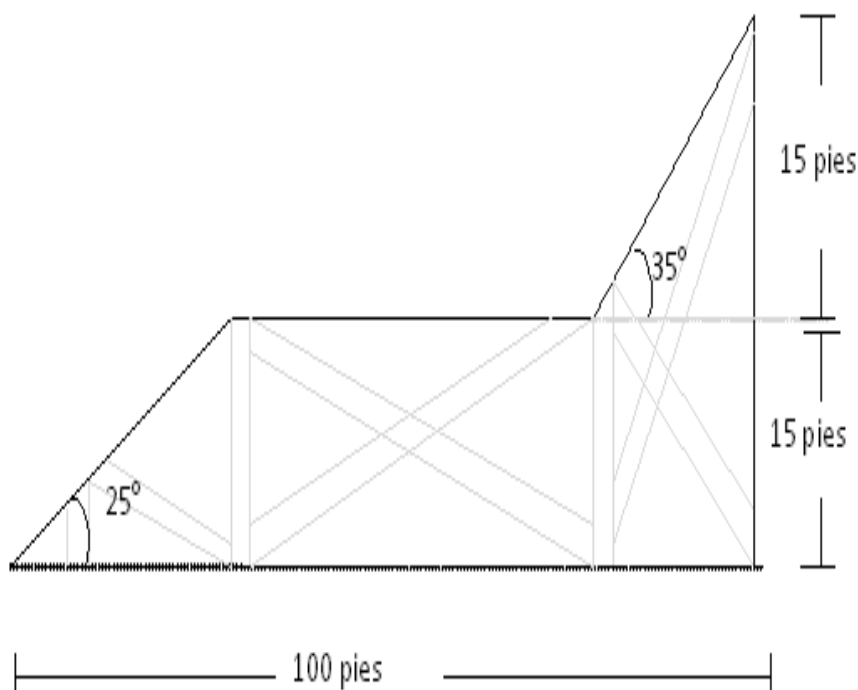
$$z^5 + i = 0$$

28. Encontrar las cuatro raíces cuartas en la siguiente expresión

$$\left[ \frac{(1 - i)^{20}}{1 + i} \right]^{1/4}$$

29. Un buque sale del puerto a la 1 : 00P.M. y navega en dirección  $N34^\circ O$  a una velocidad de  $24mi/h$ . Otro buque sale del puerto a la 1 : 30P.M. y navega en dirección  $N56^\circ E$  a  $18mi/h$ . ¿Aproximadamente qué distancia hay entre las dos embarcaciones a las 3 : 00P.M.? ¿Cuál es la posición del primer barco respecto al segundo (redondeado a grados)?.

30. En la figura se muestra uno de los planos del diseño de un tobogán de agua. Calcule la longitud total del tobogán (aproximar al pie más cercano).



31. Hallar el valor de exacto de  $\tan(-5\pi/4)$  SIN usar calculadora, explicar detalladamente el procedimiento .
32. En un día despejado con  $D$  horas de claridad, se sabe, a partir de estudios empíricos, que la intensidad (equivalente) de la luz solar  $I$  (en  $\text{cal}/\text{cm}^3$ ) se puede describir adecuadamente mediante  $I = I_M \sin^2(\pi t/D)$  para  $0 \leq t \leq D$ , en donde  $t = 0$  corresponde al amanecer e  $I_M$  es la intensidad máxima. Aproximadamente, ¿A qué hora se tiene que  $I = I_M/2$ ?
33. Para encontrar la distancia entre dos puntos A y B, un topógrafo elige un punto C que está a 375 yardas de A y a 530 yardas de B. Si  $\angle BAC$  mide  $49^\circ 30'$ , aproximar la distancia entre A y B.