

# Facultad de Física



## Métodos Numéricos

**Dr. Antonio Marín Hernández**

Centro de Investigación en Inteligencia Artificial  
Universidad Veracruzana  
Sebastián Camacho # 5  
Xalapa, Veracruz

## Temario

- Unidad 1: Manejo de errores e incertidumbre en la computadora
  - Sistemas numéricos
  - Almacenamiento de datos en la computadora
  - Errores e Incertidumbre
  - Algoritmos y estabilidad

## Unidad 1: Manejo de errores e incertidumbre en la computadora

### **Sistemas numéricos**

- Sistema decimal
  - Sistema de numeración posicional
- Sistema duodecimal
- Sistema babilónico base 60
- Sistemas no posicionales:
  - Maya, Romano, Egipcio
- Sistemas octal, hexadecimal y binario

## Unidad 1: Manejo de errores e incertidumbre en la computadora

- Sistema binario
  - 1 y 0
- Hacer robusto el computo
- Voltajes entre 0 y 5 volts
- Presencia o ausencia de voltaje
- $2^n$

## Unidad 1: Manejo de errores e incertidumbre en la computadora

- Unidad de medida en la computadora
- Bit
  - acrónimo de **B**inary **d**igit (dígito binario)
  - Se especifica por “b”
- Un bit por lo tanto puede tomar valores:
  - 0 ó 1
- Byte
  - Unidad de información equivale a 8 bits
  - Se especifica por “B”

## Unidad 1: Manejo de errores e incertidumbre en la computadora

- Un b no es un B
- No es lo mismo Mb que MB
  - El primero es más utilizado en las redes de comunicación
- ¿porqué  $1B = 8 b$ ?
  - Tarea

## Unidad 1: Manejo de errores e incertidumbre en la computadora

- Unidades mas comunes

– kilobyte	kB	$10^3 = 1000$
– Megabyte	MB	$10^6 = 1\ 000\ 000$
– Gigabyte	GB	$10^9 = 1\ 000\ 000\ 000$
– Terabyte	TB	$10^{12} = 1\ 000\ 000\ 000\ 000$

## Unidad 1: Manejo de errores e incertidumbre en la computadora

– Byte	B	$2^0 = 1$
– Kibibyte	KiB	$2^{10} = 1024$
– Mebibyte	MiB	$2^{20} = 1\ 048\ 576$
– Gibibyte	GiB	$2^{30} = 1\ 073\ 741\ 824$
– Tebibyte	TiB	$2^{40} = 1\ 099\ 511\ 627\ 776$
– Pebibyte	PiB	$2^{50} = 1\ 125\ 899\ 906\ 842\ 624$
– Exbibyte	EiB	$2^{60} = 1\ 152\ 921\ 504\ 606\ 846\ 976$
– Zebibyte	ZiB	$2^{70} = 1\ 180\ 591\ 620\ 717\ 411\ 303\ 424$
– Yobibyte	YiB	$2^{80} = 1\ 208\ 925\ 819\ 614\ 629\ 174\ 706\ 176$

## Unidad 1: Manejo de errores e incertidumbre en la computadora

- Ejemplo:
  - 1 0 0 1 1 0 1 0
- ¿qué número decimal representa?
- Compuerta lógica
  - No hay posibilidad de representar el punto

## Unidad 1: Manejo de errores e incertidumbre en la computadora

- Bits más y menos significativos
  - | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 |
- | 128 | 64 | 32 | 16 | 8 | 4 | 2 | 1 |
- El bit más significativo es el que tiene la posición con mayor valor en este caso la posición 7
- El bit menos significativo es el que tiene el menor valor en este caso 0

## Unidad 1: Manejo de errores e incertidumbre en la computadora

- **Little endian y Big endian**
  - Orden que las máquinas asignan a los bytes
- Una máquina *little endian* asigna los bytes menos significativos en el extremo más bajo de la memoria,
- Una máquina *big endian* asigna los bytes menos significativos en el extremo más alto.

## Unidad 1: Manejo de errores e incertidumbre en la computadora

- En las computadoras cada byte se identifica con su posición en la memoria (dirección).
- Los bytes también deben estar ordenados de menor a mayor, indicando la posición del byte menos significativo y del byte más significativo

## Unidad 1: Manejo de errores e incertidumbre en la computadora

- Los bytes se ordenan diferente de cada arquitectura
- Arquitecturas tipo “Intel” el byte situado en la dirección más baja de la memoria es el menos significativo, *little endian*
- Arquitecturas tipo RISC o Motorola el byte más significativo esta en la posición más baja (*big endian*).

## Unidad 1: Manejo de errores e incertidumbre en la computadora

- Ventajas y desventajas
- Little Endian
  - Representación natural
  - Byte más significativo nos da una idea de la magnitud de la cantidad
- Big Endian
  - Recorrido inverso, operaciones más sencillas

## Unidad 1: Manejo de errores e incertidumbre en la computadora

- Arquitecturas
  - 4, 8, 16, 32 y 64 bits
- Tamaño de palabra
- Computadoras personales
  - 2, 4 y 8 bytes
- GPU's
  - Procesamiento en paralelo
  - Dimensión 4
  - 4 floats

## Unidad 1: Manejo de errores e incertidumbre en la computadora

- Representación de datos en una computadora
- Los datos se almacenan en un número entero de bytes
- Relación estrecha con el tamaño de palabra

## Unidad 1: Manejo de errores e incertidumbre en la computadora

- Representación de números enteros

|128 | 64 | 32 | 16 | 8 | 4 | 2 | 1 |

0 0 0 0 0 0 0 0 = 0

0 0 0 0 0 0 0 1 = 1

1 0 0 0 0 0 0 0 = 128

1 0 0 0 0 0 0 1 = 129

1 1 1 1 1 1 1 1 = 255

¿y el signo?

## Unidad 1: Manejo de errores e incertidumbre en la computadora

- Representación de reales
- Similar a la representación científica
- Límitada precisión
- Se dividen los bits en base y un exponente cada uno con su signo

|128 | 64 | 32 | 16 | 8 | 4 | 2 | 1 |

s f f f f s e e

## Unidad 1: Manejo de errores e incertidumbre en la computadora

- Ejemplo: 55.66
- Notación científica =  $5.566 \times 10^1$
- $0.5566 \times 10^2$  o  $0.05566 \times 10^3$
- Se puede normalizar:
- $123.4567 = 1.234567 \times 10^2$
- Binario
- $1010.1011B = 1.0101011 \times 2^3$

## Unidad 1: Manejo de errores e incertidumbre en la computadora

- IEEE-754 64-bit Double-Precision Floating-Point Numbers
- 64 bits = 8 Bytes

1 bit, 11 bits                      , 52 bits (1, 51)  
 s        E                                      F (s)

## Unidad 1: Manejo de errores e incertidumbre en la computadora

Nombre	Descripción	Tamaño bytes	Rango
char	Character or small integer.	1 byte	signed: -128 to 127 unsigned: 0 to 255
short int (short)	Short Integer.	2bytes	signed: -32768 to 32767 unsigned: 0 to 65535
int	Integer.	4bytes	signed: -2147483648 to 2147483647 unsigned: 0 to 4294967295
long int (long)	Long integer.	4bytes	signed: -2147483648 to 2147483647 unsigned: 0 to 4294967295

## Unidad 1: Manejo de errores e incertidumbre en la computadora

Nombre	Descripción	Tamaño bytes	Rango
bool	Boolean value. It can take one of two values: true or false.	1 byte	true or false
float	Floating point number.	4bytes	+/- 3.4e +/- 38 (~7 digits)
double	Double precision floating point number.	8bytes	+/- 1.7e +/- 308 (~15 digits)
long double	Long double precision floating point number.	8bytes (10-12)	+/- 1.7e +/- 308 (~15 digits)

## Unidad 1: Manejo de errores e incertidumbre en la computadora

- Los números enteros son exactos
- Las operaciones con números enteros son exactas
- Problemas de *overflow* y *underflow*
- Desperdicio de datos

## Unidad 1: Manejo de errores e incertidumbre en la computadora

- Los números reales son aproximados
- Las operaciones con números reales son precisas hasta cierto valor
- Problemas de *overflow* y *underflow*
- Problema mas común: no considerar la precisión de los datos

## Unidad 1: Manejo de errores e incertidumbre en la computadora

Ejemplo:

- Resolver la siguiente ecuación con una precisión de 5 cifras decimales.

$$x^2 + 23456x + 7 = 0$$

- Sus soluciones son:
  - $x_1 = -23455.999701568893$
  - $x_2 = 0.00029843110860383604$

## Unidad 1: Manejo de errores e incertidumbre en la computadora

La solución esta dada por:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

## Unidad 1: Manejo de errores e incertidumbre en la computadora

Resolviendo:

$$x_1 = \frac{-23456 - \sqrt{23456^2 - 4 \cdot 1 \cdot 7}}{2 \cdot 1}$$

$$x_2 = \frac{-23456 + \sqrt{23456^2 - 4 \cdot 1 \cdot 7}}{2 \cdot 1}$$

## Unidad 1: Manejo de errores e incertidumbre en la computadora

Resolviendo:

$$x_1 = \frac{-23456 - \sqrt{550,183,936 - 28}}{2}$$

Sin embargo debido a la precisión se tiene:

$$x_1 = \frac{-23456 - \sqrt{550,180,000 - 28}}{2}$$

y:

$$x_1 = \frac{-23456 - \sqrt{550,180,000}}{2}$$

## Unidad 1: Manejo de errores e incertidumbre en la computadora

Entonces:

$$x_1 = \frac{-23456 - 23455.916}{2}$$

y:

$$x_1 = \frac{-23456 - 23455}{2} = -\frac{46911}{2} = -23455.5$$

## Unidad 1: Manejo de errores e incertidumbre en la computadora

Resolviendo para  $x_2$ :

$$x_2 = \frac{-23456 + \sqrt{550,180,000 - 28}}{2}$$

$$x_2 = \frac{-23456 + \sqrt{550,180,000}}{2}$$

## Unidad 1: Manejo de errores e incertidumbre en la computadora

Entonces:

$$x_2 = \frac{-23456 + 23455.916}{2}$$

Pero:

$$x_2 = \frac{-23456 + 23455}{2} = -\frac{1}{2} = -0.5$$

## Unidad 1: Manejo de errores e incertidumbre en la computadora

Soluciones:

$$x_1 = -23455$$

$$x_2 = -0.5$$

$$-x_1 = -23455.999701568893$$

$$-x_2 = 0.00029843110860383604$$

## Unidad 1: Manejo de errores e incertidumbre en la computadora

¿cómo resolver el problema?

Utilizar los conjugados

$$x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \cdot \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}$$

$$x = \frac{b^2 - (b^2 - 4ac)}{2a \cdot (-b - \sqrt{b^2 - 4ac})} = \frac{-4ac}{2a \cdot (-b - \sqrt{b^2 - 4ac})}$$

## Unidad 1: Manejo de errores e incertidumbre en la computadora

Quedando:

$$x = \frac{-2c}{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}$$

Evitando así la resta de números similares

## Unidad 1: Manejo de errores e incertidumbre en la computadora

Problemas adicionales:

- Suma de números muy diferentes
- Resta de números similares
- División por números muy pequeños

## Unidad 1: Manejo de errores e incertidumbre en la computadora

# ¿Preguntas?

[anmarin@uv.mx](mailto:anmarin@uv.mx)