ANÁLISIS COMPARATIVO E IMPLEMENTACIÓN DE CONTORNOS ACTIVOS

A. Marín Hernández.
Facultad de Física e Inteligencia Artificial
Universidad Veracruzana
Sebastián Camacho No. 5, Xalapa, Veracruz
Tel (28) 17-29-57 Fax (28) 17-28-55
email: amarin@mia.uv.mx

H. V. Ríos Figueroa
Laboratorio Nacional de Informática Avanzada, A. C.
Rebsamen 80, Xalapa, Veracruz
Tel (28) 18-13-02 Fax (28) 18-15-08
email: hrios@xalapa.lania.mx

Resumen.

Después de la aparición de la Visión Activa y los primeros algoritmos para la detección y seguimiento de contornos deformables o activos, han surgido múltiples ideas en cuanto a implementación, restricciones y variantes para determinado tipo de casos.

Lo que ha hecho que este tipo de técnica tenga múltiples y variadas formas de aplicarse a un problema en específico.

Una de las ideas de este articulo es la de revisar los trabajos mas citados sobre el tema, analizar los casos y características de cada uno de ellos y así proponer cual sería el mejor tipo de contorno activo para cierto tipo de problemas.

La otra es la de experimentar con algunas de estas implementaciones y checar los resultados, así como recomendar aplicaciones donde puedan ser empleadas estas.

Palabras clave: Modelos de contornos activos, B-Splines, snakes, multiescalas.

Introducción.

El término Visión Activa ha sido utilizado para describir sistemas que están enfocados a realizar

interacciones entre la parte del procesamiento y el sensado de imágenes, es decir entre observador y sensor, por ejemplo: una persona para determinar la trayectoria o forma de un objeto, ajusta mediante compresiones o descompresiones el cristalino de manera que le dé un mejor enfoque o de ser necesario girará los ojos y hasta la cabeza para determinar con mayor precisión su ubicación y dependiendo de cual sea su prioridad hará una u otra tarea con mayor o menor exactitud.

La idea de Visión Activa es complementaria a las teorías anteriormente sugeridas [12], las cuales proponen que un sistema visual debe reconstruir tridimensionalmente una escena para poder reconocer un objeto, estimar su movimiento o realizar alguna acción.

Cuando un objeto se dirige rápidamente hacia una persona, esta no se preocupa por identificar todos los demás objetos en su campo visual, sino que se enfoca en determinar la trayectoria del objeto que se aproxima y de ser necesario el tiempo de choque, restando importancia a la forma de dicho objeto.

1. Modelación del contorno.

Los contornos activos o snakes fueron inicialmente propuestos por Kass et al. [10] y son una herramienta basada en la minimización de la energía de un contorno en términos de restricciones internas y externas, basándose principalmente en elastodinámica y fuerzas aplicadas.

Este modelo de contorno es de gran utilidad pues a partir de este se puede atacar tanto segmentación y reconocimiento de objetos en una imagen, como el seguimiento de estos en secuencias de imágenes.

Podemos examinar las diferentes propuestas para la modelación de contornos activos a lo largo de las siguientes dimensiones:

- Formulación de la energía (interna y externa).
- Representación del contorno.
- Mecanismo de propagación del contorno (espacial y temporal).

1.1 Formulación de la energía.

Podemos considerar la energía del contorno dividida en dos partes: una que toma en cuenta las restricciones internas y otra las externas, de manera que la energía total queda dada por:

$$E(\mathbf{v}) = E_i(\mathbf{v}) + E_e(\mathbf{v}) \ , \qquad (1)$$

en donde E_i es la energía interna y E_e es la externa, ambas calculadas sobre el contorno $\mathbf{v}$.

La energía interna queda dada por:

$$E_i(\mathbf{v}) = \int_0^1 \omega_1(s)\left|\mathbf{v}_s\right|^2 + \omega_2(s)\left|\mathbf{v}_{ss}\right|^2 ds \ , \qquad (2)$$

en donde los subíndices de **v** denotan diferenciación.

En esta ecuación la primera y segunda derivada del contorno representan la tensión y rigidez respectivamente, las cuales están pesadas por las funciones ω_1 y ω_2.

El segundo término en (1) es la energía externa, la cual atrae al contorno hacia ciertas características en la imagen y está definido por:

$$E_e(\mathbf{v}) = \int_0^1 P(\mathbf{v}(s))ds \ , \qquad (3)$$

en donde $P(x, y)$ es una función potencial escalar definida en el plano de la imagen la cual es calculada normalmente a través de procesamiento de imágenes.

Generalmente se interpretan los mínimos locales de P como atractores del sistema, los cuales pueden tener diferentes afinidades, como por ejemplo si $P(x, y) = \pm c[G_\sigma * I(x, y)]$, entonces el contorno es atraído hacia las zonas brillantes u obscuras dependiendo del signo o hacia los bordes de la imagen si $P(x, y) = -c|\nabla[G_\sigma * I(x, y)]|$, en ambos casos c controla la magnitud del potencial y $G_\sigma * I$ representa la convolución de la imagen con un filtro Gaussiano en donde σ caracteriza el ancho de la extensión espacial de la depresión atractiva.

A partir del desarrollo obtenido hasta este momento se puede determinar un mínimo de energía a partir de varios métodos como los mencionados más adelante, sin embargo algunos autores consideran necesaria la introducción del factor tiempo.

Para introducir este factor en el desarrollo anterior, es necesario representar el contorno mediante $\mathbf{v}(s, t)$, en donde para cada t_i existe un contorno $\mathbf{v}(s, t_i)$ dentro de la secuencia de imágenes a estudiar.

Es necesario atribuir cierta distribución de masa a lo largo del contorno, con lo cual este conservará una memoria con respecto a la velocidad y por lo tanto se moverá de manera continua. El término correspondiente es el siguiente:

$$T(\mathbf{v}) = \int_0^1 \rho(s)\left|\mathbf{v}_t\right|^2 ds \ , \qquad (4)$$

que no es mas que la energía cinética del contorno, en donde $\mathbf{v}_t$ es la velocidad del contorno y $\rho(s)$ es la densidad de masa.

Es necesario añadir un factor de amortiguamiento de manera que el contorno no

entre en un estado oscilatorio. Esto se logra añadiendo a (4) la función de disipación de Rayleigh dada por:

$$D(\mathbf{v}) = \frac{1}{2}\int_0^1 \gamma(s)\left|\mathbf{v}_t\right|^2 ds \ , \qquad (5)$$

en donde γ(s) es la densidad de amortiguamiento.

A partir de la energía cinética y potencial se puede formular el Lagrangiano del sistema y aplicándole el principio de Hamilton [8] bajo las condiciones: inicial $\mathbf{v}(s, t_0)$ y final $\mathbf{v}(s, t_1)$, y evaluando se obtiene:

$$\rho\mathbf{v}_{tt} + \gamma\mathbf{v}_t - \frac{\partial}{\partial s}\left(\omega_1\mathbf{v}_s\right) + \frac{\partial^2}{\partial s^2}\left(\omega_2\mathbf{v}_{ss}\right) = -\nabla P(\mathbf{v}(s,t)) \quad (6)$$

en donde (6) no es mas que la ecuación de movimiento de Newton del contorno, bajo el esquema de Euler-Lagrange [8, 11], en donde el gradiente del potencial en el lado derecho puede ser interpretado físicamente por el acoplamiento de las fuerzas externas generalizadas.

Otra de las formas de representar la energía es formulando un criterio de *máximo a posteriori* (MAP), en donde el propósito es encontrar a partir de todos los contornos posibles, el contorno que mejor se adapte a los datos en la imagen en un sentido probabilístico.

Lo cual se realiza a partir de la regla de Bayes, en donde la distribución a posteriori $p(u \mid d)$ de la cantidad desconocida u condicionada al dato d esta dada por:

$$p(u \mid d) = \frac{p(d \mid u)\, p(u)}{p(d)}$$

En donde la probabilidad p(u) puede ser calculada a partir de la distribución de Gibbs o de Boltzman [8].

En ocasiones cuando se quiere estimar el estado de un sistema, dado un grupo de medidas tomadas sobre un intervalo de tiempo, se puede utilizar el filtrado de Kalman, el cual es una técnica muy útil para estimar o actualizar el estado de un sistema previamente estimado, mediante: a) el uso de mediciones indirectas de las variables estado, b) utilizando la información de covarianza de tanto las variables estado como de las medidas indirectas [21].

Los filtros de Kalman pueden ser utilizados tanto en el desarrollo mecánico como en el probabilístico.

1.2 Representación del contorno.

Desde la aparición de los contornos deformables muchos trabajos han sido reportados,

los cuales pueden ser divididos en dos categorías, dependiendo de si el tipo de la representación es global o local.

Las representaciones globales son aquellas en las cuales cambios en uno de los parámetros de la forma afectan al contorno entero y cambios locales del contorno afectan todos los parámetros, este tipo de representaciones tienen ciertas ventajas pues la descripción es compacta y queda en términos de tan solo unos pocos parámetros.

Una clase de formas fácilmente modeladas por unos cuantos parámetros son las supercuádricas [18, 19, 20], las cuales son generalizaciones de las cuádricas que incluyen mayores variaciones de forma. Un caso más general de las representaciones globales es la representación de Fourier, la cual expresa un contorno en función de un número de funciones básicas ortonormales.

Las representaciones locales son controladas por varios parámetros, dentro de las cuales la más simple representación es una lista ordenada de puntos, sin embargo el costo computacional para esta representación es demasiado alto.

Existen representaciones más compactas en términos de polinomios a trozos, en donde cada segmento del contorno parametrizado esta descrito por un polinomio en s de la forma:

$$\mathbf{v}(s) = (x(s), y(s)) \tag{6}$$

en donde s representa el perímetro del contorno, con $s \in [0, 1]$ y existe una lista de puntos de control $\mathbf{P} = (x, y)$.

El grado mínimo para dicho polinomio es uno, caso en el cual el contorno queda representado por segmentos de recta.

Generalmente se encuentra más flexibilidad utilizando polinomios cúbicos, pues son los polinomios de grado mínimo para los cuales las derivadas en los puntos finales pueden ser especificadas. Polinomios de mayor grado son usados menos frecuentemente, ya que son menos controlables.

Los splines cúbicos son polinomios de grado tres a trozos los cuales dependen de todos los puntos de control, con lo cual se obtiene nuevamente una representación global.

Otra forma de representación muy utilizada es a partir de B-Splines (Basis splines), los cuales fueron introducidos hace bastantes años como un método rápido y eficiente de interpolación que genera mapas analíticos de una función periódica por inversión discreta de Fourier y fueron primeramente utilizados para el análisis de cristales moleculares.

Un B-Spline es una función polinomial a trozos de grado *k-1*, definida por una secuencia de *N* puntos de control llamados "nodos" con los cuales los valores de la función son controlados y en donde *k* es el orden de la más alta derivada [5],

A la secuencia de valores de los *N* nodos se les llama vector nodal, tales vectores determinan las transiciones entre los polinomios a trozos.

La utilización de este tipo de splines se ha utilizado en diferentes contextos, como son recuperación de funciones de energía para estructuras moleculares [5], evitar colisiones entre robots [14] y en una extensa variedad de aplicaciones.

Los B-Splines cúbicos son los utilizados generalmente pues como se dijo anteriormente estos al igual que los splines tienen derivadas en los puntos finales y además por la necesidad de contar con la segunda derivada definida en estos, necesaria para la formulación en términos de energía.

En 1996 Gavrila [7] propone la utilización de contornos deformables Hermitianos, los cuales son determinados al igual que con los B-Splines por polinomios cúbicos a trozos. Los polinomios son determinados por la ecuación diferencial de Hermite.

En este caso los parámetros de Hermite quedan de la siguiente manera:

$$\mathbf{H}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_{ix} & \mathbf{h}_{iy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{i-1} & \mathbf{P}_i & \tau_{i-1}^{+} & \tau_i^{-} \end{bmatrix}^T$$

en donde $\mathbf{P}_{i-1}$, $\mathbf{P}_i$ son puntos de control y τ^{+}_{i-1}, τ^{-}_{i} son los vectores tangentes en los puntos finales.

La ventaja de estos contornos sobre los B-splines es que solo se necesita de dos puntos de control para generar el polinomio y se puede interpolar puntos de control, sin embargo hay que tener conocimiento de las tangentes.

1.3 Mecanismos de propagación del contorno.

La propagación del contorno puede ser vista como la forma de determinar los mínimos de energía, de manera que el contorno evolucione mediante estos mecanismos.

Existen muchos métodos para determinar el mínimo de energía, en 1987 Kass et al. [10] proponen un método variacional.

En 1990 Amini [1] propone un método de programación dinámica, el cual ha sido el más nombrado y utilizado, sin embargo la complejidad de este método es $O(nm^{k+1})$, en donde n es el

numero de nodos, m los candidatos posibles y k el orden de la mas alta derivada del contorno.

Olstad [13] encuentra un método para reducir la complejidad del método de Amini a $O(nm^2)$ para k=2, reduciendo el cálculo de operaciones mediante la reducción del espacio fase, dado que parte de los cálculos se hicieron en un paso anterior.

Existen otros métodos como el algoritmo voraz de Williams y Shah [22], algoritmos genéticos por Cootes [3] y técnicas de relajación estocástica de Rueckert y Burger [15].

Curwen y Blake [4] proponen la implementación en una red de transputers, utilizando B-Splines y proponen una búsqueda entre los nodos a partir de líneas paralelas en una dirección fija en la imagen, lo cual también se podría hacer a lo largo de los vectores normales al contorno en cada nodo, o en direcciones radiales a partir de un punto fijo, sin embargo, estas implementaciones tienen ciertas desventajas teóricas, aunque en la práctica han trabajado satisfactoriamente.

Todos los métodos anteriores pueden ser vistos como métodos de búsqueda.

2. Variantes.

Dentro de algunas de las variantes más interesantes podemos encontrar las siguientes:

Fujimura [6] determina los contornos en imágenes ecocardiográficas a partir de un método desarrollado a multiescalas a partir de una programación dinámica.

En 1995 Schnabel [16] utiliza este método para determinar invariantes diferenciales multiescalares a fin de describir la forma de objetos en imágenes.

En 1994 Gumm [9] propone la utilización de un contorno activo doble, de manera que para imágenes en las cuales exista mucho ruido u objetos muy cercanos, un contorno evolucionara contrayéndose y el otro expandiéndose, provocando que el mínimo de energía sea alcanzado hasta que ambos contornos coincidan.

En 1997 Xu y Prince [23] proponen el uso de un diferente potencial al que llaman “Gradient Vector Flow”, que se basa en analizar toda la imagen y asignar un vector de dirección del potencial, logrando con esto que en los casos en los que haya poca convergencia o cuando se encuentren superficies cóncavas el contorno logre alcanzar el objetivo deseado.

Schnabel y Arridge [16] proponen el cambio del término de rigidez considerado en el desarrollo mecánico, de manera que en este es considerada la curvatura del contorno con lo cual obtienen un contorno deformable capaz de adaptarse a formas complejas, tales como las imágenes de cortes cerebrales transversales.

Cualquiera de las propuestas hechas puede expandirse a 3D, a partir de las cuales en lugar de obtener un contorno se obtiene una superficie deformable tal como lo obtienen Shen y Hogg [17].

3 Aplicaciones y recomendaciones.

La cantidad de aplicaciones para este tipo de contornos es infinita, pero podemos dar algunos ejemplos y recomendaciones para ciertos casos particulares.

3.1 Segmentación.

Los contornos activos pueden realizar la segmentación de objetos con muy buenos resultados, además de proveer esta con información de alto nivel.

La principal ventaja que tiene este tipo de implementaciones es la tolerancia al ruido, sin embargo existen algunas desventajas:

1) Tienen tendencia a encogerse de manera que el contorno inicial debe ser definido fuera del objeto que se desea localizar.
2) No convergen a la imagen correcta si existen regiones de gran curvatura.

Las soluciones para tales problemas pueden ser:

a) La solución más sencilla para el primer problema es definir negativas las funciones paramétricas tanto de la rigidez como de la tensión [6], de manera que se expanda el contorno.
b) Aumentar el modelo con un filtro de Kalman, el cual proveerá un estimador lineal para varios parámetros con lo cual se puede estimar el límite óptimo.
c) Si el tiempo de procesamiento no es de gran importancia se puede añadir el potencial definido por Xu y Prince [23] (Gradient Vector Flow), logrando con esto que el contorno converja a zonas cóncavas.
d) Se puede interpolar puntos en las zonas en donde se detecte una mayor curvatura.

e) En caso de que la forma sea muy compleja se puede utilizar el método descrito por Schnabel [16].

Otro de los problemas que pueden encontrase es que el objeto no esta suficientemente alejado de otros objetos con lo cual el contorno puede localizar parte de otro objeto, esto se puede solucionar con la implementación de los contornos dobles, sin embargo dependiendo la cercanía y el contraste puede ser que el resultado tampoco sea el buscado.

Podemos decir entonces que los contornos activos funcionan muy bien para los casos en los que se tengan objetos aislados.

Un punto mas que puede ser importante es el siguiente:

Si se conoce la forma del objeto y esta es simple se puede ahorrar mucho tiempo definiendo un contorno inicial similar a la forma del objeto y restringir los movimientos de los puntos de control a lo largo de rectas fijas, ya sean radiales, horizontales, verticales, etc.

Para los casos de segmentación resulta imposible obtener la energía cinética a partir de la sucesión de imágenes, pero en este caso puede fijarse la imagen y realizarse una diferenciación con respecto a la posición del contorno en el tiempo t-1 en la misma imagen, en donde t es el número de iteraciones realizadas sobre el contorno.

En los casos en donde el tiempo de proceso no es tan importante, se pueden realizar la mayoría de las implementaciones.

3.2 Seguimiento de objetos.

Aunque parece lógico pensar que si el análisis de imágenes estáticas resulta difícil, el análisis de secuencias de imágenes resultaría de mayor dificultad sin embargo esto no resulta así, debido a que en este caso la información recobrada es mucho más rica.

Para el caso de seguimiento de imágenes se pueden aplicar todas las recomendaciones dadas para el caso de segmentación, puesto que antes de seguir una imagen hay que detectarlas.

El problema principal en el seguimiento de objetos es debido a la velocidad a la que se mueven estos, pues si los cambios entre la posición entre una imagen y la siguiente son muy bruscos, lo más probable es no le sea posible al contorno converger al objeto deseado.

Este tipo de problemas se puede solucionar aumentando el numero de imágenes procesadas por

unidad de tiempo, así mismo como disminuyendo la cantidad de procesamiento necesario, lo cual dependerá de la aplicación.

Por ejemplo si lo más importante es seguir un objeto para centrarlo en la imagen y así poder enfocar la cámara, el ajuste puede hacerse sin tanta precisión, con la ayuda de filtros Gaussianos y etapas multiescalares.

Por el contrario si lo que se requiere es obtener información de la forma de la imagen, podemos prescindir del filtro ya que la convolución de la imagen con este consume mucho tiempo, pero es muy útil la etapa multiescalar la cual se puede limitar, es decir no esperar a que en cada etapa se encuentre el mejor ajuste, sino poner una cota superior para el número de iteraciones en la minimización de la energía.

Algunas de las características que se pueden obtener a partir de una sucesión de imágenes son: las variaciones de los momentos del contorno, las cuales pueden ser utilizados para obtener otro tipo de información tal como el tiempo al contacto [2], la inclinación de su superficie, la dirección de movimiento, por mencionar algunas.

En caso de muestras en vídeo de imágenes medicas en donde la precisión es lo más importante se deberá hacer un ajuste muy bueno para poder determinar con buena aproximación los cambios ocurridos.

4.- Implementación.

Se realizo la implementación de un contorno deformable a partir de la formulación mecánica, en donde el potencial quedo expresado como un gradiente de la intensidad de la imagen, el cual se obtuvo aplicando el filtro de Sobel.

La representación del contorno quedo en función de B-Splines, por su carácter local y fácil manejo.

La minimización de la energía se realizo mediante programación dinámica, en etapas multiescalares.

A partir de esta implementación se estudiaron dos aplicaciones principalmente: una de segmentación en imágenes médicas y otra de seguimiento de objetos.

Uno de los problemas que se encontró en este tipo de implementación fue que la minimización de la energía esta basada técnicamente en una búsqueda, lo cual permite que los puntos de control se crucen, esto provoca obviamente que el contorno tenga dobleces sobre sí mismo.

Algunos autores evitan esto simplemente prohibiendo posiciones las cuales estén a cierta distancia de otro punto de control.

Sin embargo este tipo de medidas no son tan buenas como parece, pues cuando el contorno tiene una mayor curvatura se necesitan mas puntos de control en esa sección, para determinar esta con mayor precisión.

Este problema se resolvió añadiendo a la ecuación del contorno una fuerza inversamente proporcional al cuadrado de la distancia, la cual puede ser vista como una fuerza eléctrica.

Para el caso de segmentación se utilizo la convolución de un filtro Gaussiano en donde la anchura σ de este determinaba la etapa multiescalar que era aplicada, se ocuparon los siguientes valores para $\sigma = 8, 4, 2, 1$.

Un problema con los filtros Gaussianos es que la convolución con filtros muy anchos consume mucho tiempo lo cual se simplifico realizando la convolución con filtros de parámetros enteros, además de que por las características de la función Gaussiana el filtro se puede triangular y de esta forma se realizan las sumas de los valores a las mismas distancias y después se realizan las multiplicaciones por los parámetros definidos.

Los resultados pueden ser vistos en la figura 1: en (a) se muestra la inicialización de un contorno circular alrededor del objeto que se quiere determinar, en (b) el contorno después de algunas iteraciones, en (c) el ajuste final y en (d) el contorno determinado a través del filtro de Sobel.

Para el caso del seguimiento de objetos se limito el numero de iteraciones por etapa a un máximo de 5, con lo cual el proceso se pudo acelerar. La velocidad de procesamiento utilizada fue de 8 a 12 imágenes por segundo, dando un resultado bastante bueno, si el objeto no se movía demasiado rápido.

Debido al alto tiempo procesamiento que requiere el filtro Gaussiano, este no se implemento en el seguimiento puesto que se le dio mayor importancia al seguimiento que a la forma, a pesar de ello los resultados de este caso son muy similares al caso de segmentación.

Referencias

[1] A. A. Amini, T. E. Weymouth, R. C. Jain, "Using dynamic programing for solving variational problems in vision", IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 12, No. 9, pp 855-867, 1990.

[2] R. Cipolla, A. Blake, "Surface Orientation and Time to Contact from Divergence and Deformation", University of Oxford, England,OX1 3PJ.

[3] T. F. Cootes, A. Hill, C. J. Taylor, J. Haslam, "The Use of Active Shape Models for Locating Structures in Medical Imaging", Lectures Notes in Computer Science, vol.. 687, Springer-Verlag, pp 33-47, U.S.A., 1993

[4] R.M. Curwen, A. Blake, R. Cipolla, "Parallel Implemetation of Lagrangian Dynamics for real-time snakes",pp 29-35,

[5] C. de Boor, "A Practical Guide to Splines", Springer-Verlag, New York, 1978.

[6] K. Fujimura, N. Yokoya, K. Yamamoto, "Recognition of Echocardiographic Images by Active Contour Models", IEEE, pp 487-492.

[7] D. M. Gavrila, "Hermite Deformable Contours", CAR-TR-817, Computer Vision Laboratory, University of Maryland, febrero 1996.

[8] H. Goldstein, "Classical Mechanics", Addison-Wesley, U.S.A., 1957.

[9] S. R. Gumm, M. S. Nixon, "A Dual Active Contour Models", BMVC 94, Septiembre, York, U.K., pp 305-314, 1994.

[10] M. Kass, A. Witkin, and D. Terzopoulos, "Snakes: Active Contour Models", Proceedings of the 1st International Conference of Computer Vision, London England, pp 259-268. IEEE, Junio 1987.

[11] L. D. Landau, E. M. Lifshitz, "Curso de Física Teórica: Mecánica", Edit. Reverté, España, 1970.

[12] D. Marr, "Vision", W. H. Freeman and Co., San Francisco, 1982.

[13] B. Olstad, H. E. Tysdahl, "Improving the Computational Complexity of Active Contour Algorithms", IEEE, pp 257-263.

[14] E. Paulos, J. Canny, " On-line Avoidance for Multiple Robots Using B-splines", Departament of Electrical Engineering and Computer Science, University of California, Berkeley.

[15] D. Rueckert, P. Burger, "Contour Fitting Using an Adaptive Spline model", British Machine Vision Conference 1995, vol. 1, pp 207-216, 1995.

[16] J. A. Schnabel, S. R. Arridge, " Active Contour Models for Shape Description Using Multiscale Differential Invariants", British Machine Vision Conference, vol. 1, pp 197-206, 1995.

[17] X. Shen, D. C. Hogg, "Shape Models from Image Sequences", internal report 93.37, School of Computer Studies, University of Leeds, October , 1993.

[18] F. Sulina, R. Bajesy, "Recovery of Parametric models from noise images: The cas for supercuadrics with global deformations", PAMI, Vol. 12, No. 2, pp. 131-147, 1990.

[19] D. Terzopoulos, “The computation of Visible-Surface Representations”, Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 10, No. 4, pp 417-438, IEEE, Julio 1988.

[20] D. Terzopoulos, D. Metaxas, “Dynamic 3D models with local and global deformations: Deformable Supercuadrics”, PAMI, Vol. 13, No 7, pp 703-714, 1991.

[21] D. Terzopoulos, R. Szeliski, “Active Vision: Traking With Kalman Snakes”, MIT Press, pp 3-20, 1991.

[22] D. J. Williams, M. Shah, “A Fast Algorithm for Active Contours and Curvature Estimation”, CVGIP: Image Understanding, 55(1), pp 14-26, 1992.

[23] C. Xu, J. L. Prince, “Gradient Vector Flow: A New External Force for Snakes”, IEEE Proc. Conf. On Comp. Vis. Patt. Recog., pp 66-71, 1997.

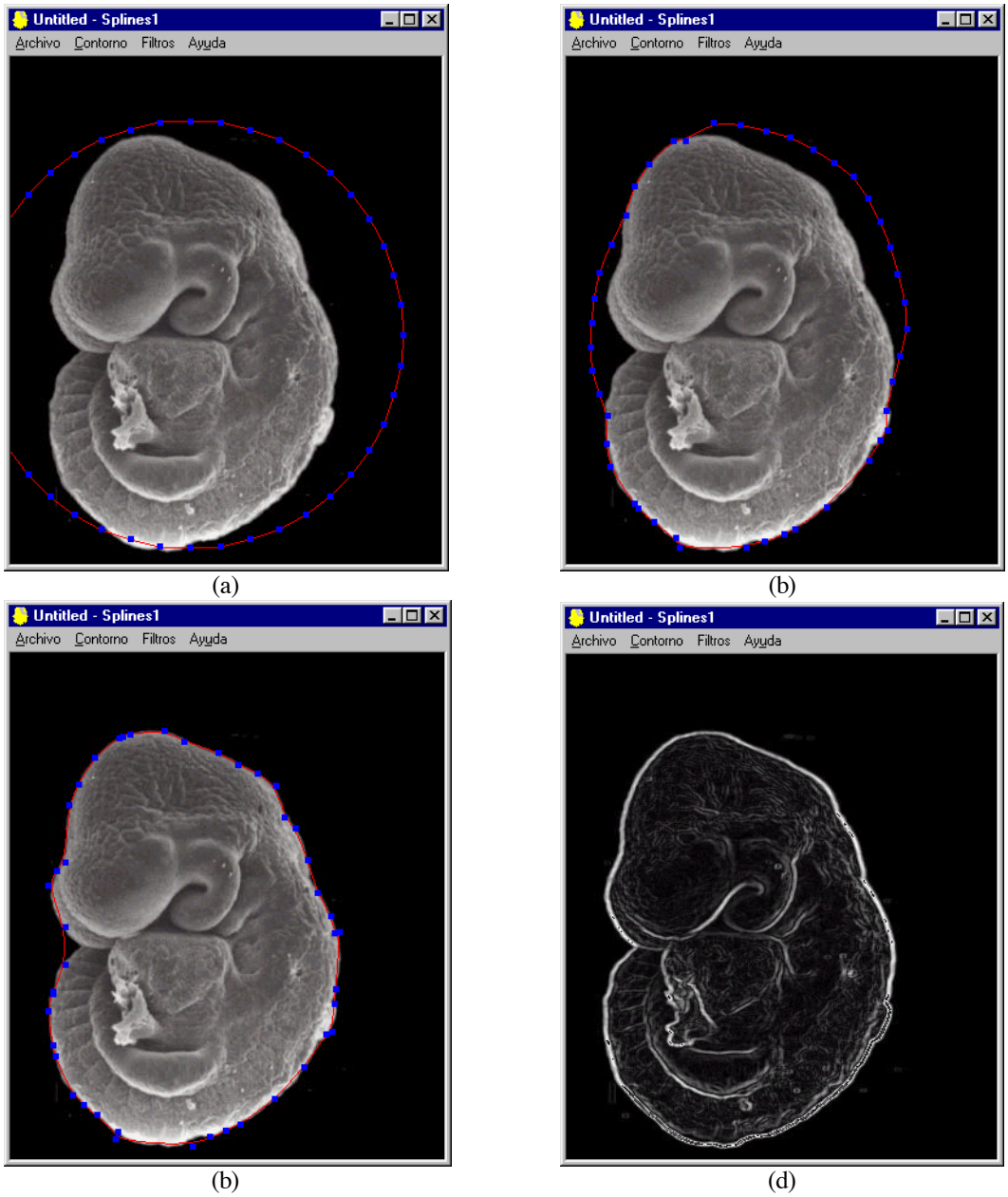

Figura 1: (a) Inicialización del contorno, (b) propagación del contorno, (c) ajuste y (d) contorno a partir de Sobel.